نموذج تجريبي (1) الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي 2020 / 2021 م

المجال الدراسي : الرياضيات   الزمن : ساعتان و45 دقيقة   الأسئلة في 10 صفحات

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها .

السؤال الأول :

14

(8 درجات)

(a) أوجد : $\int \frac{5x-1}{x^2+2x-3}\,dx$

الحل

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$f(x)=\frac{5x-1}{x^2+2x-3}=\frac{5x-1}{(x+3)(x-1)}=\frac{A}{x+3}+\frac{B}{x-1}$$

$1\frac{1}{2}$

$$\boxed{5x-1=A(x-1)+B(x+3)}$$

عندما $x=1 \longleftarrow$ $5(1)-1=A(\cancel{1-1})+B(1+3)$

$\frac{1}{2}$

$$4=4B \longrightarrow B=1$$

عندما $x=-3 \longleftarrow$ $5(-3)-1=A(-3-1)+B(\cancel{-3+3})$

$\frac{1}{2}$

$$-16=-4A \longrightarrow A=4$$

$$\therefore \int f(x)dx=\int\left(\frac{4}{x+3}+\frac{1}{x-1}\right)dx$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$=\int\frac{4}{x+3}dx+\int\frac{1}{x-1}dx$$

$+1+1$

$$=4\,ln|x+3|+ln|x-1|+c$$

تابع السؤال الأول : (b) **(6 درجات)**

أوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $(\pm 3\ ,\ 0)$ وطول محوره القاطع 4

وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

....

الحل

$\because$ القطع الزائد بؤرتاه $(0\ ,\pm 3)$ — $\frac{1}{2}$

ومركزه $(0\ ,0)$

① $c = 3$ — $\frac{1}{2}$

② محور التماثل هو محور Y — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ الصورة القياسية لمعادلة القطع الزائد :

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$ — $\frac{1}{2}$

$\because$ طول المحور القاطع = 4 — $\frac{1}{2}$

$$\therefore 2a = 4 \longrightarrow a = 2$$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\because \quad c^2 = a^2 + b^2$$ — $\frac{1}{2}$

$$9 = 4 + b^2 \longrightarrow \therefore \ b^2 = 5$$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\therefore$ معادلة القطع الزائد هي :

$$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{5} = 1$$ — 1

14

السؤال الثاني : (a)

أوجد :

$$\int \tan x \ sec^3 x \, dx$$

(7 درجات)

الحل

1 $u = \sec x$

1 $du = \sec x \ \tan x \, dx$

$$\int \tan x \ sec^3 x \, dx$$

1 $= \int sec^2 x . (\sec x \ \tan x) \, dx$

1 + 1 + 1 $= \int u^2 \ du = \frac{u^3}{3} + c$

1 $= \frac{1}{3} sec^3 x + c$

حل آخر

$$g(x) = \sec x$$

$$\grave{g}(x) = \sec x \ \tan x$$

$$\int (g(x))^n \ . \grave{g}(x) dx = \frac{(g(x))^{n+1}}{n+1} + c$$

$$n \epsilon \ Q - \{-1\}$$

$$\int \tan x \ sec^3 x \, dx$$

$$= \int sec^2 x . (\sec x \ \tan x) \, dx$$

$$= \frac{sec^3 x}{3} + c$$

تابع السؤال الثاني : (b) **(7 درجات)**

إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة f عند أي نقطة عليه $(x\,,y)$ هو $2x-1$

فأوجد معادلة المنحنى علماً بأنه يمر بالنقطة $B(1\,,0)$

الحل

$\frac{1}{2}$ — ميل العمودي $= 2x-1$

1 — ميل المماس $= \quad \grave{f}(x) = \dfrac{-1}{\text{ميل المماس}} = \dfrac{-1}{2x-1}$

1 — $\because \quad f(x) = \int \grave{f}(x)dx$

$1 + 1$ — $= \int \dfrac{-1}{2x-1}dx = \dfrac{-1}{2}\, ln\,|2x-1| + c$

$\because \quad (1\,,0) \in$ للمنحنى

$f(1) = 0$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ — $\dfrac{-1}{2}\, ln\,|2(1)-1| + c = 0 \qquad \therefore\; c = 0$

1 — معادلة المنحنى هي $\quad f(x) = \dfrac{-1}{2}\, ln\,|2x-1|$

14

السؤال الثالث : (a)

(7 درجات)

أوجد : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

الحل

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx$

$$u = x \qquad dv = \sin x \, dx$$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx$

$$du = dx \qquad v = -\cos x$$

1

$$\int u\,dv = u.v - \int v\,du$$

$\int x\sin x\,dx + \int x\sin x\,dx$

$$\int x \sin x \, dx = -x\cos x - \int (-\cos x)\, dx$$

$\int x\sin x\,dx$

$$= -x\cos x + \int \cos x \, dx$$

$$= -x\cos x + \sin x + c$$

1

$$\therefore \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx = [-x\cos x + \sin x]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$\int x\sin x\,dx + \int x\sin x\,dx$

$$= \left(-\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}\right) - (-(0)\cos 0 + \sin 0)$$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx$

$$= 1$$

(7 درجات) تابع السؤال الثالث : (b)

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x^2 + 5x + 4$
ومحور السينات

الحل

نوجد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات

بوضع $f(x) = 0$

1 $x^2 + 5x + 4 = 0$

$(x + 4)(x + 1) = 0$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $x = -4 \quad , \quad x = -1$

$\frac{1}{2}$ $A = \left|\int_{-4}^{-1} f(x)dx\right|$

1 $= \left|\int_{-4}^{-1} (x^2 + 5x + 4)\, dx\right|$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= \left[\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + 4x\right]_{-4}^{-1}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= \left|\left(\frac{(-1)^3}{3} + \frac{5(-1)^2}{2} + 4(-1)\right) - \left(\frac{(-4)^3}{3} + \frac{5(-4)^2}{2} + 4(-4)\right)\right|$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= \frac{9}{2} = 4.5 \quad unit\ square$

14

السؤال الرابع : (a)

أوجد : $\int \frac{(\sqrt{x}-3)^5}{\sqrt{x}}\,dx$

(6 درجات)

الحل

1	$u=\sqrt{x}-3$
$1+\frac{1}{2}$	$du=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx \longrightarrow 2du=\frac{1}{\sqrt{x}}dx$
	$\int \frac{(\sqrt{x}-3)^5}{\sqrt{x}}\,dx$
	$=\int (\sqrt{x}-3)^5.\frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$
$1+\frac{1}{2}+1$	$=\int u^5\,(2du) \quad =\int 2u^5\,du=2.\frac{u^6}{6}+c$
$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$	$=\frac{1}{3}u^6+c=\frac{1}{3}(\sqrt{x}-3)^6+c$

حل آخر

$$\int \frac{(\sqrt{x}-3)^5}{\sqrt{x}}\,dx$$

$$=\int (\sqrt{x}-3)^5.\frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$$

$$=2\int (\sqrt{x}-3)^5.\frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$$

$$=2.\frac{(\sqrt{x}-3)^6}{6}+c$$

$$=\frac{1}{3}(\sqrt{x}-3)^6+c$$

$$g(x)=\sqrt{x}-3$$

$$\grave{g}(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}dx$$

$$\int (g(x))^n.\grave{g}(x)dx=$$

$$\frac{(g(x))^{n+1}}{n+1}+c$$

$$n\epsilon\, Q-\{-1\}$$

تابع السؤال الرابع : (b) **(8 درجات)**

إذا كانت $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{10}=1$ معادلة قطع ناقص فأوجد

(1) الرأسين (2) البؤرتين (3) الاختلاف المركزي

وزارة التربية
الادارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

الحل

من معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{10}=1$

1 $a^2=16 \longrightarrow a=4$

1 $b^2=10 \longrightarrow b=\sqrt{10}$

$\because\ a^2=b^2+c^2$

1 $\therefore\ 16=10+c^2 \longrightarrow c^2=6 \longrightarrow c=\sqrt{6}$

1 $\because$ المحور الأكبر ينطبق على محور السينات

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ (1) الرأسين هما $(\pm a\,,0) \longrightarrow (4\,,0)\ ,(-4\,,0)$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ (2) البؤرتين $(\pm c\,,0) \longrightarrow (\sqrt{6}\,,0)\ ,(-\sqrt{6}\,,0)$

$1+1$ (3) الاختلاف المركزي $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{4}$

14

القسم الثاني (البنود الموضوعية)

أولاً : في البنود من $(1 - 4)$ ظلّل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1	المعادلة التفاضلية التالية $x^2 \dddot{y} + (\dot{y})^2 + y = 0$ من الرتبة الثالثة الدرجة الأولى .	a	b
2	$\int_0^5 \lvert x-3 \rvert \, dx = 6$	a	b
3	إذا كان $y = x \ln x - x$ فإن $\dot{y} = \ln x$	a	b
4	حجم الجسم الدوراني الناتج من دوران المنطقة المستوية المحصورة بين المنحنى $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ ومحور السينات دورة كاملة تساوي 36π وحدة مكعبة .	a	b

ثانياً : في البنود من $(5 - 14)$ لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلّل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح .

5 $\int (2x+1) \sin x \, dx =$

(a) $(2x+1)\cos x + 2\sin x + c$
(b) $-(2x+1)\cos x + 2\sin x + c$
(c) $-(x+1)\cos x - 2\sin x + c$
(d) $(2x+1)\cos x - 2\sin x + c$

6 نقطتا تقاطع القطع الزائد الذي معادلته $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{49} = 1$ مع محور السينات هما

(a) $(\pm 7 , 0)$
(b) $(\pm 5 , 0)$
(c) $(0 , \pm 5)$
(d) ليس أياً مما سبق

7 $\int \left(\frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2} + 2 \right)^2 dx =$

(a) $x^2 + c$
(b) $2x + c$
(c) $\frac{x^2}{2} + 2x + c$
(d) $\frac{1}{3} x^3 + c$

8 حل المعادلة التفاضلية $\frac{dy}{dx} = 2x$ الذي يحقق $x = 1 , y = -2$ هو

(a) $y = x^2 + 3$
(b) $y = x^2 - 3$
(c) $y = \frac{x^2}{2} - 3$
(d) $y = \frac{x^2}{2} + 3$

9	$$\int \frac{\sin(4x)}{\cos^5(4x)}\,dx =$$ (a) $-\frac{1}{16}\cos^{-4}(4x)+c$ (b) $\frac{1}{16}\cos^{-4}(4x)+c$ (c) $-\cos^{-4}(4x)+c$ (d) $\cos^{-4}(4x)+c$
10	إذا كان $a = 7$, $c = 2\sqrt{10}$ فإن معادلة القطع المخروطي الناتج هي : (a) $\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{9}=1$ (b) $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{9}=1$ (c) $\frac{x^2}{7}+\frac{y^2}{3}=1$ (d) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{49}=1$
11	إذا كانت $y = \ln(x^2+1)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي (a) $\frac{x}{x^2+1}$ (b) $\frac{2}{x^2+1}$ (c) $\frac{2x}{x^2+1}$ (d) $\frac{-2x}{x^2+1}$
12	إذا كان $\int (3x-1)\,e^{3x+2}\,dx = u.v - \int v\,du$ فإن $u.v =$ (a) $(3x-1)\,e^{3x+2}$ (b) $\frac{1}{3}(3x-1)\,e^{3x+2}$ (c) $(3x-1)\,e^{x+2}$ (d) $\frac{1}{3}\,(x-1)e^{3x+2}$
13	المعادلة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه $(0,0)$ وبؤرته $(-5,0)$ هي (a) $x^2 = 20y$ (b) $y^2 = 20x$ (c) $x^2 = -20y$ (d) $y^2 = -20x$
14	الصورة العامة للمشتقة العكسية للدالة f حيث $f(x) = 8 + \csc x \cot x$ هي (a) $F(x) = 8x + \csc x + c$ (b) $F(x) = 8x - \cot x + c$ (c) $F(x) = 8x - \csc x + c$ (d) $F(x) = 8x + \cot x + c$

إنتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)