أ/ أحمد نصار

نموذج تجريبي (٤) الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي 2021 \ 2020 م

المجال الدراسي: الرياضيات – الزمن: ساعتان وخمس وأربعون دقيقة – الأسئلة في 10 صفحة

القسم الأول: أسئلة مقالية.

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها.

السؤال الأول: (a)

12

إذا كان ميل العمودي على منحنى الدالة f عند أي نقطة $(x\,,y)$ يساوي $\sqrt{5-4x}$

فأوجد معادلة المنحنى عندما يمر بالنقطة $.\ A(-5\,,3)$

(8 درجات)

$$M_{\text{مماس}} = \frac{-1}{M_{\text{عمودي}}}$$

$$M_{\text{مماس}} = \frac{-1}{\sqrt{5-4x}}$$

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{5-4x}}$$

$$f(x) = \int \frac{-1}{\sqrt{5-4x}}\,dx$$

$$f(x) = -\int (5-4x)^{-\frac{1}{2}}\,dx$$

$u = 5-4x$

$du = -4\,dx$

بالتعويض

$$f(x) = -\frac{1}{4}\int (5-4x)^{-\frac{1}{2}}(-4)\,dx$$

$$f(x) = \frac{1}{4}\int (u)^{-\frac{1}{2}}\,du$$

$$f(x) = \frac{1}{4}\,\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C$$

$$f(x) = \frac{1}{4}\,2u^{\frac{1}{2}} + C$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(5-4x)^{\frac{1}{2}} + C$$

بالتعويض بالنقطة المعطاة

$$f(-5) = \frac{1}{2}(5-4(-5))^{\frac{1}{2}} + C = 3$$

$$C = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \therefore f(x) = \frac{1}{2}(5-4(x))^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}$$

تابع السؤال الأول: (b)

حل المعادلة $2y' + y = 1$.

ثم أوجد الحل الذي يحقق $y = 2$ عند $x = -1$.

(4 درجات)

وزارة التربية
الادارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

$$\frac{2y'}{2} = \frac{-y + 1}{2}$$

$$y' = \frac{-y}{2} + \frac{1}{2}$$

الحالة الرابعة $y' = ay + b$

$\boxed{a = -\frac{1}{2}}$, $\boxed{b = \frac{1}{2}}$

حل المعادلات التفاضلية

$$y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$$

$$y = ke^{-\frac{1}{2}x} - \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{y = ke^{-\frac{1}{2}x} + 1}$$

$$2 = ke^{-\frac{1}{2}(-1)} + 1$$

حل المعادلة هي

$$k = 0,6 \Longrightarrow \boxed{y = 0,6\, e^{-\frac{1}{2}x} + 1}$$

السؤال الثاني: (a)

12

(4 درجات)

وزارة

الادارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

أوجد البؤرة ومعادلة الدليل لقطع المكافئ، الذي معادلته: $x^2 = -2y$

ثم ارسم شكلاً تقريبياً له.

الصورة العامة لمعادلة القطع المكافئ

$x^2 = 4Py$

$x^2 = -2y$

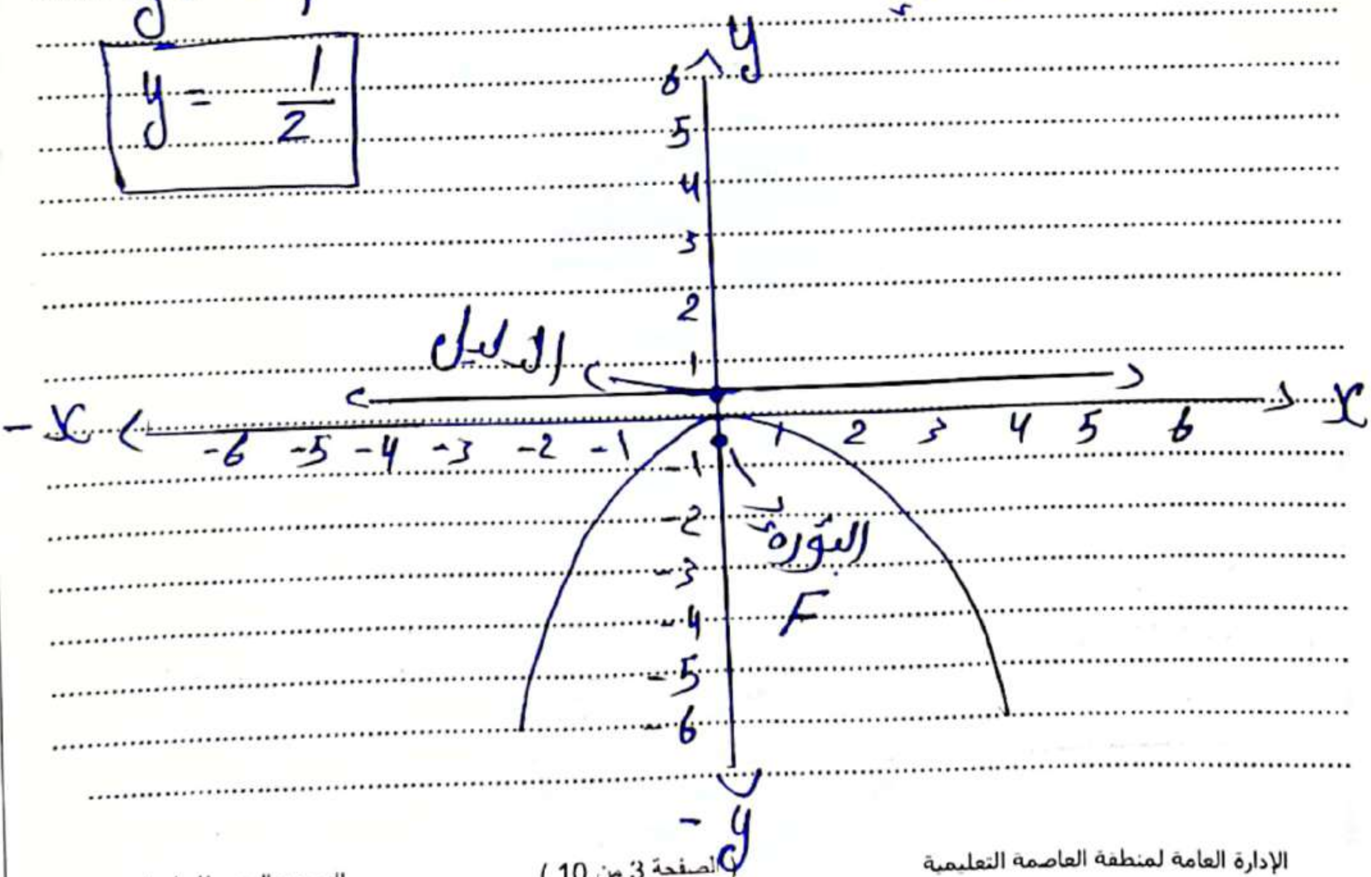
$\frac{-2}{4} = \frac{4P}{4} \longrightarrow \boxed{P = -\frac{1}{2}}$

∴ البؤرة هي النقطة $(0, -\frac{1}{2})$

معادلة الدليل هي

$y = -P$

$\boxed{y = \frac{1}{2}}$



تابع السؤال الثاني: (b)

لتكن الدالة f: $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4x+3}$ ، فأوجد:

1) الكسور الجزئية.

2) $\int f(x)dx$.

وزارة التربية (3 درجات)

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

$f(x) = \frac{2x-1}{x^2-4x+3} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x-1)}$

$\boxed{x_1 = 3}$, $\boxed{x_2 = 1}$

1

$2x-1 = A(x-1) + B(x-3)$

$\boxed{x=3 \text{ نعوض ب}}$

$2(3)-1 = A(3-1) \Rightarrow A = 2,5$

$\boxed{x=1 \text{ نعوض ب}}$

$2(1)-1 = B(1-3) \Rightarrow B = -0,5$

كسور جزئية

$F(x) \int \frac{2x-1}{x^2-4x+3} = \int \frac{2,5}{(x-3)} + \int \frac{-0,5}{(x-1)}$

$\int f(x)dx = 2,5 \int \frac{1}{(x-3)} dx + -0,5 \int \frac{1}{(x-1)} dx$

$= 2,5 \ln|x-3| - 0,5 \ln|x-1|$

تابع السؤال الثالث: (b)

أوجد: $\int_{-3}^{4} | 2x - 4 | \, dx$

وزارة 5 درجات

الادارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

$|2x-4| = \begin{cases} 2x-4 & : x \geq 2 \\ -2x+4 & : x < 2 \end{cases}$

$2x-4=0$

$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2$

$\int_{-3}^{4} |2x-4| \, dx$

$= \int_{-3}^{2} (-2x+4) \, dx + \int_{2}^{4} (2x-4) \, dx$

$= \left[\frac{-2x^2}{2} + 4x\right]_{-3}^{2} + \left[\frac{2x^2}{2} - 4x\right]_{2}^{4}$

$= \left[\frac{-2(2)}{2} + 4(2)\right] - \left[\frac{-2(-3)}{2} + 4(-3)\right] + \left[\frac{2(4)}{2} + 4(4)\right] - \left[\frac{2(2)}{2} + 4(2)\right]$

$= 29$

السؤال الرابع: (a)

وزارة التربية 11

لادارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

(5 درجات)

أوجد: $\int sec^4 x \cdot tanx \, dx$

$\int sec^3 x \cdot tan x \cdot sec x \, dx$

$u = sec x$

$du = sec x \cdot tan x \, dx$

$\int sec^3 x \cdot tan x \cdot sec x \, dx$

$= \int (u)^3 \, du$

$\frac{u^4}{4} + C$

$\boxed{\frac{1}{4} (sec)^4 + C}$

تابع السؤال الرابع: (b)

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0,0)$ وإحدى بؤرتيه $F(\sqrt{41},0)$ ،

ومعادلة أحد خطيه المقاربين $y = \frac{4}{5}x$

(6 درجات)

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

الصورة العامة لمعادلة القطع الناقص الزائد

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$\boxed{c = \sqrt{41}}$

معادلات خطي المقاربات هي

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

$$y = \frac{b}{a}x$$

$$y = \frac{4}{5}x$$

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4a}{4} = \frac{5b}{4}$$

$$\boxed{a = \frac{5b}{4}}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(\sqrt{41})^2 = \left(\frac{5}{4}b\right)^2 + b^2$$

$$\boxed{b = 4}$$

$$a = \frac{5}{4} \cdot b$$

$$a = \frac{5}{4} \cdot 4$$

$$\boxed{a = 5}$$

معادلة القطع هي

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$$

تابع السؤال الرابع: (b)

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه $(0,0)$ وإحدى بؤرتيه $F(\sqrt{41},0)$ ،

ومعادلة أحد خطيه المقاربين $y = \frac{4}{5}x$.

(6 درجات)

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

الصورة العامة لمعادلة القطع الزائد

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$\boxed{c = \sqrt{41}}$

معادلتي خطي المقاربات

$y = \pm \frac{b}{a} x$

$y = \frac{b}{a} x$

$y = \frac{4}{5} x$

$\frac{b}{a} = \frac{4}{5}$

$\frac{4a}{4} = \frac{5b}{4}$

$\boxed{a = \frac{5b}{4}}$

$c^2 = a^2 + b^2$

$(\sqrt{41})^2 = \left(\frac{5}{4} b\right)^2 + b^2$

$\boxed{b = 4}$

$a = \frac{5}{4} \cdot b$

$a = \frac{5}{4} \cdot 4$

$\boxed{a = 5}$

معادلة القطع

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$$