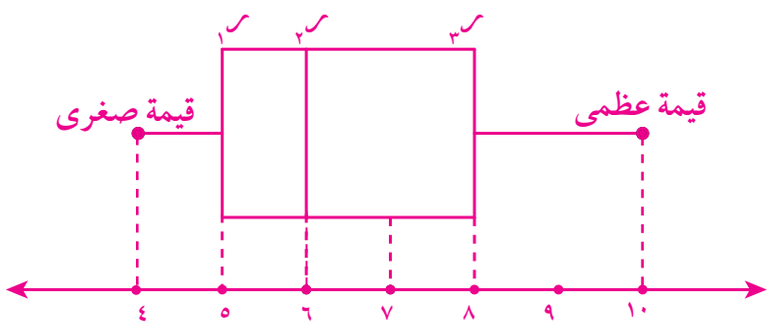
المجموعة أ تمارين أساسية

(١) (أ) ٤، ٤، ٥، ٥، ٥، ٦، ٦، ٦، ٦، ٧، ٧، ٧، ٨، ٨، ٨، ٨، ١٠، ١٠.

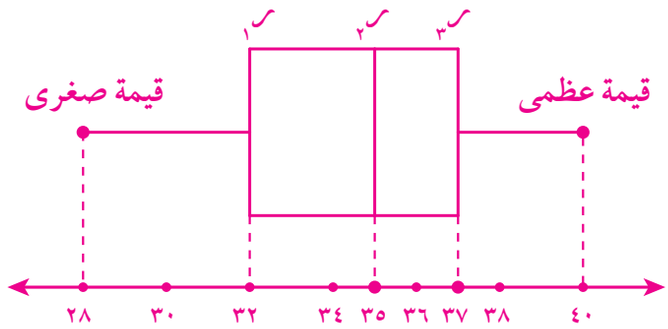
(ب) $ر_٢ = ٦$ (جـ) $ر_١ = ٥$ ، $ر_٣ = ٨$

(د)



(٢) (أ) $ر_٢ = \frac{٣٤ + ٣٦}{٢} = ٣٥°$ ، $ر_١ = ٣٢°$ ، $ر_٣ = ٣٧°$

(ب)



(٣) (أ)

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
١٠-	٤	أقل من ٢٠	٤
٢٠-	٨	أقل من ٣٠	١٢
٣٠-	٩	أقل من ٤٠	٢١
٤٠-	٧	أقل من ٥٠	٢٨
٥٠-	٢	أقل من ٦٠	٣٠

$\frac{ن}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$، فئة الوسيط = [٣٠، ٤٠)

(ب) الوسيط $(ر_٢) = ٣٠ + \frac{١٢ - ١٥}{٩} \times ١٠ = ٣٠ + \frac{١٠}{٣} = ٣٣,\overline{٣}$

(٤) (أ)

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
١٦٠-	٤	أقل من ١٦٥	٤
١٦٥-	١	أقل من ١٧٠	٥
١٧٠-	٤	أقل من ١٧٥	٩
١٧٥-	٦	أقل من ١٨٠	١٥
١٨٠-	٧	أقل من ١٨٥	٢٢
١٨٥-	٢	أقل من ١٩٠	٢٤

$\frac{ن}{٤} = \frac{٢٤}{٤} = ٦$، فئة الربيع الأدنى = [١٧٠، ١٧٥)

(ب) الربيع الأدنى $(ر_١) = ١٧٠ + \frac{٦ - ٥}{٤} \times ٥ = ١٧١,٢٥$

(٥) (أ)

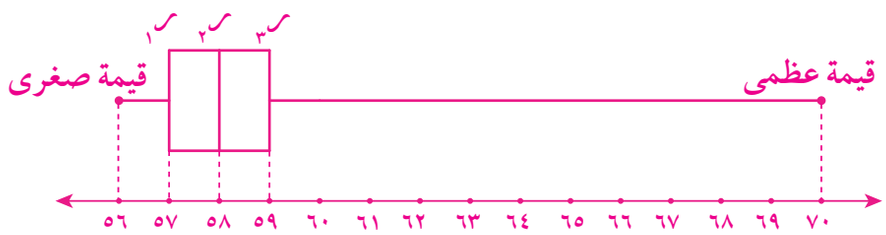
الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
٦-	٤	أقل من ٨	٤
٨-	٥	أقل من ١٠	٩
١٠-	٧	أقل من ١٢	١٦
١٢-	٤	أقل من ١٤	٢٠
١٤-	٣	أقل من ١٦	٢٣
١٦-	٥	أقل من ١٨	٢٨

$\frac{٣ن}{٤} = \frac{٣ \times ٢٨}{٤} = ٢١$، فئة الربيع الأعلى = [١٤، ١٦)

(ب) الربيع الأعلى $(ر_٣) = ١٤ + \frac{٢١ - ٢٠}{٣} \times ٢ = ١٤ + \frac{٢}{٣} = ١٤,\overline{٦}$

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) $ر_١ = ٥٧$ ، $ر_٢ = ٥٨$ ، $ر_٣ = \frac{٥٨ + ٦٠}{٢} = ٥٩$.



(٢) (أ)

الفئة	التكرار	أقل من الحد الأعلى للفئة	التكرار المتجمع الصاعد
٠-	١٤	أقل من ٥	١٤
٥-	٥٣	أقل من ١٠	٦٧
١٠-	٤٥	أقل من ١٥	١١٢
١٥-	٢٢	أقل من ٢٠	١٣٤
٢٠-	١٢	أقل من ٢٥	١٤٦
٢٥-	٨	أقل من ٣٠	١٥٤
٣٠-	٦	أقل من ٣٥	١٦٠

(ب) رتبة الوسيط = $\frac{ن}{٢}$ = $\frac{١٦٠}{٢}$ = ٨٠ فتكون فئة الوسيط = [١٠، ١٥)

الوسيط ($س_٢$) = ١٠ + $\frac{٨٠ - ٦٧}{٤٥}$ × ٥ = ١٠ + $\frac{٦٥}{٤٥}$ = ١١,$\overline{٤}$

رتبة الربيع الأدنى = $\frac{ن}{٤}$ = $\frac{١٦٠}{٤}$ = ٤٠ فتكون فئة الربيع الأدنى = [٥، ١٠)

الربيع الأدنى ($س_١$) = ٥ + $\frac{٤٠ - ١٤}{٥٣}$ × ٥ = ٥ + $\frac{١٣٠}{٥٣}$ ≈ ٧,٤٥

رتبة الربيع الأعلى = $\frac{٣ن}{٤}$ = $\frac{٣ \times ١٦٠}{٤}$ = ١٢٠ فتكون فئة الربيع الأعلى = [١٥، ٢٠)

الربيع الأعلى ($س_٣$) = ١٥ + $\frac{١٢٠ - ١١٢}{٢٢}$ × ٥ = ١٥ + $\frac{٤٠}{٢٢}$ = ١٦,$\overline{٨١}$

الالتواء

تمرّن ٤-٢

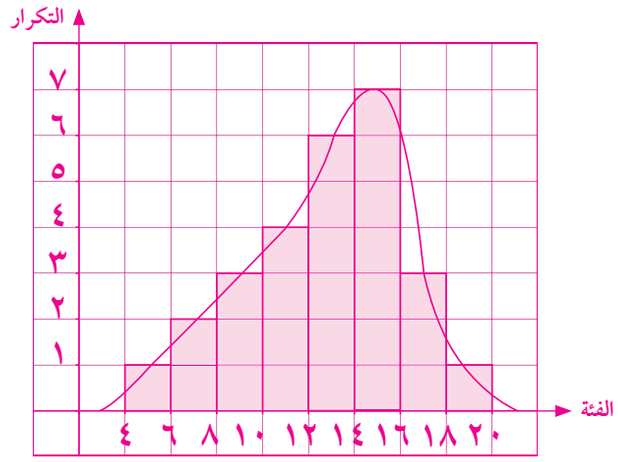
المجموعة أ تمارين أساسية

(١) (أ) م = منوال، ن = الوسيط، ل = المتوسط الحسابي.

(ب) م = ن = ل = الوسيط = المتوسط الحسابي = المنوال.

(جـ) ل = المتوسط الحسابي، ن = الوسيط، م = المنوال.

(٢) (أ)



(ب) نعم، الالتواء إلى اليسار (سالب).

(٣) إن المتوسط الحسابي للرواتب يتم من خلال احتساب متوسط قيم الرواتب وعدد تكرارها. أما احتساب الوسيط يكون نتيجة عدد هذه الرواتب وموقعه في المنتصف.

(٤) (أ) المنوال = ٦، المتوسط الحسابي $\frac{٢٤٠}{٢٥}$ = ٩,٦، الوسيط = ٧.

(ب) نعم، الالتواء لجهة اليمين لأن ٦ < ٧ < ٩,٦ (المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي)

(٥) (أ) ترتيب البيانات تصاعديًّا:

٣٢٦، ٤٢٩، ٤٦٤، ٤٦٩، ٤٩٧، ٥٠٤، ٧٤٦

عدد القيم = ٧ (فردي)

رتبة الوسيط = $\frac{\text{ن}+١}{٢} = \frac{٧+١}{٢}$ = ٤

الوسيط $\text{ر}_٢$ = ٤٦٩

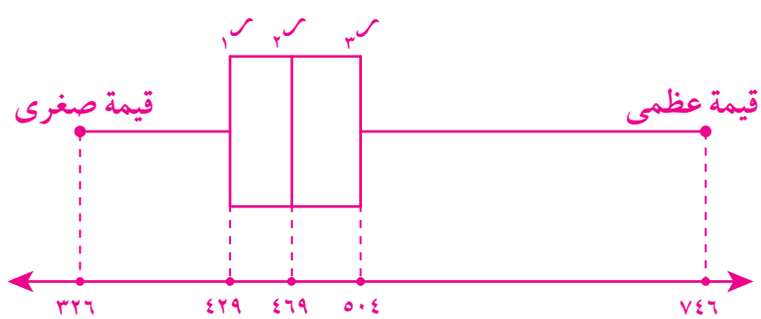
عدد قيم النصف الأدنى = ٣ (فردي)

الربيع الأدنى $\text{ر}_١$ = ٤٢٩

عدد قيم النصف الأعلى = ٣ (فردي)

الربيع الأعلى $\text{ر}_٣$ = ٥٠٤

(ب)

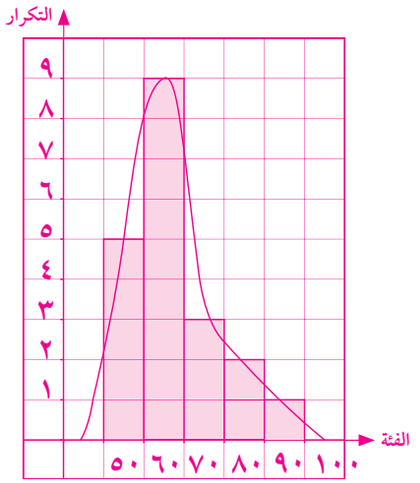


(جـ) نعم، لجهة اليمين لأن المتوسط الحسابي أقرب إلى الربيع الأدنى منه إلى الربيع الأعلى.

عند المقارنة بمقاييس النزعة المركزية يكون التواء معصب.

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) (أ)



(ب) نعم، الالتواء إلى اليمين.

(٢) (أ) ترتيب البيانات تصاعديًّا: ٢، ٣، ٣، ٤، ٥، ٥، ٥، ٦، ٦، ٧، ٩، ٩، ١٢، ١٥، ١٧

عدد القيم = ١٥ (فردي)

رتبة الوسيط = $\frac{١٥ + ١}{٢} = \frac{١٦}{٢} = ٨$ فيكون الوسيط $س_{٢} = ٦$

المتوسط الحسابي = $\overline{س} = ٧,٢$

المنوال = ٥

(ب) نعم، يوجد التواء، الالتواء لجهة اليمين لأن المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي ٥ < ٦ < ٧,٢.

(٣) (أ) عدد القيم = ١٦ (زوجي) فيكون الوسيط = $\frac{٦٠ + ٦٠}{٢} = ٦٠$

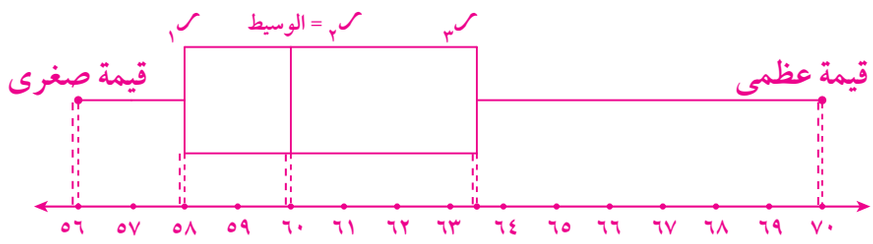
عدد قيم النصف الأدنى = ٨ (زوجي) فيكون:

الربيع الأدنى = $\frac{٥٨ + ٥٨}{٢} = ٥٨$

عدد قيم النصف الأعلى = ٨ (زوجي) فيكون:

الربيع الأعلى = $\frac{٦٢ + ٦٥}{٢} = ٦٣,٥$

(ب)



(جـ) تمثّل البيانات التواء إلى اليمين لأن الوسيط أقرب إلى الربيع الأدنى منه إلى الربيع الأعلى.

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) (أ) ترتيب البيانات تصاعديًا : ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥

المدى = ١٥ - ٧ = ٨

عدد القيم = ٩ (فردي)

رتبة الوسيط = $\frac{٩ + ١}{٢}$ = ٥

الوسيط $\tilde{س}_{٢}$ = ١١

عدد قيم النصف الأدنى = ٤ فيكون الربيع الأدنى = $\frac{٨ + ٩}{٢}$ = ٨,٥

عدد قيم النصف الأعلى = ٤ فيكون الربيع الأعلى = $\frac{١٣ + ١٤}{٢}$ = ١٣,٥

(ب)

$س_ر$	$س_ر - \overline{س}$	$(س_ر - \overline{س})^٢$
٧	-٤	١٦
٨	-٣	٩
٩	-٢	٤
١٠	-١	١
١١	٠	٠
١٢	١	١
١٣	٢	٤
١٤	٣	٩
١٥	٤	١٦
		المجموع = ٦٠

$ع_{٢}$ = التباين = $\frac{٦٠}{٩}$ ≃ $٦,\overline{٦}$، $ع_{ر}$ = الانحراف المعياري ≃ ٢,٥٨.

(٢) (أ)

الفئة (نسب مئوية)	٤٢-	٤٥-	٤٨-	٥١-	٥٤-	المجموع
التكرار	١١	٢٥	٣٨	٢٣	٣	١٠٠
مركز الفئة	٤٣,٥	٤٦,٥	٤٩,٥	٥٢,٥	٥٥,٥	

(ب) المتوسط الحسابي:

$\overline{س} = \frac{٤٣,٥ \times ١١ + ٤٦,٥ \times ٢٥ + ٤٩,٥ \times ٣٨ + ٥٢,٥ \times ٢٣ + ٥٥,٥ \times ٣}{١٠٠}$

$\overline{س}$ = ٤٨,٩٦

(جـ)

مركز الفئة $س_ر$	التكرار ($ت_ر$)	$س_ر - \overline{س}$	$(س_ر - \overline{س})^2$	$ت_ر (س_ر - \overline{س})^2$
٤٣,٥	١١	-٥,٤٦	٢٩,٨١١٦	٣٢٧,٩٢٧٦
٤٦,٥	٢٥	-٢,٤٦	٦,٠٥١٦	١٥١,٢٩
٤٩,٥	٣٨	٠,٥٤	٠,٢٩١٦	١١,٠٨٠٨
٥٢,٥	٢٣	٣,٥٤	١٢,٥٣١٦	٢٨٨,٢٢٦٨
٥٥,٥	٣	٦,٥٤	٤٢,٧٧١٦	١٢٨,٣١٤٨
				المجموع = ٩٠٦,٨٤

التباين = $ع_ر^2$ = ٩,٠٦٨٤، الانحراف المعياري = $ع_ر$ ≃ ٣,٠١.

(٣) $\overline{س}$ = ١٢٥٠، σ = ٢٢٥

(أ) باستخدام القاعدة التجريبية نحصل على ما يلي:

(١) حوالى ٦٨٪ من الأرباح تقع في الفترة: $[\overline{س} - \sigma ، \overline{س} + \sigma]$ = [١٠٢٥، ١٤٧٥].

(٢) حوالى ٩٥٪ من الأرباح تقع في الفترة: $[\overline{س} - ٢\sigma ، \overline{س} + ٢\sigma]$ = [٨٠٠، ١٧٠٠].

(٣) حوالى ٩٩,٧٪ من الأرباح تقع في الفترة: $[\overline{س} - ٣\sigma ، \overline{س} + ٣\sigma]$ = [٥٧٥، ١٩٢٥].

(ب) نلاحظ أن المبلغ ٢٠٠٠ دينار يقع خارج الفترة [٥٧٥، ١٩٢٥] والتي تناظر ٩٩,٧٪ من الأرباح لذلك من غير المتوقع أن تكون أرباح الشركة قد وصلت إلى ٢٠٠٠ دينار.

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) (أ) المدى = ٢٩ - ١٨ = ١١، الوسيط = ٢٤,٥، الربيع الأدنى = ٢٠,٥، الربيع الأعلى = ٢٧,٥،

نصف المدى الربيعي $\frac{٢٧,٥ - ٢٠,٥}{٢}$ = ٣,٥.

(ب) $ع_ر^2$ = ١٤، $ع_ر$ ≃ ٣,٧٤

(٢) (أ) $\overline{س}$ = ٢٧,٦٢٥

(ب) $ع_ر^2$ ≃ ١٩٨,٢، $ع_ر$ ≃ ١٤,٠٨

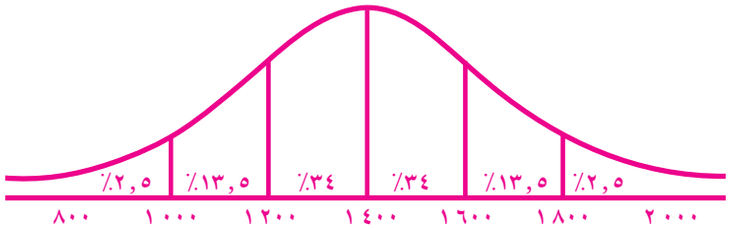
(٣) (أ) باستخدام القاعدة التجريبية نحصل على ما يلي:

(١) حوالى ٦٨٪ لتحمل الأسلاك المعدنية يقع في الفترة: $[\overline{س} - \sigma، \overline{س} + \sigma]$ = [١٢٠٠، ١٦٠٠].

(٢) حوالى ٩٥٪ لتحمل الأسلاك المعدنية يقع في الفترة: $[\overline{س} - ٢\sigma، \overline{س} + ٢\sigma]$ = [١٠٠٠، ١٨٠٠].

(٣) حوالى ٩٩,٧٪ لتحمل الأسلاك المعدنية يقع في الفترة: $[\overline{س} - ٣\sigma، \overline{س} + ٣\sigma]$ = [٨٠٠، ٢٠٠٠].

(ب) ٪١٣,٥ + ٪٣٤ + ٪٣٤ + ٪١٣,٥ + ٪٢,٥ = ٪٩٧,٥



(٤) $ن_{١} = \frac{س_{١} - \overline{س}_{١}}{\sigma_{١}} = \frac{٧٥ - ٧٠}{٥} = ١$

$ن_{٢} = \frac{س_{٢} - \overline{س}_{٢}}{\sigma_{٢}} = \frac{٨٠ - ٧٦}{٨} = \frac{١}{٢}$

تطبيقات إحصائية

تمرّن ٤ – ٤

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) (أ) (ب)

A	B	C	D	E	F
عدد الزيارات عند طبيب الأطفال	عدد الأطفال	المتوسط الحسابي	الوسيط	التباين	الانحراف المعياري
0	2	3.25	3	1.55892857	1.248570611
1	8				
2	27				
3	45				
4	38				
5	15				
6	4				
7	1				

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) (أ)

A	B	C	D
معدل الألم بمقياس 100ملم	المتوسط الحسابي	الوسيط	الانحراف المعياري
1	10.2857143	3	18.72900185
1			
2			
3			
3			
6			
56			

نلاحظ أن المتوسط الحسابي > الوسيط > لذا لدينا التواء إلى اليسار قوي جدًّا.

(ب)

A	B	C	D	E
معدل الألم بمقياس 100ملم	معدل الألم بعد تطبيق ln	المتوسط الحسابي	الوسيط	الانحراف المعياري بعد تطبيق ln
1	0	1.24392613	1.09861229	1.280443206
1	0			
2	0.693147181			
3	1.098612289			
3	1.098612289			
6	1.791759469			
56	4.025351691			

بعد استخدام ln، نلاحظ أن قيم المتوسط والوسيط أصبحت أقرب بكثير، أصبحت متناظرة أكثر.

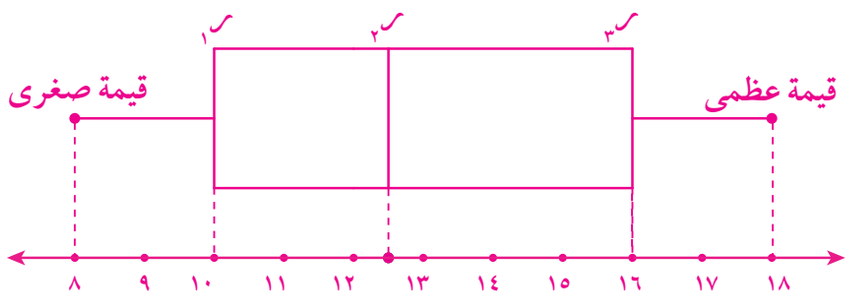
اختبار الوحدة الرابعة

أسئلة المقال

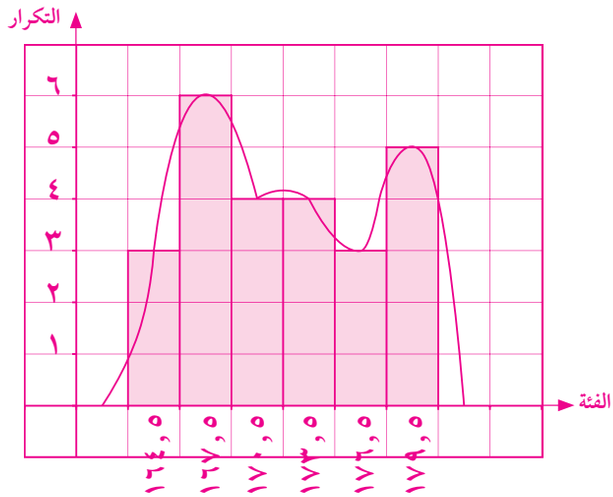
(١) (أ) الوسيط = ١٢,٥

(ب) الربيع الأدنى = ١٠، الربيع الأعلى = ١٦

(جـ)



(٢) (أ)



(ب) لا يمكن من خلال المدرج التكراري والمنحنى التكراري أن نستنتج وجود التواء. فهناك تناظر إلى حد كبير.

أما من خلال المتوسط الحسابي والوسيط فنجد أنّ المتوسط الحسابي = ١٧٢,٠٦، الوسيط = ١٧١,٦٢٥ متقاربان جدًّا، مما يؤكد استنتاجنا السابق.

(٣) المتوسط الحسابي = $\overline{س} = \frac{٥٦ + ٥٧ + ٥٨ + ٥٩ + ٦٠ + ٦١ + ٦٢ + ٦٣ + ٦٤ + ٦٥}{١٠} = \frac{٦٠٥}{١٠} = ٦٠,٥$

$س_ر$	$س_ر - \overline{س}$	$(س_ر - \overline{س})^٢$
٥٦	٤,٥-	٢٠,٢٥
٥٧	٣,٥-	١٢,٢٥
٥٨	٢,٥-	٦,٢٥
٥٩	١,٥-	٢,٢٥
٦٠	٠,٥-	٠,٢٥
٦١	٠,٥	٠,٢٥
٦٢	١,٥	٢,٢٥
٦٣	٢,٥	٦,٢٥
٦٤	٣,٥	١٢,٢٥
٦٥	٤,٥	٢٠,٢٥
		المجموع = ٨٢,٥

التباين = $ع^٢ = \frac{٨٢,٥}{١٠} = ٨,٢٥$، الانحراف المعياري = $ع \simeq ٢,٨٧$.

(٤) $\overline{س}_١ = ١٣,٥$، $ع_١ = ١,٧٥$ الرياضيات

$س_٢ = ١٣$، $ع_٢ = ١,٨$ علوم

القيم المعيارية المناسبة:

$ن_١ = \frac{١٦ - ١٣,٥}{١,٧٥} \simeq ١,٤٣$

$ن_٢ = \frac{١٦ - ١٣}{١,٨} = ١,٦$

الطالب يعتبر أفضل في مادة العلوم، لأن $ن_٢ > ن_١$

(٥) (أ) – (ب)

A	B	C	D	E	F
عدد الكتب	التكرار	المتوسط الحسابي	الوسيط	التباين	الانحراف المعياري
0	4	1.8	1	2.226666667	1.492201952
1	12				
2	8				
3	2				
4	1				
5	2				

(٦)

A	B	C
الاجابات	التباين	الانحراف المعياري
12	46.2222222	6.798692685
9		
7		
2		
0		
-1		
-4		
-7		
-9		

البنود الموضوعية

(١) ب (٢) أ (٣) ب (٤) أ

(٥) أ (٦) ب (٧) أ (٨) ب

(٩) ب (١٠) جـ (١١) د (١٢) جـ

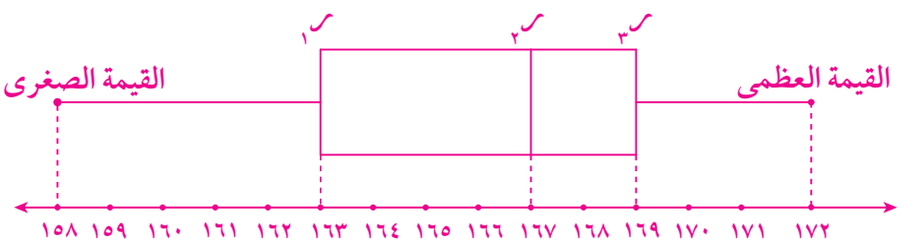
(١٣) أ

تمارين إثرائية

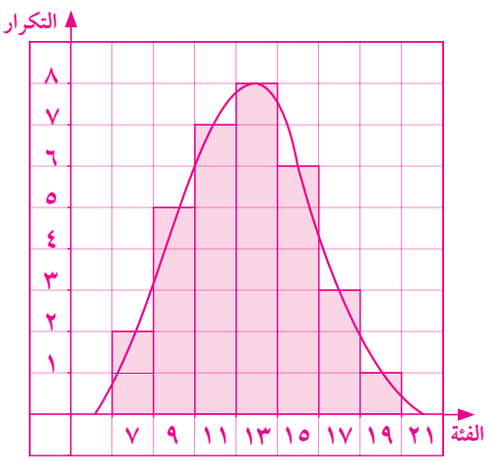
(١) (أ) الوسيط = ١٦٧

(ب) الربيع الأدنى = ١٦٣، الربيع الأعلى = ١٦٩

(جـ)

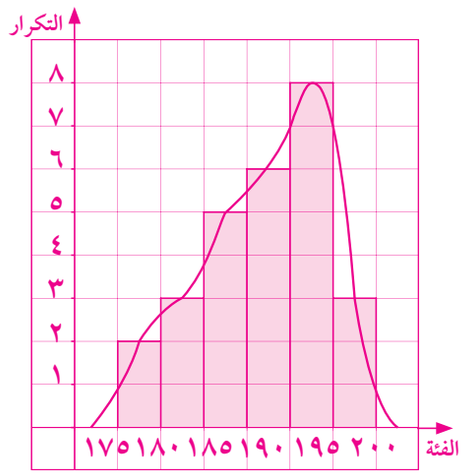


(٢) (أ)



(ب) لا يوجد التواء في هذه البيانات.

(٣) (أ)



(ب) نعم الالتواء إلى اليسار.

(٤)

الدرجة	−٦	−٨	−١٠	−١٢	−١٤	المجموع
التكرار	٦	٤	٣	٩	٨	٣٠
مركز الفئة	٧	٩	١١	١٣	١٥	

المتوسط الحسابي = $\overline{س} = \frac{٧ \times ٦ + ٩ \times ٤ + ١١ \times ٣ + ١٣ \times ٩ + ١٥ \times ٨}{٣٠} = \frac{٣٤٨}{٣٠} = ١١,٦$

مركز الفئة ($س_ر$)	التكرار ($ت_ر$)	$س_ر - \overline{س}$	$(س_ر - \overline{س})^٢$	$ت_ر (س_ر - \overline{س})^٢$
٧	٦	−٤,٦	٢١,١٦	١٢٦,٩٦
٩	٤	−٢,٦	٦,٧٦	٢٧,٠٤
١١	٣	−٠,٦	٠,٣٦	١,٠٨
١٣	٩	١,٤	١,٩٦	١٧,٦٤
١٥	٨	٣,٤	١١,٥٦	٩٢,٤٨
				المجموع = ٢٦٥,٢

التباين = $ع_ر^٢ = \frac{٢٦٥,٢}{٣٠} = ٨,٨٤$، الانحراف المعياري = $ع_ر \simeq ٢,٩٧$.

(٥) في العاصمة الكويت ($\bar{س}_١$ = ٤٣° ، $ع_١$ = ٢,٥)

في السالمية ($\bar{س}_٢$ = ٤١° ، $ع_٢$ = ٣,٧٥)

$$ن_١ = \frac{٤٥ - ٤٣}{٢,٥} = ٠,٨$$

$$ن_٢ = \frac{٤٥ - ٤١}{٣,٧٥} \simeq ١,٠٦$$

(٦) (أ)

A	B	C
الأعداد	المتوسط الحسابي	النحراف المعياري
8	5	2.0976177
7		
3		
4		
3		

(ب)

A	B	C
الأعداد بعد إضافة 5	المتوسط الحسابي	النحراف المعياري
13	10	2.097617696
12		
8		
9		
8		

بإضافة ٥ على البيانات نلاحظ أن المتوسط الحسابي ازداد بنسبة ٥ والانحراف المعياري لم يتغير.

(جـ)

A	B	C
الأعداد بعد ضرب 5	المتوسط الحسابي	النحراف المعياري
40	25	10.48808848
35		
15		
20		
15		

بالضرب في ٥ يتم ضرب كل من المتوسط الحسابي والانحراف المعياري في ٥.

(٧) (أ) – (ب) – (جـ)

A	B	C	D	E	F
اوجه حجر النرد	التكرار	المتوسط الحسابي	الوسيط	التباين	الانحراف المعياري
1	7	3.5	3	3.25	1.802775638
2	8				
3	6				
4	4				
5	7				
6	8				

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) مجد – مدج – جمد – جدم – دمج – دجم.

(٢) سعيد – سعدي – سيعد – سيدع – سدعي – سديع – عسيد – عسدي – عديس – عدسي – عيسد – عيدس – يسعد – يسدع – يدسع – يدعس – يعسد – يعدس – دسعي – دسيع – ديسع – ديعس – دعسي – دعيس.

(٣) $٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٤٠ ٣٢٠$

(٤) $\frac{١١ \times ١٠ \times ٩!}{٩!} = ١١٠$

(٥) $(٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١) \times (٤ \times ٣ \times ٢ \times ١) = ٧٢٠ \times ٢٤ = ١٧ ٢٨٠$

(٦) $(٣ \times ٢ \times ١) \times (٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١) = ٦ \times ١٢٠ = ٧٢٠$

(٧) $(٣ \times ٢ \times ١) + (٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١) = ٦ + ١٢٠ = ١٢٦$

(٨) $(٨ \times ٧ \times ٦!) - ٦! = (٨ \times ٧ - ١) \times ٦! = ٤٠ ٣٢٠ - ٧٢٠ = ٣٩ ٦٠٠$

(٩) $ل^{١٢}_{١١} = ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ = ٤٧٩ ٠٠١ ٦٠٠$

(١٠) $ل^{١٢}_{١٠} = ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ = ٢٣٩ ٥٠٠ ٨٠٠$

(١١) $ل^{١٢}_{٥} = ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ = ٩٥ ٠٤٠$

(١٢) $ل^{١٢}_{١} = ١٢$

(١٣) $ل^{٨}_{٣} + ل^{٨}_{٤} = ٨ \times ٧ \times ٦ + ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ = ٢ ٠١٦$

(١٤) $ل^{٨}_{٣} - ل^{٨}_{٢} = ٨ \times ٧ \times ٦ - ٨ \times ٦ = ٣٣٦ - ٥٦ = ٢٨٠$

(١٥) $\frac{١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥}{١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨} = ٢١٠$

(١٦) $ل^{٨}_{٣} = ٨ \times ٧ \times ٦ = ٣٣٦$

(١٧) $٣ \times ٥ \times ٤ = ٦٠$

(١٨) (أ) $٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ = ٨١$ (ب) $٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ١٦$

(١٩) $ق^{١٢}_{١١} = \frac{١٢ \times ١١!}{١١! \times ١!} = ١٢$

(٢٠) $ق^{١٢}_{١٠} = \frac{١٢ \times ١١ \times ١٠!}{١٠! \times ٢ \times ١} = ٦٦$

(٢١) $ق^{١٢}_{٥} = \frac{١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧!}{٧! \times ٥!} = ٧٩٢$

(٢٢) $ق^{١٢}_{١} = \frac{١٢ \times ١١!}{١١!} = ١٢$

(٢٣) $ق^{١٢}_{١٢} = \frac{١٢!}{١٢! \times ٠!} = ١$

(٢٤) $ق_{٤}^{٥} + ق_{٣}^{٥} = \frac{٥ \times ٤!}{١ \times ٤!} + \frac{٥ \times ٤ \times ٣!}{٢! \times ٣!} = ٥ + ١٠ = ١٥$

(٢٥) $\frac{\frac{٥ \times ٤ \times ٣!}{٢! \times ٣!}}{\frac{٥ \times ٤ \times ٣!}{٢! \times ٣!}} = ١$

(٢٦) $ق_{٤}^{٢٤} = \frac{٢٤ \times ٢٣ \times ٢٢ \times ٢١ \times ٢٠!}{٢٠! \times ٤!} = ١٠٦٢٦$

(٢٧) (أ) ن(ن − ١) = ٥ × ٤ = ٢٠ ؛ ن = ٥

(ب) ن(ن − ١) (ن − ٢) = ٥ × ٤ × ٣ = ٦٠ ؛ ن = ٥

(جـ) ن(ن − ١) = ٤ × ٣ = ١٢ ؛ ن = ٤

(٢٨) ٥ × ٤ = ٢٠

(٢٩) ٨ × ٧ × ٦ = ٣٣٦

(٣٠) $ق_{٤}^{١٢} = \frac{١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨!}{٨! \times ٤!} = ٤٩٥$

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) نجح – نحج – جنح – جحن – حنج – حجن.

(٢) شك – كش.

(٣) ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٧٢٠

(٤) ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ − ٤ = ٥٠٤٠ − ٤ = ٥٠٣٦

(٥) $\frac{٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥!}{٥!} = ٣٣٦$

(٦) ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ − ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٥٠٤٠ − ١٢٠ = ٤٩٢٠

(٧) $\frac{١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢!}{١٢! \times ٣ \times ٢ \times ١} = \frac{١٥ \times ١٤ \times ١٣}{٣ \times ٢} = ٤٥٥$

(٨) ٤ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٤ × ٢٤ = ٩٦

(٩) (أ) $ق_{٢}^{١١} = ٥٥$

(ب) $ق_{٢}^{٥} = ١٠$

(١٠) (أ) ن(ن − ١) = ٨ × ٧ = ٥٦ ؛ ن = ٨

(ب) (ن + ٣)(ن + ٢) = ٧ × ٦ = ٤٢ ؛ ن + ٣ = ٧ ؛ ن = ٤

(جـ) ن(ن − ١) = ٨ن ؛ ن(ن − ١) − ٨ن = ٠ ؛ ن(ن − ١ − ٨) = ٠ ؛ ن = ٩

(١١) $ل_{٤}^{٦} = ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ = ٣٦٠$

(١٢) $ل_{٣}^{٥} + ل_{٢}^{٥} = ٥ \times ٤ \times ٣ + ٥ \times ٤ = ٨٠$

(١٣) $\frac{٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣}{٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤} = ٣$

(١٤) $\frac{٧ \times ٦ \times ٥!}{٢ \times ٥!} = \frac{٤٢}{٢} = ٢١$

(١٥) $ق_{٣}^{٥} + ق_{٢}^{٥} = ١٠ + ١٠ = ٢٠$

(١٦) $\frac{٧ \times ٦ \times ٥!}{١ \times ٢ \times ٥!} = ٢١$؛ $\frac{٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤!}{٣! \times ٤!} = ٣٥$؛ $\frac{٣}{٥}$

(١٧) $٢^{٥} = ٣٢$ طريقة

(١٨) $ق_{٣}^{١٠} = ١٢٠$ مثلث

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) $س^{٤} + ٤س^{٣}ص + ٦س^{٢}ص^{٢} + ٤س ص^{٣} + ص^{٤}$

(٢) $ز^{٣} - ٣ز^{٢}ص + ٣ز ص^{٢} - ص^{٣}$

(٣) $س^{٥} + ٥س^{٤}ص + ١٠س^{٣}ص^{٢} + ١٠س^{٢}ص^{٣} + ٥س ص^{٤} + ص^{٥}$

(٤) $١ + ٤س + ٦س^{٢} + ٤س^{٣} + س^{٤}$

(٥) $١ - ٤س + ٦س^{٢} - ٤س^{٣} + س^{٤}$

(٦) $١ - ١٠س + ٤٠س^{٢} - ٨٠س^{٣} + ٨٠ س^{٤} - ٣٢س^{٥}$

(٧) $٨س^{٣} - ١٢س^{٢} + ٦س - ١$

(٨) $س^{٣} - ٣س^{٢}ص + ٣س ص^{٢} - ص^{٣}$

(٩) $أ^{٤} - ٢أ^{٣}س + \frac{٣}{٢}أ^{٢}س^{٢} - \frac{١}{٢}أس^{٣} + \frac{س^{٤}}{١٦}$

(١٠) (أ) $ق_{٢}^{٥} \times (١)^{٣} \times \left(-\frac{٣}{٢س}\right)^{٢} = \frac{٤٥}{٢س^{٢}}$

(ب) $ق_{٤}^{٥} \times (١)^{١} \times \left(-\frac{٣}{٢س}\right)^{٤} = \frac{٤٠٥}{١٦س^{٤}}$

(١١) -٤

(١٢) ١٠

(١٣) ٦٠

(١٤) -٧

(١٥) (أ) $٩٧ + ٥٦\sqrt[٣]{٧}$

(ب) $(٢ - \sqrt[٣]{٧})^{٤} = ٩٧ - ٥٦\sqrt[٣]{٧}$ ∴ $(٢ + \sqrt[٣]{٧})^{٤} + (٢ - \sqrt[٣]{٧})^{٤} = ١٩٤$

(١٦) $\left(س + \frac{١}{س}\right)^{٣} = س^{٣} + ٣س^{٢} \cdot \frac{١}{س} + ٣ س \cdot \frac{١}{س^{٢}} + \frac{١}{س^{٣}}$

$= س^{٣} + ٣س + \frac{٣}{س} + \frac{١}{س^{٣}} = \left(س^{٣} + \frac{١}{س^{٣}}\right) + ٣\left(س + \frac{١}{س}\right)$

(١٧) $(٢ + س)^{٥} = ٣٢ + ٨٠ س + ٨٠ س^{٢} + ٤٠س^{٣} + ١٠س^{٤} + س^{٥}$

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) $س^{٣} - ٦ س^{٢} + ١٢س - ٨$

(٢) $١ - ٣ص + ٣ص^{٢} - ص^{٣}$

(٣) $١ + ٣ص + ٣ص^{٢} + ص^{٣}$

(٤) $\frac{١}{٨} + \frac{٣}{٤} ب + \frac{٣}{٢} ب^{٢} + ب^{٣}$

(٥) $١٦أ^{٤} - ٩٦أ^{٣}ب + ٢١٦أ^{٢}ب^{٢} - ٢١٦أب^{٣} + ٨١ب^{٤}$

(٦) $س^{٤} + ٤س^{٢} + ٦ + \frac{٤}{س^{٢}} + \frac{١}{س^{٤}}$

(٧) $س^{٦} + ٣س^{٤} + ٣س^{٢} + ١$

(٨) $ق_{٣}^{٤} \times (٢)^{١} = ٨$

(٩) $ق_{٤}^{٧} = ٣٥$

(١٠) $(٩٧ + ٥٦\sqrt[٣]{٧}) - (٩٧ - ٥٦\sqrt[٣]{٧}) = ١١٢\sqrt[٣]{٧}$

(١١) $أ = ٤٠$

(١٢) $(١ + س)^{٧} = ق_{٠}^{٧} \times ١^{٧} + ق_{١}^{٧} \times س + ق_{٢}^{٧} \times س^{٢} + ق_{٣}^{٧} \times س^{٣} + ق_{٤}^{٧} \times س^{٤} + ق_{٥}^{٧} \times س^{٥} + ق_{٦}^{٧} \times س^{٦}$
$+ ق_{٧}^{٧} \times س^{٧} = ١ + ٧س + ٢١س^{٢} + ٣٥س^{٣} + ٣٥س^{٤} + ٢١س^{٥} + ٧س^{٦} + س^{٧}$

الاحتمال

تمرّن ٥-٣

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) مستقلان

(٢) غير مستقلين

(٣) مستقلان

(٤) $٠,٤ \times ٠,٣ = ٠,١٢$

(٥) $\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٥} = \frac{١}{٥}$

(٦) $٠,٣ + ٠,١٤ = ٠,٤٤$

(٧) $٠,٦ + ٠,٢ = ٠,٨$

(٨) (أ) ٠,٦ (ب) ٠,٦٥ (جـ) ٠

(د) ٠,٧٥ (هـ) ٠,٢٥

(٩) (أ) ٠,٧٥ (ب) $٠,٤ + ٠,٣ - ٠,٢٥ = ٠,٤٥$

(جـ) ٠,٥٥

(١٠) (أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) $\frac{٧}{١٠}$

(١١) $٠,٥ + ٠,٣ - ٠,٧ = ٠,١$

(١٢) (أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤} - \frac{٤}{٥} = \frac{٤٠ + ٤٥ - ٤٨}{٦٠} = \frac{٣٧}{٦٠}$

(١٣) $\frac{٧}{١٠} - \frac{١}{٥} = \frac{١}{٢}$

(١٤) (أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٢}$

(جـ) ٠ (د) $\frac{١}{٣}$

(١٥) $\frac{٢}{٥} \times \frac{١}{٣} = \frac{٢}{١٥}$ (الحدثان مستقلان)

(١٦) (أ) $\frac{٤٥}{٢٠٠} = \frac{٩}{٤٠}$ (ب) $\frac{٣٣}{٢٠٠}$

(جـ) $\frac{٧٨ + ١١٥ - ٤٥}{٢٠٠} = \frac{١٤٨}{٢٠٠} = \frac{٣٧}{٥٠}$ أو $١ - \frac{٥٢}{٢٠٠} = \frac{١٤٨}{٢٠٠} = \frac{٣٧}{٥٠}$

(١٧) (أ) $\frac{٧٠}{١٢٠} = \frac{٧}{١٢}$ (ب) $\frac{٤٥}{١٢٠} = \frac{٩}{٢٤}$ (جـ) $\frac{٢٨}{١٢٠} = \frac{٧}{٣٠}$

(د) $\frac{٥٠ + ١٥ - ٣}{١٢٠} = \frac{٦٢}{١٢٠} = \frac{٣١}{٦٠}$ (هـ) $\frac{٦٧}{١٢٠}$ (و) $\frac{٤٧}{١٢٠}$

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) مستقلان (٢) مستقلان

(٣) $\frac{٣}{٧} \times \frac{٧}{١٥} = \frac{١}{٥}$ (٤) $٠,١٢ \times ٠,٢٤ = ٠,٠٢٨٨$

(٥) $٠,١٤ + ٠,١٦ = ٠,٣$ (٦) $\frac{٣}{٥} + \frac{٣}{١٠} = \frac{٩}{١٠}$

(٧) (أ) ٠,٧ (ب) ٠,٧٥ (جـ) ٠

(د) $٠,٧ + ٠,٢٥ = ٠,٩٥$ (هـ) ١

(٨) (أ) ٠,٦٨ (ب) $٠,٥٥ + ٠,٣٢ - ٠,١٨ = ٠,٦٩$ (جـ) ٠,٣١

(٩) ل (م ∩ ن) = ٠,٢٥ + ٠,٤٥ − ٠,٧ = ٠، م وَن متنافيان.

(١٠) كلا، ل(م) + ل(ن) = ٠,٧ + ٠,٤ = ١,١ > ١ وهذا غير ممكن.

(١١) ل(ب) = ٠,٢٤٣ + ٠,١٢٥ − ٠,١٥٢ = ٠,٢١٦

ل($\overline{ب}$) = ٠,٧٨٤

(١٢) (أ) $\frac{١}{١٢}$ (ب) $\frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$

(جـ) $\frac{٥}{١٢}$ (د) $\frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$

(١٣) (أ) $\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

اختبار الوحدة الخامسة

أسئلة المقال

(١) $ق_{٥}^{١١} = ٤٦٢$

(٢) $ل_{٣}^{١٥} = ٢٧٣٠$

(٣) $١ - ٨س + ٢٤س^{٢} - ٣٢س^{٣} + ١٦س^{٤}$

(٤) $٠,٣٨ \times ٠,٢٤ = ٠,٠٩١٢$

(٥) $٠,٣٣ + ٠,٢٠ = ٠,٥٣$

(٦) (أ) $\frac{٦٣٠}{١٥٠٠} = \frac{٢١}{٥٠}$

(ب) $\frac{٥١٥ + ٧٥ + ٦٠ + ٥١٠}{١٥٠٠} = \frac{٥٨}{٧٥}$

البنود الموضوعية

(١) أ	(٢) ب	(٣) ب
(٤) أ	(٥) أ	(٦) أ
(٧) ب	(٨) ب	(٩) ب
(١٠) أ	(١١) ب	(١٢) أ
(١٣) جـ	(١٤) أ	(١٥) جـ
(١٦) أ	(١٧) ب	(١٨) د
(١٩) د	(٢٠) جـ	(٢١) جـ
(٢٢) ب	(٢٣) د	(٢٤) ب

تمارين إثرائية

(١) $\frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٤}$

(٢) (أ) $٤ \times ١٠^{٣} = ٤٠٠٠$

(ب) $١٠ \times ٩ \times ٨ = ٧٢٠$

(جـ) $٤ \times ١٠ \times ١٠ \times ٥ = ٢٠٠٠$

(٣) $\left(س + \frac{١}{س}\right)^{٦} - \left(س + \frac{١}{س}\right)^{٦} \neq \left(١٢س^{٤} + \frac{١}{س^{٤}} + \frac{١٠}{٣}\right)$ ولكن:

$\left(س + \frac{١}{س}\right)^{٦} - \left(س - \frac{١}{س}\right)^{٦} = ٢ق_{١}^{٦} س^{٤} + ٢ق_{٣}^{٦} + ٢ق_{١}^{٦} \frac{١}{س^{٤}}$

$= ١٢\left(س^{٤} + \frac{١}{س^{٤}} + \frac{١٠}{٣}\right)$

أودع في مكتبة الوزارة تحت رقم (٩٦) بتاريخ ٢٦/ ٥/ ٢٠١٥م

شركة مطابع الرسالة - الكويت