الأعداد المركبة

$\sqrt{-1} = i \qquad i^2 = -1 \qquad i^3 = -i \qquad i^4 = 1$

$\sqrt{-m} = \sqrt{m}\, i$

العدد المركب على الصورة $a + bi$ حيث $a ، b \in \mathbb{R}$

$a_1 + b_1 i = a_2 + b_2 i \Longleftrightarrow a_1 = a_2 \ ، \ b_1 = b_2$

$Z_1 \mp Z_2 = (a_1 + a_2) \mp (b_1 + b_2)\, i$

$cZ_1 = ca_1 + cb_1$

$Z_1 \cdot Z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1)\, i$

$\overline{Z} = \overline{(a + bi)} = a - bi$

$Z_1 + \overline{Z}_1 = 2a \ ، \ Z_1 - \overline{Z}_1 = 2bi \ ، \ \overline{(\overline{Z})} = Z$

$Z_1 \cdot \overline{Z}_1 = a^2 + b^2 \ ، \ \overline{Z_1 \underset{\times}{\mp} Z_2} = \overline{Z}_1 \underset{\times}{\mp} \overline{Z}_2$

$Z^{-1} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{a + bi} \times \frac{a - bi}{a - bi} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2}\, i$

$Z^{-1} = \frac{\overline{Z}}{a^2 + b^2}$

القيمة المطلقة لعدد مركب

$$|Z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

الصورة الجبرية للعدد المركب $Z = x + iy$

الصورة الديكارتية للعدد المركب (x , y)

الصورة القطبية للعدد المركب (r , θ)

التحويل من الشكل القطبي الى الشكل الديكارتي

$$x = r\cos \quad , \quad y = r\sin\theta$$

التحويل من الشكل الديكارتي الى الشكل القطبي

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad \tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right|$$

α زاوية الإسناد للزاوية التي قياسها θ

θ تقع في الربع الأول : $\theta = \alpha$

θ تقع في الربع الثاني : $\theta = 180 - \alpha$

θ تقع في الربع الثالث : $\theta = 180 + \alpha$

θ تقع في الربع الرابع $\theta = 360 - \alpha$

الصورة المثلثية للعدد المركب :

$$Z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

الصورة المثلثية في حالات خاصة

بفرض $a>0$ ، $b>0$

$$Z_1 = a \Longrightarrow Z_1 = a(\cos 0 + i \sin 0)$$

$$Z_2 = -a \Longrightarrow Z_2 = a(\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$Z_3 = bi \Longrightarrow Z_3 = b(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$$

$$Z_4 = -bi \Longrightarrow Z_4 = b(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$$

في حل المعادلات

* في المعادلة التربيعية $ax^2+bx+c=0$ حيث $a, b, c \in \mathbb{R}$ ، $a \neq 0$

يكون مجموع الجذرين $\frac{-b}{a}$ وحاصل ضرب الجذرين $\frac{c}{a}$

* إذا كان $Z = a+bi : b \neq 0$ جذراً لمعادلة معاملاتها اعداد حقيقية

فإن $\bar{Z} = a - bi$ جذراً آخر لها «المرافق»

* إذا كان Z_2 ، Z_1 جذرين تربيعيين للعدد Z

فإن $Z_1 + Z_2 = 0$ « احدهما نظير جمعي للآخر

الوحدة السابعة
الأعداد المركبة

① بسّط كل عدد مما يلي مستخدماً الوحدة التخيلية i: P.13

ⓐ $\sqrt{-2} = 2i$

ⓑ $-\sqrt{-12} = -\sqrt{4\times3}\ i = -2\sqrt{3}\ i$

ⓒ $\sqrt{-36} = -6i$

P.14

② اكتب كلاً مما يلي على الصورة الجبرية:

ⓐ $\sqrt{-18} + 7 = 7 + \sqrt{9\times2}\ i = 7 + 3\sqrt{2}\ i$

ⓑ $\dfrac{10 - \sqrt{-100}}{5} = \dfrac{10}{5} - \dfrac{\sqrt{100}}{5} i = 2 - 2i$

ⓒ $\dfrac{\sqrt{-9} + 5}{7} = \dfrac{5}{7} + \dfrac{3}{7} i$

③ اوجد قيمة كل من $x, y \in \mathbb{R}$ في كل مما يلي: P.15

ⓐ $x + 5i = 7 - 3yi$

$x = 7 \quad , \quad -3y = 5$

$y = \dfrac{5}{-3}$

ⓑ $(x+3) + y^2 i = 5 - yi$

$x + 3 = 5$

$x = 5 - 3$

$x = 2$

$y^2 = -y$

$y^2 + y = 0$

$y(y+1) = 0$

$y = 0 \quad \text{or} \quad y = -1$

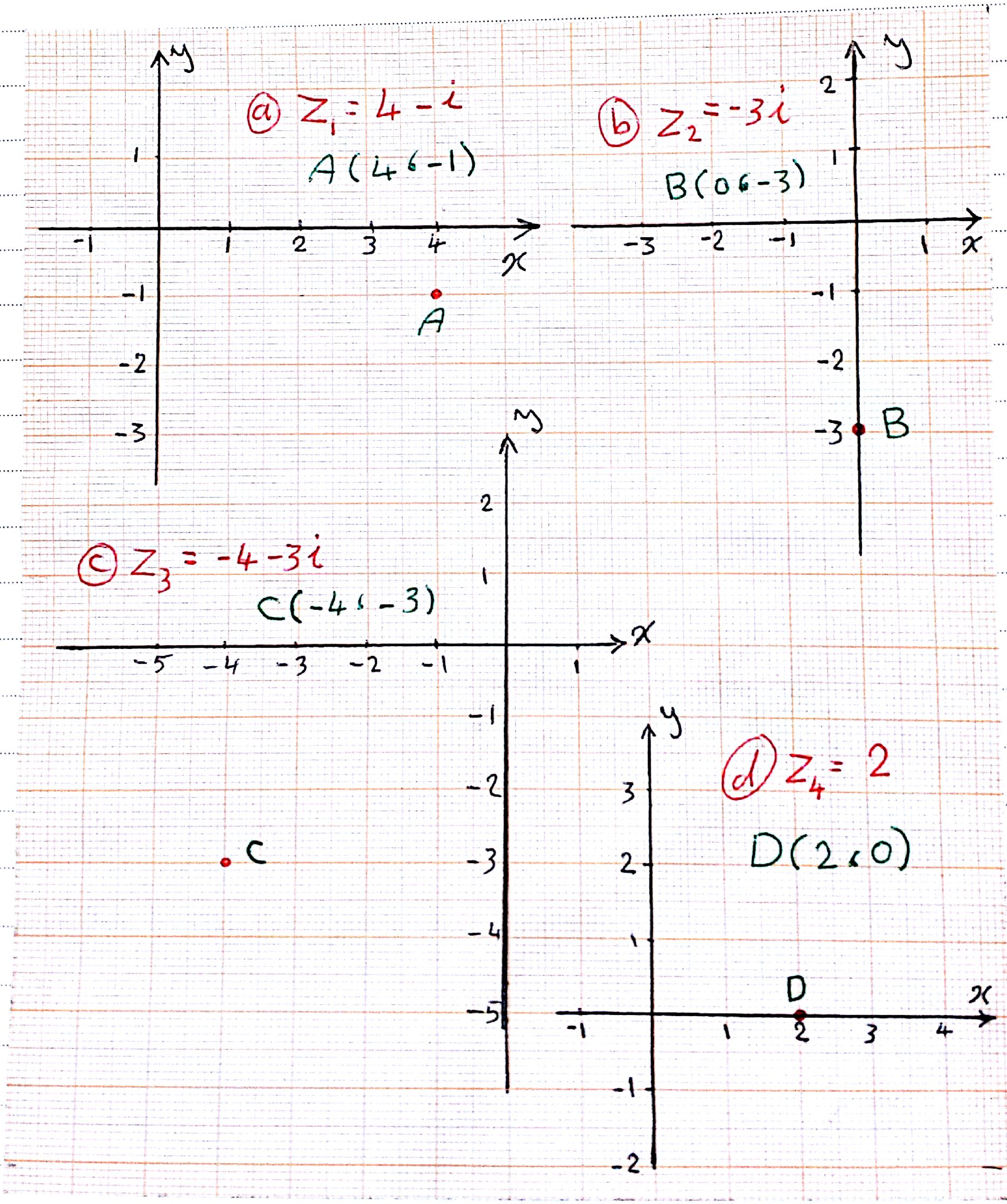
ⓒ $3i = 2x - 5yi$

$2x = 0 \qquad -5y = 3$

$x = 0 \qquad y = \frac{3}{-5}$

P. 16

④ مثل كلا مما يلي في المستوى المركب:



P.16

⑤ اكتب العدد المركب المناظر لكل من النقاط

$K(7,0) = 7$

$H(1,-2) = 1-2i$

$N(-4,1) = -4+i$

P.17

⑥ إذا كان $Z_1 = -2+5i$ ، $Z_2 = 3.4-1.2i$, $Z_3 = -0.3i$

ⓐ $Z_1 + Z_2 = -2+5i+3.4-1.2i = 1.4+3.8i$

ⓑ $Z_2 - Z_1 = 3.4-1.2i-(-2+5i) = 5.4-6.2i$

ⓒ $Z_3 - Z_2 - Z_1 = -0.3i-(3.4-1.2i)-(-2+5i) = -1.7-3.8i$

P.19

⑦ اوجد ناتج:

ⓐ $(6-5i)(4-3i) = 24-18i-20i+15i^2 = 9-38i$

ⓑ $(9+4i)(4-9i) = 36-81i+16i-36i^2 = 72-65i$

ⓒ $(12i)(7i)(i+1) = -84(i+1) = -84-84i$

⑧ P. 20

$Z_1 = 2-3i$ ، $Z_2 = 1+4i$

ⓐ $\frac{1}{2}Z_1 = \frac{1}{2}(2-3i) = 1-\frac{3}{2}i$

ⓑ $Z_1 \cdot Z_2 = (2-3i)(1+4i) = (2\times1-(-3)(4)) + (2\times4+(-3)(1))i = 14+5i$

$i \quad i^2 = -1 \quad i^3 = -i \quad i^4 = 1$

* اكتب في ابسط صوره

* $i^{17} = i^{16+1} = i \qquad i^{22} = i^{20+2} = i^2 = -1$

$i^{35} = i^3 = -i \qquad i^{24} = 1 \qquad i^{25} = i$

$i^{41} = i \qquad i^{27} = i^3 = -i \qquad i^{13} = i \qquad i^{38} = i^2 = -1$

9 P. 21 اوجد

(a) $5i^{73} = 5i^{19 \times 4 + 1} = 5i$

(b) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^3 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$

$= \left(\frac{3}{4} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} i + \frac{1}{4} i^2\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i\right)$

$= \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i\right)$

$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) i = 0 + 1i = i$

(c) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i\right)^4 = \left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i\right)^2\right]^2 = \left[\frac{2}{4} + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} i - \frac{2}{4}\right]^2 = [i]^2 = -1$

$Z_1 = 2 - 7i$ ، $Z_2 = 3 + 5i$ فأوجد 10 P. 22

(a) $\overline{Z_1} + \overline{Z_2} = \overline{(2 - 7i)} + \overline{(3 + 5i)} = (2 + 7i) + (3 - 5i) = 5 + 2i$

(b) $\overline{Z_1 - Z_2} = \overline{(2 - 7i) - (3 + 5i)} = \overline{(-1 - 12i)} = -1 + 12i$

(c) $\overline{Z_1 \cdot Z_2} = \overline{(6 + 35) + (10 + -21) i} = \overline{41 + -11i} = 41 + 11i$

(d) $\overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2} = (2 + 7i) \cdot (3 - 5i) = (6 - -35) + (-10 + 21 = 41 + 11i$

المعكوس الضربي Z^{-1} :

$$Z^{-1} = \frac{\overline{Z}}{a^2+b^2} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{b}{a^2+b^2} i$$

P. 23 (11) اوجد المعكوس الضربي لكل من

ⓐ $Z_1 = -3i - 7 = -7 - 3i$

$$Z_1^{-1} = \frac{-7+3i}{(-7)^2+(-3)^2} = \frac{-7+3i}{49+9} = \frac{-7}{58} + \frac{3}{58} i$$

ⓑ $Z_2 = 5 + 11i$

$$Z_2^{-1} = \frac{5-11i}{5^2+11^2} = \frac{5}{146} - \frac{11}{146} i$$

ⓒ $Z_3 = 6i$

$$Z_3^{-1} = \frac{1}{6i} = \frac{1}{6i} \times \frac{i}{i} = \frac{i}{-6} = -\frac{1}{6} i$$

P. 24 (12) اوجد ناتج قسمة $-3+2i$ على $1+2i$

$$\frac{-3+2i}{1+2i} = \frac{-3+2i}{1+2i} \times \frac{1-2i}{1-2i} = \frac{-3+6i+2i-4i^2}{1^2+2^2}$$

$$= \frac{-3-4(-1)+8i}{1+4} = \frac{1}{5} + \frac{8}{5} i$$

P. 24 (13) اكتب في الصورة الجبرية

ⓐ $$\frac{3+i}{2+5i} \times \frac{2-5i}{2-5i} = \frac{(6+5)+(-15+2)i}{2^2+5^2}$$

$$= \frac{11}{29} - \frac{13}{29} i$$

ⓑ $\frac{2-i}{2+i} \times \frac{2-i}{2-i} = \frac{4-2\times2\times i+1}{2^2+1^2} = \frac{5}{5} - \frac{4}{5} i$

ⓒ $\overline{\left(\frac{5+i}{2-3i}\right)} = \frac{5-i}{2+3i} \times \frac{2-3i}{2-3i} = \frac{10-3+(-15-2)i}{4+9} = \frac{7}{13} - \frac{17}{13} i$

* إذا كان $Z_1 = 2+i$ ، $Z_2 = -3+4i$ فأوجد

* $Z_1 \cdot Z_2 = (2+i)(-3+4i) = (-6-4)+(8-3)i = -10+5i$

* $Z_1^3 = (2+i)^3 = (2+i)^2(2+i) = (4+4i-1)(2+i)$
$= (3+4i)(2+i) = (6-4)+(3+8)i = 2+11i$

$\overline{Z_1 \cdot Z_2} = \overline{\overline{Z_1}} \cdot \overline{Z_2} = Z_1 \cdot \overline{Z_2} = (2+i)(-3-4i)$
$= (-6+4)+(-8-3)i = -2-11i$

* إذا كان $Z = \frac{4i}{1+i\sqrt{3}}$ فأوجد $\overline{Z}$

$\frac{1}{1+i\sqrt{3}} = (1+i\sqrt{3})^{-1} = \frac{1-i\sqrt{3}}{1+3} = \frac{1-i\sqrt{3}}{4}$

$Z = 4i \times \frac{1}{1+i\sqrt{3}} = 4i\left(\frac{1}{1+i\sqrt{3}}\right) = 4i\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{4}\right)$

$= i(1-i\sqrt{3})$

$= i - i^2\sqrt{3} = \sqrt{3}+i$

القيمة المطلقة لعدد مركب

P.26 ① اوجد:

ⓐ $|6-4i| = \sqrt{6^2+(-4)^2} = 2\sqrt{13}$

ⓑ $|-2+5i| = \sqrt{(-2)^2+5^2} = \sqrt{29}$

الإحداثيات القطبية

P.27 ② أوجد الزوج المرتب (x, y) الذي يمثل الإحداثيات

الديكارتية لكل من

ⓐ $A(5, 300°)$ $\quad r=5 \quad \theta = 300°$

$x = r\cos\theta$ $\quad$ $y = r\sin\theta$

$x = 5\cos 300$ $\quad$ $y = 5\sin 300$

$= \frac{5}{2}$ $\quad$ $= \frac{-5\sqrt{3}}{2}$

$$A(x, y) = \left(\frac{5}{2}, \frac{-5\sqrt{3}}{2}\right)$$

ⓑ $B\left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$ $\quad r = 2 \quad \theta = \frac{2\pi}{3} = 120°$

$x = r\cos\theta$ $\quad$ $y = r\sin\theta$

$= 2\cos 120$ $\quad$ $= 2\sin 120$

$= -1$ $\quad$ $= \sqrt{3}$

$$B(-1, \sqrt{3})$$

P.28 ③ أوجد الزوج المرتب (r, θ) لكل نقطة مما يلي

حيث $0 \leq \theta < 2\pi$

ⓐ $D(3\sqrt{3}, 3)$

$$r = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 3^2} = 6$$

بفرض α زاوية اسناد الزاوية θ فيكون

$$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{3}{3\sqrt{3}}\right| = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

D تقع في الربع الأول $\Leftarrow$ $\theta = \alpha = 30^\circ$

وبالتالي:

$$D(r, \theta) = (6, 30^\circ) = (6, \frac{\pi}{6})$$

ⓑ $C(4, -2\sqrt{5})$

$$r = \sqrt{4^2 + (-2\sqrt{5})^2} = 6$$

بفرض α زاوية اسناد الزاوية θ فيكون

$$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{-2\sqrt{5}}{4}\right| = \frac{\sqrt{5}}{2} = 48^\circ\, 11'\, 23''$$

C تقع في الربع الرابع $\Leftarrow$ $\theta = 360 - \alpha$

$$= 311^\circ\, 48'\, 37'' = 1.73\pi$$

وبالتالي:

$$C = (6, 311^\circ\, 48'\, 37'') = (6, 1.73\pi)$$

الصوره المثلثيه

ضع كلاً مما يأتي في الصوره المثلثيه : ④ P. 30

ⓐ $Z_1 = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}} i$

$x = \frac{5}{\sqrt{2}}$ ، $y = -\frac{5}{\sqrt{2}}$

$r_1 = \sqrt{\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-5}{\sqrt{2}}\right)^2} = 5$

بفرض α_1 زاويه اسناد الزاويه θ_1 فيكون

$\tan\alpha_1 = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{\frac{-5}{\sqrt{2}}}{\frac{5}{\sqrt{2}}}\right| = 1 \Rightarrow \alpha_1 = 45 = \frac{\pi}{4}$

θ_1 يقع في الربع الرابع ⇐

$\theta_1 = 360 - 45 = 315$

$= 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$

∴ الصوره المثلثيه هي

$Z_1 = 5\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$

ⓑ $Z_2 = -1 - i$

$x = -1$ $y = -1$

$r_2 = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$

بفرض α_2 زاويه اسناد الزاويه θ_2 فيكون

$\tan\alpha_2 = \left|\frac{-1}{-1}\right| = 1 \Rightarrow \alpha_2 = 45 = \frac{\pi}{4}$

θ_2 يقع في الربع الثالث ⇐

$\theta_2 = 180 + 45 = 225$

$= \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

∴ الصوره المثلثيه هي

$Z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

(c) $Z_3 = -2 + 2\sqrt{3}\, i$

$x = -2 \qquad y = 2\sqrt{3}$

$r_3 = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$

بفرض α_3 زاوية اسناد الزاويه θ_3 فيكون

$\tan \alpha_3 = \left| \frac{2\sqrt{3}}{-2} \right| = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha_3 = 60 = \frac{\pi}{3}$

θ_3 تقع في الربع الثاني $\Leftarrow$

$\theta_3 = 180 - 60 = 120$

$= \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$

$\therefore$ الصوره المثلثيه هي

$Z_3 = 4\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$

P.31 (5) ضع كلاً مما يلي في الصوره المثلثيه

$Z = r(\cos\theta + i \sin\theta)$

(a) $Z_1 = 3\left(-\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$

$= 3\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$

$-\cos \frac{\pi}{3} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) =$

$= \cos \frac{2\pi}{3}$

$\sin \frac{\pi}{3} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{2\pi}{3}$

(b) $Z_2 = 2\left(\sin \frac{\pi}{4} + i \cos \frac{\pi}{4}\right)$

$= 2\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$

$\sin \frac{\pi}{4} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

$= \cos \frac{\pi}{4}$

$\cos \frac{\pi}{4} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

$= \sin \frac{\pi}{4}$

ⓒ $Z_3 = -\sqrt{3}\left(-\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ⑤ P.31

$= -\sqrt{3}\left[-\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right]$

$= \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

ⓓ $Z_4 = 3(\cos 50 - i\sin(-130))$

$\sin(-130) = -\sin(130)$

$= -\sin(180-130)$

$= -\sin 50$

$= 3(\cos 50 - i[-\sin 50])$

$= 3(\cos 50 + i\sin 50)$

ضع كلاً مما يأتي في الصورة الجبرية ⑥ P.31

ⓐ $Z_1 = 4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$= 4\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\,i$

ⓑ $Z_2 = \left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

الصوره المثلثيه في حالات خاصه

ضع في الصورة المثلثيه كلاً من الأعداد ⑦ P.32

ⓐ $Z_1 = 2i$

$r_1 = |2| = 2$ ، $\theta_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow Z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

ⓑ $Z_2 = 5$

$r_2 = |5| = 5$ ، $\theta_2 = 0 \Rightarrow Z_2 = 5(\cos 0 + i\sin 0)$

ⓒ $Z_3 = \frac{-3}{4}$

$r_3 = \left|\frac{-3}{4}\right| = \frac{3}{4}$ ، $\theta_3 = \pi \Rightarrow Z_3 = \frac{3}{4}(\cos\pi + i\sin\pi)$

ⓓ $Z_4 = -\frac{5}{2}i$

$r_4 = \left|-\frac{5}{2}\right| = \frac{5}{2}$ ، $\theta_4 = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow Z_4 = \frac{5}{2}\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$

حل المعادلات

① P.33 اوجد مجموعة حل المعادلة
في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$

$2Z + i = 3 + 2i$

$2Z = 3 + 2i - i$

$2Z = 3 + i$

$Z = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \Rightarrow$ مجموعة الحل: $\left\{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i\right\}$

② P.34 اوجد مجموعة حل المعادلة

$Z + i = 2\bar{Z} + 1$

بفرض $Z = x + yi$

$x + yi + i = 2(\overline{x + yi}) + 1$

$x + yi + i = 2(x - yi) + 1$

$x + yi + i = 2x - 2yi + 1$

$x - 2x + yi + 2yi = 1 - i$

$-x + 3yi = 1 - i$

$-x = 1$ and $3y = -1$

$x = -1$ $\quad y = \frac{-1}{3} \Rightarrow Z = -1 - \frac{1}{3}i$

③ P.35 أوجد حل كل معادلة مما يلي:

ⓐ $3x^2 + 48 = 0$

$3x^2 = -48 \Rightarrow x^2 = -16 \Rightarrow x = \mp 4i$

مجموعة الحل: $\{4i , -4i\}$

ⓑ $-5x^2 - 150 = 0$

$-5x^2 = 150 \Rightarrow x^2 = -30 \Rightarrow x = \mp\sqrt{30}\, i$

ⓒ $8x^2 + 2 = 0$

$8x^2 = -2 \Rightarrow x^2 = \frac{-1}{4} \Rightarrow x = \mp \frac{1}{2}i$

مجموعة الحل: $\left\{\frac{1}{2}i , -\frac{1}{2}i\right\}$

P.35 ④ اوجد مجموعة حل المعادلة :

$Z^2 - 2Z + 2 = 0$

$a = 1 \qquad b = -2 \qquad c = 2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-2)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 4 - 8 = -4$

$$Z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) + \sqrt{-4}}{2 \times 1} = \frac{2 + 2i}{2} = 1 + i$$

$$Z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2) - \sqrt{-4}}{2 \times 1} = \frac{2 - 2i}{2} = 1 - i$$

مجموعة الحل : $\{1 + i \,،\, 1 - i\}$ "الجذرين مترافقان"

P.36 ⑤

$2Z^2 - 6Z + 5 = 0$

ⓐ اثبت أن العدد $Z_1 = \frac{3 - i}{2}$ هو جذر للمعادلة

ⓑ اوجد الجذر الثاني

$$2\left(\frac{3 - i}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{3 - i}{2}\right) + 5 =$$

$$= 2\,\frac{9 - 6i + i^2}{4} - 3(3 - i) + 5$$

$$= \frac{9 - 6i - 1}{2} - (9 - 3i) + 5$$

$$= 4 - 3i - 9 + 3i + 5 = 0$$

$\therefore \frac{3 - i}{2}$ هو جذر المعادلة

ⓑ وبالتالي $\frac{3 + i}{2}$ هو الجذر الآخر

الجذرين التربيعيين لعدد مركب

P. 37 ⑥ اوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $Z = -3 - 4i$

نفرض أن $w = m + ni$ هو الجذر التربيعي للعدد Z فيكون

$$w^2 = Z \Rightarrow (m+ni)^2 = -3-4i$$

$$m^2 - n^2 + 2mni = -3 - 4i$$

بالمطابقة

$m^2 - n^2 = -3 \quad \dots \ (1)$

$2mn = -4 \quad \dots \ (2)$

بالتربيع والجمع

$m^2 + n^2 = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$

$m^2 + n^2 = 5 \quad \dots \ (3)$

بجمع (1) , (3)

$$2m^2 = 2 \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow$$

$m = 1 \quad \text{or} \quad m = -1$

بالتعويض في (2) نجد

$2mn = -4$	$2mn = -4$
$2(1)n = -4$	$2(-1)n = -4$
$n = -2$	$n = 2$

∴ الجذرين التربيعيين

$1 - 2i \qquad -1 + 2i$

ونلاحظ ان هذين الجذرين احدهما نظير جمعي للآخر

$Z = 5 + 12i$ اوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب ⑦ P.38

بفرض أن $w = m + ni$ هو الجذر التربيعي للعدد Z فيكون

$$w^2 = Z \Rightarrow (m + ni)^2 = 5 + 12i$$

$$m^2 - n^2 + 2mni = 5 + 12i$$

بالمطابقة

$m^2 - n^2 = 5 \quad \dots (1)$

$2mn = 12 \quad \dots (2)$

بالتربيع والجمع

$m^2 + n^2 = \sqrt{5^2 + 12^2}$

$m^2 + n^2 = 13 \quad \dots (3)$

بجمع ① , ③

$2m^2 = 18 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow$

$m = 3$ or $m = -3$

$2mn = 12$ | $2mn = 12$

$2(3)n = 12$ | $2(-3)n = 12$

$n = 2$ | $n = -2$

∴ الجذرين التربيعيين

$3 + 2i$, $-3 - 2i$

ونلاحظ ان هذين الجذرين التربيعيين احدهما النظير الجمعي للآخر

Subject: .... / /

$Z = 7 + 24i$ اوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب (8) P.38

بفرض ان $w = m + ni$ هو الجذر التربيعي للعدد Z فيكون

$$w^2 = Z \Rightarrow (m + ni)^2 = 7 + 24i$$
$$m^2 - n^2 + 2mni = 7 + 24i$$

بالمطابقة

$$m^2 - n^2 = 7 \quad \text{---} \; (1)$$
$$2mn = 24 \quad \text{---} \; (2)$$

بالتربيع والجمع نجد

$$m^2 + n^2 = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$$
$$m^2 + n^2 = 25 \quad \text{---} \; (3)$$

بجمع (1) و (3)

$$2m^2 = 32 \Rightarrow m^2 = 16 \Rightarrow$$

$m = 4$ or $m = -4$

بالتعويض في (2)

$2mn = 24$	$2mn = 24$
$2(4)n = 24$	$2(-4)n = 24$
$n = 3$	$n = -3$

∴ الجذرين التربيعيين هما

$4 + 3i$, $-4 - 3i$

ونلاحظ أن الجذرين التربيعيين احدهما نظير جمعي للآخر