الوحدة الدراسية السادسة ( تطبيقات على التكامل ) بند ( 1 - 6 ) المساحات في المستوى

## أولًا: مساحة منطقة محددة بمنحى $f$ ومحور السينات في الفترة $[a, b]$

إذا كانت: $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [a, b]$

فإن: $A = \int_a^b f(x)dx$

إذا كانت: $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [a, b]$

فإن: $A = -\int_a^b f(x)dx$

لتكن $f$ دالة متصلة على الفترة $[a, b]$ , $c \in (a, b)$ حيث $f(c) = 0$

فإن مساحة المنطقة المستوية المحددة بمنحنى الدالة $f$ ومحور السينات في الفترة $[a, b]$ هي:

$$A = \left|\int_a^c f(x)dx\right| + \left|\int_c^b f(x)dx\right|$$

## ثانيًا: مساحة منطقة محددة بمنحنيي دالتين في الفترة $[a, b]$

### مساحة منطقة محددة بين منحنيين

إذا كانت كل من $g$ , $f$ متصلتين على الفترة $[a, b]$ , حيث

$$f(x) \geq g(x) \quad \forall x \in [a, b]$$

فإن مساحة المنطقة المستوية المحددة بمنحنيي الدالتين $f$ , $g$ والمستقيمين $x = a$ , $x = b$ هي:

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]\,dx$$

عندما تنحصر منطقة بين منحنيات متقاطعة, فإن حدود التكامل هي الإحداثيات السينية لنقاط التقاطع

$$A = \left|\int_a^b (y_1 - y_2)dx\right| = \left|\int_a^b (y_2 - y_1)dx\right|$$

**1** أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = 12 - x^2$ ومحور السينات.

---

**2** أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f$ ومحور السينات في الفترة المبينة.

$$f(x) = x^3 - 4x \quad , \quad \left[-1 \, , \, \frac{3}{2}\right]$$

3

$$f(x) = \cos 2x \ , \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$$

4

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f : f(x) = x^2 + 2$ ومنحنى الدالة $g : g(x) = \sqrt[3]{x}$ والمستقيمين $x = 1 \ , \ x = 0$

علمًا بأن: $\forall x \in [0,1] \quad , \quad f(x) > g(x)$

**5** أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f$ : $f(x) = e^x$ ومنحنى الدالة $g$ : $g(x) = -1 - x^2$ والمستقيمين $x = 3$ , $x = 0$

علمًا بأن المنحنيين للدالتين $f$ , $g$ غير متقاطعين.

---

**6** أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى القطع المكافئ $y_1 = 2 - x^2$ والمستقيم $y_2 = -x$

**7** أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين: $f(x) = -2x^2 + 2$ , $g(x) = x^2 - 1$

---

**8** أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين $g(x) = \sqrt[3]{x}$ , $f(x) = x$ ، والمستقيمين $x = 5$ , $x = 2$ .

**9** أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين: $f(x) = x^3 - x$ , $g(x) = 3 - 3x^2$

---

**10** أوجد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين:

$g(x) = \frac{x}{2}$ , $f(x) = \sqrt{x}$ والمستقيمين $x = 0$ , $x = 9$

**البنود من (1 -5 ) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت خاطئة :**

1. مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f$ ومحور السينات والمستقيمين $x=a\ ,\ x=b$ هي: $\int_a^b f(x)dx$ (a) (b)

2. مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f$ : $f(x)=4-x^2$ ومحور السينات في $[-2,2]$ هي: $2\int_0^2 f(x)dx$ (a) (b)

3. إذا كانت: $\forall x\in[a,b]\quad f(x)\le 0$ فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f$ ومحور السينات في $[a,b]$ هي: $\int_b^a f(x)dx$ (a) (b)

4. إذا كان منحنى الدالة $f$ : $f(x)=x^2-2x-3$ يقطع محور السينات عند $x=-1$، $x=3$. فإن مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f$ ومحور السينات هي: $A=\int_{-1}^{3} f(x)dx$ (a) (b)

5. مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f$ : $f(x)=|x|$ ومحور السينات. في الفترة $[-2,2]$ هي: 2 وحدة مساحة (a) (b)

---

**البنود من ( 6 – 8 ) ظلل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة**

6. مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $f$ : $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ ومحور السينات هي:

(a) $9\pi$ units$^2$ (b) $6\pi$ units$^2$

(c) $3\pi$ units$^2$ (d) $\frac{9}{2}\pi$ units$^2$

---

7. مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة $g$ : $g(x)=(x-2)^3$ ومحور السينات في الفترة $[0,4]$ بالوحدات المربعة هي:

(a) $2\int_0^2 g(x)dx$ (b) $-2\int_0^2 g(x)dx$

(c) $\int_0^4 g(x)dx$ (d) $-2\int_2^4 g(x)dx$

---

8. مساحة المنطقة المحددة بين منحنى الدالة $f(x)=2$ ومنحنى الدالة $g$ : $g(x)=-\sqrt{x}$ والمستقيمين $x=0$ ، $x=4$ هي:

(a) 20 units$^2$ (b) $\frac{8}{3}$ units$^2$

(c) $\frac{40}{3}$ units$^2$ (d) 8 units$^2$