(2 - 21)

العينات

العينة العشوائية Random Sample

هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم اختيارها عشوائيًا بطريقة علمية دون تحيز كي تمثل هذا المجتمع أفضل تمثيل بأقل تكلفة ممكنة. تختلف العينة بحسب طبيعة المجتمع الإحصائي محل الدراسة. في ما يلي بعض من العينات العشوائية.

(٢-٢-أ) العينة العشوائية البسيطة Simple Random Sample

إذا كان المجتمع الإحصائي يتضمن عدد ن من المفردات المتجانسة وأردنا دراستها باتجاه معين اعتمادًا على عينة عشوائية عدد مفرداتها م، وإذا كانت كل عينة عشوائية من هذا المجتمع الإحصائي لها الفرصة نفسها في أن نختارها فيكون لدينا عينة عشوائية بسيطة. في مثل هذه العينة يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع الإحصائي الفرصة نفسها في الظهور.

يوجد طرائق عدة لاختيار العينة العشوائية البسيطة، إما باستخدام جدول الأعداد العشوائية أو آلات حاسبة متخصصة أو برامج إحصائية، على سبيل المثال برنامج Microsoft Excel.

مثال (1)

مثال (١)

في إحدى المؤسسات التعليمية يوجد ٨٠ طالبًا مرقمين من ١ إلى ٨٠.
المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٧ طلاب لدراسة بعض الأمور في المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الأول والعمود الثاني.

الحل:

بما أن حجم المجتمع ٨٠ فإننا نأخذ أول رقمين لجهة اليسار من الصف الأول والعمود الثاني ثم نتحرك رأسيًا إلى الأسفل نجد الأعداد التالية: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٩٦، ٣٧، ٨٦، ٤١ .

ولكن يوجد عددان ٩٦، ٨٦ لا يوجد مقابل لهما في ترقيم الطلاب لذا يبقى لدينا: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٣٧، ٤١ .

فنكمل لنجد العددين الآخرين على ألا يكون تكرارًا لما سبق فنجد: ٢، ٣٥.

وبذلك يصبح لدينا الطلاب بحسب الترقيم التالي: ٢٨، ٥٣، ٣١، ٣٧، ٤١، ٢، ٣٥.

ملاحظة

يتم اختيار الصف الأول والعمود الأول من جدول الأعداد العشوائية إذا لم يتم التحديد.

حاول أن تحل (1)

في مثال (١) إذا كان المطلوب سحب العينة من جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس. فما هي الأعداد التي سوف يحصل عليها؟

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	28138	28596	04819	50138	12598	96878	55684	01488	58963	25896	36987	47856	20150	18965
2	01055	53625	47739	51063	08445	33254	22542	50954	73949	11945	29947	86107	35420	77076
3	79603	31075	71532	38497	08236	78411	18237	48743	81472	31761	49582	70411	64708	59416
4	79261	96010	82558	15977	15827	55768	29668	73188	65198	24483	16219	63827	05092	47495
5	00005	37153	07206	78041	09457	97003	49739	75180	74018	90951	96161	31749	23314	55471
6	59282	86004	13259	59537	75702	66287	77941	27095	46176	67215	93007	84125	89302	92843
7	20119	41234	01600	61772	57765	43965	60952	86606	47653	71502	85121	56804	03494	98302
8	67205	41113	34514	03273	95516	68365	79855	50202	66262	31348	37260	56557	15116	38645
9	06244	02595	08941	24615	92256	43007	05022	48195	91554	42525	30499	92203	70717	92685
10	46210	35683	67486	77091	58196	08010	54826	97006	76740	76343	93982	66126	91164	53560
11	80851	80252	02993	92648	12421	00480	53258	45140	57226	10428	36478	24600	01401	29179
12	74684	98726	87312	70958	49781	45504	70689	57849	77383	53581	05100	07629	04450	54826
13	82136	32120	31733	10371	01132	25110	67123	59517	89996	58905	75260	21509	87839	68376
14	73419	88893	89748	44745	46290	54781	31307	62656	69777	24494	91659	29133	46122	75769
15	66082	76594	77480	38397	64521	18712	50625	39027	39168	07835	13446	17758	19166	86050
16	72300	93912	87548	69024	17509	52647	64335	84663	79524	34618	72718	51651	10486	81509
17	46805	82648	27550	65291	27181	92637	13539	87601	15442	70131	62278	99491	41647	11029
18	59068	93270	15829	34926	46252	90487	92734	04850	90175	84906	46435	91518	86972	25705
19	63089	93954	30250	80347	81506	53768	75611	62054	89867	16083	45585	39555	96236	37875
20	54384	64888	28929	46575	08301	86288	52656	19225	65019	74795	25915	71637	49063	17695
21	41219	63211	39429	15290	78067	66741	08485	64653	87698	04983	47255	72768	90770	82930
22	20939	02271	71831	53134	73002	86087	98213	24484	08574	34915	03881	26259	83583	55337
23	66587	02998	73357	00128	97188	71660	47602	52022	28157	21602	30212	53762	94149	66526
24	71255	04641	38419	79552	62599	76281	10226	60287	16627	85028	41218	20667	63917	49254
25	08584	91510	57892	75011	49221	69960	90413	62400	23239	76854	66983	15964	70808	41341

الحل :

17 , 64 , 46 , 01 , 49 , 12 , 58

مثال (2)

في أحد الأندية الكبيرة في دولة الكويت كان عدد العمال ٢٠٠ عامل مرقمين من ١ إلى ٤٠٠، المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ١٠ عمال لدراسة المستوى الفني للعمال باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف الخامس والعمود الرابع.

الحل:

٢٤٦، ٣٨٣، ٣٤٩، ٣٤١، ٢١٥، ٢٦٧، ٣١٨، ٢٧١، ٣٦٨، ٣٨٨

فيكون العمال حاملي الأعداد السابقة يشكلون عينة عشوائية بسيطة.

حاول أن تحل (2)

في أحد المصانع في دولة الكويت كان عدد الموظفين ٣٠٠ موظف مرقمين من ٦٠١ إلى ٩٠٠، المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة مكونة من ٦ موظفين باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف العاشر والعمود الرابع عشر.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
10	46210	35683	67486	77091	58196	08010	54826	97006	76740	76343	93982	66126	91164	53560
11	80851	80252	02993	92649	12421	00480	53258	45140	57226	10428	36478	24600	01401	29179
12	74684	98726	87312	70956	49731	45504	70689	57849	77383	53581	05100	07629	04450	54826
13	82136	32120	31733	10371	01132	25110	67123	59517	89996	58905	75260	21509	87839	68376
14	73419	88893	89748	44745	46390	54781	31307	62656	69777	24494	91659	29133	46122	75769
15	66082	76594	77480	38397	64521	18712	50625	39027	39168	07835	13446	17758	19166	86050
16	72300	93912	87548	69024	17509	52647	64335	84663	79524	34618	72718	51651	10486	81509
17	46805	82648	27550	65291	27181	92637	13539	87601	15442	70131	62278	99491	41647	11029
18	59068	93270	15829	34926	46252	90487	92734	04850	90175	84906	46435	91518	86972	25705
19	63089	93954	30250	80347	81506	53768	75611	62054	89867	16083	45585	39555	96236	37875
20	54384	64888	28929	46575	08301	86288	52656	19225	65019	74795	25915	71637	49063	17695
21	41219	63211	39429	15290	78067	66741	08485	64653	87698	04983	47255	72768	90770	82930
22	20939	02271	71831	53134	73002	86087	98213	24484	08574	34915	03881	26259	83583	55337
23	66587	02998	73357	00128	97188	71660	47602	52022	28157	21602	30212	53762	94149	66526
24	71255	04641	38419	79552	62599	76281	10226	60287	16627	85028	41218	20667	63917	49254
25	08584	91510	57892	75011	49221	69960	90413	62400	23239	76854	66983	15964	70808	41341
26	31552	70340	48274	81006	74831	19177	49160	50762	89666	93535	12381	29770	33895	90381
27	02779	92197	83606	60964	65448	64964	19444	31357	16774	68021	46076	43831	09372	71527
28	22739	38348	29275	50087	91312	68984	37018	03447	05352	00798	61243	86397	98949	07622
29	21255	64526	97920	04791	77315	49905	74232	67222	89562	14683	81533	60057	31164	21824
30	95796	88317	77167	07879	03499	00804	27377	18693	75652	32509	38279	28588	16753	86119
31	75902	33821	35579	75020	78575	43912	99570	79216	04682	53316	95976	11938	56490	43868
32	36028	73731	05339	82203	22856	72459	00237	17627	50326	98629	71967	48402	61549	83717
33	06836	03795	80497	34107	29215	17117	69538	63274	96690	78884	38149	84592	67096	84551
34	35984	71052	01657	19690	99783	13513	37517	96508	49098	86592	10874	18125	00876	14549
35	87635	49443	55077	18157	20552	27316	12591	68157	34316	20447	53989	40096	69123	74210

الحل :

683 , 757 , 860 ,
815 , 829 , 665

(٢-٢-ب) العينة العشوائية الطبقية Stratified Random Sample

يمكن تقسيم المجتمع الإحصائي إلى مجموعات لا تتقاطع مع بعضها البعض، ثم نأخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة فنحصل على عينة عشوائية طبقية.

تستخدم العينة العشوائية الطبقية عادة في حالة إمكان تقسيم المجتمع الإحصائي إلى طبقات مختلفة غير متقاطعة مع بعضها البعض وكل طبقة متجانسة من حيث المفردات التي تؤلفها.

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}$$

حجم العينة من أي طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

مثال (3)

لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة عند الموظفين في إحدى المؤسسات، تم سحب عينة طبقية مكونة من ٨٠ فردًا من أصل ١ ٦٠٠ موظف موزعين كما يبين الجدول التالي:

إداريون	تقنيون وفنيون	عمال ومستخدمون	المجموع
١٠٠	٣٠٠	١ ٢٠٠	١ ٦٠٠

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{٨٠}{١٦٠٠} = ٠,٠٥$$

لإيجاد حجم العينة الطبقية نأخذ القاعدة:

حجم العينة الطبقية = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة.

نوجد إذًا حجم العينة لكل طبقة في المؤسسة:

حجم عينة الإداريين = ٠,٠٥ × ١٠٠ = ٥

حجم عينة التقنيين والفنيين = ٠,٠٥ × ٣٠٠ = ١٥

حجم عينة العمال والمستخدمين = ٠,٠٥ × ١ ٢٠٠ = ٦٠

وبالتالي تكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من: ٥ (إداريين)، ١٥ (تقنيًا وفنيًا)، ٦٠ (عاملًا ومستخدمًا).

حاول أن تحل (3)

لدراسة الآداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف، تم سحب عينة طبقية مكونة من ٧ أفراد من ٣٥ موظفًا موزعين كما يبين الجدول التالي:

مدراء أقسام	محاسبون ومدققون	عمال ومستخدمون	المجموع
١٠	٢٠	٥	٣٥

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

الحل

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{7}{35} = 0.2$$

حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

حجم عينة مدراء الأقسام : $0.2 \times 10 = 2$

حجم عينة محاسبون ومدققون : $0.2 \times 20 = 4$

حجم عينة العمال والمستخدمين : $0.2 \times 5 = 1$

حجم كل عينة	
مدراء الأقسام	2
محاسبون ومدققون	4
عمال ومستخدمون	1
المجموع	7

مثال (4)

في إحدى المؤسسات يوجد ١٠٠ إداري مرقمين من ١٠٠ إلى ١٩٩، ٢٠٠ مهندس وتقني مرقمين من ٢٠٠ إلى ٣٩٩، ٦٠٠ عامل ومستخدم مرقمين من ٤٠٠ إلى ٩٩٩. المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ١٨ فردًا لدراسة كفاءة العاملين في هذه المؤسسة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الرابع والعمود الرابع.

أولًا: نوجد كسر المعاينة = $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{١٨}{٩٠٠} = ٠,٠٢$

ثانيًا: نوجد حجم كل عينة بسيطة.

حجم عينة الإداريين = ٠,٠٢ × ١٠٠ = ٢

حجم عينة المهندسين والتقنيين = ٠,٠٢ × ٢٠٠ = ٤

حجم عينة العمال والمستخدمين = ٠,٠٢ × ٦٠٠ = ١٢

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة كما يلي:

٢ (إداريين)، ٤ (مهندسين وتقنيين)، ١٢ (عاملًا ومستخدمًا).

ثالثًا: نستخدم جدول الأعداد العشوائية لإيجاد أرقام:

٢ إداريين من بين الأعداد ١٠٠ إلى ١٩٩.

٤ مهندسين وتقنيين من بين الأعداد ٢٠٠ إلى ٣٩٩.

١٢ عاملًا ومستخدمًا من بين الأعداد ٤٠٠ إلى ٩٩٩.

- الإداريين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع، والعمود الرابع ثم نتحرك نزولًا. فنجد الأعداد ١٥٩، ١٠٣.
- المهندسين والتقنيين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع والعمود الرابع ثم نتحرك نزولًا. فنجد الأعداد: ٢٤٦، ٣٨٣، ٣٤٩، ٣٤١.
- العمال والمستخدمين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الرابع والعمود الرابع، ثم نتحرك نزولًا فنجد الأعداد: ٧٨٠، ٥٩٥، ٦١٧، ٧٧٠، ٩٢٦، ٧٠٩، ٤٤٧، ٦٩٠، ٦٥٢، ٨٠٣، ٤٦٥، ٥٣١.

فتكون العينة العشوائية الطبقية مكونة من عينات عشوائية بسيطة بحسب الترقيم التالي:

- للإداريين: ١٥٩، ١٠٣.
- للمهندسين والتقنيين: ٢٤٦، ٣٨٣، ٣٤٩، ٣٤١.
- للعمال والمستخدمين: ٧٨٠، ٥٩٥، ٦١٧، ٧٧٠، ٩٢٦، ٧٠٩، ٤٤٧، ٦٩٠، ٦٥٢، ٨٠٣، ٤٦٥، ٥٣١.

حاول أن تحل (4)

٤ في مثال (١٠) إذا أراد صاحب المؤسسة سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ٩ أفراد:

أ أوجد كسر المعاينة.

ب أوجد حجم العينات العشوائية البسيطة المكونة لهذه العينة العشوائية الطبقية.

ج استخدم الصف الثالث والعمود السابع، لتجد الترقيم المناسب في كل عينة بسيطة.

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{9}{900} = 0.01$$

حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

حجم عينة الإداريين: $0.01 \times 100 = 1$

حجم عينة المهندسين والتقنيين: $0.01 \times 200 = 2$

حجم عينة العمال والمستخدمين: $0.01 \times 600 = 6$

نستخدم جدول الأعداد العشوائية لإيجاد أرقام :

1 إداري من بين الأعداد 100 إلى 199

2 مهندسين وتقنيين من بين الأعداد 200 إلى 399

6 عمال ومستخدم من بين الأعداد 400 إلى 999

الإداريين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الثالث والعمود السابع ثم نتحرك نزولاً فنجد الأعداد: 182

المهندسين والتقنيين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الثالث والعمود السابع ثم نتحرك نزولاً فنجد الأعداد:296 , 313

العمال والمستخدمين: نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار من الصف الثالث والعمود السابع ثم نتحرك نزولاً فنجد الأعداد: 497 , 779, 609, 798, 548 , 532

(٢-٢-جـ) العينة العشوائية المنتظمة Systematic Random Sample

من أكثر العينات العشوائية استخدامًا العينة العشوائية المنتظمة، حيث يتم تقسيم المجتمع إلى فترات متساوية الطول وعددها يساوي حجم العينة.

تستخدم العينة العشوائية المنتظمة في المجتمعات الإحصائية المتجانسة حيث:

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$$

يمكن سحب المفردة الأولى في العينة باستخدام جدول الأعداد العشوائية أو عن طريق المختبر الإحصائي.

مثال (5)

في أحد المصانع حيث عدد العمال ٩٠٠ مرقمين من ١ إلى ٩٠٠، أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٥، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود العاشر.

الحل:

نوجد: طول الفترة = $\frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{٩٠٠}{١٥} = ٦٠$

نختار أول عدد عشوائي مؤلف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية على ألا يزيد عن العدد ٦٠.

نجد العدد ٣١ على التقاطع بين الصف الثامن والعمود العاشر.

فتكون الأعداد كما يلي:

٣١
٣١ + ٦٠ = ٩١
٩١ + ٦٠ = ١٥١
١٥١ + ٦٠ = ٢١١
٢١١ + ٦٠ = ٢٧١
٢٧١ + ٦٠ = ٣٣١
٣٣١ + ٦٠ = ٣٩١
٣٩١ + ٦٠ = ٤٥١
٤٥١ + ٦٠ = ٥١١
٥١١ + ٦٠ = ٥٧١
٥٧١ + ٦٠ = ٦٣١
٦٣١ + ٦٠ = ٦٩١
٦٩١ + ٦٠ = ٧٥١
٧٥١ + ٦٠ = ٨١١
٨١١ + ٦٠ = ٨٧١

والعينة العشوائية المنتظمة تتكون من العمال حيث ترقيمهم بالأعداد التالية:

٣١، ٩١، ١٥١، ٢١١، ٢٧١، ٣٣١، ٣٩١، ٤٥١، ٥١١، ٥٧١، ٦٣١، ٦٩١، ٧٥١، ٨١١، ٨٧١.

حاول أن تحل (5)

في مثال (٥) ما العينة العشوائية المنتظمة إذا أراد صاحب المصنع تشكيلها على أن يكون حجمها ١٠، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الخامس عشر والعمود السابع؟

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{900}{10} = 90$$

نختار أول عدد عشوائي مؤلف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتدءا من الصف الخامس عشر والعمود السابع على ألا يزيد عن العدد 90 (طول الفترة)

نجد أن العدد 50 على التقاطع بين الصف الخامس عشر والعمود السابع وهو أقل من طول الفترة (90) ثم نضيف العدد 90 فتكون الأعداد كما يلي:

50 , 140 , 230 , 320, 410 , 500 , 590 , 680 , 770 , 860

مثال (6)

يبلغ عدد طلاب إحدى مدارس الكويت ٧٠٠ طالبًا مرقمين من ١ إلى ٧٠٠، أراد مدير المدرسة إرسال ١٠ طلاب لحضور ندوة حول «حماية الحيوانات المهددة بالاضغطاض». المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها ١٠ باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءًا من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث.

الحل:

نوجد: طول الفترة $= \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{٧٠٠}{١٠} = ٧٠$

نختار أول عدد عشوائي مؤلّف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية بحيث لا يزيد عن طول الفترة (٧٠) ابتداءً من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث فنجد العدد ٣٨.

٣٨
٣٨ + ٧٠ = ١٠٨
١٠٨ + ٧٠ = ١٧٨
١٧٨ + ٧٠ = ٢٤٨
٢٤٨ + ٧٠ = ٣١٨
٣١٨ + ٧٠ = ٣٨٨
٣٨٨ + ٧٠ = ٤٥٨
٤٥٨ + ٧٠ = ٥٢٨
٥٢٨ + ٧٠ = ٥٩٨
٥٩٨ + ٧٠ = ٦٦٨

تتكون العينة العشوائية من الطلاب حيث ترقيمهم بالأعداد التالية:

٣٨، ١٠٨، ١٧٨، ٢٤٨، ٣١٨، ٣٨٨، ٤٥٨، ٥٢٨، ٥٩٨، ٦٦٨.

حاول أن تحل (6)

عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس يبلغ ١٤٠ طالبًا مرقيمن من ١ إلى ١٤٠ . المطلوب سحب عيّنة عشوائية منتظمة حجمها ٧ لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم هدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد، باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف السادس والعمود التاسع.

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{140}{7} = 20$$

نختار أول عدد عشوائي مؤلف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتدءا من الصف السادس والعمود التاسع على ألا يزيد عن العدد 20 (طول الفترة)

نجد أن العدد 15 على التقاطع بين الصف السابع عشر والعمود التاسع وهو أقل من طول الفترة (20) ثم نضيف العدد 20 فتكون الأعداد كما يلي:

15 , 35 , 55 , 75, 95 , 115 , 135