UULA
الاحصاء
الكورس الثاني
12
2021 - 2020
UULA.COM

UULA

الاحصاء

الكورس الثاني

12

2021 - 2020

UULA.COM

قائمة المحتوى

01 المتغيرات العشوائية المتقطعة (المنفصلة)

3 المتغيرات العشوائية المتقطعة

5 دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع

11 التوقع والتباين والانحراف المعياري لمتغير عشوائي متقطع

15 دالة التوزيع التراكمي لمتغير عشوائي متقطع

20 توزيع ذات الحدين

25 التوقع والتباين لتوزيع ذات الحدين

02 المتغيرات العشوائية المتصلة

31 المتغيرات العشوائية المتصلة

36 التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي متصل

40 التوزيع الطبيعي

03 المتباينات والبرمجة الخطية

46 حل المتباينات

52 البرمجة الخطية

المتغيرات العشوائية المتقطعة

س في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين، ليكن المتغير العشوائي س~ يعبر عن عدد الكتابات.
أوجد ما يلي:

- فضاء العينة ف.
- مدى المتغير العشوائي س~
- نوع المتغير العشوائي س~

س من تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات متتالية وليكن المتغير العشوائي س~ يعبّر عن عدد الصور. أوجد ما يلي:

- فضاء العينة.
- مدى المتغير العشوائي س~.
- نوع المتغير العشوائي س~.

UULA

دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع

س عند إلقاء قطعة نقود متماثلة مرتين متتاليتين وبفرض أن المتغير العشوائي س~ يعبر عن "عدد الكتابات". أوجد دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س~.

س عند إلقاء قطعة نقود متماثلة ثلاث مرات متتالية, إذا كان المتغير العشوائي س~ يعبر عن "عدد الكتابات".
فأوجد ما يلي:

- فضاء العينة ف.
- مدى المتغير العشوائي س~
- احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي س~
- دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س~

UULA

س إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س~ هي:

س	-٢	١	٢	٣
د (س)	٠,٣	٠,١	ك	٠,٢

فأوجد قيمة ك.

س إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س~ هي:

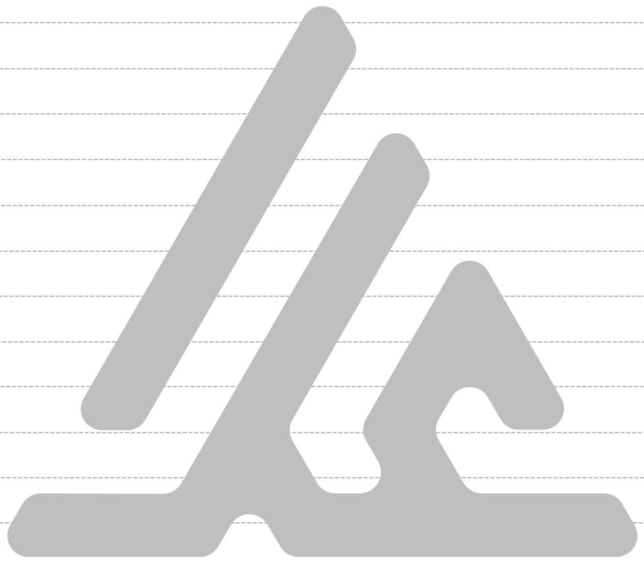
س	٤	٣	٢	١	٠
د (س)	ك	٠,٢	٠,١	٠,١٥	٠,٣٥

فأوجد قيمة ك.

UULA

س إذا كان س متغيراً عشوائياً متقطعاً مداه هو: {٠،١،٢،٣}
وكان د (٠)= ٠,١، د (١)= ٠,٦، د (٢)= ٠,١٥

فأوجد د (٣)، ثم اكتب دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س~



UULA

س صندوق يحتوي على ١٠كرات متمثلة منها ٧ كرات بيضاء و ٣ كرات حمراء. سحبت عشوائياً ٣ كرات معاً من الصندوق. إذا كان المتغير العشوائي س~ يمثل عدد الكرات البيضاء, فأوجد ما يلي:

- عدد عناصر فضاء العينة (ف)
- مدى المتغير العشوائي س~
- احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي س~
- دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي س~

التوقع والتباين لمتغير عشوائي متقطع

س إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س~ هي:

س	٠	١	٢
د (س)	$\frac{٤}{٩}$	$\frac{٤}{٩}$	$\frac{١}{٩}$

فأوجد التوقع μ للمتغير العشوائي س~

س إذا كان فضاء العينة لأربع أسر لديها طفلان كالتالي:
ف = {(ولد، ولد) ، (ولد، بنت) ، (بنت، ولد) ، (بنت، بنت)}
فأوجد:

- مدى المتغير العشوائي المتقطع $س$ الذي يعبر عن عدد الأولاد.
- احتمال كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي $س$
- دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع $س$
- التوقع μ للمتغير العشوائي $س$

س الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي متقطع س~.

س	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,١	٠,٣	٠,٥	٠,١

أوجد:

- التوقع (μ).
- التباين (σ)^{٢}.
- الانحراف المعياري(σ).

س يبيّن الجدول التالي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع س.

س	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,٢	٠,١	٠,٣	٠,١	٠,٣

أوجد:

- التوقع (μ).
- التباين (σ)^{٢}.
- الانحراف المعياري(σ).

دالة التوزيع التراكمي لمتغير عشوائي متقطع

س الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي د للمتغير العشوائي المتقطع س.

س	٣	٤	٥
د (س)	٠,٥	٠,٣	٠,٢

أوجد: ت (٢) ، ت (٣) ، ت (٤) ، ت (٤,٥) ، ت (٥) ، ت (٧)

حيث ت دالة التوزيع التراكمي للمتغير العشوائي س.

س الجدول التالي يبيّن دالة التوزيع الاحتمالي **د** للمتغير العشوائي متقطع س.

س	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,٤٣	٠,٢٩	٠,١٧	٠,٠٩	٠,٠٢

أوجد: ت (١)، ت (٣,٥) ، ت (٤)، ت(٥)

س الجدول التالي يبيّن بعض قيم دالة التوزيع التراكمي **ت** للمتغير العشوائي المتقطع س~.

س	١	٢	٣	٥
ت (س)	٠,١٥	٠,٢	٠,٦	١

أوجد:

- ل (١<س~ ≤٣)
- ل (٢<س~ ≤٥)
- ل (س~<٢)

س يبين الجدول التالي بعض قيم دالة التوزيع التراكمي ت للمتغير العشوائي متقطع س~.

س	١	٢	٣	٤
ت (س)	٠,٢٥	٠,٤٠	٠,٦٥	١

أوجد:

ل (٤<س~< ٥)

ل (س~>٣)

UULA

س لتكن د هي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س~ كما في الجدول التالي:

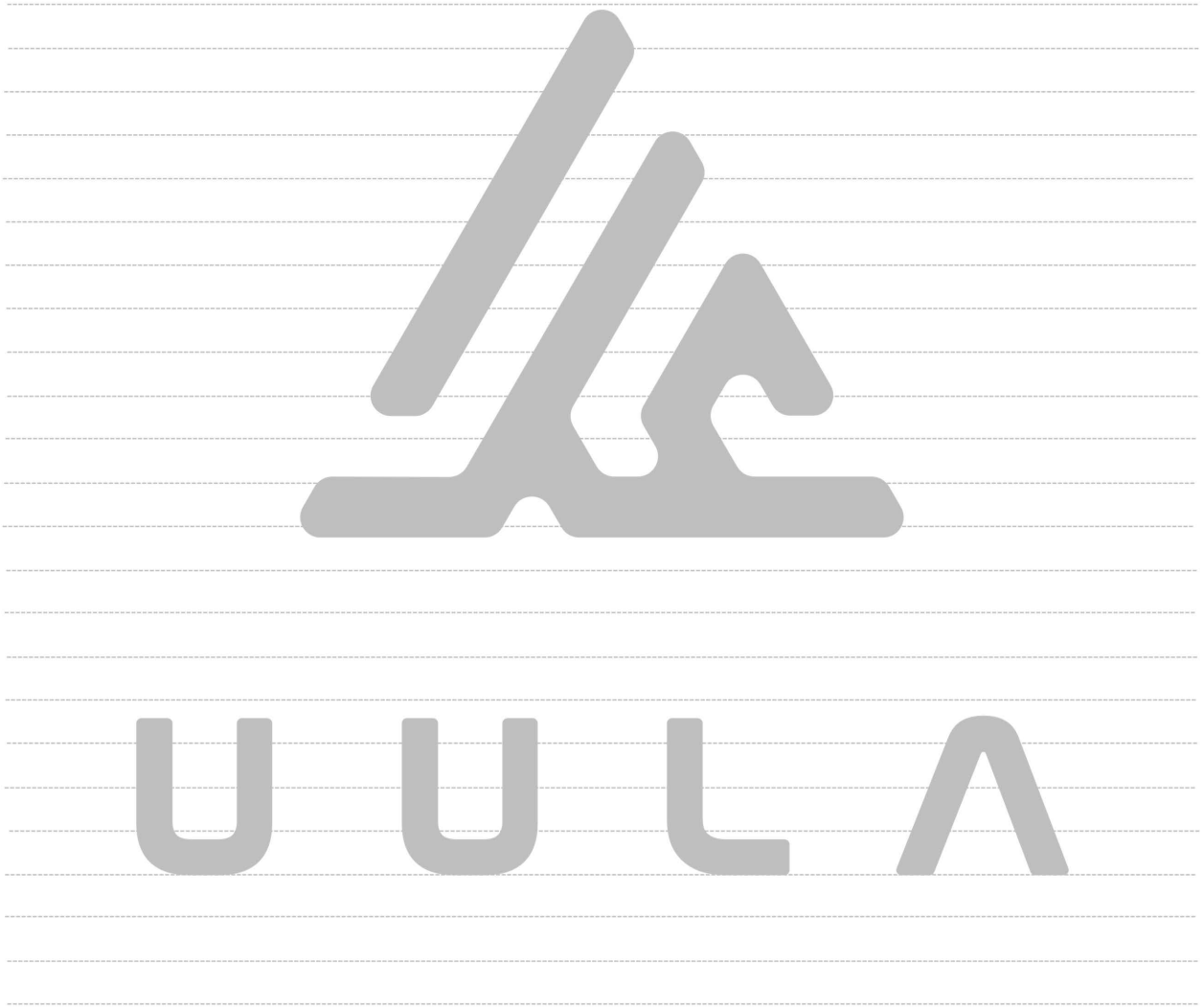
س	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٠,٥	٠,١	٠,٢	٠,١٥	٠,٠٥

ارسم بيان دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س~

توزيع ذات الحدّين

س إذا كان س~ متغيراً عشوائياً ذو حدين ومعلمتيه هما: ن= ٧ ، ل= ٠,١
فأوجد:

- ل (س~=صفر)
- ل (١<س~ ≤ ٣)



س إذا كان س متغيراً عشوائياً ذو حدين ومعلمتيه هما: ن= ٨ ، ل= ٠,٢ فأوجد:

- ل (س=٢)
- ل (٢ ≤ س<٤)

س في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٨ مرات متتالية, احسب احتمال ظهور صورة ٥ مرات.

س في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ١٠ مرات متتالية, احسب احتمال ظهور كتابة ٥ مرات.

س عند إلقاء حجر نرد منتظم خمس مرات متتالية, أوجد:

- احتمال ظهور العدد ٣ مرتين.
- احتمال ظهور العدد ٣ مرة واحدة على الأقل.
- احتمال ظهور العدد ٣ مرة واحدة على الأكثر.

التوقع والتباين لتوزيع ذات الحدّين

س ينتج مصنع سيارات ٢٠٠ سيارة يومياً, إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة ٠,٠١ فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد.

س ينتج مصنع سيارات ٣٥٠ سيارة يومياً, إذا كانت نسبة إنتاج السيارات المعيبة ٠,٠٢ فأوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري لعدد السيارات المعيبة في يوم واحد.

س في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٥ مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي س~ هو ظهور صورة.

س في تجربة إلقاء قطعة نقود متماثلة ٨ مرات. أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري إذا كان المتغير العشوائي س~ هو ظهور صورة.

س في أحد مصانع السيارات تبين أن ١٪ من السيارات غير صالحة للسير. إذا سحبنا ٨ سيارات، فأوجد التوقع والتباين للسيارات الصالحة للسير.

س ٧٠٪ من زبائن مطعم ما أفادوا بأن الطعام قد أعجبهم وسيقصدونه مرة أخرى.
من بين ١٠٠ زبون، أوجد التوقع والتباين والانحراف المعياري.

المتغيرات العشوائية المتصلة

س إذا كان س~ متغيراً عشوائياً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

د (س)= $\frac{١}{٤}$: عندما ١ ≤ س ≤ ٥

صفر : في ما عدا ذلك

أوجد:

- ل (١ < س ≤ ٥)
- ل (س > ٣)
- ل (س ≤ ١,٥)
- ل (س = ٢)

س إذا كان س~ متغيراً متصلاً ودالة كثافة الاحتمال له هي:

د (س)= $\begin{cases} \frac{١}{٢} & : \text{عندما } ٠ \leq س \leq ٢ \\ \text{صفر} & : \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$

أوجد:

- ل$\left(س \sim \geq \frac{٣}{٢}\right)$
- ل$\left(س \sim \leq \frac{٣}{٢}\right)$

UULA

س إذا كان س~ متغيراً متصلاً، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٦} & : \quad -٣ \leq س \leq ٣ \\ صفر & : \quad في\ ما\ عدا\ ذلك \end{cases}$$

أوجد:

- ل (س~ < ٢)
- ل (-١ < س~ < ١)
- ل (س~ = صفر)

UULA

س إذا كان س~ متغيراً متصلاً، فدالة كثافة الاحتمال له هي:

د (س)= $\frac{١}{٨}$: س~ : ٠ ≤ س ≤ ٤

صفر : في ما عدا ذلك

أوجد:

- ل (٠ ≤ س~ ≤ ٤)
- ل (س~ ≥ ٢)
- ل (س~ < ٢)

س إذا كان س~ متغيراً متصلاً دالة كثافة الاحتمال له هي:

د (س)= { $\frac{١}{٢}$ س~ : ٠ ≤ س ≤ ٢ ، صفر : في ما عدا ذلك }

أوجد:

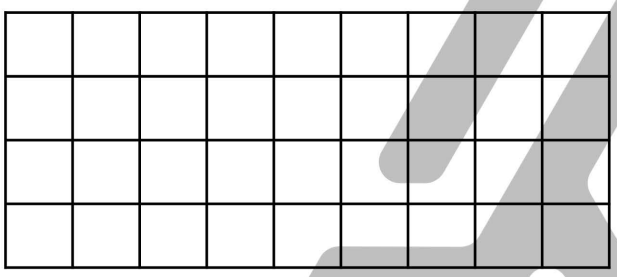
- ل (س~ < ١)
- ل (س~ ≤ ١)
- ل (س~ = ١)

التوزيع الاحتمالي المنتظم لمتغير عشوائي متصل

س لتكن الدالة د:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٤} & : \quad -٢ \leq س \leq ٢ \\ صفر & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

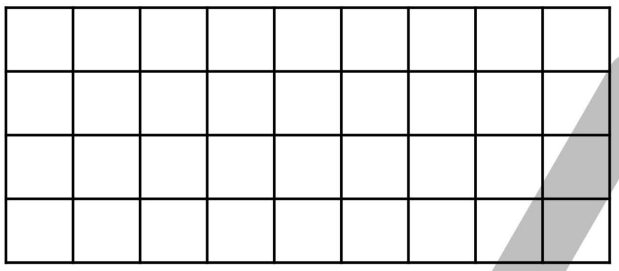
- أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال.
- أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.
- أوجد ل (-١<س ≤٢).
- أوجد التوقع والتباين للدالة د.



س لتكن الدالة د:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٥} & : \quad -٢ \leq س \leq ٣ \\ صفر & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

- أثبت أن الدالة هي دالة كثافة احتمال.
- أثبت أن الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم.
- أوجد ل (-١<س ≤٢).
- أوجد التوقع والتباين للدالة د.



UULA

س الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم وهي معرّفة كما يلي:

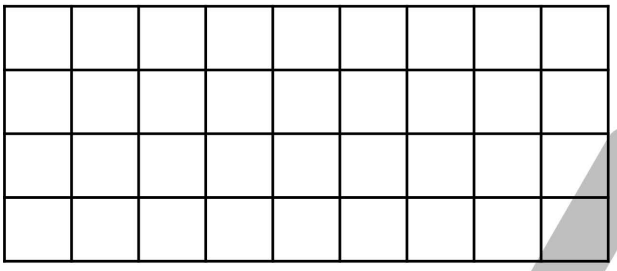
$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٢} & : \quad -٠,٥ \leq س \leq ١,٥ \\ صفر & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

- أثبت أن الدالة د هي دالة كثافة احتمال.
- أوجد ل (-٠,٢ ≤ س ≤ ٠,٣).
- أوجد التوقع والتباين للدالة د.

س الدالة د تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم وهي معرّفة كما يلي:

$$د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٣} & : \quad ٠ \leq س \leq ٣ \\ صفر & : \quad \text{في ما عدا ذلك} \end{cases}$$

- أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة احتمال.
- أوجد ل (١ ≤ س ≤ ٢).
- أوجد التوقع والتباين.



UULA.COM

التوزيع الطبيعي

س إذا كان **و** هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي **س** ~ فأوجد:

ل (**و** ≥ ٢,١٨)

ل (**و** ≤ ٢,٤٣)

ل (١,٤ ≤ **و** ≤ ٢,٦)

س إذا كان **ف** هو التوزيع الطبيعي المعياري فأوجد:

ل (**ف** ≥ ٠,٩٥)

ل (**ف** < ٠,٧١)

ل (١,٤٥ ≤ **ف** ≤ ٣,٢٦)

UULA

س إذا كان **ق** هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي **س** فأوجد:

ل (**ق** ≥ -٠٫٥٥)

ل (-٢٫٢ ≤ **ث** ≤ -١٫٦)

ل (-١٫٣ ≤ **ث** ≤ ٠٫٢٨)

UULA

س إذا كان ف هو التوزيع الطبيعي المعياري للمتغير العشوائي س ~ فأوجد:

ل (ن ≥ -٠,١٢)

ل (ن ≤ ٠,٢٥)

ل (-٠,١ ≥ ن ≥ -٣,٢)

ل (٠,٦٩ ≥ ن ≥ -٥,٢٦)

UULA

س المتغير س~ يمثل درجات الطلاب في مادة ما وهو يتبع التوزيع الطبيعي وتوقعه μ = ١٦ وتباينه σ = ١٦. أوجد:

ل (١٤<س~<١٨)

ل (١١<س~<١٣)

UULA

س يمثل المتغير العشوائي $س$ الزمن الذي يستغرقه أحد الطلاب للوصول إلى المدرسة, وهو متغير يتبع التوزيع الطبيعي توقعه ١٦ دقيقة وتباينه ٤، احسب احتمال أنه في يوم ما يستغرقه الطالب للوصول إلى المدرسة.

- أقل من ٢١ دقيقة.
- أكثر من ١٢دقيقة وأقل من ٢١ دقيقة

المتباينات

س أوجد مجموعة حل المتباينات التالية ومثّل مجموعة الحل على خط الأعداد الحقيقية.

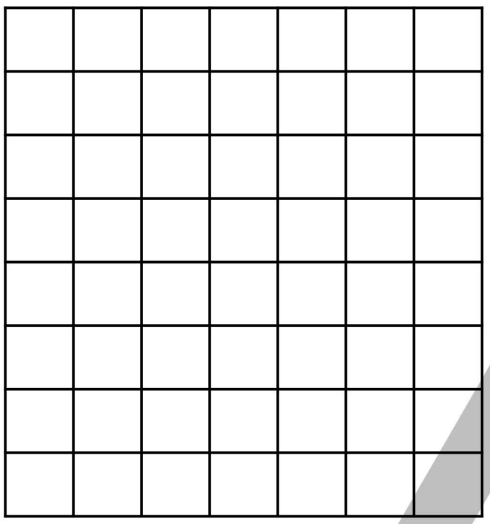
- $٧+٢س \leq ٤$
- $-٤ < ٢س+١ \geq ٥$
- $٢-س \geq ٨$

س بيّن أياً من النقاط التالية: أ(١،-١)، ب(٠،٢)، جـ(-١،١) تحقق المتباينة : ٥س-٢ص>٧

س ارسم خط الحدود لكل من:

س+ص<٦

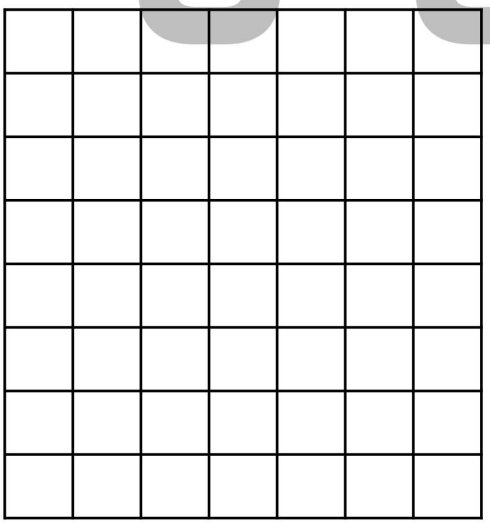
٥س+٢ص ≥ ٢٠



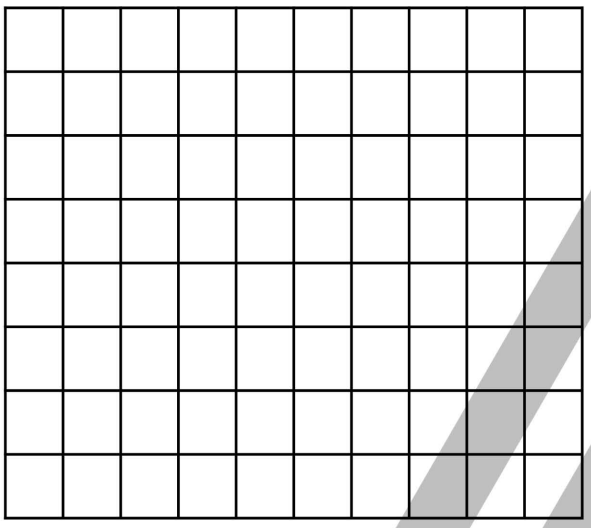
س ارسم خط الحدود لكل من:

ص>٣

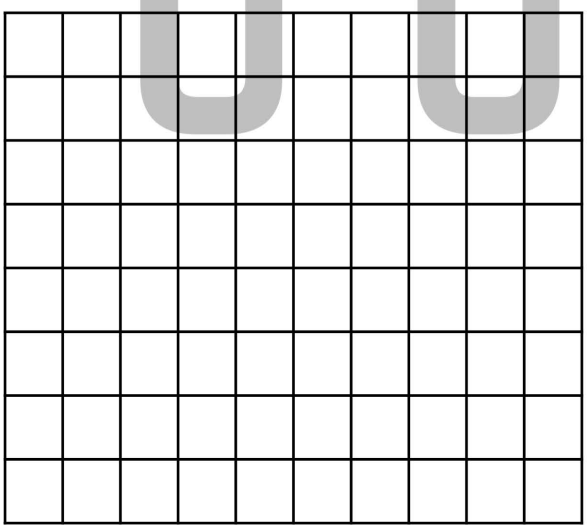
س ≥ -٤



س مثّل بيانياً منطقة الحل للمتباينة: ٤س+ص ≥ ٨



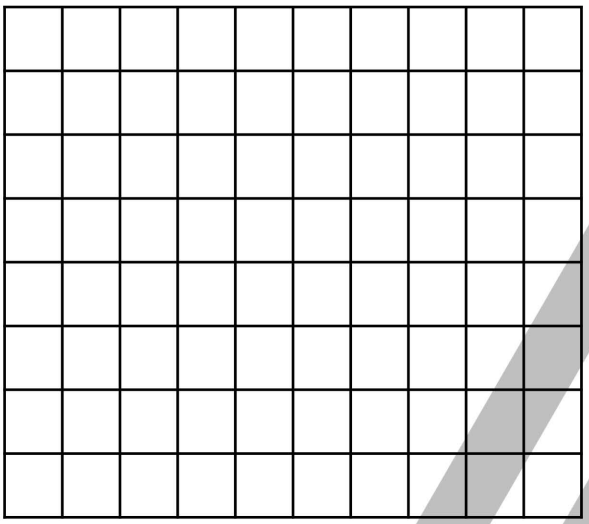
س مثّل بيانياً منطقة الحل للمتباينة: −٢س+ص< ٤



س مثّل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

س - ٢ص > ٢

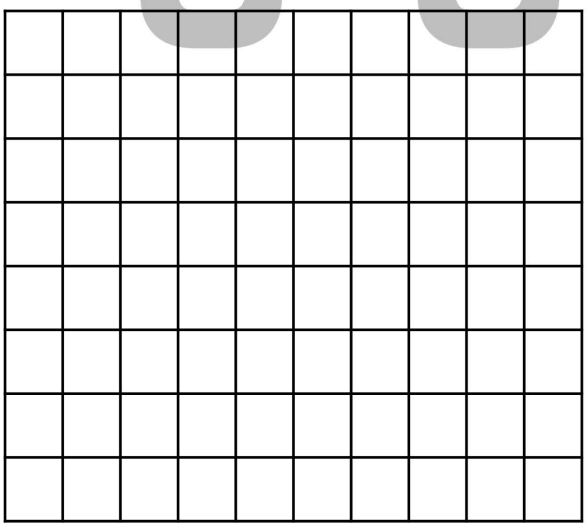
٢س + ٣ص ≤ ٦



س مثّل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين:

س + ٢ص ≤ ٤

ص ≤ -س - ١

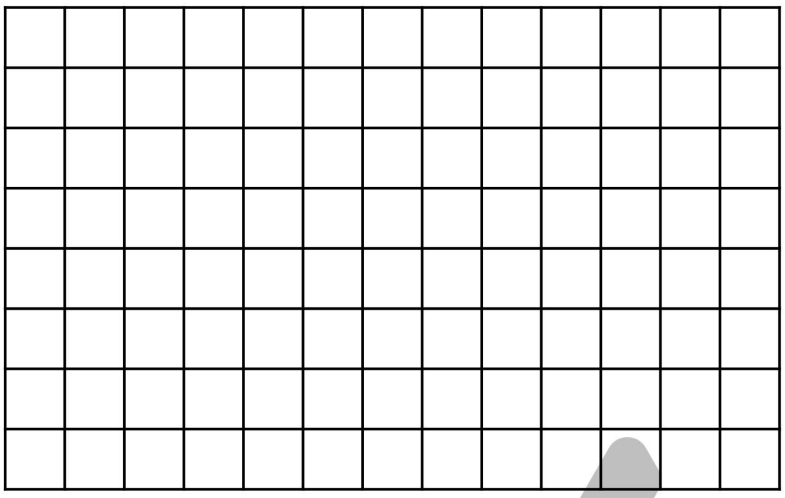


س مثّل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينات التالية:

س+ص≥ ٢

س-ص≤ ٣

ص≥ ٠

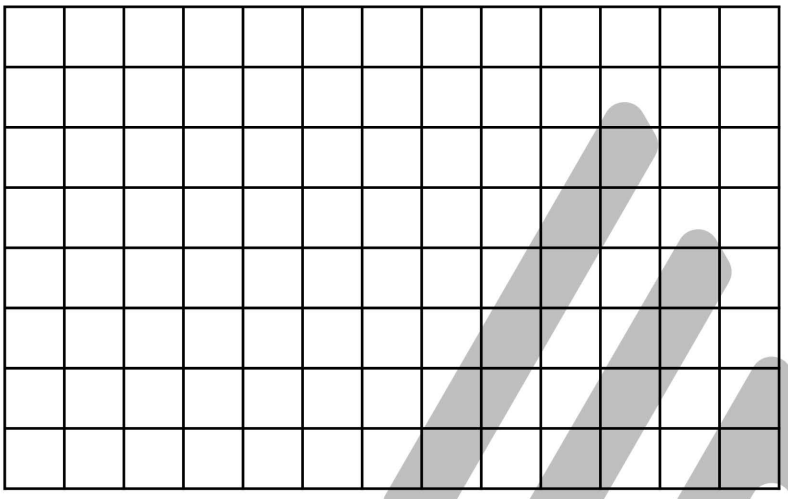


البرمجة الخطية

س أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينات التالية:

س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، ص ≤ ٠ ، س+ص ≥ ٤ ، ٣س+ص ≥ ٦

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س،ص) التي تجعل دالة الهدف هـ = ٥س+٣ص أكبر ما يمكن.



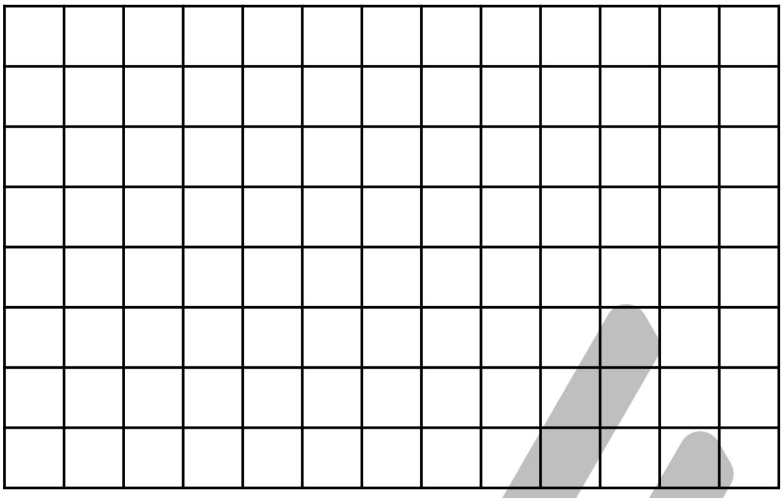
UULA

س أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينات التالية:

س≥ ٠ ، ص≥ ٠ ، س+٢ص≥ ٦ ، ٣س+٢ص≥ ١٢

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س،ص) التي تجعل دالة الهدف هـ أكبر ما يمكن

حيث هـ = ٦س+٤ص



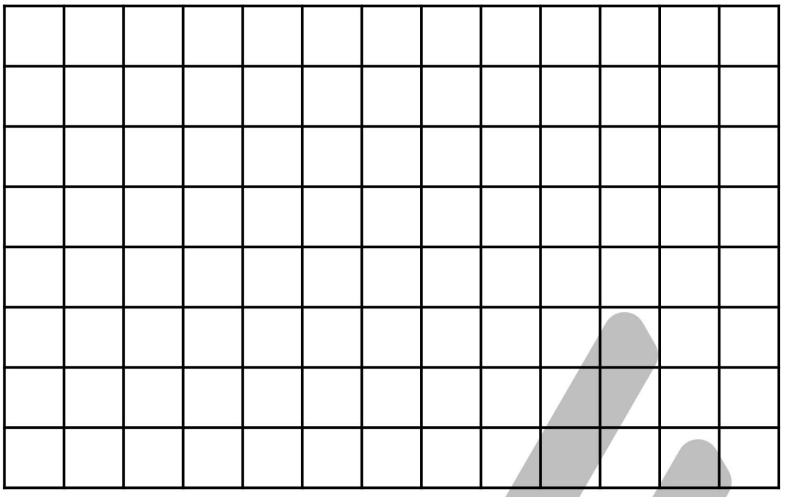
UULA

س أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينات التالية:

س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠ ، س + ٢ص ≥ ٤ ، س + ص ≥ ٣

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س، ص) التي تجعل دالة الهدف هـ أصغر ما يمكن

حيث هـ = ٥س + ٤ص



UULA

س أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينات التالية:

س≤٠ ، ص≤ ٠ ، س+٢ص≥ ١١ ، ٣س+٢ص≥ ١٢

ثم أوجد من مجموعة الحل قيم (س،ص) التي تجعل دالة الهدف هـ أصغر ما يمكن

حيث هـ = ٤س+ص