مذكرة شرح رياضيات صف ١٢ علمي

عمل الأستاذ
أحمد نضار
67772864

أولاً قوانين من سنوات سابقة

قوانين الأسس !

$$X^2 \cdot X^4 = X^6$$

في حالة الضرب ← نجمع الأسس ← لو الأساس واحد

$$\frac{X^4}{X^1} = X^3$$

في حالة القسمة ← نطرح الأسس ← لو الأساس واحد

$$(X^2)^5 = X^{10} \longrightarrow$$

هنا في هذه الحالة نضرب الأسس

$$X^{\square}$$

$\square$ ← الأس

X ← أساس

م/ أحمد نصار

تذكر

$$\sqrt[3]{x^{\cancel{3}}} = x$$ → الجذر التكعيبي له ناتج واحد فقط

$$\sqrt[2]{x^{\cancel{2}}} = |x| = \begin{cases} x & : x \geq 0 \\ -x & : x < 0 \end{cases}$$

← الجذر التربيعي أو الزوجي هناك ناتجين إما موجب وإما سالب (لو الناتج فردي الأس) نستخدم خاصية المطلق.

تذكر

$$|x - \underbrace{a}_{\text{رقم ثابت}}| = \begin{cases} x-a & : x \geq a \\ -(x-a) & : x < a \end{cases}$$

← مفكوك المطلق

تذكر

$$3y + \underbrace{2x + 3x}_{} = 5x + 3y$$

← نجمع المتغيرات المتشابهه فقط

وبالمثل في الجذور ←

$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$
$$= 8\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$$

م/أحمد نصار

لكل عددين (b) , (a)

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$ → حفظ

مربع الأول

٢ × الأول × الثاني

مربع الثاني

مفكوك القوس تربيع

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

حفظ

تحليل فرق بين مربعين

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

فرق بين مكعبين

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

مجموع مكعبين

م/ أحمد نصار

$$\boxed{F(X) = aX^2 + bX + c}$$

معامل رئيسي

معادلة حدودية من الدرجة الثانية في الصورة العامة

أرقام ثابتة ← a, b, c

لتحليل معادلة من الدرجة الثانية

أولاً بالآلة الحاسبة ← $\boxed{\text{Mode}, 5, 3}$

$$F(X) = (X \quad)(X \quad) = 0$$

هنا نضع ناتج الآلة الحاسبة بعكس الإشارة

هنا نضع الناتج بعكس الإشارة

$X_1 = \square$ و $X_2 = \square$

هنا نضع ناتج الآلة الحاسبة بنفس الإشارة

هنا نضع ناتج الآلة الحاسبة الثاني بنفس الإشارة

ثانياً باستخدام قانون المميز

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

م/أحمد نضار

$$F(x) = aX^3 + bX^2 + cX + d$$

Δ

معادله حدوديه من الدرجه الثالثه

للتحليل نستخدم الأله الحاسبه ← $\boxed{\text{Mode}\ ,\ 5\ ,\ 4}$

$$F(x) = (X \quad)(X \quad)(X \quad)$$

عوامل الداله

$X_1 = \square$ و $X_2 = \square$ و $X_3 = \square$

أصفار الداله

(المرافق)

نستخدم المرافق للتخلص من الجذر وتحويل العدد الحقيقي الغير نسبي إلى عدد حقيقي نسبي (بدون جذر)

$$\sqrt{X} \cdot \sqrt{X} = \left(\sqrt{X}\right)^{\cancel{2}} = X$$

مرافق

$$\sqrt{5X} \cdot \sqrt{5X} = \left(\sqrt{5X}\right)^{\cancel{2}} = 5X$$

مرافق

م/ أحمد نصار

لكل عددين a , b

هام جداً جداً

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b}) . (\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

المرافق دائماً هو نفس القوس مع تغيير أشارة الرقم الثاني

من + ← -

ومن - ← +

$$= (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2$$

$$= a - b$$

مربع الأول - مربع الثاني

EX:- $(2 + \sqrt{3}) \rightarrow$ عدد حقيقي غير نسبي

لتحويله إلى عدد حقيقي نسبي

$$(2+\sqrt{3}) . (2 + \sqrt{3}) = (2)^2 - (\sqrt{3})^2$$

مربع الأول

مربع الثاني

$$= 4 - 3$$

$$= 1 \rightarrow$$ عدد نسبي حقيقي

لجعل المقام عدد نسبي

EX.

$$F(X) = \frac{X+\sqrt{X}}{\sqrt{X}-9X} \quad , \quad X>1$$

هنا نضرب في مرافق المقام فقط.
ونضرب "بسطًا ومقامًا" لأننا نضرب في ١ صحيح حتى لا تتغير قيمة المعادلة

$$F(X) = \frac{X+\sqrt{X}}{\sqrt{X}-9X} \cdot \frac{\sqrt{X}+9X}{\sqrt{X}+9X}$$

$$= \frac{(X+\sqrt{X})(\sqrt{X}+9X)}{(\sqrt{X}-9X)(\sqrt{X}+9X)}$$

$$= \frac{X\sqrt{X}+9X\sqrt{X}+9X^2+X}{(\sqrt{X})^2-(9X)^2}$$

$$= \frac{10X\sqrt{X}+9X^2+X}{X-81X^2}$$

بأخذ X عامل مشترك بسطًا ومقامًا"

$$= \frac{X(10\sqrt{X}+9X+1)}{X(1-81X)}$$

$$= \frac{10\sqrt{X}+9X+1}{1-81X}$$

المقام نسبي

م/ أحمد نصار

المرافق للجذر التكعيبي

$$\sqrt[3]{X}\cdot\underbrace{\sqrt[3]{X^2}}_{\text{المرافق}} = \sqrt[3]{X^3} = X$$

$$\sqrt[3]{5X}\cdot\underbrace{\sqrt[3]{(5X)^2}}_{\text{المرافق}} = \sqrt[3]{(5X)^3} = 5X$$

ملاحظات هامة

★ $\sqrt[3]{2X}\cdot\sqrt[3]{3y} = \sqrt[3]{2X\cdot 3y} = \sqrt[3]{6Xy}$

★ $\dfrac{\sqrt[5]{5X}}{\sqrt[5]{3y}} = \sqrt[5]{\dfrac{5X}{3y}}$

الجذور التى لها نفس الدرجة ممكن أخذها كمشترك فى عمليات الضرب والقسمة

$$(\sqrt{2}+1) \overset{\text{مرافق}}{\Longrightarrow} (\sqrt{2}-1)$$

$$(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}) \overset{X}{\Longrightarrow} (\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}) = (a-b)$$

مرافق

$$(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}) \overset{X}{\Longrightarrow} (\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}) = (a+b)$$

مرافق

القسمة المطولة

م/ أحمد غفار

قسمة كثيرات الحدود :-

$$\frac{X^2+6x+8}{X+4}$$

الناتج

$$\begin{array}{r|l} & X+2 \\ \hline \boxed{X}+4 & \boxed{X^2}+6x+8 \\ & \underline{-X^2\overset{-}{+}4X} \\ & \boxed{2X}+8 \\ & \underline{-2X\overset{-}{+}8} \\ & 0 \end{array}$$

الباقي

خطوة ① نقسم $X=\frac{X^2}{X}$

خطوة ② نضرب X في $(X+4)$

خطوة ③ نعكس الإشارات ونجمع أو نعمل عملية طرح

خطوة ④ نقسم $2=\frac{2X}{X}$

خطوة ⑤ نضرب 2 في $(X+4)$

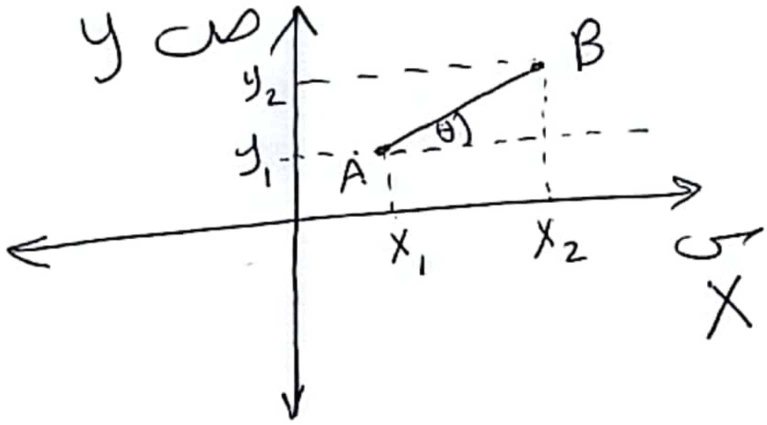
خطوة ⑥ نغير الإشارة ونجمع

$$\therefore \boxed{\frac{X^2+6x+8}{X+4}=X+2}$$

وهذه القاعدة سنحتاج إليها في بعض حالات أمثلة درس **النهايات**

ميل الخط المستقيم

م/أحمد غفار



$A(X_1, y_1)$ و $B(X_2, y_2)$

ميل المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$

هو ظل الزاوية التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

$$\text{الميل} = \tan\theta = \frac{y_2 - y_1}{X_2 - X_1} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$$

← سنحتاج لهذا القانون فى حل مسائل الاشتقاق

بعض قوانين حساب المثلثات

$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$, $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$, $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$

, $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$, $1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

سنحتاج لهذه القوانين فى درس النهايات

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

قانون ضعف الزاوية

مجال الدالة

← سنحتاج لها في دروس النهايات والاتصال والاشتقاق

قواعد مجال الدالة

① $F(x) = 2x^2 + 3x + 1$

أى دالة حدودية مجالها R ← مجموعة الأعداد الحقيقية

---

② $F(x) = a \rightarrow$ دالة ثابتة

مجالها R

---

③ $f(x) = |x| \rightarrow$ دالة مطلق

مجالها R

---

④ $F(x) = \sqrt[n]{g(x)} \rightarrow$ دالة جذرية

ودرجة الجذر فردى

مجالها R ← لو مجال $g(x)$ ← R

---

⑤ $F(x) = \sqrt[n]{g(x)} \rightarrow$ دالة جذرية

ودرجة الجذر زوجى

← مجالها أن ما تحت الجذر يجب أن يكون (0 أو موجب)

← صفر

مجالها
$g(x) \geq 0$

م/ أحمد نظار

$F(X) = \frac{g(x)}{h(x)}$ ⟶ دالة نسبيه

مجالها ←

{ أصفار المقام } / (مجال دالة المقام ∩ مجال دالة البسط)

← فوق (ماعدا)

$h(x) = 0$

المقام لأى دالة نسبيه لا يمكن أن يكون صفر

نبدأ الأن وبحمد الله دراسة منهج رياضيات الثانى عشر

م/ أحمد نصار

الوحدة الأولى

النهايات

$$\lim_{x \to c} F(x) = L$$

متغير

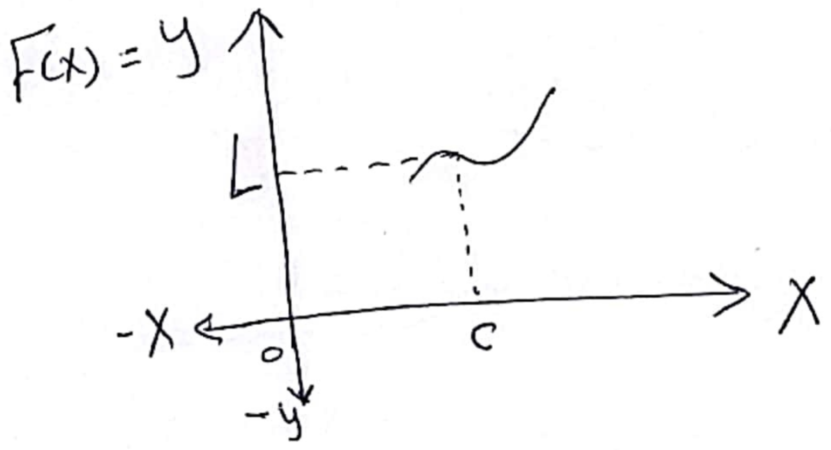
ثابت

الدالة

ثابت

تعريف النهاية

($X \xrightarrow[\text{تقترب من}]{} c$ ∴ قيمة $F(x) \xrightarrow[\text{تقترب من}]{} L$)



$\lim_{x \to c^-} F(x)$ → النهاية من جهة اليسار للعدد c

$\lim_{x \to c^+} F(x)$ → النهاية للدالة من جهة اليمين للعدد c

نظرية (١)

$\because \lim_{x \to c} f(x) = L$

$\therefore \lim_{x \to c^+} f(x) = \lim_{x \to c^-} f(x) = L$

شرط وجود نهاية للدالة هو تساوى قيمة النهاية للدالة من جهة اليمين مع قيمة نهاية الدالة من جهة اليسار.

نظرية (٢)

$\lim_{x \to c} (K) = K$

رقم ثابت

$\boxed{f(x) = K} \rightarrow$ دالة ثابته

لأى دالة ثابته قيمة النهاية لها عند أى نقطه هو نفس الرقم الثابت للدالة

نظرية (٣)

$\boxed{f(x) = x} \rightarrow$ دالة حدوديه

$\because \lim_{x \to c} f(x) = \lim_{x \to c} x = c$

لأى دالة حدوديه نوجد النهايه بالتعويض بـ c بدلا من X بالمعادلة

نظرية (٤)

توزيع النهاية

EX: $\lim_{x \to 2} (10) = 10$, $\lim_{x \to 3} (3x+1) =$

$\lim_{x \to 3} (3x) + \lim_{x \to 3} (1) =$

$3(3) + 1 = 10$

تعويض مباشر

نظرية (5)

م/ أحمد نصار

$$F(x) = \frac{\text{دالة بسط}}{\text{دالة مقام}} \rightarrow \text{دالة نسبية}$$

$$\lim_{x \to c} F(x) = \longrightarrow$$

الدالة النسبية

أول خطوة تعويض مباشر بدلاً من X نضع C

الناتج

L

أعطى قيمة (أنتهت المسألة)

$\frac{0}{0}$ $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$

صيغة غير معينة

في هذه الحالة نستخدم طرق التحليل السابق دراستها لتحليل دالة البسط والمقام أو أخذ عامل مشترك وذلك لتبسيط الدالة F(x)

EX.)

$$\lim_{x \to 2} \left(\frac{x+4}{x+3} \right) = \frac{\lim_{x \to 2} x + \lim_{x \to 2} 4}{\lim_{x \to 2} x + \lim_{x \to 2} 3}$$

$$= \frac{2+4}{2+3}$$

$$= \frac{6}{5}$$

تعويض مباشر

م/أحمد نصار

EX:- $\lim_{X\to 1}\left(\frac{X^2+X-2}{X^2-X}\right) = \frac{0}{0}$ بالتعويض المباشر

نحصل على صيغة غير معينة

لذلك نلجأ "للتحليل بسطا" ومقاما"

$$= \lim_{X\to 1}\frac{(X+2)\cancel{(X-1)}}{X\,\cancel{(X-1)}} = \lim_{X\to 1}\frac{X+2}{X}$$

$$= \frac{\lim_{X\to 1}(X+2)}{\lim_{X\to 1}(X)}$$

$$= \frac{3}{1} = 3$$

تعويض مباشر

EX:- $F(X) = |X-3|$ → دالة مطلق

أوجد $\lim_{X\to 3}F(X)$

هنا نستخدم تعريف المطلق

$$F(X) = \begin{cases} X-3 & ; X \geq \boxed{3} \\ -(X-3) & ; X < 3 \end{cases}$$

نحصل عليها بتساوي ما بداخل المطلق مع الصفر

$X-3=0$

$\boxed{X=3}$

تابع

∴ الدالة هنا مقسمة في تعريفها جزء يمين وجزء يسار

نبحث عن النهاية من الجهتين

$$\lim_{x\to3^+} F(x) = \lim_{x\to3^+} (x-3) = 3-3 = 0 \longrightarrow ①$$

$$\lim_{x\to3^-} F(x) = \lim_{x\to3^-} -(x-3) = 0 \longrightarrow ②$$

من ① و ②

نستنتج أن $\lim_{x\to3^+} F(x) = \lim_{x\to3^-} F(x) = 0$

∴ النهاية للدالة $F(x)$ عند $x=3$ ← موجودة

$$\therefore \lim_{x\to3} F(x) = 0$$ صفر

م/ أحمد نصار

$$* F(X) = \frac{\sqrt{2X-3} \; -1}{X-2} \longrightarrow$$ دالة جذرية

نظرية ٦

$$\lim_{X\to 2} F(X) \longrightarrow$$ بالتعويض المباشر نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة

* هنا نلجأ للضرب في المرافق لدالة البسط

$$\therefore \lim_{X\to 2} F(X) = \lim_{X\to 2} \frac{\sqrt{2X-3} \; -1}{X-2} \times \frac{\sqrt{2X-3} \; +1}{\sqrt{2X-3} \; +1}$$

$$= \lim_{X\to 2} \frac{(\sqrt{2X-3})^2 - (1)^2}{(X-2)(\sqrt{2X-3} +1)}$$

$$= \lim_{X\to 2} \frac{2X-3 \; -1}{(X-2)(\sqrt{2X-3} +1)} = \lim_{X\to 2} \frac{2X-4}{(X-2)(\sqrt{2X-3}+1)}$$

بأخذ 2 عامل مشترك

$$= \lim_{X\to 2} \frac{2\cancel{(X-2)}}{\cancel{(X-2)}(\sqrt{2X-3} +1)} = \lim_{X\to 2} \frac{2}{(\sqrt{2X-3} + 1)}$$

هام جداً // يجب كتابة الخطوات في الحل

* هنا يتم التأكد أولاً من النهاية تحت الجذر التربيعي ≥ 0

$$\lim (2X-3) = 4-3 = 1 > 0$$

* هنا يتم التأكد أن النهاية المقام لا تساوى صفر

$$\lim_{X\to 2} (\sqrt{2X-3} \; +1) = 1+1 = 2 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{X\to 2} \frac{2}{(\sqrt{2X-3}+1)} = \frac{2}{2}$$

$$\therefore \lim_{X\to 2} F(X) = 1$$

م/ أحمد نصار

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}\right) \longrightarrow$$ دالة جذرية

بالتعويض المباشر نحصل على ← $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة

لذلك نلجأ إلى التحليل بأستخدام قانون فرق بين مكعبين

حيث أن

$$x = (\sqrt[3]{x})^3$$

$$1 = (1)^3$$

$$\therefore (x-1) = \underset{a^3}{(\sqrt[3]{x})^3} - \underset{b^3}{(1)^3} \longrightarrow$$ دالة البسط

ويتم إيجاد المفكوك لها ↓

وهناك فكرة أخرى وهي الضرب في مرافق المقام

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt[3]{x})^3-(1)^3}{\sqrt[3]{x}-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(\sqrt[3]{x}-1)}\left((\sqrt[3]{x})^2+\sqrt[3]{x}+1\right)}{\cancel{(\sqrt[3]{x}-1)}}$$

$$=\lim_{x\to 1}\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1\right)$$

بالتعويض المباشر نحصل على ↓

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \left(\sqrt[3]{1^2}+\sqrt[3]{1}+1\right) = 3$$

م/أحمد نصار

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^3+6x^2+2x-3}{x+1}$$

بالتعويض المباشر نحصل على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة

* إذا لجأنا إلى التحليل لدالة البسط بأستخدام الآلة الحاسبة (Mode , 5, 4) معادلة من الدرجة الثالثة ...... سنحصل على أعداد تخيلية ← (وهذا غير مقرر علينا هذا العام).

* ∵ دالة البسط أكبر من أو يساوى درجة دالة المقام نستخدم القسمة المطولة لتبسيط الدالة النسبية

أو التركيبية

الناتج

$$\begin{array}{r|l} & x^2+5x-3 \\ \hline x+1 & x^3+6x^2+2x-3 \\ & \overset{-}{x^3} \overset{-}{+} x^2 \\ \hline & 5x^2+2x \\ & \overset{-}{5x^2} \overset{-}{+} 5x \\ \hline & -3x-3 \\ & \overset{+}{-}3x \overset{+}{-}3 \\ \hline & 0 \end{array}$$

الباقي ← 0

$$\therefore \lim_{x \to -1} \frac{x^3+6x^2+2x-3}{x+1}$$

$$= \lim_{x \to -1} (x^2+5x-3)$$

تعويض مباشر ↓

$$= (-1)^2+5(-1)-3$$

$$= 1-5-3$$

$$= -7$$

ملخص حالات $\frac{0}{0}$ ← صيغة غير معينة

بعد التعويض المباشر لأى نهاية والحصول على $\frac{0}{0}$ صيغة غير معينة نلجأ إلى

(1) إما التحليل ← دالة حدودية ← درجة ثانية ← Mode,5,3
درجة ثالثة ← Mode,5,4
← فرق ومجموع مكعبين
← فرق بين مربعين
← أخذ عامل مشترك

وذلك لتبسيط الدالة

(2) الضرب فى المرافق.

(3) القسمة المطولة.

نظرية (7)

نهايات تشمل على ∞- , ∞

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0 \quad \text{و} \quad \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}=0$$

نظرية (8)

لكل K ← رقم ثابت
← $R^{\pm}$

لكل n ← رقم موجب فقط
← R^{+}

$$\lim_{x\to\infty}\frac{K}{x^n}=0$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{K}{x^n}=0$$

(EX.)

م/أحمد نظار

$$\lim_{x \to \infty} \frac{5}{x^7} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{100}{x^7} = 0$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x+4} = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x(1+\frac{4}{x})}$$

التحقق من أن المقام النهاية $\neq 0$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{1}{(1+\frac{4}{x})} \cdot \frac{1}{x}$$

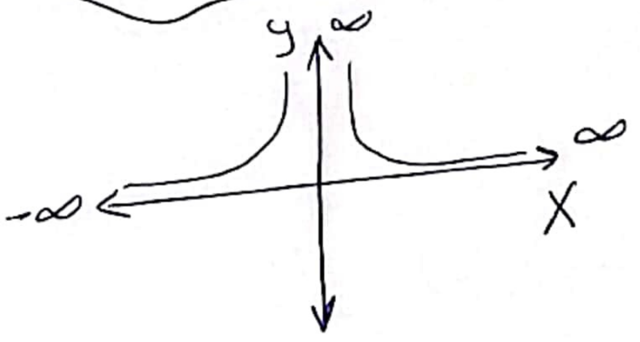
$$= \lim_{x \to \infty} \left(\frac{1}{1+\frac{4}{x}}\right) \cdot \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x}$$

$$= \frac{1}{1+0} \cdot 0 = 0$$

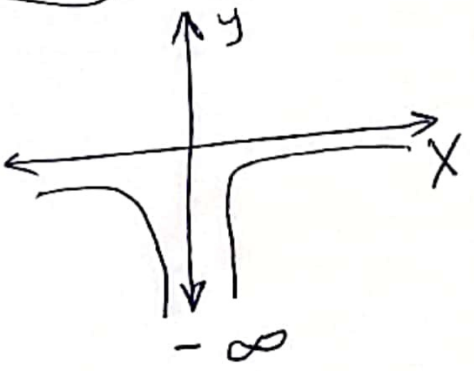
نهايات غير محددة عندما $x \to c$

$\pm \infty$

$$\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{1}{|x|} = \infty} \quad , \quad \boxed{\lim_{x \to 0} \frac{-1}{|x|} = -\infty}$$



,



$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty \iff \left(\lim_{x \to c^+} f(x) = \lim_{x \to c^-} f(x) = \infty\right)$$

$$\lim_{x \to c} f(x) = -\infty \iff \left(\lim_{x \to c^+} f(x) = \lim_{x \to c^-} f(x) = -\infty\right)$$

نظرية ٩

م/ أحمد نصار

$$\lim_{x \to c} \frac{1}{(x-c)^n} = \infty$$ ← نظرية ١٠

→ n → زوجي

$$\lim_{x \to c^+} \frac{1}{(x-c)^n} = \infty \quad , \quad \lim_{x \to c^-} \frac{1}{(x-c)^n} = -\infty$$

→ n → فردي

صيغ غير معينة

صيغ غير معينة → $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{-\infty}$, $\frac{-\infty}{\infty}$, $\frac{\infty}{\infty}$

EX. $\lim_{x \to \infty} (2x^2 - 3x + 1) = \infty$

بالتعويض المباشر

نظرية ١١ ← وإذا كان

$$F(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_0$$

$$g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \cdots + b_0$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{F(x)}{g(x)} = \frac{a_n}{b_n}$$ → في حالة $n = m$

درجة البسط = درجة المقام

م/ أحمد نصار

تابع نظرية 11 ⟸

$$\lim_{x\to\infty} \frac{F(x)}{g(x)} = 0 \rightarrow n < m$$

درجة البسط أقل من درجة المقام

* نظرية 11 ← صالحة أيضاً عند $\lim_{x\to-\infty}$

EX:

أوجد ← $\lim_{x\to 2} \frac{1}{|x-2|}$

$$\frac{1}{|x-2|} = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & : \ x > 2 \\ \frac{-1}{x-2} & : \ x < 2 \end{cases}$$

← مفكوك المطلق ولكن بدون = في النهايات

$$\therefore \lim_{x\to 2^+} \frac{1}{|x-2|} = \lim_{x\to 2^+} \frac{1}{x-2} = \infty \rightarrow ①$$

→ **نظرية 10**

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{1}{|x-2|} = \lim_{x\to 2^-} \frac{-1}{x-2} = \lim_{x\to 2^-} (-1) \cdot \lim_{x\to 2^-} \frac{1}{x-2}$$

$$= (-1) \cdot (-\infty)$$

$$= \infty \rightarrow ②$$

نظرية 10

الأس للمقام فردي $(x-2)^{1}$

* من ① و ②

$$\therefore \lim_{x\to 2} \frac{1}{|x-2|} = \infty$$

EX:

$$\lim_{X\to\infty} \frac{4-3X^3}{2X^3+5} = \lim_{X\to\infty} \frac{-3X^3+4}{2X^3+5}$$

هنا درجه البسط = درجه المقام

$$\lim_{X\to\infty} \frac{-3X^3+4}{2X^3+5} = \frac{-3}{2} = \frac{a_n}{b_n} \longrightarrow$$ نظريه 11

$$\lim_{X\to\infty} \frac{3X^2+2X}{5-2X^3} = \lim_{X\to\infty} \frac{3X^2+2X}{-2X^3+5}$$

هنا درجه البسط أقل من درجه المقام

$$\lim_{X\to\infty} \frac{3X^2+2X}{-2X^3+5} = 0 \longrightarrow$$ نظريه 11