الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

نموذج تجريبي(5) الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي

للعام الدراسي 2020/2021 م

المجال الدراسي : الرياضيات - الزمن : ساعتان و خمس وأربعون دقيقة

الأسئلة في 10 صفحات

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل

14

السؤال الأول :

(a) أوجد $\int (2x-5)\sqrt[3]{x^2-5x+2}\ dx$ (7 درجات)

$\frac{1}{2}$ | $\int (x^2-5x+2)^{\frac{1}{3}}(2x-5)\cdot dx$

$\frac{1}{2}$ | $u=x^2-5x+2$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ | $du=(2x-5)dx$

1+1 | $\int (x^2-5x+2)^{\frac{1}{3}}(2x-5)dx=\int u^{\frac{1}{3}}du$

1+1 | $=\frac{3}{4}u^{\frac{4}{3}}+c$

1 | $=\frac{3}{4}(x^2-5x+2)^{\frac{4}{3}}+c$

(b) أوجد $\int x\sin x\,dx$ (7 درجات)

1+1 | $u=x \qquad dv=\sin x\,dx$

1+1 | $du=dx \qquad v=-\cos x$

1 | $\int u\,dv=u.v-\int v\,du$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ | $\int x\sin x\,dx=-x\cos x+\int \cos x\,dx$

1 | $=-x\cos x+\sin x+c$

14

السؤال الثاني

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 3x$ ومحور السينات (7 درجات)

نوجد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع f مع محور السينات

$\frac{1}{2}$ نضع $f(x)=0$

$x^2-3x=0$

$\frac{1}{2}$ $x(x-3)=0$

1 $x=0$ أو $x=3 \rightarrow [0,3]$ فترة التكامل

1 $\because f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [0,3]$ $\quad$ (+ | 0 | − | 3 | +)

1 $\therefore A = -\int_0^3 f(x).dx$

$\frac{1}{2}$ $= -\int_0^3 (x^2-3x)dx$

1 $= -\left[\frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2\right]_0^3$

1 $= -\left[\left(9 - \frac{27}{2}\right) - 0\right]$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{9}{2} units^2$

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه $F_1(0, -\sqrt{5})$ ومعادلة أحد خطيه المقاربين $y = 2x$ (7 درجات)

$\frac{1}{2}$	$\because$ إحدى البؤرتين $c=\sqrt{5}\leftarrow F(0,-\sqrt{5})$
$\frac{1}{2}$	$\therefore$ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ومعادلته
1	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$
$\frac{1}{2}$	$c^2=a^2+b^2$
$\frac{1}{2}$	$5=a^2+b^2\rightarrow(1)$
$\frac{1}{2}$	معادلة المقارب $y=\pm\frac{a}{b}x$ وحيث $y=2x$
1	$\frac{a}{b}=2\rightarrow a=2b$
	بالتعويض في المعادلة (1)
$\frac{1}{2}$	$5=(2b)^2+b^2$
$\frac{1}{2}$	$b^2=\frac{5}{5}=1\rightarrow b=1$
$\frac{1}{2}$	$a=2b=2(1)=2$
1	$\therefore$ معادلة القطع $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{1}=1$
	$\frac{y^2}{4}-x^2=1$

14

السؤال الثالث

(a) أوجد $\int \frac{x+2}{x^2-6x+8}\ dx$ (7 درجات)

$x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$	
$\frac{x+2}{(x-2)(x-4)}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x-4}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$x+2=A(x-4)+B(x-2)$	$\frac{1}{2}$
بالتعويض عن $x=4:\quad B=3$	1
بالتعويض عن $x=2:\quad A=-2$	1
$\frac{x+2}{x^2-6x+8}=\frac{-2}{x-2}+\frac{3}{x-4}$	
$\int\frac{x+2}{x^2-6x+8}dx=\int\frac{-2}{x-2}dx+\int\frac{3}{x-4}dx$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$=-2\ln\lvert x-2\rvert+3\ln\lvert x-4\rvert+c$	$1+1+\frac{1}{2}$

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $p(x, y)$ يساوي $-8x^3 + 3x^2 - 2x + 4$

ويمر بالنقطة $(-1, -5)$ (7 درجات)

$$f'(x) = -8x^3 + 3x^2 - 2x + 4$$ 1

$$f(x) = \int [-8x^3 + 3x^2 - 2x + 4]dx$$ 1

$$f(x) = -2x^4 + x^3 - x^2 + 4x + c$$ $2\frac{1}{2}$

لتعيين الثابت c نعوض بالنقطة $(-1, -5)$ في المعادلة

$$-5 = -2(-1)^4 + (-1)^3 - (-1)^2 + 4(-1) + c$$ 1

$$\therefore\ C = 3$$ $\frac{1}{2}$

إذا معادلة المنحنى f المطلوب هي

$$f(x) = -2x^4 + x^3 - x^2 + 4x + 3$$ 1

14

السؤال الرابع

(a) أوجد الاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته $x^2+\frac{y^2}{25}=1$ (7 درجات)

وزارة التربية

الادارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

1	معادلة قطع ناقص على الصورة	$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$
1		$a^2=25\to a=5$
1		$b^2=1\to b=1$
1	من العلاقة الأساسية	$c^2=a^2-b^2$
1		$c^2=25-1$
$\frac{1}{2}$		$C=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$
$\frac{1}{2}$	الاختلاف المركزي	$e=\frac{c}{a}$
1		$e=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

b) أوجد $\int_0^5 |x-3|\ dx$ (7 درجات)

1+1	$\int_0^5 \lvert x-3\rvert dx=\int_0^3 \lvert x-3\rvert dx+\int_3^5 \lvert x-3\rvert dx$
1	$=\int_0^3 (-x+3)dx+\int_3^5 (x-3)dx$
1+1	$=\left[-\frac{x^2}{2}+3x\right]_0^3+\left[\frac{x^2}{2}-3x\right]_3^5$
1	$=\frac{9}{2}+(\frac{25}{2}-15)-\left(\frac{9}{2}-9\right)$
1	$=\frac{13}{2}$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا : في البنود $(1-4)$ ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة ؛ (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت $f'(x)=\frac{1}{x^2}+x$, $f(2)=1$ فإن $f(x)=\frac{-1}{x}+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}$ (a) (b)

(2) $y^2=\frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافيء بؤرته $\left(\frac{1}{8}\ ,0\right)$ (a) (b)

(3) إذا كانت $f(x)=\ln\,(2x+2)$ فإن $f'(x)=\frac{1}{x+1}$ (a) (b)

(4) إذا كان $y=1$ عند $x=0$ و $y'+y=0$ فإن $y=2e^{-x}$ (a) (b)

ثانيا : في البنود $(5-14)$ لكل بند أربع اختيارات ؛ واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) $\int\frac{2x}{x^2+1}\,dx$ يساوي

$(a)\ 2\ln(x^2+1)+c$ $\qquad$ $(b)\ \ln(x^2+1)+c$

$(c)\ \frac{x^2}{x^2+1}+c$ $\qquad$ $(d)\ \frac{x^2}{\frac{x^3}{3}+x}+c$

(6) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(sinx-cosx)dx$ يساوي

$(a)-2$ $\qquad$ $(b)0$ $\qquad$ $(c)\ 4$ $\qquad$ $(d)\ \pi$

(7) طول المحور الأكبر للقطع الناقص $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ يساوي

$(a)\ 21\ units$ $(b) 2\sqrt{41}\ units$ $(c)\ 16\ units$ $(d)\ 20\ units$

(8) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f :

$f(x) = \sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 0 , x = 2$ بالوحدات المكعبة هو:

$(a)\ 16\pi$ $(b) 8\pi$ $(c)\ 2\pi$ $(d) 4\pi$

(9) إذا كانت $y = e^x - e^{-x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

$(a)\ e^x + e^{-x}$ $(b)\ e^x - e^{-x}$

$(c)\ e^{2x}$ $(d)\ 2\ e^x$

(10) $\int x(x^2+2)^7\ dx$ يساوي

$(a)\ \frac{1}{16}(x^2+2)^8 + c$ $(b)\ \frac{1}{4}(x^2+2)^8 + c$

$(c)\ \frac{1}{12}(x^2+2)^6 + c$ $(d)\ \frac{1}{3}(x^2+2)^6 + c$

(11) لتكن $f(x) = x^2 + 5$ فإن $\int_{-a}^{a} f(x)dx > 0$ لكل

$(a)\ R - R^-$ $(b)\ R - R^+$ $(c)\ R^-$ $(d)\ R^+$

(12) إذا كان $y'' = 2x^2 + 3x$ فإن

$(a)\ y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + c$ $(b)\ y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2$

$(c)\ y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x + c_2$ $(d)\ y = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{2}x^3 + c_1x$

(13) النقطة المشتركة بين كل القطوع المكافئة التي هي على الصورة $x^2 = 4py$ هي

$(a)\ (0,0)$ $(b)(1,0)$ $(c)\ (1,1)$ $(d)\ (0,1)$

$\int \sqrt[3]{cotx}\ csc^2x\ dx =$ (14

$(a)\frac{3}{4}\ \sqrt[3]{cotx} + c$ $(b)\ \frac{-3}{4}\ \sqrt[3]{cotx} + c$

$(c)\frac{-3}{4}\ \sqrt[3]{(Cotx^4)} + c$ $(b)\ 3\ \sqrt[3]{(Cotx^4)} + c$

(انتهت الأسئلة)

إجابة البنود الموضوعية

وزارة التربية
الادارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

1	●	b		
2	●	b		
3	●	b		
4	a	●		
5	a	●	c	d
6	●	b	c	d
7	a	b	c	●
8	a	b	c	●
9	●	b	c	d
10	●	b	c	d
11	a	b	c	●
12	a	b	●	d
13	●	b	c	d
14	a	b	●	d

المصحح:

المراجع:

14

تمنياتنا لكم بالتوفيق