المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) أوجد إن أمكن الجذور التربيعية الحقيقية لكل من الأعداد التالية:

(أ) ٨١ $= \pm\sqrt{81} = \pm 9$

(ب) -٣٦ = لا يوجد

(جـ) ٢,٢٥ $= \pm\sqrt{\frac{225}{100}} = \pm\frac{15}{10}$

(د) ١ $= \pm\sqrt{1} = \pm 1$

(هـ) $٨^{٢}$ $= \pm\sqrt{8^{2}} = \pm 8$

(و) $\frac{٣٦}{٢٥} = \pm \sqrt{\frac{11}{25}} = \pm \frac{11}{5}$

(ز) $(-١٠٠)^{٢}$ = لا يوجد

(ح) $\frac{١٨}{٣٢} = \pm \sqrt{\frac{18}{32}} = \pm \sqrt{\frac{9}{16}} = \pm \frac{3}{4}$

(ط) $٤٧ = \pm \sqrt{7^{4}} = \pm 7^{2} = \pm 49$

(٢) أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية:

(أ) $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$

(ب) $\sqrt[3]{0} = 0$

(جـ) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

(د) $\sqrt[3]{-1000} = \sqrt[3]{(-10)^3} = -10$

(هـ) $\sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{10^3}} = \frac{3}{10}$

(و) $\frac{١٢٥}{٢١٦} = \left(\frac{125}{216}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{6}}\right)^3 = \frac{5}{6}$

(ز) $٣٤٣ \times ٢٧ = \sqrt{343 \times 27}^3 = \sqrt{7 \times 3}^3 = 21$

(ح) $-\frac{١}{٥١٢} = \left(\frac{1-}{512}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt[3]{(1-)}}{\sqrt[3]{8}}\right)^3 = \frac{1-}{8}$

(ط) $-٠,٢١٦ = \left(\frac{216-}{1000}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt[3]{(6-)}}{\sqrt[3]{10}}\right)^3 = \frac{6-}{10} = \frac{3-}{5}$

(٣) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $\sqrt{٩س^{٢}}$ = $\sqrt{3^{2}\ س^{2}}$ = $\sqrt{(3\ س)^{2}}$ = $|3\ س|$ = $|3|$ $|س|$

(ب) $\sqrt{٤س^{٦}}$ = $\sqrt{2^{2}\ (س^{3})^{2}}$ = $\sqrt{(2س^{3})^{2}}$ = $|2س^{3}|$ = $|2|$ $|س^{2}|$ = $2س^{2}$ $|س|$

(جـ) $\sqrt{١٦س^{٤}}$ = $\sqrt{4^{2}\ (س^{2})^{2}}$ = $\sqrt{(4س^{2})^{2}}$ = $|4س^{2}|$ = $4س^{2}$

(د) $\sqrt{٠,٨١س^{١٦}}$ = $\sqrt[3]{\frac{81\ س^{16}}{100}}$ = $\sqrt[3]{\frac{9^{2} \times (س^{8})^{2}}{10^{2}}}$ = $\sqrt[3]{\frac{(9س^{8})^{2}}{10^{2}}}$ = $\frac{|9|\ |س^{8}|}{10}$ = $\frac{9\ س^{8}}{10}$

(هـ) $\sqrt{س^{8} ص^{14}}$ $= \sqrt{(س^{4})^{2} (ص^{2})^{2}} = \sqrt{(س^{4} ص^{2})^{2}} = |س^{4} ص^{2}| = س^{4} ص^{2}$

$\sqrt{\frac{س^{3} ص^{5}}{25 س}} = \sqrt{\frac{س^{2} ص^{5}}{25}}$

(و) $\sqrt{\frac{س^{3} ص^{5}}{س^{2} ٢٥}}$ حيث س > ٠، ص ≤ ٠ $= \sqrt{\frac{س^{2} (ص^{2})^{2} ص}{5^{2}}} = \frac{|س ص^{2}| \sqrt{ص}}{5} = \frac{س ص^{2} \sqrt{ص}}{5}$

(ز) $\sqrt{\frac{١٦ س^{7} ص^{9}}{س^{3}}}$ حيث س ≠ ٠، ص ≤ ٠ $= \sqrt{16 س^{4} ص^{9}} = \sqrt{(4 س^{2} ص^{4})^{2} \times ص} = |4 س^{2} ص^{4}| \sqrt{ص} = 4 س^{2} ص^{4} \sqrt{ص}$

(٤) بسّط كلًا من التعبيرات التالية:

(أ) $\sqrt{٧}٨ \times \sqrt{٧}٤٠$

$= \sqrt{5 \times 2^{3} \times 2^{3}} = \sqrt{5 \times 2^{6}} = \sqrt{5 \times (2^{3})^{2}}$

$= 2^{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{5}8$

(ب) $(\sqrt{٧}٣ - \sqrt{٧}٢)^{٢}$

$= 2 - 2 + \sqrt{6} = 3 + \sqrt{6} - 5 = 2$

(جـ) $\sqrt{٧}٧ \times (\sqrt{٧}٢٨ - \sqrt{٧}٧٢)$

$= 2 \times 7 - \sqrt{4 \times 7 \times 7} = 2 \times 7 - 14 = 14 - 14 =$ صفر

(د) $(٢+\sqrt{٥٠})\times\sqrt{٢}$

$$\sqrt{2}\,2+\sqrt{100}=$$

$$\sqrt{2}\,2+10=$$

(هـ) $(٧+٢\sqrt{٣})^{٢}$

$$(\sqrt{3}\,2)^{2}+\sqrt{2}\,2\times7\times2+49=$$

$$\sqrt{2}\,28+61=12+\sqrt{2}\,28+49=$$

(و) $\dfrac{\sqrt{١٠\times١,٦}}{\sqrt{١٠\times٤}}$

$$2=\sqrt{4}=\sqrt{\frac{10^{2}\times16}{10^{2}\times4}}=$$

(ز) $\sqrt{75} - \sqrt{18} + \sqrt{32}$

$\sqrt{3 \times 25} - \sqrt{2 \times 9} + \sqrt{2 \times 16} =$

$5\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} =$

$5\sqrt{3} + \sqrt{2}$

(ح) $\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128}$

$\sqrt[3]{2 \times 8} - \sqrt[3]{2 \times 27} + \sqrt[3]{2 \times 64} =$

$2\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2} =$

$3\sqrt[3]{2}$

(ط) $\sqrt[3]{٧} \times ١٢٥ \times ٧٠ \times ١٥ = \sqrt{(5 \times 3) \times (5 \times 2 \times 7) \times (5)^3 \times 7^3}$

$\sqrt{1225} = \sqrt{30}$ $5^2 \times 7^2 = \sqrt{3 \times 2 \times 5 \times 5^4 \times 7^4} =$ 30

(ي) $\frac{\sqrt{س^{3} \times ١٠^{٤} \times ٧٢ \times ١٥}}{\sqrt{س^{٢} \times ٤٠ \times ٢٧}}$ حيث س > ٠ $= \sqrt{\frac{3 \times 5 \times 8 \times 9 \times 10^4 \times س^3}{3 \times 3^2 \times 5 \times 8 \times س^2}}$

$= \sqrt{10^4 \times س^4} = \sqrt{10^2} \times \sqrt{س} = 100 \times \sqrt{س}$

(٥) اختصر كلا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًا:

$$\frac{2+\sqrt{10}}{2-\sqrt{5}} = \frac{2+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} \times \frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{٢}+\sqrt{٥}}{\sqrt{٢}-\sqrt{٥}}$$ (أ)

$$= \frac{\sqrt{10}-2\sqrt{7}}{3}$$

$$\frac{8+\sqrt{12}}{4-\sqrt{27}} = \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \times \frac{4}{2-\sqrt{3}} = \frac{٤}{٢-\sqrt{٣}}$$ (ب)

$$= \frac{8+\sqrt{12}}{23}$$

$$\sqrt{7} = \sqrt{\frac{7 \times 12}{12}} = \sqrt{\frac{٨٤}{١٢}}$$ (جـ)

$$\frac{\sqrt{7} - 3}{\sqrt{7} - 3} \times \frac{\sqrt{7} - 2}{\sqrt{7} + 3} = \frac{\sqrt{٧} - ٢}{\sqrt{٧} + ٣}$$ (د)

$$\frac{\sqrt{7}\,5 - 13}{2} = \frac{7 + \sqrt{7}\,3 - \sqrt{7}\,2 - 6}{7 - 9} =$$

$$\sqrt{\frac{2 \times 2 \times 8 \times 27}{2 \times 27 \times 8}} = \sqrt{\frac{32 \times 27}{54 \times 8}} = \sqrt{\frac{٣٢}{٥٤}} \times \sqrt{\frac{٢٧}{٨}} \quad (هـ)$$

$$= \sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt[3]{3 + 5 + 18} + \sqrt[3]{10}}{27 - 25} = \frac{\sqrt[3]{3 + 5}}{\sqrt[3]{3 + 5}} \times \frac{1 + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3 - 5}} = \frac{١ + \sqrt[٣]{٢}}{\sqrt[٣]{٣ - ٥}} \quad (و)$$

$$= \frac{\sqrt[3]{13 + 23}}{2-}$$

(٦) أوجد قيمة التعبير: $س^{٢} + س - ٣$، إذا كان $س = \frac{١ - ٢\sqrt{٧}}{٢}$.

$\because س^{2} = (\frac{1 - 2\sqrt{7}}{2})^{2} = \frac{1 + 2\sqrt{7} - 2 - 7}{4} = \frac{2\sqrt{7} - 3}{4}$

$\because س^{2} + س - 3 = \frac{2\sqrt{7} - 3}{4} + \frac{1 - 2\sqrt{7}}{2} - 3$

$= \frac{2\sqrt{7} - 3}{4} + \frac{2 - 4\sqrt{7}}{4} - \frac{12}{4} = \frac{-11}{4}$

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

(١) بسّط كلًّا مما يلي:

(أ) $\sqrt{٥٧٦}$

$$= \sqrt{2^{6} \times 3^{2}} = \sqrt{(2^{3} \times 3)^{2}} = 24$$

(جـ) $\sqrt{٧٥} \times \sqrt{٢٧} \times \sqrt{٢}$

$$= 6 \sqrt{75 \times 27} \times 6 = \sqrt{2^{2} \times 3 \times 3^{3} \times 5}$$

$$= 6 \times 3^{2} \times 5 \times 6 = 270$$

(هـ) $\sqrt{١٦س^{٢}} + \sqrt{٤٩س^{٢}} \times \sqrt{٣}$ حيث س < ٠

$$= \sqrt{(4س)^{2}} + 3 \sqrt{(7س)^{2}}$$

$$= |4س| + 3 |7س|$$

$$= 4س + 21س = 25 س$$

(ب) $\frac{\sqrt{27} \times \sqrt{18}}{\sqrt{144}} = \sqrt{\frac{2 \times 18}{144}} = \sqrt{\frac{4 \times 9}{12 \times 12}} = \sqrt{\frac{2 \times 3}{12}} = \frac{2 \times 3}{12} = \frac{1}{2}$

(د) $\sqrt{\frac{9}{8}} \div \sqrt{\frac{25}{32}} = \sqrt{\frac{8}{9}} \times \sqrt{\frac{25}{32}} = \sqrt{\frac{8 \times 25}{9 \times 32}} = \sqrt{\frac{25}{9 \times 4}}$

$= \frac{5}{3 \times 2} = \frac{5}{6}$

(٢) بسّط كلًّا مما يلي:

(أ) $\sqrt[3]{-٨س^{٣}}$

$= \sqrt[3]{(-2)^{3} \, س^{3}}$

$= \sqrt[3]{(-2 \, س)^{3}}$

$= -2 \, س$

(ب) $\sqrt[٣]{٥} \times \sqrt[٣]{٥^{٢}}$

$= \sqrt[3]{5^{3}}$

$= 5$

(جـ) $(1 - \sqrt[3]{27})(1 + \sqrt[3]{27})$

$= \sqrt[3]{27 \times 27} - 1 =$

$= \sqrt[3]{3^3 \times 3^3} - 1 =$

$= 3 \times 3 - 1 =$

$= 9 - 1 = 8$

(د) $\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{4}$

$= \sqrt[3]{4 \times 16} =$

$= \sqrt[3]{2^4 \times 2^2} =$

$= \sqrt[3]{2^6} =$

$= 2^2 = 4$

(٣) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $(\sqrt{٥}+٢)(٣-٢\sqrt{٥})$

$= 3\sqrt{5} - 10 + 6 - 4\sqrt{5} = -4 - \sqrt{5}$

(ب) $(٢\sqrt{٧٢} - ٣\sqrt{٢})$

$= 2\sqrt{2 \times 36} - 3\sqrt{2} = 2 \times 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

$= 12\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

(جـ) $(٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٢})(٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٢})$

$= 4 \times 3 - 9 \times 4 = 12 - 36$

$= -24$

(د) $\frac{١}{\sqrt{٥}-١} + \frac{١}{\sqrt{٥}+١}$

$= \frac{1(\sqrt{5}+1) + 1(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \frac{\sqrt{5}+1+\sqrt{5}-1}{5-1}$

$= \frac{2}{-4} = \frac{-1}{2}$

(هـ) $\sqrt{\frac{\text{س}^{8} \times ٦٤ \times \text{ص}^{17}}{\text{س}^{10} \times ١٦٩ \times \text{ص}^{11}}}$ حيث س > ٠ ، ص > ٠

$= \sqrt{\frac{\text{س}^{8} \times 8^{2} \times \text{ص}^{17}}{\text{س}^{10} \times 13^{2} \times \text{ص}^{11}}}$

$= \frac{|\text{ص}^{3}| \, 8}{|\text{س}| \, 13} = \frac{\text{ص}^{3} \, 8}{\text{س} \, 13}$

$= \sqrt{\frac{8^{2} \times \text{ص}^{6}}{13^{2} \times \text{س}^{2}}}$ =

(و) $\frac{٢}{١ + ٢\sqrt{٢}} - \frac{١}{١ - ٢\sqrt{٢}}$

$= \frac{2(1 - \sqrt{2}) - 1(1 + \sqrt{2})}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})}$

$= \frac{2 + 2\sqrt{2} - 4 - 1 + \sqrt{2}}{1 - 8} =$

$\frac{3\sqrt{2} - 2}{7}$

(٤) ملعب مستطيل الشكل طوله $12\sqrt{18}$ م وعرضه $9\sqrt{2}$ م.

(أ) أوجد محيط الملعب.

(ب) أوجد مساحة الملعب.

اولا :

محيط المستطيل = 2 (الطول + العرض)

$= 2 (12\sqrt{18} + 9\sqrt{2})$

$= 2 (12\sqrt{9 \times 2} + 9\sqrt{2}) = 2 (12 \times 3\sqrt{2} + 9\sqrt{2})$

$= 2 (36\sqrt{2} + 9\sqrt{2}) = 2 (45\sqrt{2})$

$= 90\sqrt{2}$

ثانيا : مساحة المستطيل = الطول × العرض

$= 12\sqrt{18} \times 9\sqrt{2}$

$= 12 \times 9 \times \sqrt{18 \times 2}$

$= 12 \times 9 \times \sqrt{36}$

$= 12 \times 9 \times 6$

$= 648$

(٥) اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

(أ) $\frac{\sqrt{٢}\,٧ - ٣}{\sqrt{٢}\,٧ + ٣}$

$$= \frac{2\sqrt{\ } - 3}{2\sqrt{\ } - 3} \times \frac{2\sqrt{\ } - 3}{2\sqrt{\ } + 3} =$$

$$= \frac{2+2\sqrt{\ } 3-2\sqrt{\ } 3-9}{2 - 9} =$$

$$= \frac{2\sqrt{\ } 6-11}{2 - 9} =$$

$$= \frac{2\sqrt{\ } 6-11}{7} =$$

(ب) $\frac{\sqrt{٢}\,٣٢}{\sqrt{٢}\,٥}$

$$= \sqrt{\frac{32}{2}} \sqrt{\frac{2}{5}} =$$

$$= \sqrt{16} \sqrt{\frac{2}{5}} =$$

$$= 4 \times \sqrt{\frac{2}{5}} =$$

$$= \sqrt{\frac{8}{5}} =$$

(جـ) $\frac{\sqrt{٢}\sqrt{٢}-٧}{١-\sqrt{٢}\sqrt{٧}}$

$$\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}-7}{1-\sqrt{2}} =$$

$$\frac{\sqrt{2}\sqrt{2}-4-7+\sqrt{2}\sqrt{7}}{1-2} =$$

$$3+\sqrt{2}\sqrt{5} =$$

(د) $\frac{٣-\sqrt{٨}\sqrt{٢}}{١+\sqrt{٢}\sqrt{٧}}$

$$\frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \times \frac{3-\sqrt{8}\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} =$$

$$\frac{3+\sqrt{2}\sqrt{3}-\sqrt{8}\sqrt{2}-\sqrt{16}\sqrt{2}}{1-2} =$$

$$\frac{3+\sqrt{2}\sqrt{3}-\sqrt{2}\sqrt{2}\times 2-4\times 2}{1-2} =$$

$$\frac{3+\sqrt{2}\sqrt{3}-\sqrt{2}\sqrt{4}-8}{1} =$$

$$\sqrt{2}\sqrt{7}-11 =$$

$$\frac{5+\sqrt{15}\,2-\sqrt{15}\,-6}{5-12} = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}\,2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}\,2}\times\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}\,2} = \frac{\sqrt{٥}-\sqrt{٣}}{\sqrt{٥}-\sqrt{٣}\sqrt{٢}}$$ (هـ)

$$= \frac{\sqrt{15}\,3-11}{7}$$

(٦) إذا كانت س $= \frac{٢}{\sqrt{٥}+١}$ فأوجد قيمة س^{٢} - ١.

$$\because \text{س} = \frac{1-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}\times\frac{2}{1+\sqrt{5}}$$

$$\text{س} = \frac{2-\sqrt{5}\,2}{1-5} = \frac{(1-\sqrt{5}\,)2}{4} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{س}^2 = \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{6-2\sqrt{5}}{4} = \frac{1+5-2\sqrt{5}}{4}$$

$$\therefore \text{س}^2 - 1 = -\frac{6-2\sqrt{5}}{4} = 1-\frac{4-2\sqrt{5}}{4} = \frac{2\sqrt{5}-2}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$