الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

نموذج تجريبي (٤) الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي 2021 \ 2020 م

المجال الدراسي: الرياضيات – الزمن: ساعتان وخمس وأربعون دقيقة – الأسئلة في 10 صفحة

القسم الأول: أسئلة مقالية.

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها.

السؤال الأول: (a)

إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة (x , y) يساوي $\sqrt{5-4x}$

فأوجد معادلة المنحني عندما يمر بالنقطة $A(-5 , 3)$.

(8 درجات)

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{5-4x}}$$

$$f(x) = \int \frac{-1}{\sqrt{5-4x}}\, dx$$

$$= \int -(5-4x)^{\frac{-1}{2}}\, dx$$

$$u = 5-4x \quad \Rightarrow du = -4\, dx$$

$$f(\, x\,) = \frac{1}{4}\int -4\ (5-4x)^{\frac{-1}{2}}\, dx$$

$$= \frac{1}{4}\int u^{\frac{-1}{2}}\, du$$

$$= \frac{1}{4} . 2\ u^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{5-4x} + C$$

$$\because \ A(-5,3) \in f$$

$$\therefore \ 3 = \frac{1}{2}\sqrt{5-4(-5)} + C$$

$$\therefore \ C = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \ f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{5-4x} + \frac{1}{2}$$

تابع السؤال الأول: (b)

حل المعادلة $2y' + y = 1$.

ثم أوجد الحل الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$.

(4 درجات)

نموذج اجابة

$$2y' = -y + 1$$

$$y' = -\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}$$

$$a = -\frac{1}{2} \quad , \quad b = \frac{1}{2}$$

$$\because y = k\,e^{ax} - \frac{b}{a}$$

$$\therefore \quad y = k\,e^{-\frac{1}{2}x} - \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \quad y = k\,e^{-\frac{1}{2}x} + 1$$

$\because \quad x = -1$ عند $y = 2$

$$\therefore \quad 2 = k\,e^{-\frac{1}{2}(-1)} + 1$$

$$\therefore \quad k\,e^{\frac{1}{2}} = 1 \quad \Rightarrow \quad k = e^{-\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \quad y = e^{-\frac{1}{2}} . e^{-\frac{1}{2}x} + 1$$

$$\therefore \quad y = e^{-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} + 1$$

نموذج اجابة

12

(4 درجات)

السؤال الثاني: (a)

أوجد البؤرة ومعادلة الدليل لقطع المكافئ، الذي معادلته: $x^2 = -2y$

ثم ارسم شكلاً تقريبياً له.

نموذج اجابة

$$x^2 = -2y$$

$$4p = -2 \quad \Longrightarrow p = -\frac{1}{2}$$

قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل $(0\ ,\ 0)$ ومحور تماثله $y - axis$

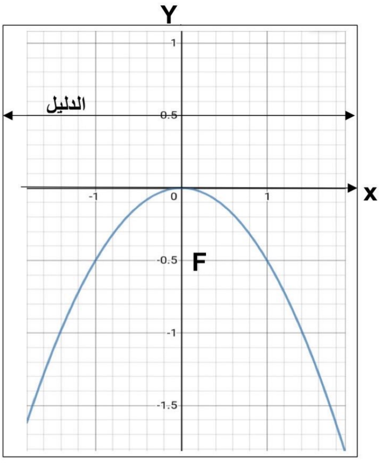
البؤرة $F(0, p)$

$$\therefore \quad F\left(0, -\frac{1}{2}\right)$$

معادلة دليله : $y = -p$

$$\therefore \quad y = \frac{1}{2}$$

نموذج اجابة



نموذج اجابة

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

تابع السؤال الثاني: (b)

لتكن الدالة f: $f(x)=\frac{2x-1}{x^2-4x+3}$ ، فأوجد:

1) الكسور الجزئية.

2) $\int f(x)dx$.

(8 درجات)

$$1)\ x^2-4x+3=(x-3)(x-1)$$

$$\frac{2x-1}{x^2-4x+3}=\frac{A}{x-3}+\frac{B}{x-1}$$

$$2x-1=A(x-1)+B(x-3)$$

نأخذ $x=3$

$$2(3)-1=A(3-1)+B(3-3)$$

$$\therefore\quad 5=2A \quad\Longrightarrow\quad A=\frac{5}{2}$$

نأخذ $x=1$

$$2(1)-1=A(1-1)+B(1-3)$$

$$\therefore\quad 1=-2B \quad\Longrightarrow\quad B=-\frac{1}{2}$$

$$\therefore\ \frac{2x-1}{x^2-4x+3}=\frac{5}{2(x-3)}+\frac{-1}{2(x-1)}$$

$$2)\ \int\frac{2x-1}{x^2-4x+3}dx=\int\frac{5}{2(x-3)}dx+\int\frac{-1}{2(x-1)}$$

$$=\frac{5}{2}\int\frac{1}{x-3}dx-\frac{1}{2}\int\frac{1}{x-1}dx$$

$$=\frac{5}{2}ln|x-3|-\frac{1}{2}ln|x-1|+C$$

نموذج اجابة

11

السؤال الثالث: (a)

(6 درجات)

وزارة التربية
الادارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

نموذج اجابة

أوجد: $\int x \ln x \, dx$

$$u = \ln x \qquad , \quad dv = x\,dx$$

$$\therefore \; du = \frac{1}{x} dx \qquad , \quad v = \frac{x^2}{2}$$

$$\int u \, . dv = u \, . v - \int v \, . du$$

$$\therefore \; \int x \ln x \, dx = \frac{x^2}{2} \, . \ln x - \int \frac{x^2}{2} . \frac{1}{x} \, dx$$

$$= \frac{1}{2} x^2 \, . \ln x - \frac{1}{2} \int x \, dx$$

$$= \frac{1}{2} x^2 \, . \ln x - \frac{1}{2} \; . \frac{x^2}{2} + C$$

$$= \frac{1}{2} x^2 \, . \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$$

نموذج اجابة

تابع السؤال الثالث: (b)

(5 درجات)

أوجد: $\int_{-3}^{4} |\, 2x - 4 \,|\, dx$

$$|2x-4| = \begin{cases} -2x+4 & , \; x < 2 \\ 2x-4 & , \; x \geq 2 \end{cases}$$

$$\therefore \int_{-3}^{4} |\, 2x-4 \,|\, dx = \int_{-3}^{2} |\, 2x-4 \,|\, dx + \int_{2}^{4} |\, 2x-4 \,|\, dx$$

$$= \int_{-3}^{2} (-2x+4)\, dx + \int_{2}^{4} (2x-4)\, dx$$

$$= [-x^2+4x]_{-3}^{2} + [x^2-4x]_{2}^{4}$$

$$= \left\{ \left[-(2)^2+4(2)\right] - \left[-(-3)^2+4(-3)\right] \right\} +$$

$$\left\{ \left[(4)^2-4(4)\right] - \left[(2)^2-4(2)\right] \right\}$$

$$= 25 + 4$$

$$= 29$$

السؤال الرابع: (a)

11

(5 درجات)

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

نموذج اجابة

أوجد: $\int sec^4x \cdot tanx \ dx$

$$u = sec\,x \qquad , \quad du = secx\,.tanx\,dx$$

$$\int sec^4x \cdot tanx \ dx = \int sec^3x \cdot \ secx\,.tanx \ dx$$

$$= \int u^3 \ du$$

$$= \frac{1}{4} u^4 + C$$

$$\therefore \quad \int sec^4x \ .tanx \ dx = \frac{1}{4} sec^4x + C$$

نموذج اجابة

تابع السؤال الرابع: (b)

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0,0)$ وإحدى بؤرتيه $F(\sqrt{41},0)$ ،

ومعادلة أحد خطيه المقاربين $y = \frac{4}{5}\, x$. (6 درجات)

نموذج اجابة

بما أن إحدى البؤرتين $F(\sqrt{41},0)$

فإن المحور القاطع ينطبق على محور السينات ومعادلته على الصورة :

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\therefore \quad a^2 + b^2 = 41 \qquad \ldots\ldots(1)$$

وتكون معادلتي الخطين المقاربين $y = \mp \frac{b}{a}\, x$

$$\therefore \quad \frac{b}{a} = \frac{4}{5} \implies b = \frac{4}{5}\, a \qquad \ldots\ldots(2)$$

بتعويض المعادلة 2 في المعادلة 1

$$\therefore \quad a^2 + \left(\frac{4}{5}\, a\right)^2 = 41$$

$$\therefore \quad a^2 + \frac{16}{25}\, a^2 = 41$$

$$\therefore \quad 25a^2 + 16\, a^2 = 1025$$

$$\therefore \quad 41\, a^2 = 1025$$

$$\therefore \quad a^2 = 25 \implies a = 5$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$\therefore \quad 25 + b^2 = 41 \implies b^2 = 16$$

بالتالي معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$$

نموذج اجابة

وزارة التربية

الادارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

القسم الثاني: الأسئلة الموضوعية.

نموذج اجابة

أولاً: في البنود (1 – 4) ظلل (a) اذا كانت العبارة صحيحة.
ظلل (b) اذا كانت العبارة خاطئة.

1	$\int_2^3 f(x)\ dx + \int_3^5 f(x)\ dx - \int_5^2 f(x)\ dx = 0$	a	●
2	إذا كانت e < 1 ، فإن القطع هو قطع ناقص.	●	b
3	حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ومحور السينات في الفترة $[1 , 8]$ هو: $V = \pi \int_8^1 (\sqrt[3]{x})^2\ dx$	a	●
4	إذا كانت $f(x) = e^{x^2}$ فإن: $f^\backslash(x) = 2x\ e^{2x}$	a	●

ثانياً: في البنود (5 – 14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح.
اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل دائرة الرمز الدال عليها.

5 $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)\ dx =$

a 4 ● 2 c 0 d π

6 الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هو:

● $\frac{\sqrt{11}}{6}$ b $\frac{\sqrt{11}}{5}$ c $\frac{36}{25}$ d $\frac{25}{36}$

7 إذا كان $x = -1$, $y = -5$, $\frac{dy}{dx} = x^{\frac{-2}{3}}$ فإن y تساوي:

a $\frac{-x^2}{3} - \frac{14}{3}$ b $3x^{\frac{1}{3}} + 2$ ● $3x^{\frac{1}{3}} - 2$ d $3x^{\frac{1}{3}}$

8 مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات هي:

a $9\pi\ units^2$ b $6\pi\ units^2$ c $3\pi\ units^2$ ● $\frac{9}{2}\pi\ units^2$

9	النقطتان الطرفيتان للمحور الأصغر للقطع الناقص الذي معادلته $4x^2 + 9y^2 = 36$ هما: ⓐ $(\pm 2, 0)$ ⓑ $(\pm 3, 0)$ ● $(0, \pm 2)$ ⓓ $(0, \pm 3)$
10	وزارة التربية الادارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية التوجيه الفني للرياضيات إذا كان: $\int_{-1}^{3} f(x)\ dx = 4$, $\int_{3}^{-1} g(x)\ dx = 2$ فإن: $\int_{-1}^{3}(2f(x) + 3g(x) + 1)\ dx$ يساوي: ⓐ 18 ⓑ -6 ● 6 ⓓ 12
11	$\int \frac{e^x + e^{-x}}{2}\ dx =$ ● $\frac{e^x - e^{-x}}{2} + c$ ⓑ $\frac{e^x + e^{-x}}{2} + c$ ⓒ $\frac{e^{-x} - e^x}{2} + c$ ⓓ $\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} + c$
12	طول المحور الاكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ هو: ⓐ $12\ units$ ⓑ $2\sqrt{41}\ units$ ⓒ $16\ units$ ● $20\ units$
13	إذا كانت $y = \ln(\frac{10}{x})$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي: ⓐ $\frac{-10}{x}$ ⓑ $\frac{10}{x}$ ⓒ $\frac{1}{x}$ ● $\frac{-1}{x}$
14	$\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{18}} \sqrt{2}\ dx =$ ⓐ 2 ⓑ $2\sqrt{2}$ ● 4 ⓓ 8

انتهت الأسئلة،،،

نموذج اجابة