

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

المتغير العشوائي المتصل :

هو المتغير التي تكون مجموعة القيم الممكنة له عبارة عن فترة من الأعداد الحقيقية أي أن مدي المتغير

العشوائي المتصل $S = \{s : a \leq s \leq b\}$ وهي مجموعة غير قابلة للعد

خواص دالة كثافة الاحتمال $D(s)$:

١- $D(s)$ هي دالة متصلة علي مجالها

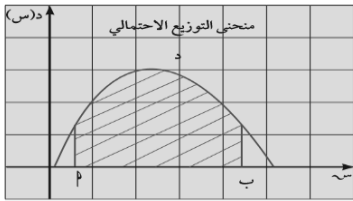
٢- $D(s) \geq 0$ لكل قيم s التي تنتمي لمجال الدالة

٣- قيمة المساحة المحددة بمنحني الدالة $D(s)$ ومحور السينات تساوي الواحد الصحيح

٤- يمكن إيجاد الاحتمال $L(a < s \leq b)$ بحساب المساحة تحت المنحني

٥- تنعدم المساحة المظلمة في الشكل إذا كان $a = b$

أي أنه لأي متغير عشوائي متصل فإن $L(s = a) = 0$



التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متصل (مستمر)

يَعْرِف التوزيع الاحتمالي المنتظم على $[a, b]$ بأنه توزيع احتمالي دالة كثافة الاحتمال له

$$\text{هي: } D(s) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & : a \leq s \leq b \\ 0 & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

- التوقع (الوسط) للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\mu = \frac{a+b}{2}$

- التباين للتوزيع الاحتمالي المنتظم هو $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$

$$Z = \frac{\mu - s}{\sigma}$$

لحساب الاحتمالات للتوزيع الطبيعي المعياري:

• إذا كانت $Z \geq \mu$ أو $Z \leq \mu$ ، حيث $\mu \leq Z \leq \mu$ صفر نستخدم جدول Z رقم (٤).

• إذا كانت $Z \geq \mu$ أو $Z \leq \mu$ ، حيث $Z > \mu$ صفر نستخدم جدول Z رقم (٥).

$$L(a < s < b) = L(s > a) - L(s > b)$$

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (١) :

إذا كان s متغيراً عشوائياً متصلًا، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$\left. \begin{array}{l} 3 \geq s \geq -3 : \\ \text{د(س)} = \frac{1}{6} \\ \text{صفر} : \text{في ما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

أوجد:

- أ ل(س > ٢) ب ل(١- > س > ١) ج ل(س = صفر)

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (٢):

إذا كان s متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq s \leq \frac{1}{3} \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

فأوجد:

$$(أ) \text{ ل } (0 \leq s \leq \frac{1}{3}) \quad (ب) \text{ ل } (s \geq \frac{1}{4}) \quad (ج) \text{ ل } (s < \frac{1}{4})$$

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (٣) :

إذا كان s متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \leq s \leq 4 : \frac{1}{2} \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

فأوجد:

(ب) ل $(s \leq 5, 2)$.

(أ) ل $(2 \leq s \leq 4)$

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (٤) :

إذا كان s متغيراً عشوائياً متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$D(s) = \left. \begin{array}{l} 0 \leq s \leq 5 \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

فأوجد:

(ب) ل $(s=3)$.

(أ) ل $(0 \leq s \leq 5)$

(د) ل $(s < 2)$.

(ج) ل $(s \geq 2)$

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (٥):

إذا كان s متغيراً عشوائياً متصلًا دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq s \leq 2 \\ \text{د(س)} = \frac{1}{4} \\ \text{صفر} \end{array} \right\} \text{ في ما عدا ذلك}$$

أوجد:

- أ) $P(s > 1)$ ب) $P(s \leq 1)$ ج) $P(s = 1)$

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (٦) :

إذا كان s متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$D(s) = \begin{cases} \frac{2}{9}s & : 0 \leq s \leq 3 \\ \text{صفر} & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

فأوجد:

(ج) ل $(s \leq 1)$

(ب) ل $(s > 1)$

(أ) ل $(0 \leq s \leq 3)$

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (٧) :

إذا كان s متغيرًا عشوائيًا متصلًا ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq s \leq 1 \\ \text{صفر} \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

فأوجد:

(ج) ل $(s \leq \frac{1}{3})$

(ب) ل $(s < \frac{1}{4})$

(أ) ل $(0 \leq s < \frac{1}{4})$

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (٨) :

لتكن الدالة د: $D(s) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{5} \\ \text{صفر} \end{array} \right\} : \begin{array}{l} 2- \leq s \leq 3 \\ \text{في ما عدا ذلك} \end{array}$

أ أثبت أن الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

ب أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

ج أوجد ل $(-1 \leq s \leq 2)$.

د أوجد التوقع والتباين للدالة د.

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (٩) :

الدالة D تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم:

$$D(s) = \left. \begin{array}{l} 0 \leq s \leq 3 \\ \text{صفر} \end{array} \right\} : \text{في ما عدا ذلك}$$

أ أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة.

ب أوجد $D(1) \leq s \leq 2$.

ج أوجد التوقع والتباين.

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (١٠):

لتكن الدالة د:

$$د(س) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{3} : 2 \leq س \leq 5 \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

(أ) أثبت أن الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(ب) أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.

(ج) أوجد ل(س) (٤ ≥ س).

(د) أوجد ل(س) (٣ ≤ س ≤ ٤).

(هـ) أوجد التوقع والتباين للدالة د.

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (١١) :

لتكن الدالة د:

$$د(س) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{8} : -٤ \leq س \leq ٤ \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

(أ) أثبت أن الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(ب) أوجد ل(٠,٥) س (٠,٥) س.

(ج) أوجد التوقع والتباين للدالة د.

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (١٢) :

الدالة D تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم وهي معرفة كما يلي:

$$D(s) = \left. \begin{array}{l} 0 \leq s \leq 7 \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} \frac{1}{7}$$

(أ) أثبت أن الدالة D هي دالة كثافة احتمال.

(ب) أوجد $D(s)$ لـ $0 \leq s \leq \frac{7}{8}$.

(ج) أوجد التوقع والتباين للدالة D .

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (١٣) :

إذا كان U هو التوزيع الطبيعي المعياري فأوجد:

أ $P(U \geq 0,95)$

ب $P(U < 0,71)$

ج $P(1,45 \leq U \leq 3,26)$

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (١٤) :

إذا كان U هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي X فأوجد:

أ $P(U \geq -1.2, 0)$

ب $P(U \leq 2.5, 0)$

ج $P(-2 \leq U \leq 3, 1, 0)$

د $P(U \geq 5, 2.6 \leq U \leq 6.9, 0)$

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (١٥):

إذا كان U يتبع التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي U فأوجد:

(أ) ل $(U \geq 1,6)$ (ب) ل $(U \leq 2,01)$ (ج) ل $(1,05 \leq U \leq 2,4)$

تمرين (١٦):

إذا كان U يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فأوجد:

(أ) ل $(U \geq 0,64)$ (ب) ل $(1,7 \leq U \leq 2,08)$ (ج) ل $(-2,3 \leq U \leq 0,68)$

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (١٧):

متغير عشوائي متصل s يتبع توزيعاً طبيعياً، التوقع $\mu = ٣٧$ ، وتباينه $\sigma^2 = ١٦$ ، أو-

(أ) ل $(٣٠ > s > ٣٥)$

(ب) ل $(٣٥ > s > ٤٠)$

(ج) ل $(s < ٣٠)$

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (١٨) :

يمثل المتغير العشوائي X الزمن الذي يستغرقه أحد الطلاب للوصول إلى المدرسة، وهو متغير يتبع التوزيع الطبيعي توقعه ١٦ دقيقة وتباينه ٤، احسب احتمال أنه في يوم ما سيستغرقه الطالب للوصول إلى المدرسة.

أ أقل من ٢١ دقيقة.

ب أكثر من ١٢ دقيقة وأقل من ٢١ دقيقة.

الوحدة الدراسية الرابعة البند (٤-١ - ب)

تمرين (١٩) :

يمثل المتغير العشوائي s درجات الطلاب في إحدى المواد الدراسية، إذا كان توزيع درجاته يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه $\mu = 50$ وانحرافه المعياري $\sigma = 10$
فأوجد:

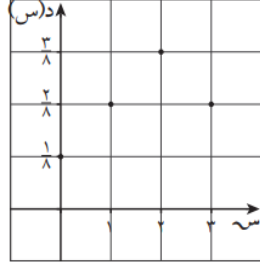
(أ) ل($40 < s < 76$) (ب) ل($s \geq 55$)

التوجيه العام للرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الرابعة: المتغيرات العشوائية وتوزيعها بند (٤-١-ب)

ظلل (٢) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.



بيان دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير لعشوائي سـ حيث

٣	٢	١	٠	س
$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	د(س)

هو:

(أ) (ب)

(أ) (ب)

(٢) التوقع (الوسط) لمتغير عشوائي يتبع التوزيع الإحتمالي المنتظم على [أ، ب] هو $\mu = \frac{أ + ب}{٢}$.

(أ) (ب)

(٣) نسبة الرطوبة خلال شهر هو متغير عشوائي متصل.

(٤) إذا كانت الدالة د معرفة كالتالي:

$$\left. \begin{array}{l} ١ \geq س \geq ٠ : \frac{1}{2} \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

فإن الدالة د هي دالة كثافة احتمال.

(أ) (ب)

(٥) إذا كان سـ متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

$$\left. \begin{array}{l} ٢ \geq س \geq ٠ : \frac{1}{2} \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

فإن ل(س) = ١.

(أ) (ب)

التوجيه العام للرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

إذا كانت الدالة دهي دالة كثافة احتمال تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم معرفة كما يلي:

$$د(س) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{3} : 0 \leq س \leq 3 \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

فإن التباين للدالة د هو $\sigma^2 = \frac{3}{4}$.

أ) ()
ب) ()

٧) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي الواحد.

أ) ()
ب) ()

٨) من خواص التوزيع الطبيعي أنه متماثل حول $\mu = س$

أ) ()
ب) ()

التوجيه العام للرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

لكل تمرين أربعة اختيارات، واحد فقط منها صحيح. ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح.

(٩) إذا كان s متغيرًا عشوائيًا متصلًا، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$D(s) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{5} : -2 \leq s \leq 3 \\ \text{صفر} : \text{في ما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

$$\text{فإن } L(s) = (-5, 2)$$

- (أ) صفر (ب) ١ (ج) $\frac{1}{5}$ (د) $\frac{1}{10}$

(١٠) إذا كان s متغيرًا عشوائيًا متصلًا، دالة كثافة الاحتمال له هي:

$$D(s) = \left. \begin{array}{l} 2s : 0 \leq s \leq 1 \\ \text{صفر} : \text{في ما عدا ذلك} \end{array} \right\}$$

$$\text{فإن } L(s) = \left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

- (أ) ١ (ب) $\frac{3}{4}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{2}$

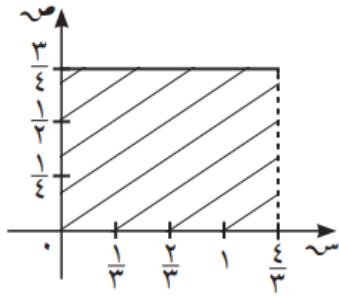
$$(١١) \left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} : 1 \leq s \leq 5 \\ \text{صفر} : \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{إذا كانت } D \text{ هي دالة تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم حيث } D(s) =$$

فإن التوقع يساوي:

- (أ) ٣ (ب) ٢ (ج) ١ (د) صفر

التوجيه العام للرياضيات

الفصل الدراسي الثاني



$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{3} > s > 0 : \frac{3}{4} \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)} \quad \text{ب} \quad \text{د}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 > s > 0 : \frac{3}{4} \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)} \quad \text{د}$$

١٢ الدالة التي تعبر عن الرسم البياني التالي هي:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{3}{4} > s > 0 : \frac{3}{4} \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)} \quad \text{أ}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4}{3} > s > 0 : \frac{4}{3} \\ \text{صفر: في ما عدا ذلك} \end{array} \right\} = \text{د(س)} \quad \text{ج}$$

١٣ الدالة تتبع التوزيع الاحتمالي:

$$\text{أ) الطبيعي} \quad \text{ب) ذات الحدين} \quad \text{ج) الطبيعي المعياري} \quad \text{د) المنتظم}$$

التوقع هو:

$$\text{أ) } \frac{4}{5} \quad \text{ب) } \frac{2}{3} \quad \text{ج) } \frac{4}{3} \quad \text{د) } \frac{3}{4}$$

١٤ التباين هو:

$$\text{أ) } \frac{4}{27} \quad \text{ب) } \frac{16}{9} \quad \text{ج) } \frac{16}{108} \quad \text{د) } \frac{108}{16}$$

١٥ ل $(s > \frac{4}{3})$

$$\text{أ) } \frac{1}{3} \quad \text{ب) } \frac{1}{4} \quad \text{ج) } \frac{1}{6} \quad \text{د) } \frac{1}{2}$$

١٦ ل $(s < \frac{4}{12})$

$$\text{أ) } \frac{2}{6} \quad \text{ب) } \frac{6}{2} \quad \text{ج) } \frac{3}{4} \quad \text{د) } 1$$

١٧ ل $(0 > s > 1)$

$$\text{أ) } \frac{4}{5} \quad \text{ب) } \frac{1}{3} \quad \text{ج) } 1 \quad \text{د) } \frac{3}{4}$$

١٨ المساحة المحصورة بين منحنى الدالة د، والمحور السيني تساوي:

$$\text{أ) } 1 \quad \text{ب) } \frac{4}{3} \quad \text{ج) } 3 \quad \text{د) } 2$$

(١٩) إذا كان U يتبع التوزيع الطبيعي فإن $L(0 \leq U \leq 35, 2) = \dots$

- أ) ٠,٩٩٠٦ ب) ٠,٥ ج) ٠,٤٩٠٦ د) ٠,٢١٨

(٢٠) إذا كان U متغيرًا عشوائيًا يتبع التوزيع الطبيعي المعياري فإن $L(U < P)$ لا يساوي:

- أ) $L(U \leq P)$ ب) $L(U > P) - 1$
ج) $L(U \geq P)$ د) $L(U \geq P) - 1$

(٢١) إذا كانت الدالة D هي دالة كثافة احتمال تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم معرفة كالتالي:

$$D(s) = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} : 2 - s \geq 2 \\ \text{صفر} : \text{فيما عدا ذلك} \end{array} \right\} \text{فان التوقع } \mu =$$

- أ) $\frac{1}{3}$ ب) صفر ج) $\frac{1}{4}$ د) ١