تمرين ١-١

الجذور والتعبيرات الجذرية والعمليات عليها

Roots and Radical Expressions and Operations

المجموعة (١) تمارين أساسية ص ٨

(١) أوجد إن أمكن الجذور التربيعية الحقيقية لكل من الأعداد التالية: يكون الجذر التربيعي لكل عدد :-

(أ) ٨١ $\pm\sqrt{81} = \pm 9$

(ب) -٣٦ لا يمكن إيجاد الجذر التربيعي لعدد حقيقي سالب

(ج) ٢,٢٥ $\pm\sqrt{2,25} = \pm\sqrt{\frac{225}{100}} = \pm\frac{15}{10} = \pm\frac{3}{2}$

(د) ١ $\pm\sqrt{1} = \pm 1$

(هـ) $٨^{٢}$ $\pm\sqrt{8^2} = \pm 8$

(و) $\frac{٣٦}{٢٥}$ $\pm\sqrt{\frac{36}{25}} = \pm\frac{6}{5}$

(ز) $(-١٠٠)^{٢}$ $\pm\sqrt{(-100)^2} = \pm\sqrt{10000} = \pm 100$

(ح) $\frac{١٨}{٣٢}$ $\pm\sqrt{\frac{18}{32}} = \pm\sqrt{\frac{9}{16}} = \pm\frac{3}{4}$

(ط) ٤٧ $\pm\sqrt{47} = \pm 47$

(٢) أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية: يكون الجذر التكعيبي للعدد كما يناسبه

(أ) ٨ $\sqrt[3]{8} = 2$

(ب) ٠ $\sqrt[3]{0} = 0$

(جـ) ٦٤ $\sqrt[3]{64} = 4$

(د) -١٠٠٠ $\sqrt[3]{-1000} = -10$

(هـ) ٠,٠٢٧ $\sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = \frac{3}{10}$

(و) $\frac{١٢٥}{٢١٦}$ $\sqrt[3]{\frac{125}{216}} = \frac{5}{6}$

(ز) ٢٧×٣٤٣ $\sqrt[3]{27 \times 343} = \sqrt[3]{27}\sqrt[3]{343} = 3 \times 7 = 21$

(ح) $-\frac{١}{٥١٢}$ $\sqrt[3]{-\frac{1}{512}} = -\frac{1}{8}$

(ط) $-٠,٢١٦$ $\sqrt[3]{-0,216} = \sqrt[3]{-\frac{216}{1000}} = -\frac{6}{10}$

(٣) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية: صـ ٩

(أ) $\sqrt{٩س^{٢}}$ $= ٣ | س |$

(ب) $\sqrt{٤س^{٦}}$ $= ٢ | س^{٣} |$

(جـ) $\sqrt{١٦س^{٤}}$ $= ٤ | س^{٢} | = ٤ س^{٢}$

(د) $\sqrt{٠,٨١س^{١٦}}$ $= \frac{٩}{١٠} | س^{٨} | = \frac{٩}{١٠} س^{٨}$

(هـ) $\sqrt{س^{٨}ص^{١٤}}$ $= | س^{٤}ص^{٧} | = س^{٤} | ص^{٧} |$

(و) $\frac{\sqrt{س^{٣}ض^{٥}}}{\sqrt{٢٥س}}$ حيث س > ٠، ص ≠ ٠ $= \sqrt{\frac{س^{٣}ض^{٥}}{٢٥س}} = \sqrt{\frac{س^{٢}ض^{٤}}{٢٥}} = \frac{س ض^{٢} \sqrt{ض}}{٥}$

(ز) $\sqrt{\frac{١٦س^{٧}ص^{٩}}{س^{٣}}}$ حيث س ≠ ٠، ص ≠ ٠ $= \sqrt{\frac{س^{٤}ض^{٤}ص}{٢٥}} = \frac{١}{٥} | س ص^{٢} | \sqrt{ص} = \frac{١}{٥} ض^{٢} | س | \sqrt{ص}$

$= \sqrt{١٦س^{٤}ض^{٨}ص} = ٤ | س^{٢}ض^{٤} | \sqrt{ص} = ٤ س^{٢}ض^{٤} \sqrt{ص}$

(٤) بسّط كلًّا من التعبيرات التالية:

(أ) $\sqrt{٨} \times \sqrt{٤٠}$ $= \sqrt{٤ \times ٢ \times ٤ \times ١٠} = ٤ \sqrt{١٠ \times ٢} = ٤ \sqrt{٢٠} =$

$= ٤ \times ٢ \sqrt{٥} = ٨ \sqrt{٥}$

(ب) $(\sqrt{٢} - \sqrt{٣})^{٢}$ $= ٢ - ٢ \sqrt{٢} \sqrt{٣} + ٣ = ٥ - ٢ \sqrt{٦}$

(جـ) $\sqrt{٧} \times (\sqrt{٢٨} - \sqrt{٧٢})$ $= \sqrt{١٩٦} - \sqrt{٥٠٤} = ١٤ - ٢٢ \sqrt{٧}$

(د) $\sqrt{٢} \times (٢ + \sqrt{٥٠})$ $= \sqrt{٢} + \sqrt{١٠٠} = \sqrt{٢} + ١٠$

(هـ) $(٧ + ٣\sqrt{٢})^{٢}$ $= ٤٩ + ٤٢ \sqrt{٢} + ١٨ = ٦٧ + ٤٢ \sqrt{٢}$

(و) $\frac{\sqrt{١,٦} \times \sqrt{١٠}}{\sqrt{٤} \times \sqrt{١٠}}$ $= \sqrt{\frac{١,٦ \times ١٠}{٤ \times ١٠}} = \sqrt{\frac{١٦}{٤}} = \sqrt{٤} = ٢$

(ز) $\sqrt{٧٥} - \sqrt{٢٤} + \sqrt{١٨} + \sqrt{٣٢}$

(ح) $\sqrt[٣]{١٦} \times \sqrt[٣]{٥٤} \div \sqrt[٣]{١٢٨}$

(ط) $\sqrt{٧} \times \sqrt{١٢٥} \times \sqrt{٧٠} \times \sqrt{١٥}$

(ي) $\frac{\sqrt{٧} س^{٣} \times \sqrt{١٠} \times \sqrt{٧٢} \times \sqrt{١٥}}{\sqrt{٧} س^{٢} \times \sqrt{٤٠} \times \sqrt{٢٧}}$ حيث س > ٠

(٥) اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

(أ) $\frac{\sqrt{٥} - \sqrt{٢}}{\sqrt{٥} + \sqrt{٢}}$

(ب) $\frac{٤}{٢ - \sqrt{٣}}$

(جـ) $\sqrt{\frac{٨٤}{١٢}}$

(د) $\frac{\sqrt{٢} - ٢}{\sqrt{٧} + ٣}$

(هـ) $\sqrt{\frac{٢٧}{٨}} \times \sqrt{\frac{٣٢}{٥٤}}$

(و) $\frac{\sqrt{٣} + ١}{\sqrt{٣} - ٥}$

(٦) أوجد قيمة التعبير: $س^{٢} + س - ٣$، إذا كان $س = \frac{\sqrt{٢٧} - ١}{٢}$. التفسير $= \left(\frac{\sqrt{٢٧} - ١}{٢}\right)^{٢} + \frac{\sqrt{٢٧} - ١}{٢} - ٣$

المجموعة ب تمارين تعزيزية صـ١١

(١) بسّط كلًّا مما يلي:

(أ) $\sqrt{٥٧٦} = \sqrt{٢٤^٢} = ٢٤$

(ب) $\frac{\sqrt{٢٧} \times \sqrt{١٨}}{\sqrt{١٤٤}} = \frac{\sqrt{٣٦}}{\sqrt{١٤٤}} = \frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$

(ج) $\sqrt{٣} \times \sqrt{٢٧} \times \sqrt{٦} = \sqrt{٧٥} \times \sqrt{٢٧ \times ٦} = \sqrt{٧٥ \times ١٦٢}$

$= \sqrt{٣ \times ٥^٢ \times ٣^٤ \times ٢} = ٥ \times ٩ \times ٦$

$= ٢٧٠$

(د) $\sqrt{\frac{٨}{٩}} \times \sqrt{\frac{٢٥}{٣٢}} = \sqrt{\frac{٩}{٨}} \div \sqrt{\frac{٢٥}{٣٢}}$

$= \sqrt{\frac{٢٥}{٩ \times ٤}} = \frac{٥}{٦}$

(هـ) $\sqrt{١٦س^٢} + \sqrt{٤٩س^٢}$ حيث $س > ٠$

$= ٤|س| + ٧|س| = ١١|س| = ١١س$

(٢) بسّط كلًّا مما يلي:

(أ) $\sqrt[٣]{-٨س^٣} = -٢س$

(ب) $\sqrt[٣]{٥^٢} \times \sqrt[٣]{٥^٢} = \sqrt[٣]{٥^٣} = ٥$

(ج) $(١ - \sqrt[٣]{٢٧})(١ + \sqrt[٣]{٢٧})$

$= ١ - \sqrt[٣]{٢٧^٢} = ١ - \sqrt[٣]{٩}$

$= ١ - ٩ = -٨$

(د) $\sqrt[٣]{١٦^٢} \times \sqrt[٣]{٤^٢} = \sqrt[٣]{٦٤} = \sqrt[٣]{٤^٣}$

$= ٤$

(٣) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $(\sqrt{٥} + ٢)(٣ - \sqrt{٥}) = ٣\sqrt{٥} - ٢ \times ٥ + ٦ - \sqrt{٥^٢} = -\sqrt{٥} - ٤$

(ب) $(\sqrt{٢} - \sqrt{٧٢})(\sqrt{٢} - \sqrt{٣}) = \sqrt{٤} - \sqrt{٦} - \sqrt{٦} + \sqrt{٣٦} = ٢ - ٢\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣} = ٢ - ٤\sqrt{٣}$

(ج) $(\sqrt{٢} - \sqrt{٣٢})(\sqrt{٢} + \sqrt{٣٢}) = ٢ - ٣٢ = ٢ - ٩ \times ٤ = ٢ - ١٨ = -١٦$

(د) $\frac{١}{\sqrt{٥} - ١} + \frac{١}{\sqrt{٥} + ١} = \frac{\sqrt{٥} + ١ + \sqrt{٥} - ١}{(\sqrt{٥} + ١)(\sqrt{٥} - ١)}$

$= \frac{٢\sqrt{٥}}{٥ - ١} = \frac{\sqrt{٥}}{٤} = \frac{١}{٢}$

ص ٢١

(هـ) $\frac{\sqrt{س^{8} \times ٦٤ \times ص^{17}}}{\sqrt{س^{10} \times ١٦٩ \times ص^{11}}}$ حيث س > ٠، ص > ٠ $= \frac{٨ |س^{٤}| ص^{٨} | \sqrt{ص}}{١٣ |س^{٥}| ص^{٥} | \sqrt{ص}}$

$= \frac{٨ ص^{٣}}{١٣ س}$

(و) $\frac{١}{١ - \sqrt{٢}} - \frac{٢}{١ + \sqrt{٢}} = \frac{٢ + \sqrt{٤} - ١ + \sqrt{٢}}{(١ - \sqrt{٢})(١ + \sqrt{٢})} = \frac{٣ + \sqrt{٢}}{١ - ٨} = \frac{٣ + \sqrt{٢}}{-٧}$

(٤) ملعب مستطيل الشكل طوله $١٨\sqrt{١٢}$ م وعرضه $٢\sqrt{٧٩}$ م.

(أ) أوجد محيط الملعب. = (الطول + العرض × ٢) = $٢(١٨\sqrt{١٢} + ٢\sqrt{٧٩}) = ٢\sqrt{٧٩٠}$ م

(ب) أوجد مساحة الملعب. = الطول × العرض = $١٨\sqrt{١٢} \times ٢\sqrt{٧٩} = ٦٤٨\sqrt{٢}$ م^{٢}

(٥) اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

(أ) $\frac{٣ - ٢\sqrt{٧}}{٣ + ٢\sqrt{٧}} \times \frac{٣ - ٢\sqrt{٧}}{٣ - ٢\sqrt{٧}} = \frac{٩ - ٦\sqrt{٧} + ٢\sqrt{٧}}{٩ - ٢} = \frac{١١ - ٦\sqrt{٧}}{٧}$

(ب) $\frac{٣٢\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٥}} = \frac{٣٢\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٥}} \times \frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٥}} = \frac{٨ \times ٢ \times \sqrt{١٠}}{٢ \times ٥} = \frac{٨\sqrt{١٠}}{٥}$

(ج) $\frac{٧ - ٢\sqrt{٧}}{١ - ٢\sqrt{٧}} = \frac{١ + \sqrt{٧}}{١ + \sqrt{٧}} \times \frac{٧ - ٢\sqrt{٧}}{١ - ٢\sqrt{٧}} = \frac{٧ - ٢\sqrt{٧} + \sqrt{٧} - ٤}{١ - ٤} = \frac{٣ + \sqrt{٧}}{-٣}$

(د) $\frac{٣ - ٨\sqrt{٢}}{١ + ٢\sqrt{٧}} = \frac{٣ - \sqrt{٧}}{١ + \sqrt{٧}} \times \frac{١ - \sqrt{٧}}{١ - \sqrt{٧}} = \frac{٣ + ٣\sqrt{٧} - \sqrt{٧} - ٧}{١ - ٧} = \frac{-٤ + ٢\sqrt{٧}}{-٦}$

(هـ) $\frac{٥\sqrt{٧} - ٣\sqrt{٢}}{٥\sqrt{٧} + ٣\sqrt{٢}} \times \frac{٥\sqrt{٧} - ٣\sqrt{٢}}{٥\sqrt{٧} - ٣\sqrt{٢}} = \frac{١٥٧ - ١ - ١٥\sqrt{١٤}}{٢٥ - ١٨} = \frac{١٥٧ - ١ - ١٥\sqrt{١٤}}{٧}$

(٦) إذا كانت س = $\frac{٢}{١ + ٥\sqrt{٧}}$ فأوجد قيمة س^{٢} − ١.

بسط س

س = $\frac{٢}{١ + ٥\sqrt{٧}}$

$= \frac{٢}{١ + ٥\sqrt{٧}} \times \frac{١ - ٥\sqrt{٧}}{١ - ٥\sqrt{٧}} = \frac{٢ - ١٠\sqrt{٧}}{١ - ٢٥} = \frac{٢ - ١٠\sqrt{٧}}{-٢٤}$

س^{٢} − ١ $= \left(\frac{٢}{١ + ٥\sqrt{٧}}\right)^{٢} - ١$

$= \left(\frac{١ - ٥\sqrt{٧}}{-٢٤}\right)^{٢} - ١$

$= \frac{١ + ٥٧ - ١٠\sqrt{٧}}{٥٧٦} - ١ = \frac{٥٧ - ١٠\sqrt{٧} - ٥٧٦}{٥٧٦}$

$= \frac{-٥١٩ - ١٠\sqrt{٧}}{٥٧٦}$

تمرّن
١-٢

الأسس النسبية وخواصها
Rational Exponents and Properties

المجموعة الأولى: أسئلة أساسية

ص ١٣

(١) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $-\sqrt[5]{32}$

(ب) $\sqrt[4]{81}$

(ج) $\sqrt[4]{-16}$

(د) $\sqrt[5]{216 \times 72}$

(هـ) $\frac{\sqrt[4]{10^7}}{\sqrt[4]{10000}}$

(٢) اكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية ثمّ بسّط إن أمكن:

(أ) $س^{\frac{2}{3}}$

(ب) $س^{\frac{1}{4}}$ ، حيث $س \geq 0$

(ج) $(17)^{\frac{1}{6}}$

(د) $8^{\frac{2}{3}}$

(هـ) $س^{\frac{4}{9}}$

(و) $س^{1,5}$ ، حيث $س \geq 0$

(٣) بسّط كل عدد من الأعداد التالية:

(أ) $(32)^{\frac{4}{5}}$

(ب) $(-8)^{\frac{2}{3}}$

(ج) $(81)^{0,25}$

(د) $(100)^{-1,5}$

(هـ) $(16)^{\frac{3}{2}}$

ص ١٤

(٤) اكتب كل عدد مما يلي بالصورة الأسية:

(أ) $\sqrt[3]{٣}$ $\quad$ $٣^{\frac{1}{3}}$

(ب) $\sqrt[5]{س^{٢}}$ $\quad$ $س^{\frac{2}{5}}$

(جـ) $\sqrt{٧س^{٣}ص^{٢}}$ حيث $س \geq ٠$، $ص \geq ٠$ $\quad$ $(٧س^{٣}ص^{٢})^{\frac{1}{2}}$

(د) $\sqrt[3]{٥س^{٢}}$ $\quad$ $(٥س^{٢})^{\frac{1}{3}}$

(هـ) $\sqrt[4]{٨١س^{٣}}$ $\quad$ $(٨١س^{٣})^{\frac{1}{4}}$

(٥) بسّط كلًّا مما يلي:

(أ) $\sqrt[3]{(-٢٧)^{٤}}$ $\quad$ $= \sqrt[3]{(-٢٧)^{٣} \times (-٢٧)} = -٢٧ \times -٣ = ٨١$

(ب) $\sqrt[5]{-٢٤٣}$ $\quad$ $= \sqrt[5]{(-٣)^{٥}} = -٣$

(جـ) $\left(\frac{٢}{٣٥}\right)^{-٩}$ $\quad$ $= \left(\frac{٣٥}{٢}\right)^{٩} = \frac{١}{\left(\frac{٢}{٣٥}\right)^{٩}} = \frac{١}{٣٥^{٩}}$

(د) $٨^{\frac{٣}{٤}} \times ٨^{\frac{١٣}{٤}}$ $\quad$ $= ٨^{\frac{١٦}{٤}} = ٨^{٤} = ٤٠٩٦$

(هـ) $س^{\frac{٣}{٥}} \times س^{\frac{٩}{١٠}}$ حيث $س \geq ٠$ $\quad$ $= س^{\frac{٣}{٥}+\frac{٩}{١٠}} = س^{\frac{١٥}{١٠}} = س^{١\frac{٥}{١٠}} = س^{١\frac{١}{٢}}$

(و) $\frac{س^{\frac{٣}{٢}} \times ص^{\frac{١}{٢}}}{س^{\frac{١}{٢}} \times ص^{\frac{١}{٤}}}$ حيث $س > ٠$، $ص > ٠$ $\quad$ $= س^{\frac{٣}{٢}-\frac{١}{٢}} \times ص^{\frac{١}{٢}-\frac{١}{٤}} = س \times ص^{\frac{١}{٤}} = س \sqrt[4]{ص}$

(ز) $\sqrt[١٠]{١٠٢٤} - \sqrt[٦]{٦٤}$ $\quad$ $= \sqrt[١٠]{٢^{١٠}} - \sqrt[٦]{٢^{٦}} = ٢ - ٢ = ٠$

(حـ) $\frac{٨^{\frac{٧}{٣}} \times (٢٧)^{\frac{١}{٥}}}{(١٦)^{\frac{٥}{٣}} \times ٩^{\frac{٤}{٥}}}$ $\quad$ $= \frac{٢^{٥} \times ٣^{\frac{٣}{٥}}}{٢^{٤} \times ٣^{\frac{٨}{٥}}} = ٢ \times ٣^{-\frac{١}{٣}} = \frac{٢}{\sqrt[3]{٣}}$

(٦) علم الأحياء: التعبير $٠,٠٣٦ \times م^{\frac{٣}{٤}}$ يستخدم لدراسة السوائل.

أوجد قيمة هذا التعبير إذا كان م $= ٠,٠٢٥ \times ١٠^{٨}$.

التعبير $= ٠,٠٣٦ \times (٠,٠٢٥ \times ١٠^{٨})^{\frac{٣}{٤}}$

$= ٠,٠٣٦ \times \sqrt[4]{(٠,٠٢٥ \times ١٠^{٨})^{٣}}$

$= ٢٢٦٣٣٨,٠$

ص ١٥

(١) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $\sqrt[4]{٠,٠٠٨١} = \sqrt[4]{\left(\frac{٣}{١٠}\right)^{٤}} = \left|\frac{٣}{١٠}\right| = \frac{٣}{١٠}$

(ب) $\sqrt[٤]{س^{٢٤}} = س^{\frac{٢٤}{٤}} = س^{٦}$

(ج) $\sqrt[٤]{٣٢} + \sqrt[٤]{١٦٢} = \sqrt[٤]{٢^{٤} \times ٢} + \sqrt[٤]{٣^{٤} \times ٢} = ٢\sqrt[٤]{٢} + ٣\sqrt[٤]{٢} = ٥\sqrt[٤]{٢}$

(د) $\sqrt[٤]{\frac{١}{١٦}} = \sqrt[٤]{\left(\frac{١}{٢}\right)^{٤}} = \frac{١}{٢}$

(هـ) $\frac{\sqrt[٣]{٢٧ س^{٣}}}{\sqrt[٣]{٨}} = \frac{\sqrt[٣]{٣^{٣} س^{٣}}}{\sqrt[٣]{٢^{٣}}} = \frac{٣س}{٢}$

(و) $\sqrt[٥]{٢٤٣ \times ٣٢} = \sqrt[٥]{٣^{٥} \times ٢^{٥}} = ٣ \times ٢ = ٦$

(٢) اكتب كل تعبير أسّي مما يلي بالصورة الجذرية ثمّ بسّط إن أمكن:

(أ) $س^{\frac{١}{٤}}$، حيث $س \geq ٠$ $\quad \sqrt[٤]{س}$

(ب) $ص^{\frac{٣}{٥}}$ $\quad \sqrt[٥]{ص^{٣}}$

(ج) $س^{٣,٥}$، حيث $س \geq ٠$ $\quad \sqrt[٣٥]{س^{١٠}}$

(د) $\left(١٦\right)^{-\frac{٣}{٤}} = \frac{١}{\left(١٦\right)^{\frac{٣}{٤}}} = \frac{١}{\sqrt[٤]{١٦^{٣}}} = \frac{١}{\sqrt[٤]{٢^{١٢}}} = \frac{١}{٨}$

(هـ) $\left(٢٧\right)^{-\frac{٢}{٣}} = \left(٣^{٣}\right)^{-\frac{١}{٤}} = ٣^{-\frac{١}{٤}} = \frac{١}{٣^{\frac{١}{٤}}} = \frac{١}{\sqrt[٤]{٣}}$

(و) $\left(٣٢\right)^{٠,٢} = \left(٣٢\right)^{\frac{١}{٥}} = \sqrt[٥]{٣٢} = ٢$

(ز) $(٩)^{٢,٥} = \left(٣^{٢}\right)^{\frac{٥}{٢}} = ٣^{٥} = ٢٤٣$

(٣) اكتب كل تعبير جذري مما يلي بالصورة الأسية:

(أ) $\sqrt[٧]{(٥س)^{٧}}$، حيث $س \geq ٠$ $\quad (٥س)^{\frac{٧}{٧}}$

(ب) $\left(\sqrt[٨]{٥س}\right)^{٧}$، حيث $س \geq ٠$ $\quad (٥س)^{\frac{٧}{٨}}$

(ج) $\sqrt[٥]{(٢٤٣)^{٤}} = (٣^{٥})^{\frac{٤}{٥}} = ٣^{٤}$

(د) $\sqrt[١٨]{٠,٠١ س^{١٨}} = \left(\frac{س}{١٠٠}\right)^{\frac{١٨}{١٨}} = \frac{س}{١٠٠}$

ص ١٦

(٤) بسّط كلًّا من التعبيرات التالية:

(أ) $\frac{س^{\frac{2}{3}} \times ص}{س^{\frac{1}{3}} \times ص^{\frac{3}{4}}}$ حيث س ≠ ٠ ، ص > ٠

(ب) $\left[\left(س^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{3}$

(جـ) $\frac{\sqrt[3]{٢٧} \times ٩^{\frac{2}{2}}}{(٥٤)^{-\frac{1}{3}}}$

(٥) تحليل الخطأ: أوجد الخطأ في الحل التالي: $٣ \times (٢ + ٣^{\frac{2}{2}}) = ٣ \times ٢ + \sqrt{٣^{٣} \times ٣^{\frac{2}{2}}} = ٦ + ٩^{\frac{2}{2}} = ٣٣$.

الصواب

اختبار الوحدة الأولى

أسئلة الخيال

(١) بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(أ) $\sqrt{٤٩ س^{٣٢}}$

(ب) $\sqrt{١٦,٠ س^{١٢}}$

(جـ) $\sqrt[٣]{٨} \times \sqrt[٣]{٢٧}$

(د) $\frac{\sqrt{٧٢}}{\sqrt{١٨}}$

(هـ) $\sqrt[٣]{٥٤} \times \sqrt[٣]{٤}$

(و) $\sqrt{٣٢} \times (\sqrt{٨} + ٣\sqrt{٢٤})$

(٢) اختصرْ كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

(أ) $\frac{-٢}{٢\sqrt{٣}}$

(ب) $\frac{٧}{١ - ٣\sqrt{٥}}$

(جـ) $\frac{-٢ + ٣\sqrt{٢}}{٣\sqrt{٢} - ٢}$

(د) $\frac{٣ - ٢\sqrt{٥}}{(٢ + \sqrt{٥})(٢ - \sqrt{٥})}$

(٣) بسّط كل تعبير من التعابير التالية:

(أ) $-(٣٢)^{\frac{٤}{٥}}$

(ب) $(٢٥)^{\frac{١}{٢}} \times ٢٥^{٢}$

(جـ) $٨^{\frac{١}{٢}} \times (١٨)^{\frac{١}{٢}}$

(٤) اكتب كل تعبير مما يلي بالصورة الجذرية ثمّ بسّط إن أمكن:

(أ) $س^{\frac{٣}{٨}}$ ، حيث $س \geq ٠$

(ب) $ص^{\frac{٢}{٥}}$

(جـ) $(٨ ص^{-٦})^{-\frac{٢}{٣}}$

ص ١٨

(د) $-\sqrt[5]{٥} \times \sqrt[5]{٢}$

(هـ) $\sqrt[3]{٣س^{٢}} \times \sqrt[3]{٤س}$

(و) $\sqrt[3]{٨س^{٥}} \div \sqrt[3]{٢س^{٢}}$ ، حيث $س \neq ٠$

(ز) $\sqrt{٨} \times \sqrt{٢} - \sqrt{٢٥} + \sqrt{٧٥}$

(حـ) $\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}-١} - \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}+١}$

أسئلة الاختيار من متعدد

في البنود (١-١٣) عبارات، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة، (ب) إذا كانت العبارة خاطئة.		
(١) $(-٨)^{\frac{٢}{٣}} = ٤$	(أ)	(ب)
(٢) $(٠,٩)^{\frac{١}{٢}} = ٠,٣$	(أ)	(ب)
(٣) $(٢)^{\frac{١}{٢}} \times (٤)^{\frac{١}{٨}} = (٤)^{\frac{٣}{٨}}$	(أ)	(ب)
(٤) $\left(\sqrt[٣]{٨١}\right)^{٥} = ٣^{٧}$	(أ)	(ب)
(٥) $٧^{\frac{١}{٣}} \times ٧^{\frac{٩}{٢}} = ٧^{\frac{٣}{٢}}$	(أ)	(ب)
(٦) $٩^{-\frac{٣}{٢}} \times (٢٧)^{\frac{٢}{٣}} = ٣^{-١}$	(أ)	(ب)
(٧) إذا كانت $س = ٢^{-\frac{٣}{٢}}$ ، $ص = (١٦)^{\frac{٣}{٤}}$ فإن $ص \times س^{٢} = ١$	(أ)	(ب)
(٨) $\frac{\sqrt[٣]{٨١ س^{٤} ص^{٥}}}{(٣س)^{\frac{١}{٣}} \times (-ص)^{\frac{٢}{٣}}} = ٣س ص$ حيث $س \neq ٠$ ، $ص \neq ٠$	(أ)	(ب)
(٩) العددان $\sqrt[٣]{٣٢}$ ، $\sqrt[٣]{٢}$ مترافقان.	(أ)	(ب)
(١٠) العددان $(٨ - \sqrt[٣]{٢})$ ، $(\sqrt{٣} + ٤)$ مترافقان.	(أ)	(ب)
(١١) ناتج $(س^{٩} ص^{١٢})^{\frac{١}{٣}} \times \sqrt{(-س)^{٤} ص^{٢}}$ يساوي $س^{٥} ص^{٥}$.	(أ)	(ب)
(١٢) $\sqrt{(-٢)^{٢}} = -٢$	(أ)	(ب)
(١٣) إذا كانت $س = \sqrt[٣]{٧^{-٢}}$ ، $ص = (٤٩)^{\frac{١}{٣}}$ فإن $س ص = ص^{-١}$	(أ)	(ب)

في البنود (١٤-١٩) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل دائرة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(١٤) العدد $\sqrt[3]{٧٤}^{٢}$ مرافق لـ:

(أ) $\sqrt[٣]{٧٤}^{٢}$ (ب) $\sqrt[٣]{٧٤}$ (جـ) $\sqrt[٣]{٧٢}$ (د) $\sqrt[٣]{٤}^{٢}$

(١٥) مرافق العدد $(٣ - \sqrt[٣]{٧٢})$ يمكن أن يكون:

(أ) $(٣ + \sqrt[٣]{٧٢})^{٢}$ (ب) $٢١ + \sqrt[٣]{٧١٢}$ (جـ) $٣ + \sqrt[٣]{٧٢}$ (د) $٧ + \sqrt[٣]{٧٤}$

(١٦) ناتج $\sqrt[٣]{١٨ س^{٦} ص^{٨}}$ هو:

(أ) $٢\sqrt[٣]{٧٣} |س^{٣}| ص^{٤}$ (ب) $-٩ س^{٣} ص^{٤}$ (جـ) $-٣ س^{٣} ص^{٤} \sqrt[٣]{٢}$ (د) $٦ س^{٣} ص^{٤}$

(١٧) ناتج $أ ب^{\frac{٢}{٣}} \times (أ ب)^{\frac{٢}{٣}} \times ب أ^{\frac{٢}{٣}}$، حيث $أ > ٠$، $ب > ٠$ هو:

(أ) $(أ ب)^{٢} \sqrt[٣]{ب}$ (ب) $(أ ب)^{\frac{٧}{٣}}$ (جـ) $أ ب^{\frac{٧}{٣}}$ (د) $ب \sqrt[٣]{٧ أ ب}$

(١٨) إذا كانت $س = \sqrt[٣]{٧٢٧}$، $ص = ٩^{\frac{١}{٤}}$ فإن $س ص =$

(أ) ١٨ (ب) ٦ (جـ) $\sqrt[٣]{٧١٨}$ (د) $-\sqrt[٣]{٧٣}$

(١٩) ناتج $\left(\frac{أ^{٣}}{ب}\right)^{\frac{١}{٢}} \times \left(\frac{ب}{جـ}\right)^{\frac{٥}{٢}} \times (جـ^{٣} \times أ^{٦})^{\frac{٣}{٢}}$، حيث $أ > ٠$، $ب > ٠$، $جـ > ٠$ تساوي:

(أ) $ب جـ^{٢}$ (ب) $أ ب^{٢} جـ$ (جـ) $ب^{٢} جـ^{\frac{٣}{٢}}$ (د) $(ب جـ)^{٢}$

تمارين إثرائية ص٢٠

(١) بسّط كلًّا مما يلي:

(أ) $\sqrt[3]{٦٤٠٠٠}$ $= \sqrt[3]{(٤٠)^3} = ٤٠$

(ب) $\sqrt[3]{-٨ \times ٣٤٣}$ $= \sqrt[3]{(-٢)^3 \times ٧^3} = -٢ \times ٧ = -١٤$

(جـ) $\sqrt[4]{٠,٠٠١٦}$ $= \sqrt[4]{\left(\frac{٢}{١٠}\right)^4} = \frac{٢}{١٠} = \frac{١}{٥}$

(د) $\sqrt[4]{٦٥٦١}$ $= \sqrt[4]{٩^4} = ٩$

(هـ) $\sqrt{٤(٣-\sqrt{٢})^2}$ $= ٢(٣-\sqrt{٢}) = ٦-٢\sqrt{٢}$

(و) $\dfrac{٨^{\frac{١}{٢}} \times (٢٧)^{\frac{١}{٣}}}{(٥٤)^{\frac{١}{٢}} \times (١٠)^{-٢}}$ $= \dfrac{٢^{\frac{٣}{٢}} \times ٣^{\frac{٣}{٢}}}{٣^{\frac{٣}{٢}} \times ٢^{\frac{١}{٢}} \times ١٠^{-٢}} = ٢ \times ١٠٠ = ٢٠٠$

(ز) $\dfrac{(١٢)^{-٣} \times (١٨)^{٢}}{٦^{-٢} \times ٣^{٥}}$ $= \dfrac{٢^{-٦} \times ٣^{-٣} \times ٢^{٢} \times ٣^{٢}}{٢^{-٢} \times ٣^{٥}} = ٢^{٠} \times ٣^{-٤} = \frac{١}{٤}$

(٢) بسّط كلًّا من التعابير التالية:

(أ) $س^{\frac{١}{٢}} \times س^{\frac{٣}{٢}}$ ، حيث $س \geq ٠$ $س^{٢}$

(ب) $\left(س^{-\frac{٢}{٥}} \times ص^{\frac{٣}{١٠}}\right)^{-٢٠}$ حيث $س \neq ٠$ ، $ص > ٠$ $س^{٨} \times ص^{-٣٠} = \frac{س^{٨}}{ص^{٣٠}}$

(جـ) $\dfrac{\sqrt[4]{٦٤ ص^{٧}}}{\sqrt[4]{٢ ص^{٢}}}$ ، حيث $ص > ٠$ $= \dfrac{٤ ص \sqrt[4]{٣ ص^{٣}}}{\sqrt[4]{٢ ص^{٢}}} = ٤ ص \sqrt[4]{\frac{٣ ص}{٢}}$

(د) $\dfrac{\sqrt[3]{س^{٤}} \times \sqrt[3]{س}}{\sqrt[3]{س^{٢}}}$ ، حيث $س \neq ٠$ $\sqrt[3]{\dfrac{س^{٥}}{س^{٢}}} = \sqrt[3]{س^{٣}} = س$

(٣) اختصر كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

(أ) $\dfrac{١}{١+\sqrt{٢}} \times \dfrac{١-\sqrt{٢}}{١-\sqrt{٢}} = \dfrac{١-\sqrt{٢}}{١-٢} = \sqrt{٢}-١$

(ب) $\dfrac{٢-\sqrt{٣}}{٣-\sqrt{٣}} \times \dfrac{٣+\sqrt{٣}}{٣+\sqrt{٣}} = \dfrac{٦-٣\sqrt{٣}+٣\sqrt{٣}-٣}{٩-٣} = \dfrac{٣\sqrt{٣}-٣}{٦}$

ص ١٢

(ج) $\frac{\sqrt{٦}\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}+\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}-\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}-\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{١٨}-\sqrt{١٢}}{٣-٢} = \sqrt{٦}\sqrt{٣}-\sqrt{٦}\sqrt{٢}$

(د) $\frac{\sqrt{١٢}\sqrt{٢}-\sqrt{٣}\sqrt{٢}}{\sqrt{٤}+\sqrt{٣}\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٤}-\sqrt{٣}\sqrt{٢}}{\sqrt{٤}-\sqrt{٣}\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{١٦}\sqrt{٢}+\sqrt{١٢}-\sqrt{٣}\sqrt{٤}-\sqrt{٣}\sqrt{٢}\sqrt{٣}\sqrt{٢}}{٤-٣} = ٤\sqrt{٢}-٩-٣\sqrt{٢}$

(٤) خطأ تحليلي: أوجد الخطأ. $\sqrt{٢}\sqrt{٤} = \sqrt{(-٤)}\sqrt{(-٦)} = \sqrt{-٤}\times\sqrt{-٦} = -\sqrt{٢}\sqrt{٦}$.

الصواب $= \sqrt{٤}\sqrt{٦} = ٢\sqrt{٦}$ لأن الجذر التربيعي لعدد حقيقي سالب

(٥) أثبت أن: $(٢٧)^{-\frac{٢}{٣}} = (٨١)^{-\frac{١}{٢}}$ الأيمن $= \left(\frac{١}{٩}\right)^{-\frac{١}{٢}} = ٩^{\frac{١}{٢}} = ٣$ والأيسر $= \left(\frac{١}{٣}\right)^{-٢} = \frac{١}{\frac{١}{٩}} = ٩$

(٦) إذا كان $(١٦)^{٠,٥} \times$ س $= -١$ فأوجد قيمة س

$$س = \frac{-١}{(١٦)^{٠,٥}} = \frac{-١}{\sqrt{١٦}} = \frac{-١}{٤}$$

(٧) إذا كان س $= \sqrt{٤}\sqrt{٢} - \sqrt{٣}\sqrt{٢} + \sqrt{٤}\sqrt{٣}\sqrt{٢}$

(أ) احسب س^{٢}. $= ٤\times٢ + ٣\times٢ + ٤\sqrt{٣}\sqrt{٢} + ٤\sqrt{٣}\sqrt{٢} = ٨ + ٨\sqrt{٦} + ٨\sqrt{٦} = ١٢$

(ب) أثبت أن س تساوي $٢\sqrt{٣}$.

$$\therefore س^{٢} = ١٢ \Leftarrow س = ٢\sqrt{٣}$$

(٨) إذا كان س $= \frac{\sqrt{٣}\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}-١}$ ، فأوجد قيمة $\frac{(س-٤)^{٢}}{٨} \times (س+٤)$. أولاً س $= \frac{\sqrt{٣}\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}-١} \times \frac{\sqrt{٢}+١}{\sqrt{٢}+١} = \frac{\sqrt{٦}+\sqrt{٣}}{٢-١}$

$س = ٦ + \sqrt{٣}\sqrt{٢}$ ∴ المقدار $= \frac{(٦+\sqrt{٣}\sqrt{٢}-٤)^{٢}}{٨} \times (٦+\sqrt{٣}\sqrt{٢}+٤) = \frac{١٤٦+\sqrt{٩٣}\sqrt{٢}}{٤}$

(٩) أوجد قيمة س بحيث يكون $[(٣-\sqrt{٢}\sqrt{٧}) \times س]$ عددًا نسبيًّا.

$$س = ٣ + \sqrt{٧}\sqrt{٢}$$

(١٠) بسط التعبير التالي: $\left(\sqrt{٣}\sqrt{٢}\, س^{٥} ص^{٦}\right)^{٢}$

$$\sqrt{٣}\sqrt{س^{١٠} ص^{١٢}} = \sqrt{٣}\sqrt{٩ س ص^{١٢}}$$

$$= س ص^{٤} \sqrt{٣}\sqrt{س}$$