

مبدأ العد والتباديل والتوافيق

Counting Principle, Permutations and Combinations

المجموعة التمارين الأساسية

(١) ضع قائمة تبيّن كل الكلمات من ثلاثة أحرف الممكن كتابتها باستخدام كل من الحروف: م ج د، دون تكرار أي كلمة (لها معنى أو ليس لها معنى).

٣- ج-د (مجيد) | ج-د-م (جدم) | د-ج-م (لذجم) | يوهـ ٣×٢×١=٦ مرتبة
٥- د-ج-د (دهج) | ج-م-د (جمد) | د-م-ج (دمج)

(٢) ضع قائمة تبيّن كل الكلمات من أربعة أحرف الممكن كتابتها باستخدام كل من الحروف: س ع ي د، دون تكرار أي كلمة (لها معنى أو ليس لها معنى).

ع - س - ي - د (عسيدي)	س - ع - ي - د (سعيد)
ع - س - د - ي (عسدي)	س - ع - د - ي (سعدى)
ع - ي - د - س (عيسد)	س - ي - ع - د (سيعد)
ع - ي - س - د (عيسد)	س - ي - د - ع (سيعد)
ع - د - ي - س (عديس)	س - د - ع - ي (سدعى)
ع - د - س - ي (كدسك)	س - د - ي - ع (سدع)

د - ع - س - ي (دعسي)	ي - س - ع - د (يسعد)
د - ع - ي - س (دعيس)	ي - س - د - ع (يسعد)
د - س - ع - ي (دسع)	ي - ع - د - س (يعدس)
د - س - ي - ع (دسيع)	ي - ع - س - د (يعسد)
د - ع - س - ي (دعسي)	ي - د - ع - س (يدعس)
د - ع - ي - س (دعيس)	ي - د - س - ع (يدسع)

٦٠ يوهـ ٤×٣×٢×١=٦٠ طريقه مختلفه

تأثيرية ام الحارث الانصارية

في التمارين (١٩-٢٥)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

(١٩) $11^2 \text{ ق} = \frac{11 \cdot 11}{11 \times (11-1)} = \frac{11}{10} = 1.1$

(٢٠) $11^2 \text{ ق} = \frac{11 \cdot 11}{11 \times (11-1)} = \frac{11}{10} = 1.1$

(٢١) $11^2 \text{ ق} = \frac{11 \cdot 11}{11 \times (11-1)} = \frac{11}{10} = 1.1$

(٢٢) $11^2 \text{ ق} = \frac{11 \cdot 11}{11 \times (11-1)} = \frac{11}{10} = 1.1$

(٢٣) $11^2 \text{ ق} = \frac{11 \cdot 11}{11 \times (11-1)} = \frac{11}{10} = 1.1$

(٢٤) $10^2 \text{ ق} + 5^2 \text{ ق} = \frac{10 \cdot 10}{10 \times (10-1)} + \frac{5 \cdot 5}{5 \times (5-1)} = \frac{10}{9} + \frac{5}{4} = 1.11 + 1.25 = 2.36$

(٢٥) $10^2 \text{ ق} = \frac{10 \cdot 10}{10 \times (10-1)} = \frac{10}{9} = 1.11$

(٢٦) يريد معلم التربية الفنية اختيار ٤ رسوم من أعمال طلابه لتعليقها في غرفة الصف. بكم طريقة ممكنة يمكنه الاختيار إذا كان في الصف ٢٤ طالبًا؟

(٢٧) حل المعادلات التالية:

(أ) $20 = 3r \Rightarrow r = \frac{20}{3} = 6.67$

(ب) $10 = \frac{3r}{13} \Rightarrow r = \frac{10 \cdot 13}{3} = 43.33$

(ج) $12 = \frac{r!}{(2-r)!} \Rightarrow r = 4$

(٢٨) من بين ٥ معلمين يراد اختيار معلم لتدريب طلبة الأولياد في مادة الرياضيات ثم معلم آخر لإعداد الاختبار. أوجد عدد طرق الاختيارات.

عدد الطرق = $5 \times 4 = 20$ طرق

(٢٩) من بين ٨ طلاب بكم طريقة يمكن لمعلم التربية البدنية اختيار ثلاث طلاب واحداً تلو الآخر للاشتراك في كرة الطائرة وكرة السلة وكرة القدم على الترتيب.

عدد لطرف = $8 \text{ ل} = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = 8 \times 7 \times 6 = 336$ طرق

(٣٠) بكم طريقة يمكن اختيار أربع طلاب من بين ١٢ طالباً للذهاب للمركز العلمي.

عدد لطرف = $12 \text{ ل} = \frac{12!}{(12-4)!} = \frac{12!}{8!} = 12 \times 11 \times 10 \times 9 = 11880$ طرق

المجموعة ب تمارين تعزيرية

في التمرينين (١-٢)، ضع قائمة تبيّن كل الكلمات الممكن كتابتها باستخدام كل الحروف، دون تكرار أي كلمة (لها معنى أو ليس لها معنى).

(١) ن، ج، ح	(٢) ش، ك
ن - ج - ح	ش - ك
ن - ج - ح	ش - ك
ح - ن - ج	ش - ك
ح - ج - ن	ش - ك
ج - ن - ح	ش - ك
ج - ح - ن	ش - ك

(شله) (كش) (ش - ك) (ش - ك)

ثانوية ام الحارث الانصارية

في التمارين (٣-٨)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

(٣) $16 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$ (٤) $7 - 1 = 6$ (٥) $\frac{18}{10} = \frac{18}{10}$

(٦) $10 - 17 = -7$ (٧) $\frac{110}{11} = 10$ (٨) $4 \times 4 = 16$

(٩) يوجد في كيس ٥ كرات من اللون الأحمر، ٦ كرات من اللون الأخضر. من دون النظر داخل الكيس قام خالد بسحب كرتين معًا.

(أ) بكم طريقة يمكن سحب الكرتين معًا. $\frac{11}{12} = \frac{11}{12}$ (ب) بكم طريقة يمكن أن تكون الكرتين المسحوبتين حمراوين. $10 = 10$

(١١) حل كلاً من المعادلات التالية:

$$٥٦ (١-N)N :: \leftarrow ٢٨ = \frac{N(N-1)(N-2)}{1 \times 2 \times 1 (N-1)} \therefore ٢٨ = \frac{N!}{1 \times 2 \times 1 (N-1)} \leftarrow ٢٨ = \frac{N!}{(N-1)}$$

$$\sqrt{٤٨} = (١-N)N$$

$$٨ = N$$

$$٤٢ = \frac{N(N+1)(N+2)}{1 \times 2 \times 1 (N+1)} \leftarrow ٤٢ = \frac{N(N+2)}{2}$$

$$٦ \times ٧ = (٢+N)(٣+N) \leftarrow ٤٢ = (٢+N)(٣+N)$$

$$٤ = N \leftarrow ٧ = ٣+N \therefore$$

(ج) $٨ = N$

الحل

$$N \times ٨ = (١-N)N$$

$$N \times ٨ = \frac{N!}{1 (N-1)}$$

$$٩ = N \leftarrow ٨ = ١-N$$

$$N \times ٨ = \frac{N(N-1)(N-2)}{1 \times 2 \times 1 (N-2)}$$

في التمارين (١١-١٦)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي:

(١١) $٣٦ = ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ =$

(١٢) $٨ = ٤ \times ٥ + ٣ \times ٤ \times ٥ = ٢!^٥ + ٣!^٥$

(١٣) $٣ = \frac{٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}{٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧} = \frac{٣!^٧}{٤!^٧}$

(١٤) $٢١ = \frac{٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥} = \frac{٣!^٧}{١!^٧} = ٣!^٧$

(١٥) $٢٠ = ١!^٥ + ٢!^٥ = \frac{٤ \times ٥}{١ \times ٢} + \frac{٣ \times ٤ \times ٥}{١ \times ٢ \times ٣} = \frac{٤!^٥}{١!^٥} + \frac{٣!^٥}{١!^٥}$

(١٦) $\frac{٥!^٧}{١!^٧} = \frac{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}{١} = \frac{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥} \times \frac{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥}$

(١٧) في اختبار صح - خطأ من ٥ أسئلة. بكم طريقة مختلفة يمكن الإجابة؟

$$٣٢ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ =$$

(١٨) وضعت ١٠ نقاط مختلفة على دائرة. ما عدد المثلثات المختلفة الممكن تكوينها باختيار ٣ من هذه النقاط؟

عدد المثلثات = $\frac{١٠!}{1 \times 2 \times 1 (١٠-٣)} = \frac{١٠!}{١ \times ٢ \times ١ (١٠-٣)}$ ١٠ طريقة

ثانوية ام الحارث الانصارية

(١٠) حل كلاً من المعادلات التالية:

(أ) $2A = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-1)}$ $\leftarrow 2A = \frac{n!}{1 \times 2 \times \dots \times (n-1)}$ $\leftarrow 2A = \frac{n!}{(n-1)!}$ $\leftarrow 2A = (1-n)N$ $\leftarrow 56 = (1-n)N$
 $\sqrt{2 \times 8 = (1-n)N} \therefore$
 $\wedge = n$

(ب) $42 = \frac{(3+n)!}{(1+n)!}$ $\leftarrow 42 = \frac{(3+n)!}{(1+n)!}$
 $42 = \frac{(3+n)(2+n)(1+n)!}{(1+n)!}$
 $42 = (3+n)(2+n)$
 $42 = 6 + 5n + n^2$
 $0 = n^2 + 5n - 36$
 $0 = (n-4)(n+9)$
 $n = 4$ \leftarrow عدد حروفه
 $n = 4$

(ج) $NA = \frac{n!}{(n-1)!}$
 $NA = \frac{n!}{(n-1)!}$
 $NA = (1-n) \times NA$
 $\wedge = 1-n$
 $q = n$

في التمارين (١١-١٦)، أوجد قيمة كل مقدار مما يلي:

(١١) $36 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3}$

(١٢) $3! + 4! = \frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$

(١٣) $\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{5!}{4!} = 5$

(١٤) $1! = \frac{1!}{1!} = 1$

(١٥) $3! + 4! = \frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = \frac{6}{6} + \frac{24}{24} = 1 + 1 = 2$

(١٦) $\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$

(١٧) في اختبار صح - خطأ من ٥ أسئلة. بكم طريقة مختلفة يمكن الإجابة؟

$10 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}$ طرق

(١٨) وضعت ١٠ نقاط مختلفة على دائرة. ما عدد المثلثات المختلفة الممكن تكوينها باختيار ٣ من هذه النقاط؟

عدد المثلثات = $\frac{10!}{3! \times 7!} = \frac{10!}{6 \times 5040} = \frac{10!}{30240}$

تأثيرية ام الحارات الانصارية

اختبار الوحدة الخامسة

أسئلة المقال

في التمارين (١-٣)، حدّد ما إذا كانت الحالة تبين توفيقاً أم تبديلاً، ثم حلّ.

(١) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ ممثلين من مجموعة مؤلفة من ١١ ممثلاً لتحضير عمل مسرحي؟

$${}^{11}C_5 = \frac{11!}{5!6!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = 168$$

(٢) بكم طريقة يمكن اختيار ٣ طلاب من بين ١٥ طالباً مع مراعاة الترتيب.

$${}^{15}P_3 = \frac{15!}{(15-3)!} = \frac{15 \times 14 \times 13}{1} = 2730$$

(٣) أوجد مفكوك: (١-٢)س

$$(1-2s)^4 = {}^4C_0 \cdot 1^4 \cdot (-2s)^0 + {}^4C_1 \cdot 1^3 \cdot (-2s)^1 + {}^4C_2 \cdot 1^2 \cdot (-2s)^2 + {}^4C_3 \cdot 1^1 \cdot (-2s)^3 + {}^4C_4 \cdot 1^0 \cdot (-2s)^4$$

$$= 1 - 8s + 24s^2 - 32s^3 + 16s^4$$

(٤) إذا كان م، ن حدثين مستقلين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٨ ، ل(ن) = ٠,٢٤ ،

فأوجد: ل(م ∩ ن).

$$ل(م ∩ ن) = ل(م) \cdot ل(ن) = 0,38 \times 0,24 = 0,0912$$

(٥) إذا كان م، ن حدثين متنافيين في فضاء العينة ف حيث: ل(م) = ٠,٣٣ ، ل(ن) = ٠,٢٠ ،

فأوجد: ل(م ∪ ن).

$$ل(م ∪ ن) = ل(م) + ل(ن) = 0,33 + 0,2 = 0,53$$

(٦) يبيّن الجدول المقابل فصائل الدم لـ ١٥٠٠ شخص.

اختير شخص عشوائياً من هذه المجموعة.

(أ) ما احتمال أن يكون دمه من الفصيلة A؟

$$احتمال انه يكون دمه من الفصيلة A = \frac{110 + 510}{1500} = \frac{620}{1500} = \frac{31}{75}$$

(ب) ما احتمال أن يكون نوع دمه موجب؟

$$احتمال انه يكون نوع دمه موجب = \frac{510 + 75 + 10 + 510}{1500} = \frac{1145}{1500} = \frac{229}{300}$$

النوع	الفصيلة	A	B	AB	O
موجب		510	75	60	510
سالب		110	45	10	165

البنود الموضوعية

في البنود (١-١٢) عبارات، ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.

- | | | |
|-----|--------------------------|--|
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (١) قيمة المقدار $10!$ هي $3\ 628\ 800$ |
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (٢) قيمة المقدار $14 \times 15!$ هي 360 |
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (٣) قيمة المقدار l^8 هي 360 |
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (٤) قيمة المقدار $q^3 \times 15$ هي 15 |
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (٥) $l^0 = 2 \times q^0$ |
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (٦) مفكوك $(ج + ١)^٥$ هو: $ج^٥ + ٥ج^٤ + ١٠ج^٣ + ١٠ج^٢ + ٥ج + ١$ |
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (٧) إذا كان الحد ١٢٦ ج ٤ د أحد حدود مفكوك $(ج + د)^ن$ ، فإن قيمة $ن$ هي ٥ |
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (٨) إذا كان معامل الحد الثاني في مفكوك $(س + ر)^ن$ هو ٧ فإن قيمة $ن$ هي ٦ |
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (٩) الحد الثاني من $(س + ٣)^٩$ هو ٥٤ س ٨ |
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (١٠) اختيار لون السيارة عشوائياً واختيار نوع الإطارات عشوائياً هما حدثان مستقلان. |
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (١١) بفرض أن الحدثين $م$ ، $ن$ مستقلان، $ل(م) = \frac{12}{17}$ ، $ل(ن) = \frac{3}{8}$ إذا $ل(م \cap ن) = \frac{9}{17}$ |
| (ب) | <input type="checkbox"/> | (١٢) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على العدد ٤ أو عدد زوجي يساوي $\frac{1}{3}$ |

في التمارين (١٣-٢٤)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

- | | | |
|--|------------------------------|--|
| | | (١٣) قيمة المقدار $\frac{10!}{17!3}$ هي: |
| (د) ١ | <input type="checkbox"/> ١٢٠ | (ب) $\frac{1}{120}$ |
| | | (أ) $\frac{10}{21}$ |
| | | (١٤) قيمة المقدار $l^٤ \times q^١٠$ هي: |
| (د) ٢١٠ | (ج) ٢,٥ | (ب) ٧٥٦٠ |
| | | (ب) ٧٥٦٠٠ |
| | | (١٥) قيمة المقدار $\frac{q^٧}{q^٩} \times q^٩$ هي: |
| (د) ٧٣٥ | <input type="checkbox"/> ١٠ | (ب) ٥,١٨٤ |
| | | (أ) ١٨ |
| (١٦) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٥ لاعبين لفريق كرة السلة من بين ١٢ لاعباً إذا كان ترتيب المراكز في الفريق مهماً؟ | | |
| (د) ١١٤٠٤٨٠٠ | (ج) ٣٩٢ | (ب) ٤٧٥٢٠٠ |
| | | (ب) ٩٥٠٤٠ |
| (١٧) بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار ٣ أعلام من مجموعة من ٧ أعلام مختلفة؟ | | |
| (د) ٢٤ | (ج) ٨٤٠ | (ب) ٣٥ |
| | | (ب) ٢١٠ |

(١٨) مفكوك (ب-٢) هو:

ب) $٣٢ + ٢٢٣ + ٢٢٣ + ٢٢٣ + ٢٢٣$

أ) $٣٢ + ٢٢ + ٢٢ + ٢٢ + ٢٢$

ج) $٣٢ - ٢٢٣ + ٢٢٣ + ٢٢٣ - ٢٢٣$

د) $٣٢ - ٢٢ + ٢٢ - ٢٢ + ٢٢ - ٢٢$

(١٩) الحد الثالث في مفكوك (ب-٢) هو:

أ) ٢٢١٠٢

ب) ٢٧٠٢

ج) ٢٢١٠٢

د) ٢٧٠٢

(٢٠) معامل $ج^٤$ في مفكوك (٢-ج-٤) هو:

أ) ١٢٨٠

ب) ٢٥٦٠

ج) ٣٢٠

د) ٥١٢٠

(٢١) إذا كان الحدان م، ن مستقلين، حيث ل(م) = $\frac{١}{٣}$ ، ل(ن) = $\frac{٩}{١٠}$ ، فإن ل(م ∩ ن) تساوي:

أ) $\frac{٣}{٢٤}$

ب) $\frac{٢٥}{٤٨}$

ج) $\frac{٣}{١٠}$

د) $\frac{١١}{٤٨}$

(٢٢) إذا كان الحدان ع، ط متنافيين حيث ل(ع) = $\frac{٣}{٥}$ ، ل(ط) = $\frac{١}{٣}$ ، فإن ل(ع ∪ ط) تساوي:

أ) $\frac{١}{٥}$

ب) $\frac{١٤}{١٥}$

ج) $\frac{٤}{١٥}$

د) صفر

(٢٣) إذا كان الحدان ع، ط متنافيين حيث ل(ع) = $\frac{١}{٧}$ ، ل(ط) = ٠.٦٠ ، فإن ل(ع ∪ ط) تساوي:

أ) $\frac{٦}{٧٠}$

ب) ٤٢%

ج) $\frac{١٦}{٣٥}$

د) $\frac{٢٦}{٣٥}$

(٢٤) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال الحصول على عدد زوجي أو عدد أولي يساوي:

أ) $\frac{٢}{٣}$

ب) $\frac{٥}{٦}$

ج) $\frac{١}{٢}$

د) ١