# ( نموذج الإجابة )

**القسم الأول: أسئلة مقالية .**

**أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها.**

**السؤال الأول:**

$(a)$ **أوجد** $\int \frac{sec^2x}{\sqrt{1+tanx}} \quad dx$

**الحـــل :**

$$\int \frac{sec^2x}{(1+tanx)^{\frac{1}{2}}} \quad dx = \int sec^2x \quad (1+tanx)^{-\frac{1}{2}} \quad dx$$

بفرض أن :

$u = 1 + tanx$

$du = sec^2x \;\; dx$

$$\int (1+tanx)^{-\frac{1}{2}} \quad sec^2x \, dx \quad = \int u^{-\frac{1}{2}} \quad du$$

$$= 2\,u^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= 2\sqrt{u} + C$$

$$= 2\sqrt{1+tanx} + C$$

وتراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

**(b)** أوجد: $\int x \; lnx \; dx$

**الحـــل :**



نفرض أن :

$dv = xdx \qquad u = lnx$

$v = \frac{1}{2}x^2 \qquad du = \frac{1}{x} \; dx$

$$\int udv \quad = uv - \int v \quad du$$

$$\int xlnx \; dx \; = \frac{1}{2}x^2 \; lnx - \int \frac{1}{2}x^2 \; . \frac{1}{x} \; dx$$

$$= \frac{1}{2}x^2 \; lnx - \int \frac{1}{2}x \;\; dx$$

$$= \frac{1}{2}x^2 \; lnx - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x^2\right) + C$$

$$= \frac{1}{2}x^2 \; lnx - \frac{1}{4}x^2 + C$$

وتراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

**السؤال الثاني:**

**$(a)$ إذا كانت** $f(x) = \dfrac{5x-1}{x^2-2x-15}$ **أوجد:**



**(1) الكسور الجزئية للدالة $f$**     **(2) $\int f(x)dx$**

**الحـــل :**

$$f(x) = \frac{5x-1}{x^2-2x-15} = \frac{5x-1}{(x-5)(x+3)}$$

$$= \frac{A}{x-5} + \frac{B}{x+3}$$

$$5x-1 = A(x+3) + B(x-5)$$

**نضع :** $x = -3$

$$5(-3) - 1 = A(-3+3) + B(-3-5)$$

$$-16 = -8B$$

$$B = 2$$

**نضع :** $x = 5$

$$5(5) - 1 = A(5+3) + B(5-5)$$

$$24 = 8A$$

$$A = 3$$

الكسور الجزئية للدالة :

$$f(x) = \frac{3}{x-5} + \frac{2}{x+3}$$

وتراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

**تابع السؤال الثاني :**

$$\int f(x)dx = \int \left(\frac{3}{x-5} + \frac{2}{x+3}\right) dx$$

$$= 3\int \frac{1}{x-5}\, dx + 2\int \frac{1}{x+3} dx$$

$$= 3ln|x-5| + C_1 + 2ln|x+3| + C_2$$

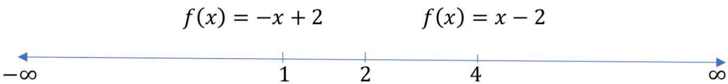
$$= 3ln|x-5| + 2ln|x+3| + C, \qquad C = C_1 + C_2$$

وتراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

**(b)** أوجد $\int_1^4 |x-2|\,dx$

الحـــل :

$$f(x)=|x-2|=\begin{cases} x-2 & : x\ge 2 \\ -x+2 & : x<2 \end{cases}$$




$$\int_1^4 |x-2|\,dx=\int_1^2(-x+2)dx+\int_2^4(x-2)dx$$

$$=\left[-\frac{x^2}{2}+2x\right]_1^2 += \left[\frac{x^2}{2}-2x\right]_2^4$$

$$=\left(\frac{-(2)^2}{2}+2(2)\right)-\left(\frac{-(1)^2}{2}+2(1)\right)+\left(\frac{(4)^2}{2}-2(4)\right)-\left(\frac{(2)^2}{2}-2(2)\right)$$

$$=\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}=2.5$$

وتراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

**السؤال الثالث:**

**$(a)$ أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنيي الدالتين**

$$f(x) = x \qquad , \qquad g(x) = \sqrt{x}$$

**الحـــل :**

1-نوجد الإحداثيات السينية لنقط تقاطع المنحنيين :



نضع : $f(x) = g(x)$

$x = \sqrt{x} \qquad : x \geq 0$

بتربيع الطرفين

$(x)^2 = \left(\sqrt{x}\right)^2$

$x^2 = x$

$x^2 - x = 0$

$x(x-1) = 0$

$x = 0 \qquad or \qquad x = 1$

2-المساحة:

$$A = \left|\int_0^1 \left(f(x) - g(x)\right)dx\right|$$

$$= \left|\int_0^1 \left(x - \sqrt{x}\right)dx\right| = \left|\int_0^1 \left(x - x^{\frac{1}{2}}\right)dx\right|$$

$$= \left|\left[\frac{x^2}{2} - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^1\right|$$

$$= \left|\left(\frac{(1)^2}{2} - \frac{2}{3}(1)^{\frac{3}{2}}\right) - \left(\frac{(0)^2}{2} - \frac{2}{3}(0)^{\frac{3}{2}}\right)\right| = \frac{1}{6} \ unit^2$$

وتراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

**$(b)$ حل المعادلة التفاضلية التالية** $\grave{y} - 2xy = 0$

**الحـــل :**

$\grave{y} - 2xy = 0$

$\grave{y} = 2xy$

$\frac{dy}{dx} = 2xy$

$\frac{dy}{y} = 2xdx$

$\int \frac{dy}{y} = \int 2xdx$

$ln|y| = 2\frac{x^2}{2} + C$

$ln|y| = x^2 + C$

$|y| = e^{x^2+C}$

$y = \mp e^C e^{x^2}$

$y = ke^{x^2}, \qquad k = \mp e^C$

وتراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

**السؤال الرابع :**

***(a)*** **أوجد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وطول محوره الأكبر 16 cm الذي ينطبق على محور الصادات والمسافة بين البؤرتين 10 cm**



**الحــــل :**

طول المحور الأكبر = 16

$2a = 16$

$a = 8$

$a^2 = 64$

المسافة بين البؤرتين = 2c

$2c = 10$

$c = 5$

$c^2 = 25$

$c^2 = a^2 - b^2$

$25 = 64 - b^2$

$b^2 = 64 - 25 = 39$

القطع الناقص المعطى محوره الأكبر ينطبق على محور الصادات
الصورة العامة لمعادلته هي :

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{y^2}{64} + \frac{x^2}{39} = 1$$

وتراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

**(b) القطع الزائد الذي معادلته :** $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$

**أوجد مايلي:**

**(1) الرأسين** **(2) البؤرتين** **(3) الاختلاف المركزي**

**الحـــــل :**

معادلة القطع الزائد المعطى هي : $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{16} = 1$

$a^2 = 7$
$a = \sqrt{7}$

$b^2 = 16$

المحور القاطع ينطبق على محور السينات:
الرأسين هما :

$A_1 = (-a, 0) = (-\sqrt{7}, 0)$

$A_2 = (a, 0) = (\sqrt{7}, 0)$

البؤرتين هما:

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 7 + 16 = 23$
$c = \sqrt{23}$

البؤرتان تقعان على محور السينات لهذا القطع الزائد :

$F_1 = (-c, 0) = (-\sqrt{23}, 0)$

$F_2 = (c, 0) = (\sqrt{23}, 0)$

الاختلاف المركزي :

$e = \frac{c}{a}$

$e = \frac{\sqrt{23}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{161}}{7}$

وتراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة

## ثانياً : البنود الموضوعية

**أولاً : فى البنود (1 – 4) عبارات ظلل فى جدول الإجابة دائرة الرمز :**

(a) إذا اذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا اذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$ — (a) (b)

*****************************************************************************

(2) إذا كان $y = ln(2x+3)$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2x+3}$ — (a) (b)

*****************************************************************************

(3) $\frac{1}{\pi}\int_{-3}^{0} \sqrt{9-x^2}\, dx = \frac{9}{4}$ — (a) (b)

*****************************************************************************

(4) المعادلة : $y^2 = \frac{1}{2}x$ تمثل معادلة قطع مكافئ بؤرته $= (\frac{1}{8}, 0)$ — (a) (b)

**ثانياً : في البنود (4 – 8) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في ورقة الإجابة دائرة الرمز الذي يدل عليها**

(5) إذا كانت $y = x^2e^x - x\,e^x$ ، فإنّ $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $e^x(x^2+x-1)$ (b) $e^x(x^2-x)$

(c) $2x\,e^x - e^x$ (d) $e^x(x^2+2x+1)$

*****************************************************************************

(6) إذا كان $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx = 4 , \int_{3}^{-1} g(x)\,dx = 2$ فإن

$$\int_{-1}^{3} [2f(x) + 3g(x) + 1]dx =$$

(a) 12 (b) 18 (c) −6 (d) 6

*****************************************************************************

(7) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة $(x, y)$ هو: $-x+3$ ويمر بالنقطة $A(2,3)$ هي $y$ تساوي:

(a) $-\frac{x^2}{2} + 3x - 4$ (b) $\ln|3-x| + 3$ (c) $-\frac{x^2}{2} + 3x + 4$ (d) $3 - \ln|3-x|$

**(8)** المعادلة التفاضلية التالية، $\frac{(2y''+x)^2}{xy} = 3$ من:

(a) الرتبة الأولى والدرجة الثانية.
(b) الرتبة الثانية والدرجة الأولى.
(c) الرتبة الثانية والدرجة الثانية.
(d) الرتبة الأولى والدرجة الأولى.

********************************************************

**(9)** حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة $y = -\sqrt{4-x^2}$ بالوحدات المكعبة هو،

(a) $4\pi$
(b) $6\pi$
(c) $\frac{16}{3}\pi$
(d) $\frac{32}{3}\pi$

********************************************************

في التمرينين (11—10)، إذا كان $\int (3x-1)e^{3x+2}\,dx = uv - \int v\,du$ فإن:

**(10)** $uv =$

(a) $(3x-1)e^{3x+2}$
(b) $\frac{1}{3}(3x-1)e^{3x+2}$
(c) $(3x-1)e^{x+2}$
(d) $\frac{1}{3}(x-1)e^{3x+2}$

**(11)** $\int v\,du =$

(a) $-\frac{1}{3}e^{3x+2}+C$
(b) $-e^{3x+2}+C$
(c) $\frac{1}{3}e^{3x+2}+C$
(d) $e^{3x+2}+C$

---

**(12)** الدالة النسبية، $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$ على صورة كسور جزئية هي $f(x)$ تساوي،

(a) $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}$
(b) $\frac{1}{2(x-2)}+\frac{1}{2(x+2)}$
(c) $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}$
(d) $\frac{1}{2(x-2)}-\frac{1}{2(x+2)}$

********************************************************

**(13)** الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25} = 1$ هو،

(a) $\frac{\sqrt{11}}{6}$
(b) $\frac{\sqrt{11}}{5}$
(c) $\frac{36}{25}$
(d) $\frac{25}{36}$

********************************************************

**(14)** معادلتا الخطين المقاربين للقطع الزائد، $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{32} = 2$ هما،

(a) $y = \pm 2x$
(b) $y = \pm \frac{1}{2}x$
(c) $y = \pm 4x$
(d) $y = \pm \frac{1}{4}x$

انتهت الأسئلة

# إجابة البنود الموضوعية



| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | a | b | c | d |
| 2 | a | b | c | d |
| 3 | a | b | c | d |
| 4 | a | b | c | d |
| 5 | a | b | c | d |
| 6 | a | b | c | d |
| 7 | a | b | c | d |
| 8 | a | b | c | d |
| 9 | a | b | c | d |
| 10 | a | b | c | d |
| 11 | a | b | c | d |
| 12 | a | b | c | d |
| 13 | a | b | c | d |
| 14 | a | b | c | d |