حل صـــــ53

حاول أن تحل

١ باستخدام ثلاثة أحرف من كلمة ناصر ودون تكرار أي حرف منها، كم كلمة مختلفة يمكن الحصول عليها؟ (لها معنى أو بدون معنى).

الحـــل

حروف كلمة ناصر هي: ن ، م ، ص ، ر

ن ـ م ـ ص (ناص)	م ـ ن ـ ص (أنص)
ن ـ م ـ ر (نار)	م ـ ن ـ ر (أنر)
ن ـ ص ـ م (نصا)	م ـ ص ـ ر (أصر)
ن ـ ص ـ ر (نصر)	م ـ ص ـ ن (أصن)
ن ـ ر ـ ص (نرص)	م ـ ر ـ ن (أرن)
ن ـ ر ـ م (نرا)	م ـ ر ـ ص (أرص)
ص ـ م ـ ر (صار)	ر ـ ن ـ م (رنا)
ص ـ م ـ ن (صان)	ر ـ ن ـ ص (رنص)
ص ـ ن ـ م (صنا)	ر ـ م ـ ن (ران)
ص ـ ن ـ ر (صنر)	ر ـ م ـ ص (راص)
ص ـ ر ـ م (صرا)	ر ـ ص ـ م (رصا)
ص ـ ر ـ ن (صرن)	ر ـ ص ـ ن (رصن)

∴ يوجد ٤ × ٦ = ٢٤ طريقة مختلفة

بالتوجيه أم الحارث الأنصارية

ثانوية ام الحارث الانصارية

حاول أن تحل

٢ في المثال (٢) كم عدد لوحات السيارات إذا كانت اللوحات تبدأ من اليمين بحرف من حروف الأبجدية يتبعه ثلاثة أرقام يتم اختيارها من المجموعة {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

الحل

تحديد عدد المراحل

المرحلة الأولى: اختيار الحرف

المرحلة الثانية: اختيار رقم الآحاد

المرحلة الثالثة: اختيار رقم العشرات

المرحلة الرابعة: اختيار رقم المئات

عدد طرائق المرحلة الأولى = ٢٨

عدد طرائق المرحلة الثانية = ٦

عدد طرائق المرحلة الثالثة = ٦

عدد طرائق المرحلة الرابعة = ٦

عدد الطرائق = ٢٨ × ٦ × ٦ × ٦ = ٦٠٤٨ طريقة

حل آخر

عدد طرائق اختيار الحرف	عدد طرائق اختيار رقم الآحاد	عدد طرائق اختيار العشرات	عدد طرائق اختيار المئات
٢٨	٦	٦	٦

عدد الطرائق لاختيار لوحات لسيارات = ٢٨ × ٦ × ٦ × ٦ = ٦٠٤٨ طريقة

حاول أن تحل

٣ كم عدد الأعداد المكون رمز كل منها من ثلاثة أرقام مأخوذة من عناصر المجموعة {١، ٣، ٦، ٩} في كل مما يلي:

١ إذا سمح بالتكرار.

٢ إذا لم يسمح بالتكرار.

٣ إذا كان العدد فردي ويسمح بالتكرار.

الحـــــل

(أ) إذا سمح بالتكرار

عدد الطرائق لاختيار الآحاد = ٤

عدد الطرائق لاختيار العشرات = ٤

عدد الطرائق لاختيار المئات = ٤

عدد الأعداد = ٤ × ٤ × ٤ = ٦٤

(ب) إذا لم يسمح بالتكرار

عدد الطرائق لاختيار الآحاد = ٤

عدد الطرائق لاختيار العشرات = ٣

عدد الطرائق لاختيار المئات = ٢

عدد الأعداد = ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤

(ج) عدد الطرائق لاختيار الآحاد = ٣

عدد الطرائق لاختيار العشرات = ٤

عدد الطرائق لاختيار المئات = ٤

عدد الأعداد = ٣ × ٤ × ٤ = ٤٨

ثانوية ام الحارث الانصارية

حاول أن تحل

٤ احسب (موضحًا خطوات الحل):

١ ٧!

ب $\frac{١١٠!}{١٨!}$

ج $\frac{١١٤!}{١٨!\times ١٧!}$

الحـــل

ا $٧! = ٧\times٦\times٥\times٤\times٣\times٢\times١ = ٥٠٤٠$

ب $\frac{١١٠!}{١٨!} = \frac{١١٠\times١٠٩\times١٠٨\times١٠٧\times١٠٦\times١٠٥\times١٠٤\times١٠٣\times١٠٢\times١٠١\times١٨!}{١٨!}$

$= ١١٠\times١٠٩\times١٠٨\times١٠٧\times١٠٦\times١٠٥\times١٠٤\times١٠٣\times١٠٢\times١٠١$

ج $\frac{١١٤!}{١٨!\times١٧!} = \frac{١١٤\times١١٣\times١١٢\times١١١\times١١٠\times١٠٩\times١٠٨\times١٠٧\times١٠٦\times١٠٥\times١٠٤\times١٠٣\times١٠٢\times١٠١\times١٠٠\times٩٩\times٩٨\times٩٧\times٩٦\times٩٥\times٩٤\times٩٣\times٩٢\times٩١\times٩٠\times٨٩\times٨٨\times٨٧\times٨٦\times٨٥\times٨٤\times٨٣\times٨٢\times٨١\times١٨!}{١٨!\times١٧!}$

$= \frac{١١٤\times١١٣\times١١٢\times١١١\times١١٠\times١٠٩\times١٠٨\times١٠٧\times١٠٦\times١٠٥\times١٠٤\times١٠٣\times١٠٢\times١٠١\times١٠٠\times٩٩\times٩٨\times٩٧\times٩٦\times٩٥\times٩٤\times٩٣\times٩٢\times٩١\times٩٠\times٨٩\times٨٨\times٨٧\times٨٦\times٨٥\times٨٤\times٨٣\times٨٢\times٨١}{١٧!}$

$= ٣٩$

ثانوية ام الحارث الانصارية

حاول أن تحل

٥ ما عدد الكلمات المكونة من ٣ أحرف مختلفة التي يمكن تكوينها باستخدام أحرف كلمة «سعود»؟

أحرف كلمة سعود هي { س ، ع ، و ، د }

عدد الكلمات = ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤ كلمة

يوجد أربع طرق لاختيار الحرف الأول

يوجد ٣ طرق لاختيار الحرف الثاني

يوجد ٢ طريقة لاختيار الحرف الثالث

حاول أن تحل

٦ أوجد قيمة كل مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

أ $ل_{٤}^{٧}$ ب $ل_{٥}^{٤} + ل_{٥}^{٥}$ ج $\frac{ل_{٧}^{١٠}}{ل_{٦}^{٩}}$

أ $ل_{٤}^{٧} = \frac{!٧}{!(٤-٧)} = \frac{!٧}{!٣} = \frac{١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧}{١٣} = ٧ \times ١٢٠ = ٨٤٠$

ب $ل_{٥}^{٤} + ل_{٥}^{٥} = \frac{!٥}{!(٤-٥)} + \frac{!٥}{!(٥-٥)} = \frac{!٥}{!١} + \frac{!٥}{!٠} =$

$!٥ + !٥ = ٢ \times !٥ = ٢ \times ١٢٠ = ٢٤٠$

ج $\frac{ل_{٧}^{١٠}}{ل_{٦}^{٩}} = \frac{!١٠}{!(١٠-٧)} \div \frac{!٩}{!(٩-٦)} = \frac{!١٠}{!٣} \times \frac{!٣}{!٩}$

$\frac{١٠ \times !٩}{!٩} = ١٠$

ثانوية ام الحارث الانصارية

حاول أن تحل

٧ في المثال (٧)، ما عدد الخيارات إذا استثني حارس المرمى؟

$$^{10}ل_5 = \frac{!10}{!(5-10)} = \frac{!10}{!5} = \frac{\cancel{!5}\times 6\times 7\times 8\times 9\times 10}{\cancel{!5}}$$

$$= 6\times 7\times 8\times 9\times 10$$

$$= 30240$$

حاول أن تحل

٨ في محافظة أخرى ١٢ صيدلية والمطلوب اختيار ٤ صيدليات منها لتأمين دوام ليلي. بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار الصيدليات الأربع؟

عدد الطرق = $^{12}ق_4 = \frac{!12}{!4\times!(12-4)} = \frac{!12}{!4\times!8}$

$$= \frac{\cancel{!8}\times 9\times 10\times 11\times 12}{\cancel{!8}\times 1\times 2\times 3\times 4} = 495 \text{ طريقة}$$

حاول أن تحل

٩ في الصف الحادي عشر ٢٠ طالبًا، وفي الصف العاشر ٢٤ طالبًا. أراد معلم الرياضة اختيار ٦ طلاب من الصف الحادي عشر و٥ طلاب من الصف العاشر لتشكيل فريق كرة القدم. كم عدد الفرق التي بإمكانه تشكيلها؟

المعلم اختار ٦ طلاب من ٢٠ طالب في الصف الحادي عشر و ٥ طلاب من ٢٤ طالب في الصف العاشر

عدد الطرق = $^{20}ق_6 \times {}^{24}ق_5 = \frac{!20}{!6\times!(20-6)} \times \frac{!24}{!5\times!(24-5)} = 4274400$ طريقة

ثانوية ام الحارث الانصارية

حاول أن تحل

١٠ حل كل معادلة مما يلي حيث ن عدد صحيح موجب أكبر من ٢.

أ) $ق_{٢}^{ن+١} = ٢ ن$

ب) $ل_{٣}^{ن} = ٢٤$

جـ) $ق_{٢}^{ن} = ل_{٢}^{ن}$

الحـــل

أ) $ق_{٢}^{ن+١} = ٢ ن$

$$\frac{(ن+١)!}{(ن+١-٢)! \times ٢!} = ٢ ن$$

$$\frac{(ن+١) \times ن \times (ن-١)!}{(ن-١)! \times ٢ \times ١} = ٢ ن$$

$$\frac{(ن+١) \times ن}{٢} = ٢ ن$$

$ن + ١ = ٤$

$ن = ٤ - ١ = ٣$

$٣ > ٢$ ✓

ب) $ل_{٣}^{ن} = ٢٤$

$$\frac{ن!}{(ن-٣)!} = ٢٤$$

$$\frac{ن \times (ن-١) \times (ن-٢) \times (ن-٣)!}{(ن-٣)!} = ٢٤$$

$ن \times (ن-١) \times (ن-٢) = ٢٤$

$ن \times (ن-١) \times (ن-٢) = ٤ \times ٣ \times ٢$

$ن = ٤$

جـ) $ق_{٣}^{ن} = ل_{٢}^{ن}$

$$\frac{ن!}{(ن-٣)! \times ٣!} = \frac{ن!}{(ن-٢)!}$$

$$\frac{١}{٦} = \frac{١}{ن-٢}$$

$ن - ٢ = ٦$

$ن = ٦ + ٢$

$ن = ٨$

ثانوية ام الحارث الانصارية

٥ ـ ٢

نظرية ذات الحدين

Binomial Theorem

ثانوية ام الحارث الانصارية

حل صـ64

حاول أن تجيب

(١) في المثال (١)، أوجد الصف التابع من مثلث باسكال.

من مثال رقم (١)

الصف السادس : ١ ٦ ١٥ ٢٠ ١٥ ٦ ١

الصف السابع : ١ ٧ ٢١ ٣٥ ٣٥ ٢١ ٧ ١

الصف الثامن : ١ ٨ ٢٨ ٥٦ ٧٠ ٥٦ ٢٨ ٨ ١

حل صـ65

حاول أن تجيب

(٢) في المثال (٢)، أوجد مفكوك $(أ + ب)^{٧}$ مستخدمًا مثلث باسكال.

أولاً إيجاد معاملات $أ^{٧}$ $أ^{٦}ب$ $أ^{٥}ب^{٢}$ $أ^{٤}ب^{٣}$ $أ^{٣}ب^{٤}$ $أ^{٢}ب^{٥}$ $أ ب^{٦}$ $ب^{٧}$

باستخدام مثال (٢) نوجد الصف السابع لمثلث باسكال

الصف السابع : ١ ٧ ٢١ ٣٥ ٣٥ ٢١ ٧ ١

$(أ+ب)^{٧} = أ^{٧} + ٧أ^{٦}ب + ٢١أ^{٥}ب^{٢} + ٣٥أ^{٤}ب^{٣} + ٣٥أ^{٣}ب^{٤} + ٢١أ^{٢}ب^{٥} + ٧أ ب^{٦} + ب^{٧}$

$(أ+ب)^{٧} = أ^{٧} + ٧أ^{٦}ب + ٢١أ^{٥}ب^{٢} + ٣٥أ^{٤}ب^{٣} + ٣٥أ^{٣}ب^{٤} + ٢١أ^{٢}ب^{٥} + ٧أ ب^{٦} + ب^{٧}$

حل صـ66

حاول أن تجيب

(٣) استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(س + ٣)^{٥}$

باستخدام مفكوك $(أ+ب)^{ن} = {}^{ن}ق_{٠} أ^{ن} + {}^{ن}ق_{١} أ^{ن-١} ب + \cdots + {}^{ن}ق_{ن-١} أ ب^{ن-١} + {}^{ن}ق_{ن} ب^{ن}$

نعوض عن $أ$ بـ $س$ ، عن $ب$ بـ ٣ ، عن $ن$ بـ ٥

$(س+٣)^{٥} = {}^{٥}ق_{٠} س^{٥} + {}^{٥}ق_{١} س^{٤} \times (٣) + {}^{٥}ق_{٢} س^{٣} \times (٣)^{٢} + {}^{٥}ق_{٣} س^{٢} \times (٣)^{٣} + {}^{٥}ق_{٤} س \times (٣)^{٤} + {}^{٥}ق_{٥} \times (٣)^{٥}$

$(س+٣)^{٥} = س^{٥} + ١٥س^{٤} + ٩٠س^{٣} + ٢٧٠س^{٢} + ٤٠٥س + ٢٤٣$

حل صـــ66

حاول أن تحل

٥ أوجد مفكوك $(٣س - ٤ص)^{٣}$

الحل :- باستخدام مفكوك

$(م+ب)^{ن} = {}^{ن}ق_{٠} م^{ن} + {}^{ن}ق_{١} م^{ن-١} ب + {}^{ن}ق_{٢} م^{ن-٢} ب^{٢} + \cdots + {}^{ن}ق_{ن-١} م ب^{ن-١} + {}^{ن}ق_{ن} ب^{ن}$

نفرض أن $م = ٣س$ ، $ب = -٤ص$ ، عدد $ن = ٣$

$(٣س - ٤ص)^{٣} = {}^{٣}ق_{٠} (٣س)^{٣} + {}^{٣}ق_{١} (٣س)^{٢} \times (-٤ص) + {}^{٣}ق_{٢} (٣س) \times (-٤ص)^{٢} + {}^{٣}ق_{٣} (-٤ص)^{٣}$

$(٣س - ٤ص)^{٣} = ٢٧س^{٣} - ١٠٨س^{٢}ص + ١٤٤س ص^{٢} - ٦٤ص^{٣}$

حل صـــ67

حاول أن تحل

٦ أوجد الحد السادس في مفكوك $(س + ٢ص)^{٧}$.

الحل $ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر} \, م^{ن-ر} \, ب^{ر}$

$ن = ٧$ ، $م = س$ ، $ب = ٢ص$ ، $ر + ١ = ٦$ ، $ر = ٥$

$ح_{٦} = {}^{٧}ق_{٥} \times (س)^{٢} \times (٢ص)^{٥}$

$ح_{٦} = ٢١ \times س^{٢} \times ٣٢ص^{٥} = ٦٧٢ س^{٢} ص^{٥}$

ثانوية ام الحارث الانصارية

حل صـــ67

حاول أن تحل

٢ أوجد معامل الحد الرابع في مفكوك $(٣س - ٢)^{٨}$

الحل:- $ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر} \, م^{ن-ر} \, ب^{ر}$

$ن = ٨ \quad م = ٣س \quad ب = -٢ \quad ر = ؟؟$

$ح_{ر+١} = {}^{٨}ق_{ر} \times (٣س)^{٨-ر} \times (-٢)^{ر}$

$= {}^{٨}ق_{ر} \times ٣^{٨-ر} \times س^{٨-ر} \times (-٢)^{ر}$

$س = س^{٦} \Leftarrow ٨ - ر = ٦$

$ر = ٢$

الحد الثالث يحتوى على $س^{٦}$

$ح_{٣} = {}^{٨}ق_{٢} \times (٣س)^{٦} \times (-٢)^{٢}$

$ح_{٣} = ٨١٦٤٨ س^{٦}$

معامل $س^{٦} = ١١٦٤٨$

٣ــ٥

الاحتمال

Probability

حل صـــ69

حاول أن تحل

١ في الكيس الأول ٥ كرات متماثلة مرقمة من ١ إلى ٥ وفي الكيس الثاني ٥ كرات متماثلة مرقمة من ٦ إلى ١٠.
سحبت عشوائيًا كرة من الكيس الأول ثم سحبت كرة من الكيس الثاني.

أ اكتب كل عناصر فضاء العينة.

ب كم عدد النواتج الممكنة؟

الحل: أ) ف = {(١،٦)، (١،٧)، (١،٨)، (١،٩)، (١،١٠)
(٢،٦)، (٢،٧)، (٢،٨)، (٢،٩)، (٢،١٠)
(٣،٦)، (٣،٧)، (٣،٨)، (٣،٩)، (٣،١٠)
(٤،٦)، (٤،٧)، (٤،٨)، (٤،٩)، (٤،١٠)
(٥،٦)، (٥،٧)، (٥،٨)، (٥،٩)، (٥،١٠)}

ب) عدد النواتج الممكنة = ٥ × ٥ = ٢٥

ثانوية ام الحارث الانصارية

حل صـ70

حاول أن تحل

(٣) في المثال (٢)، اكتب كلًّا مما يلي:

(أ) الحدث أ: «ظهور كتابتين وصورة».

(ب) الحدث ب: «ظهور كتابة واحدة على الأقل».

أ) م = {(ص، ك، ك)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)}

ب) ن = {(ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ص، ص)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)}

حل صـ71

حاول أن تحل

(٣) في المثال (٣)، ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الذين يقلونهم أهلهم إلى المدرسة؟

احتمال أنه يكون الطالب من الذين يقلونهم أهلهم إلى المدرسة = $\frac{١٤}{٥٢}$

حل صـ72

حاول أن تحل

(٤) في المثال (٤)، ما احتمال اختيار رقم هاتف عشوائيًّا مكون من ٧ أرقام مختلفة؟

ن(م) = ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٥٠٤٠

ل(م) = $\frac{\text{ن(م)}}{\text{ن(ف)}} = \frac{٥٠٤٠}{٨٢٣٥٤٣} = \frac{٧٢٠}{١١٧٦٤٩}$

ن(ف) = ٧ × ٧ × ٧ × ٧ × ٧ × ٧ × ٧ = ٨٢٣٥٤٣

ثانوية ام الحارث الانصارية

حل صـــ73

حاول أن تحل

٥ في تجربة إلقاء حجر نرد، ما احتمال الحدث «الحصول على عدد أصغر من ٢ أو من مضاعفات العدد٣»؟

احتمال الحصول على عدد أصغر من ٢ = ل(أ) = $\frac{١}{٦}$

احتمال الحصول على عدد من مضاعفات العدد ٣ = ل(ب) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

احتمال الحصول على عدد أصغر من ٢ أو من مضاعفات العدد ٣

= ل(أ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) = $\frac{١}{٦}$ + $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

حل صـــ74

حاول أن تحل

٦ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين أوجد احتمال الحصول على عددين مختلفين.

ن(ف) = ٦ × ٦ = ٣٦

ن(أ) = عدد الحصول على عددين مختلفين = ٣٠

ل(أ) = $\frac{٣٠}{٣٦}$ = $\frac{٥}{٦}$

حل صـــ76

حاول أن تحل

٧ في مثال (٧)، ما احتمال عدم إصابة الهدف؟

احتمال عدم اصابة الهدف = ١ − ل(جـ)

= ١ − $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{٢}{٥}$

ثانوية ام الحارث الانصارية