تمرّن
٥-٢

نظرية ذات الحدين
The Binomial Theorem

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، املأ الفراغ بالعدد المناسب.

(١) $(س + ص)^{٤} = س^{\square} + \square س^{٣} ص + ٦ س^{\square} ص^{٢} + \square س ص^{\square} + ص^{\square}$

(٢) $(ز - ص)^{٣} = ز^{\square} - \square ز^{٢} ص + \square ز ص^{\square} - ص^{\square}$

(٣) $(س + ص)^{٥} = س^{\square} + \square س^{٤} ص + ١٠ س^{\square} ص^{٢} + \square س^{٢} ص^{\square} + \square س ص^{٤} + ص^{\square}$

في التمارين (٤-٩)، أوجد مفكوك كل مما يلي:

(٤) $(١ + س)^{٤} = {}^{٤}ق_{٠} \times ١^{٤} + {}^{٤}ق_{١} \times ١^{٣} \times س + {}^{٤}ق_{٢} \times ١^{٢} \times س^{٢} + {}^{٤}ق_{٣} \times ١ \times س^{٣} + {}^{٤}ق_{٤} \times س^{٤}$

$= ١ + ٤س + ٦س^{٢} + ٤س^{٣} + س^{٤}$

(٥) $(١ - س)^{٤} = {}^{٤}ق_{٠} \times ١^{٤} + {}^{٤}ق_{١} \times ١^{٣} \times (-س) + {}^{٤}ق_{٢} \times ١^{٢} \times (-س)^{٢} + {}^{٤}ق_{٣} \times ١ \times (-س)^{٣} + {}^{٤}ق_{٤} \times (-س)^{٤}$

$= ١ - ٤س + ٦س^{٢} - ٤س^{٣} + س^{٤}$

(٦) $(١ - ٢س)^{٥} = ١ + ٥ \times (-٢س) + ١٠ \times (-٢س)^{٢} + ١٠ \times (-٢س)^{٣} + ٥ \times (-٢س)^{٤} + (-٢س)^{٥}$

$= ١ - ١٠س + ٤٠س^{٢} - ٨٠س^{٣} + ٨٠س^{٤} - ٣٢س^{٥}$

(٧) $(٢س - ١)^{٣} = (٢س)^{٣} + ٣ \times (٢س)^{٢} \times (-١) + ٣ \times (٢س) \times (-١)^{٢} + (-١)^{٣}$

$= ٨س^{٣} - ١٢س^{٢} + ٦س - ١$

(٨) $(س - ص)^{٣} = س^{٣} + ٣ \times س^{٢} \times (-ص) + ٣ \times س \times (-ص)^{٢} + (-ص)^{٣}$

$= س^{٣} - ٣س^{٢}ص + ٣س ص^{٢} - ص^{٣}$

(٩) $\left(١ - \frac{س}{٢}\right)^{٤} = ١ + ٤ \times \left(-\frac{س}{٢}\right) + ٦ \times \left(-\frac{س}{٢}\right)^{٢} + ٤ \times \left(-\frac{س}{٢}\right)^{٣} + \left(-\frac{س}{٢}\right)^{٤}$

$= ١ - ٢س + \frac{٣}{٢}س^{٢} - \frac{١}{٢}س^{٣} + \frac{س^{٤}}{١٦}$

(١٠) في مفكوك $\left(١ - \frac{٣}{٢س}\right)^{٥}$ أوجد: $ر = ٢$ $ن = ٥$

(أ) الحد الثالث. $ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر} \times ١^{ن-ر} \times \left(-\frac{٣}{٢س}\right)^{ر}$

$ح_{٣} = {}^{٥}ق_{٢} \times ١^{٣} \times \left(-\frac{٣}{٢س}\right)^{٢} = \frac{٤٥}{٤س^{٢}}$

(ب) الحد الخامس. $ن = ٥$ $ر = ٤$

$ح_{٥} = {}^{٥}ق_{٤} \times ١ \times \left(-\frac{٣}{٢س}\right)^{٤} = \frac{٤٠٥}{١٦س^{٤}}$

(١١) أوجد معامل $س^{٣}$ في مفكوك $(١ - س)^{٤}$. $ن = ٤$ $أ = ١$ $ب = -س$

$ح_{ر+١} = ن ق_{ر} أ^{ن-ر} ب^{ر}$

$ح_{ر+١} = ٤ ق_{ر} (١)^{٤-ر} \times (-س)^{ر} \Leftarrow س^{ر} = س^{٣} \Leftarrow ر = ٣$

الحد الرابع يحتوي على $س^{٣}$

$ح_{٤} = ٤ ق_{٣} \times (١)^{٤-٣} \times (-س)^{٣} = -٤ س^{٣}$

معامل $س^{٣} = -٤$

(١٢) أوجد معامل $س^{٣}$ في مفكوك $(س + ص)^{٥}$. $ن = ٥$ $أ = س$ $ب = ص$

$ح_{ر+١} = ن ق_{ر} أ^{ن-ر} ب^{ر}$

$ح_{ر+١} = ٥ ق_{ر} \times س^{٥-ر} \times ص^{ر} \Leftarrow س^{٣} = س^{٥-ر} \Leftarrow ٥ - ر = ٣ \Leftarrow ر = ٢$

الحد الثالث يحتوي على $س^{٣}$

$ح_{٣} = ٥ ق_{٢} \times س^{٣} \times ص^{٢} = ١٠ س^{٣} ص^{٢}$

معامل $س^{٣} = ١٠$

(١٣) في مفكوك $(س + ٢)^{٦}$ أوجد معامل $س^{٤}$. $ن = ٦$ $أ = س$ $ب = ٢$

$ح_{ر+١} = ن ق_{ر} أ^{ن-ر} ب^{ر}$

$ح_{ر+١} = ٦ ق_{ر} \times س^{٦-ر} \times ٢^{ر}$

$س^{٦-ر} = س^{٤} \Leftarrow ٦ - ر = ٤ \Leftarrow ر = ٢$ الحد الثالث يحتوي على $س^{٤}$

$ح_{٣} = ٦ ق_{٢} \times س^{٤} \times ٢^{٢} = ٦٠ س^{٤}$

معامل $س^{٤} = ٦٠$

(١٤) في مفكوك $(س - \frac{١}{٢})^{٨}$ أوجد معامل $س^{٥}$. $ن = ٨$ $أ = س$ $ب = -\frac{١}{٢}$

$ح_{ر+١} = ن ق_{ر} أ^{ن-ر} ب^{ر}$

$ح_{ر+١} = ٨ ق_{ر} \times س^{٨-ر} \times (-\frac{١}{٢})^{ر}$

$س^{٨-ر} = س^{٥} \Leftarrow ٨ - ر = ٥ \Leftarrow ر = ٣$ الحد الرابع يحتوي على $س^{٥}$

$ح_{٤} = ٨ ق_{٣} \times س^{٥} \times (-\frac{١}{٢})^{٣} = -٧ س^{٥}$

معامل $س^{٥} = -٧$

(١٥) (أ) بسّط $(٢ + \sqrt{٣})^{٤}$. $= ٢^{٤} + ٤ \times ٢^{٣} \times \sqrt{٣} + ٦ \times ٢^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٢} + ٤ \times ٢ \times (\sqrt{٣})^{٣} + (\sqrt{٣})^{٤}$

$= ١٦ + ٣٢\sqrt{٣} + ٧٢ + ٢٤\sqrt{٣} + ٩ = ٩٧ + ٥٦\sqrt{٣}$

(ب) أثبت أن: $(٢ + \sqrt{٣})^{٤} + (٢ - \sqrt{٣})^{٤} = ١٩٤$. باستخدام مفكوك ذات الحدين

$(٢ + \sqrt{٣})^{٤} = ٩٧ + ٥٦\sqrt{٣}$

$(٢ - \sqrt{٣})^{٤} = ٩٧ - ٥٦\sqrt{٣}$

بالجمع $(٢ + \sqrt{٣})^{٤} + (٢ - \sqrt{٣})^{٤} = ٩٧ + ٥٦\sqrt{٣} + ٩٧ - ٥٦\sqrt{٣} = ١٩٤$

∴ الطرفان متساويان

(١٦) أثبت أن: $(س + \frac{١}{س})^{٣} = (س^{٣} + \frac{١}{س^{٣}}) + ٣(س + \frac{١}{س})$. باستخدام نظرية ذات الحدين

الطرف الأيسر $= (س + \frac{١}{س})^{٣} = {}^{٣}ق_{٠} \times س^{٣} + {}^{٣}ق_{١} \times س^{٢} \times (\frac{١}{س}) + {}^{٣}ق_{٢} \times س \times (\frac{١}{س})^{٢} + {}^{٣}ق_{٣} \times (\frac{١}{س})^{٣}$

$= س^{٣} + ٣س + \frac{٣}{س} + \frac{١}{س^{٣}}$

$= (س^{٣} + \frac{١}{س^{٣}}) + (٣س + \frac{٣}{س}) = (س + \frac{١}{س})^{٣} + ٣(س + \frac{١}{س})$ الطرف الأيمن

∴ الطرفان متساويان

(١٧) أوجد مفكوك: $(٢ + س)^{٥}$. باستخدام نظرية ذات الحدين

$(٢ + س)^{٥} = {}^{٥}ق_{٠} \times ٢^{٥} + {}^{٥}ق_{١} \times ٢^{٤} \times س + {}^{٥}ق_{٢} \times ٢^{٣} \times س^{٢} + {}^{٥}ق_{٣} \times ٢^{٢} \times س^{٣} + {}^{٥}ق_{٤} \times ٢ \times س^{٤} + {}^{٥}ق_{٥} \times س^{٥}$

$= ٣٢ + ٨٠س + ٨٠س^{٢} + ٤٠س^{٣} + ١٠س^{٤} + س^{٥}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٧)، أوجد مفكوك كل مما يلي:

(١) $(س - ٢)^{٣} = {}^{٣}ق_{٠} \times س^{٣} + {}^{٣}ق_{١} \times س^{٢} \times (-٢) + {}^{٣}ق_{٢} \times س \times (-٢)^{٢} + {}^{٣}ق_{٣} \times (-٢)^{٣}$

$= س^{٣} + ٣ \times ٣س^{٢} \times (-٢) + ٣ \times س \times ٤ + (-٨)$

$= س^{٣} - ٦س^{٢} + ١٢س - ٨$

(٢) $(١ - ص)^{٣} = {}^{٣}ق_{٠} \times ١^{٣} + {}^{٣}ق_{١} \times ١^{٢} \times (-ص) + {}^{٣}ق_{٢} \times ١ \times (-ص)^{٢} + {}^{٣}ق_{٣} \times (-ص)^{٣}$

$= ١ - ٣ص + ٣ص^{٢} - ص^{٣}$

(٣) $(١ + ص)^{٣} = {}^{٣}ق_{٠} \times ١^{٣} + {}^{٣}ق_{١} \times ١^{٢} \times ص + {}^{٣}ق_{٢} \times ١ \times ص^{٢} + {}^{٣}ق_{٣} \times ص^{٣}$

$= ١ + ٣ص + ٣ص^{٢} + ص^{٣}$

(٤) $(\frac{١}{٢} + ب)^{٣} = {}^{٣}ق_{٠} \times (\frac{١}{٢})^{٣} + {}^{٣}ق_{١} \times (\frac{١}{٢})^{٢} \times ب + {}^{٣}ق_{٢} \times (\frac{١}{٢}) \times ب^{٢} + {}^{٣}ق_{٣} \times ب^{٣}$

$= \frac{١}{٨} + \frac{٣}{٤}ب + \frac{٣}{٢}ب^{٢} + ب^{٣}$

(٥) $(٢أ - ٣ب)^٤ = {}^٤ق_٠ \times (٢أ)^٤ + {}^٤ق_١ \times (٢أ)^٣ \times (-٣ب) + {}^٤ق_٢ \times (٢أ)^٢ \times (-٣ب)^٢ + {}^٤ق_٣ \times (٢أ) \times (-٣ب)^٣ + {}^٤ق_٤ \times (-٣ب)^٤$

$= ١٦أ^٤ - ٩٦أ^٣ب + ٢١٦أ^٢ب^٢ - ٢١٦أب^٣ + ٨١ب^٤$

(٦) $(س + \frac{١}{س})^٤ = {}^٤ق_٠ \times س^٤ + {}^٤ق_١ \times س^٣ \times (\frac{١}{س}) + {}^٤ق_٢ \times س^٢ \times (\frac{١}{س})^٢ + {}^٤ق_٣ \times س \times (\frac{١}{س})^٣ + {}^٤ق_٤ \times (\frac{١}{س})^٤$

$= س^٤ + ٤س^٢ + ٦ + \frac{٤}{س^٢} + \frac{١}{س^٤}$

$= س^٤ + ٤س^٢ + \frac{٤}{س^٢} + \frac{١}{س^٤} + ٦$

(٧) $(س^٢ + ١)^٣ = {}^٣ق_٠ \times س^٦ + {}^٣ق_١ \times س^٤ \times (١) + {}^٣ق_٢ \times س^٢ \times (١)^٢ + {}^٣ق_٣ \times (١)^٣$

$= س^٦ + ٣س^٤ + ٣س^٢ + ١$

(٨) في مفكوك $(٢ + س)^٤$، أوجد معامل $س^٣$. $ن = ٤$ $أ = ٢$ $ب = س$

$ح_{ر+١} = {}^ن ق_ر \, أ^{ن-ر} \, ب^ر$

$= {}^٤ق_ر \times ٢^{٤-ر} \times س^ر$

$س^ر = س^٣ \Leftarrow ر = ٣$ الحد الرابع يحتوي على $س^٣$

$ح_٤ = {}^٤ق_٣ \times ٢ \times س^٣$

$ح_٤ = ٨س^٣$ معامل $س^٣ = ٨$

(٩) أوجد معامل $س^٤$ في مفكوك $(س + ص)^٧$ $أ = س$ $ب = ٥ص$ $ن = ٧$

$ح_{ر+١} = {}^ن ق_ر \, أ^{ن-ر} \, ب^ر$

$= {}^٧ق_ر \, س^{٧-ر} \, ص^ر$

$س^{٧-ر} = س^٤ \Leftarrow ٧ - ر = ٤ \Leftarrow ر = ٣$

الحد الرابع يحتوي على $س^٤$

$ح_٤ = {}^٧ق_٣ \times س^{٧-٣} \times ص^٣ = ٣٥ س^٤ ص^٣$

معامل $س^٤ = ٣٥$

(١٠) أثبت أن: $(٢ + \sqrt{٣})^٤ - (٢ - \sqrt{٣})^٤ = ١١٢\sqrt{٣}$. باستخدام مفكوك ذات الحدين

$(ج + \sqrt{٣})^٤ = ج^٤ + ٤ ج^٣ \sqrt{٣} + ٦ ج^٢ (\sqrt{٣})^٢ + ٤ ج (\sqrt{٣})^٣ + (\sqrt{٣})^٤ =$

$= ج^٤ + ٤\sqrt{٣} ج^٣ + ٧ ج^٢ + ٦\sqrt{٣} ج + ٩ = ج^٤ + ٤\sqrt{٣} ج^٣ + ٧ ج^٢ + ٦\sqrt{٣} ج + ٩$

$(ج - \sqrt{٣})^٤ = ج^٤ - ٤\sqrt{٣} ج^٣ + ٧ ج^٢ - ٦\sqrt{٣} ج + ٩$

بالطرح نجد $(ج + \sqrt{٣})^٤ - (ج - \sqrt{٣})^٤ = ٨\sqrt{٣} ج^٣ + ١٢\sqrt{٣} ج = ٢\sqrt{٣}(٤ ج^٣ + ٦ ج)$

(١١) إذا كان: $(٦\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٧})^٣ - (٦\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٧})^٣ = ٢\sqrt{٧}$، فأوجد قيمة ا. باستخدام مفكوك ذات الحدين

$(٦\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٧})^٣ = (٦\sqrt{٢})^٣ + ٣(٦\sqrt{٢})^٢ (٢\sqrt{٧}) + ٣(٦\sqrt{٢})(٢\sqrt{٧})^٢ + (٢\sqrt{٧})^٣ = ٢١٦\sqrt{٢} + ٨٤\sqrt{٧}$

$(٦\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٧})^٣ = ٢١٦\sqrt{٢} - ٨٤\sqrt{٧}$

بالطرح نجد $(٦\sqrt{٢} + ٢\sqrt{٧})^٣ - (٦\sqrt{٢} - ٢\sqrt{٧})^٣ = ١٦٨\sqrt{٧} = ٢\sqrt{٧}$

$\therefore$ ا $= ٤٠$

(١٢) أثبت أن: $(١ + س)^٧ = ١ + ٧س + ٢١س^٢ + ٣٥س^٣ + ٣٥س^٤ + ٢١س^٥ + ٧س^٦ + س^٧$.

باستخدام مفكوك ذات الحدين

$(١ + س)^٧ = ١^٧ + ٧ \times ١^٦ س + ٢١ \times ١^٥ س^٢ + ٣٥ \times ١^٤ س^٣ + ٣٥ \times ١^٣ س^٤ + ٢١ \times ١^٢ س^٥ + ٧ \times ١ \times س^٦ + س^٧$

$= ١ + ٧س + ٢١ س^٢ + ٣٥ س^٣ + ٣٥ س^٤ + ٢١ س^٥ + ٧ س^٦ + س^٧$

تمرين
٥-٣

الاحتمال
Probability

المجموعة الأولى: تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، حدّد ما إذا كان الحدثان مستقلين أم غير مستقلين.

(١) اختيار كرة من كيس، ثم إعادتها واختيار كرة ثانية.

مستقلين

(٢) اختيار كرة من كيس دون إعادتها ثم اختيار كرة ثانية.

غير مستقلين

(٣) عند رمي حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، الحصول في المرة الأولى على ٥ والحصول في المرة الثانية على ٥.

مستقلين

في التمرينين (٤-٥)، إذا كان الحدثان أ، ب مستقلين. أوجد ل(أ ∩ ب).

(٤) ل(أ) = ٠,٤ ، ل(ب) = ٠,٣ ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب) = ٠,٤ × ٠,٣ = ٠,١٢

(٥) ل(أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(ب) = $\frac{٢}{٥}$ ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب) = $\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٥} = \frac{١}{٥}$ = ٠,٢

في التمرينين (٦-٧)، إذا كان الحدثان م، ن متنافيين. أوجد ل(م ∪ ن).

(٦) ل(م) = ٠,٣ ، ل(ن) = ٠,١٤ ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) = ٠,٣ + ٠,١٤ = ٠,٤٤

(٧) ل(م) = ٠,٦ ، ل(ن) = ٠,٢ ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) = ٠,٦ + ٠,٢ = ٠,٨

(٨) إذا كان أ، ب حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث:

ل(أ) = ٠,٤ ، ل(ب) = ٠,٣٥، أوجد:

(أ) ل($\overline{أ}$) = ١ − ل(أ) = ١ − ٠,٤ = ٠,٦

(ب) ل($\overline{ب}$) = ١ − ل(ب) = ١ − ٠,٣٥ = ٠,٦٥

(جـ) ل(أ ∩ ب) = صفر حدثان متنافيان

(د) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) = ٠,٤ + ٠,٣٥ = ٠,٧٥

(هـ) ل($\overline{أ \cup ب}$) = ١ − ل(أ ∪ ب) = ١ − ٠,٧٥ = ٠,٢٥

ثانوية ام الحارث الانصارية

(٩) إذا كان أ، ب حدثين في فضاء العينة ف حيث:

ل(أ) = ٠,٤ ، ل(ب) = ٠,٣ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٢٥ ، أوجد:

(أ) ل(أ ∩ ب)' = ١ − ل(أ ∩ ب) = ١ − ٠,٢٥ = ٠,٧٥

(ب) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٤ + ٠,٣ − ٠,٢٥ = ٠,٤٥

(جـ) ل(أ ∪ ب)' = ١ − ل(أ ∪ ب) = ١ − ٠,٤٥ = ٠,٥٥

(١٠) إذا كان م، ن حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث ل(ن) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(م) = $\frac{٣}{٥}$ ، فأوجد كلًا مما يلي:

(أ) ل(م)' = ١ − ل(م) = ١ − $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{٢}{٥}$

(ب) ل(م ∩ ن) = ل(م) × ل(ن) = $\frac{٣}{٥} \times \frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{١٠}$

(جـ) ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∩ ن) = $\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٢} - \frac{٣}{١٠}$ = $\frac{٧}{١٠}$

(١١) إذا كان م، ن حدثين في فضاء العينة ف حيث ل(م ∪ ن) = ٠,٧ ، ل(م) = ٠,٥ ، ل(ن) = ٠,٣ ،

فأوجد: ل(م ∩ ن)

ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∩ ن)

ل(م ∩ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∪ ن) = ٠,٥ + ٠,٣ − ٠,٧ = ٠,١

(١٢) إذا كان م، ن حدثين في فضاء العينة ف حيث ل(م) = $\frac{١}{٣}$ ، ل(ن)' = $\frac{١}{٤}$ ، ل(م ∪ ن)' = $\frac{١}{٥}$ ، فأوجد:

(أ) ل(م ∪ ن) = ١ − ل(م ∪ ن)' = ١ − $\frac{١}{٥}$ = $\frac{٤}{٥}$

(ب) ل(م ∩ ن) ل(م)' = ١ − $\frac{١}{٣}$ = $\frac{٢}{٣}$ ل(ن) = ١ − $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$

ل(م ∩ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∪ ن) = $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤} - \frac{٤}{٥}$ = $\frac{٣٧}{٦٠}$

(١٣) إذا كان ل(م ∪ ن) = $\frac{٧}{١٠}$ ، ل(م) = $\frac{١}{٥}$ ، ل(م ∩ ن) = ٠،

فأوجد: ل(ن)

ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∩ ن)

∴ ل(ن) = ل(م ∪ ن) − ل(م) = $\frac{٧}{١٠} - \frac{١}{٥}$ = $\frac{١}{٢}$

(١٤) ألقي حجر نرد مرقم من ١ إلى ٦. ليكن:

الحدث أ: الحصول على العدد ٢. أ = {٢} ل(أ) = $\frac{١}{٦}$

الحدث ب: الحصول على أعداد مربعة. ب = {١، ٤} ل(ب) = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

الحدث جـ: الحصول على عدد زوجي. جـ = {٢، ٤، ٦} ل(جـ) = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

أوجد: ل(أ ∪ جـ) = $\frac{١}{٦}$ ل(أ ∩ ب) = صفر

(أ) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٦} + \frac{١}{٣} = \frac{١}{٢}$

(ب) ل(أ ∪ جـ) = ل(أ) + ل(جـ) − ل(أ ∩ جـ) = $\frac{١}{٦} + \frac{١}{٢} - \frac{١}{٦} = \frac{١}{٢}$

(جـ) ل(أ ∩ ب) = صفر

(د) ل(ب ∪ جـ)' = ١ − ل(ب ∪ جـ) = ١ − $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

ل(ب ∪ جـ) = ل(ب) + ل(جـ) − ل(ب ∩ جـ)

= $\frac{١}{٣} + \frac{١}{٢} - \frac{١}{٦}$ = $\frac{٢}{٣}$

(١٥) إذا كان احتمال نجاح راشد في الاختبار = $\frac{٢}{٥}$ ، واحتمال نجاح سعد في نفس الاختبار = $\frac{١}{٣}$ ، فما احتمال أن ينجحا معًا في نفس الاختبار؟

احتمال ان ينجحا معاً = ل (أ ∩ ب) = ل (أ) · ل (ب) = $\frac{٢}{٥} \times \frac{١}{٣} = \frac{٢}{١٥}$

(١٦) في إحدى المؤسسات تم تنظيم دورة للموظفين في اللغة الإنجليزية والحاسوب. إذا كان عدد الموظفين في المؤسسة ٢٠٠ موظف وتم تنفيذ الدورات على الموظفين وفق الجدول التالي:

دورة اللغة الإنجليزية / دور الحاسوب	نعم	لا
نعم	٤٥	٣٣
لا	٧٠	٥٢

ف = {(نعم، نعم) ، (نعم، لا) ، (لا، نعم) ، (لا، لا)}

إذا تم اختيار موظف عشوائيًا، فأوجد كلًا من الاحتمالات التالية:

(أ) أن يكون الموظف قد أخذ دورة اللغة الإنجليزية ودورة الحاسوب.

$= \frac{٤٥}{٢٠٠} = \frac{٩}{٤٠}$

(ب) أن يكون الموظف قد أخذ دورة اللغة الإنجليزية ولم يأخذ دورة الحاسوب.

$= \frac{٣٣}{٢٠٠}$

(جـ) أن يكون الموظف قد أخذ دورة اللغة الإنجليزية أو أخذ دورة الحاسوب.

$= \frac{٤٥ + ٣٣ + ٧٠}{٢٠٠} = \frac{١٤٨}{٢٠٠}$

ثانوية ام الحارث الانصارية

(١٧) في حوض لتربية سمك السلمون هناك نوعان من الأسماك: السلمون المرقط والسلمون الملوّن.
يبيّن الجدول توزيع هذه الأسماك في الحوض.

الطول بالسنتيمتر	-١٦	-١٨	-٢٠	-٢٢
ملوّن	٣	٢٠	٣٥	١٢
مرقط	٧	١٥	٢٥	٣

أخذت سمكة عشوائيًا من الحوض. أوجد كلًّا من احتمالات الأحداث التالية:

أ = «سمكة ملوّنة». $= \frac{٣ + ٢٠ + ٣٥ + ١٢}{١٠٠} = \frac{٧٠}{١٠٠} = \frac{٧}{١٠}$

ب = «طولها أصغر من ٢٠ سم». $= \frac{٣ + ٧ + ٢٠ + ١٥}{١٠٠} = \frac{٤٥}{١٠٠} = \frac{٩}{٢٠}$

جـ = «سمكة مرقطة وطولها على الأقل ٢٠ سم». $= \frac{٢٥ + ٣}{١٠٠} = \frac{٢٨}{١٠٠}$

د = «سمكة مرقطة أو طولها على الأقل ٢٢ سم». $= \frac{٧ + ١٥ + ٢٥ + ٣ + ١٢}{١٠٠} = \frac{٦٢}{١٠٠}$

هـ = «سمكة ملونة وطولها على الأقل ١٨ سم». $= \frac{٢٠ + ٣٥ + ١٢}{١٠٠} = \frac{٦٧}{١٠٠}$

و = «ألا تكون مرقطة وألا يكون طولها أصغر من ٢٠ سم». $= \frac{٣٥ + ١٢}{١٠٠} = \frac{٤٧}{١٠٠}$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١-٢)، حدد ما إذا كان الحدثان مستقلين أم لا.

(١) سحب كرة حمراء من كيس والحصول على العدد ٣ عند رمي حجر نرد. مستقلان

(٢) أن يكون الابن الأول في العائلة ولد والثاني أيضًا ولد. مستقلان

في التمرينين (٣-٤)، إذا كان الحدثان م، ن مستقلين، أوجد ل(م ∩ ن) حيث:

(٣) ل(م) = $\frac{٣}{٧}$ ، ل(ن) = $\frac{٧}{١٥}$ ل(م ∩ ن) = ل(م) · ل(ن) = $\frac{٣}{٧} \times \frac{٧}{١٥} = \frac{١}{٥}$

(٤) ل(م) = ٠,١٢ ، ل(ن) = ٠,٢٤ ل(م ∩ ن) = ل(م) · ل(ن) = ٠,١٢ × ٠,٢٤ = ٠,٠٢٨٨

في التمرينين (٥-٦)، إذا كان الحدثان م، ن متنافيين. أوجد ل(م ∪ ن) حيث:

(٥) ل(م) = ٠,١٤ ، ل(ن) = ٠,١٦ ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) = ٠,١٤ + ٠,١٦ = ٠,٣٠

(٦) ل(م) = $\frac{٣}{٥}$ ، ل(ن) = $\frac{٣}{١٠}$ ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) = $\frac{٣}{٥} + \frac{٣}{١٠} = \frac{٩}{١٠}$

(٧) إذا كان أ، ب حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث:

ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٢٥. أوجد:

(أ) ل(أ) = ١ − ل($\overline{أ}$) = ١ − ٠,٣ = ٠,٧

(ب) ل($\overline{ب}$) = ١ − ل(ب) = ٠,٧٥

(جـ) ل(أ ∩ ب) = صفر

(د) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) = ٠,٧ + ٠,٢٥ = ٠,٩٥

(هـ) ل($\overline{أ \cap ب}$) = ١ − ل(أ ∩ ب) = ١ − ٠ = ١

(٨) إذا كان أ، ب حدثين في فضاء العينة ف حيث:

ل($\overline{أ}$) = ٠,٤٥ ، ل(ب) = ٠,٣٢ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,١٨. أوجد: ل(أ) = ١ − ل($\overline{أ}$) = ١ − ٠,٤٥ = ٠,٥٥

(أ) ل($\overline{ب}$) = ١ − ل(ب) = ١ − ٠,٣٢ = ٠,٦٨

(ب) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = ٠,٥٥ + ٠,٣٢ − ٠,١٨ = ٠,٦٩

(جـ) ل($\overline{أ \cup ب}$) = ١ − ل(أ ∪ ب) = ١ − ٠,٦٩ = ٠,٣١

(٩) إذا كان ل، م حدثين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٢٥ ، ل(ن) = ٠,٤٥

أوجد: ل(م ∩ ن). ماذا تستنتج؟

ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∩ ن)

ل(م ∩ ن) = ل(م) + ل(ن) − ل(م ∪ ن) = ٠,٢٥ + ٠,٤٥ − ٠,٧ = صفر

∴ الحدثان متنافيان

(١٠) إذا كان م، ن حدثين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٧ ، ل(ن) = ٠,٤ ، فهل يمكن أن يكون هذان الحدثان متنافيين؟ نفرض أنهما متنافيان ل(م ∩ ن) = صفر

ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن)

١ = ل(م) + ل(ن)

١ ≠ ٠,٧ + ٠,٤

∴ الحدثان غير متنافيان

(١١)

(١١) إذا كان أ، ب حدثين في فضاء العينة ف حيث: ل(أ ∪ ب) = ٠,٢٤٢ ، ل(أ) = ٠,٠٥٢ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٠١٢٥. فأوجد: ل(ب̄).

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

ل(ب) = ل(أ ∪ ب) + ل(أ ∩ ب) − ل(أ)

ل(ب) = ٠,٢٤٢ + ٠,٠١٢٥ − ٠,٠٥٢ = ٠,٢١٦

ل(ب̄) = ١ − ٠,٢١٦ = ٠,٧٨٤

(١٢) تحوي علبة ١٢ قرصًا متشابهًا مرقمًا من ١ إلى ١٢، سحب قرص عشوائيًا. أوجد احتمال كل من الأحداث التالية:

(أ) الحصول على العدد ٢.

(ب) الحصول على عدد فردي.

(جـ) الحصول على عدد أولي.

(د) الحصول على عدد من مضاعفات العدد ٤.

(أ) الحصول على عدد زوجي = $\frac{٦}{١٢}$

(ب) الحصول على عدد فردي = $\frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$

(جـ) الحصول على عدد أولي = $\frac{٥}{١٢}$

(د) الحصول على عدد من مضاعفات العدد ٤ = $\frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$

(١٣) ألقي حجر نرد أرقامه ٣، ٣، ٣، ١، ٤، ٦، فما احتمال الحصول على:

(أ) عدد زوجي. = $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

(ب) عدد من مضاعفات العدد ٣. = $\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

اختبار الوحدة الخامسة

أسئلة المقال

في التمارين (١-٣)، حدّد ما إذا كانت الحالة تبيّن توفيقة أم تبديلًا، ثم حلّ.

(١) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ ممثلين من مجموعة مؤلفة من ١١ ممثلًا لتحضير عمل مسرحي؟

$$\text{ت}_{11}^{5} = \frac{11!}{(11-5)!} = \frac{11!}{6!} = 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 55440$$

(٢) بكم طريقة يمكن اختيار ٣ طلاب من بين ١٥ طالبًا مع مراعاة الترتيب.

$$\text{ت}_{15}^{3} = \frac{15!}{(15-3)!} = \frac{15!}{12!} = 15 \times 14 \times 13 = 2730$$

(٣) أوجد مفكوك: $(1 - 2س)^4$

$$(1 - 2س)^4 = {}^4\text{ق}_0 \times 1^4 + {}^4\text{ق}_1 \times 1^3 \times (-2س) + {}^4\text{ق}_2 \times 1^2 \times (-2س)^2 + {}^4\text{ق}_3 \times 1 \times (-2س)^3 + {}^4\text{ق}_4 \times (-2س)^4$$

$$= 1 - 8س + 24س^2 - 32س^3 + 16س^4$$

(٤) إذا كان م، ن حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٨ ، ل(ن) = ٠,٢٤.

فأوجد: ل(م ∩ ن).

$$\text{ل}(\text{م} \cap \text{ن}) = \text{ل}(\text{م}) \cdot \text{ل}(\text{ن}) = 0.38 \times 0.24 = 0.0912$$

(٥) إذا كان م، ن حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٣ ، ل(ن) = ٠,٢٠.

فأوجد: ل(م ∪ ن).

$$\text{ل}(\text{م} \cup \text{ن}) = \text{ل}(\text{م}) + \text{ل}(\text{ن}) = 0.33 + 0.20 = 0.53$$

(٦) يبيّن الجدول المقابل فصائل الدم لِـ ١٥٠٠ شخص.

النوع / الفصيلة	A	B	AB	O
موجب	٥١٥	٧٥	٦٠	٥١٠
سالب	١١٥	٤٥	١٥	١٦٥

اختير شخص عشوائيًّا من هذه المجموعة.

(أ) ما احتمال أن يكون دمه من الفصيلة A؟

$$\text{احتمال أن يكون دمه من الفصيلة A} = \frac{515 + 115}{1500} = \frac{21}{50}$$

(ب) ما احتمال أن يكون نوع دمه موجب؟

$$\text{احتمال أن يكون نوعه دمه موجب} = \frac{515 + 75 + 60 + 510}{1500} = \frac{1160}{1500} = \frac{58}{75}$$

البنود الموضوعية

في البنود (١-١٢) عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) قيمة المقدار ١٠! هي ٣ ٦٢٨ ٨٠٠ — (ب)

(٢) قيمة المقدار ٤! × ٥! هي ٣٦٠ — (أ)

(٣) قيمة المقدار ${}^{8}ل_{٢}$ هي ٣٦٠ — (أ)

(٤) قيمة المقدار ${}^{٥}ق_{٤} \times ٣$ هي ١٥ — (ب)

(٥) ${}^{٥}ل_{٢} = ٢ \times {}^{٥}ق_{٢}$ — (ب)

(٦) مفكوك $(جـ + ١)^{٥}$ هو: $جـ^{٥} + ٥جـ^{٤} + ١٠جـ^{٣} + ١٠جـ^{٢} + ٥جـ + ١$ — (ب)

(٧) إذا كان الحد $١٢٦ جـ^{٤} د^{٥}$ أحد حدود مفكوك $(جـ + د)^{ن}$، فإن قيمة ن هي ٥ — (أ)

(٨) إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(س + ر)^{ن}$ هو ٧ فإنّ قيمة ن هي ٦

(٩) الحد الثاني من $(س + ٣)^{٩}$ هو $٥٤ س^{٨}$ — (أ)

(١٠) (اختيار لون السيارة عشوائيًّا واختيار نوع الإطارات عشوائيًّا) هما حدثان مستقلان. — (ب)

(١١) بفرض أن الحدثين م، ن مستقلان، $ل(م) = \frac{١٢}{١٧}$ ، $ل(ن) = \frac{٣}{٨}$ إذًا $ل(م \cap ن) = \frac{٩}{١٧}$ — (أ)

(١٢) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على العدد ٤ أو عدد زوجي يساوي $\frac{١}{٢}$ — (ب)

في التمارين (١٣-٢٤)، ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(١٣) قيمة المقدار $\frac{١٠!}{٣!\,٧!}$ هي:

(أ) $\frac{١٠}{٢١}$ (ب) $\frac{١}{١٢٠}$ (جـ) ١٢٠ (د) ١

(١٤) قيمة المقدار ${}^{٦}ل_{٤} \times {}^{١٠}ق_{٦}$ هي:

(أ) ٧٥ ٦٠٠ (ب) ٧ ٥٦٠ (جـ) ٢,٥ (د) ٢١٠

(١٥) قيمة المقدار $\frac{{}^{٧}ق_{٤}}{{}^{٩}ق_{٤}} \times {}^{٩}ق_{٢}$ هي:

(أ) ١٨ (ب) ٥,١٨٤ (جـ) ١٠ (د) ٧٣٥

(١٦) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ لاعبين لفريق كرة السلة من بين ١٢ لاعبًا إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهمًّا؟

(أ) ٩٥ ٠٤٠ (ب) ٤٧٥ ٢٠٠ (جـ) ٣٩٢ (د) ١١ ٤٠٤ ٨٠٠

(١٧) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٣ أعلام من مجموعة من ٧ أعلام مختلفة؟

٢١٠ (ب) ٣٥ (جـ) ٨٤٠ (د) ٢٤