مادة الرياضيات
الصف : الحادي عشر علمي
الفصل الدراسي الأول

مصنع الإبداع

الوحدة الاولي الأعداد الحقيقية

بند (١-١)
الجذور و التعبيرات الجذرية

حاول أن تحل (1)

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون استخدام الآلية الحاسبة:

a -27

a $\sqrt[3]{-27} = -\sqrt[3]{(3)^3} = -3$

27	3
9	3
3	3
	1

b 64

b $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{(2^2)^3} =$

$2^2 = 4$

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

c $\sqrt[3]{-0.008} = -\sqrt[3]{\frac{8}{1000}} = -\sqrt[3]{\frac{2^3}{10^3}} =$

$-\frac{2}{10} = -0.2$

8	2
4	2
2	2
1	

d $\sqrt[3]{\frac{343}{216}} = \sqrt[3]{\frac{7^3}{2^3 \times 3^3}} =$

$\frac{7}{6}$

343	7
49	7
7	7
1	

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

حاول أن تحل (2)

2 بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية حيث x، y عددان حقيقيان:

a $\sqrt{9x^2y^4}$ b $\sqrt[3]{-27x^6+3x^2}$ c $\sqrt{x^8y^6}$

a $\sqrt{9x^2y^4}=\sqrt{3^2x^2(y^2)^2}=|3xy^2|$

$$= \begin{cases} 3xy^2, x \geq 0 \\ -3xy^2, x < 0 \end{cases}$$

b $\sqrt[3]{-27x^6}+3x^2=$ $-\sqrt[3]{3^3(x^2)^3}+3x^2=$

$-3x^2+3x^2=$ 0

c $\sqrt{x^8y^6}=$ $\sqrt{(x^4)^2(y^3)^2}=|x^4y^3|=$

$x^4y^3, y\geq 0$

$-x^4y^3, y<0$

تمرين :

1) باستخدام قوانين الجذور أوجد إن أمكن :

a $$\sqrt{0.0064} = \sqrt{\frac{64}{10000}} = \sqrt{\frac{8^2}{100^2}} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$$

b $$\sqrt{\frac{-16}{49}} =$$ ليس لها حل في الأعداد الحقيقية

c $$\sqrt{\frac{12}{147}} = \sqrt{\frac{4}{49}} = \sqrt{\frac{2^2}{7^2}} = \frac{2}{7}$$

حاول أن تحل (4)

أوجد الناتج في أبسط صورة:

d $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}$

a $4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}=$ $4\sqrt[3]{2^3}+2\sqrt[3]{64\times 2}$

$\sqrt[3]{8}=2$

128=64×2

$\sqrt[3]{64}=4$

$=4\times 2+2\sqrt[3]{4^3\times 2}$

$=8+2\times 4\sqrt[3]{2}$

$=8+8\sqrt[3]{2}=\quad 8(1+\sqrt{2})$

b $2\sqrt{75}-\sqrt{48}=$ $2\sqrt{25\times3}-\sqrt{16\times3}$

$=2\sqrt{5^2\times3}-\sqrt{4^2\times3}$

$=2\times5\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

$=10\sqrt{3}-4\sqrt{3}=$ $6\sqrt{3}$

75=25×3

48=16×3

c $\sqrt{12}+\sqrt{147}-\sqrt{27}=\sqrt{4\times3}+\sqrt{49\times3}-\sqrt{9\times3}$

$=\sqrt{2^2\times3}+\sqrt{7^2\times3}-\sqrt{3^2\times3}$

$=2\sqrt{3}+7\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=6\sqrt{3}$

12=4×3

147=49×3

27=9×3

أوجد الناتج في أبسط صورة:

d $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}=$ $\sqrt[3]{64\times5}+\sqrt[3]{8\times5}-\sqrt[3]{27\times5}$

$=4\sqrt[3]{5}+2\sqrt[3]{5}-3\sqrt[3]{5}=3\sqrt[3]{5}$

320=64×5 40=8×5 135=27×5

$$3\sqrt[3]{16}-4\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{128}=$$

$$3\sqrt[3]{8\times 2}-4\sqrt[3]{27\times 2}+\sqrt[3]{64\times 2}=$$

$$3\sqrt[3]{2^2\times 2}-4\sqrt[3]{3^3\times 2}+\sqrt[3]{4^3\times 2}=$$

$$3\times 2\sqrt[3]{2}-4\times 3\sqrt[3]{2}+4\sqrt[3]{2}=$$

$$6\sqrt[3]{2}-12\sqrt[3]{2}+4\sqrt[3]{2}=-2\sqrt[3]{2}$$

j

$$\sqrt{75}-4\sqrt{18}+2\sqrt{32}=$$

$$\sqrt{25\times3}-4\sqrt{9\times2}+2\sqrt{16\times2}=$$

$$5\sqrt{3}-4\times3\sqrt{2}+2\times4\sqrt{2}=$$

$$5\sqrt{3}-12\sqrt{2}+8\sqrt{2}=\quad 5\sqrt{3}-4\sqrt{2}$$

حاول أن تحل (5)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt{50x^4}$

b $\sqrt[3]{18x^3}$

a $\sqrt{50x^4} = \sqrt{5^2 \times 2 \times (x^2)^2} = 5x^2\sqrt{2}$

$50 = 25 \times 2 = 5^2 \times 2$

50	2
25	5
5	5
1	

b $\sqrt[3]{18x^3} = x\sqrt[3]{18}$

$18 = 9 \times 2 = 3^2 \times 2$

18	2
9	3
3	3
1	

تمرين :

بسط التعبيرات الجذرية التالية مستخدما قوانين الجذور:

a $\sqrt{16x^2} = \sqrt{4^2 x^2} = 4|x|$ $= \begin{cases} 4x & : x \geq 0 \\ -4x & : x < 0 \end{cases}$

d $\sqrt{8x^3}, x \geq 0 = \sqrt{2^3 x^3} = \sqrt{2^2 \times 2x^2 x} =$

$$2|x|\sqrt{2x} = \begin{cases} 2x\sqrt{2x}, x \geq 0 \\ -2x\sqrt{2x}, x \geq 0 \end{cases}$$

تمرين :

بسط التعبيرات الجذرية التالية مستخدما قوانين الجذور:

e $\sqrt{\frac{x^3y^5}{25x}}, y \geq 0, x > 0$

$= \sqrt{\frac{x^2y^5}{5^2}} = \sqrt{\frac{x^2y^4y}{5^2}}$

$= \frac{\left|x\ y^2\right|\sqrt{y}}{5} = \frac{y^2\left|x\ \right|\sqrt{y}}{5} = \begin{cases} \frac{y^2x\sqrt{y}}{5}, x \geq 0 \\ -\frac{y^2x\sqrt{y}}{5}, x \geq 0 \end{cases}$

$y \geq 0, x > 0$

$\sqrt{\frac{x^3y^5}{25x}} = \frac{y^2x\sqrt{y}}{5}$

حاول أن تحل (6)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2}$, $x \geq 0$

a $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2} = 6\sqrt{7 \times x^3 \times x^3 \times y^2} =$

$6\sqrt{7x^6y^2} = 6\sqrt{7(x^3)^2y^2} = 6|x^3y|\sqrt{7} =$

$$6x^3|y|\sqrt{7} = \begin{cases} 6x^3y\sqrt{7}, y \geq 0 \\ -6x^3y\sqrt{7}, y < 0 \end{cases}$$

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

b $4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y}$

b $4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y} = 12\sqrt[3]{x^4x^2y\ y} =$

$12\sqrt[3]{x^6y^2} = 12x^2\sqrt[3]{y^2}$

حاول أن تحل (7)

أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية:

a $\dfrac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}}$ b $\dfrac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}$, $x > 0$ c $\dfrac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}}$, $x \neq 0$

a

$$\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{243}{27}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

b

$$\frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}} = \sqrt{\frac{12x^4}{3x}} = \sqrt{4x^3} = \sqrt{2^2 x^2 x} = |2x|\sqrt{x}$$

, $x > 0$

$$= 2x\sqrt{x}$$

بسط التعبيرات الجذرية التالية مستخدما قوانين الجذور:

$$\frac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}} = \sqrt[3]{\frac{128x^{15}}{2x^2}} = \sqrt[3]{64x^{13}}$$

$$= \sqrt[3]{4^3 x^{12} x} = \sqrt[3]{4^3 (x^4)^3 x}$$

$$= 4(x^4)\sqrt[3]{x} \quad , x \neq 0$$

تبسيط كسر مقامه يتضمن جذراً

حاول أن تحل (8)

أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية في أبسط صورة:

a $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ b $\dfrac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ c $\dfrac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$

a

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3+\sqrt{6}}{3}$$

b

$$\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \times \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} =$$

$$\frac{6+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2}{4-2} = \frac{4+\sqrt{2}}{2}$$

c

$$\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{7^2}} \times \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7^3}} = \frac{\sqrt[3]{7}}{7}$$

أكتب كل كسر مما يلي بحيث يكون المقام عددا نسبيا :

a $\frac{3}{\sqrt[3]{2}} = \frac{3}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{3\sqrt[3]{2^2}}{2}$

b $\frac{4}{3\sqrt{3}-2} = \frac{4}{3\sqrt{3}-2} \times \frac{3\sqrt{3}+2}{3\sqrt{3}+2} = \frac{12\sqrt{3}+8}{9\times 3-4} = \frac{12\sqrt{3}+8}{23}$

التدريبات ص ١٠

الجذور والتعبيرات الجذرية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sqrt[3]{-64x^3} + 4x = 0$ — a

(2) $\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$ — a

(3) $(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = 1$ — a

(4) $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5}$ — a

(5) $|m| \times \sqrt{m^2} = m^2, \forall m \in \mathbb{R}$ — a

الجذور والتعبيرات الجذرية

التدريبات ص ١١

في التمارين (6–12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو:

(a) $\sqrt[3]{216}$ (b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ (c) $\sqrt[3]{9}$ (d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

(7) لوضع التعبير الجذري $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$ في أبسط صورة نضرب كلًّا من البسط والمقام في:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) 2 (d) 4

(8) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ يساوي:

(a) $2-\sqrt{3}$ (b) $2+\sqrt{3}$ (c) $3-\sqrt{2}$ (d) $3+\sqrt{2}$

(9) إذا كان $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ فإن:

(a) $\varphi^2+\varphi=1$ (b) $\varphi^2=\varphi+1$ (c) $\varphi+\varphi^2+1=0$ (d) $\varphi^2+1=\varphi$

(10) إذا كان $x \in \mathbb{R}^-$ فإن $\frac{1}{x}\cdot|x|$ يساوي:

(a) -1 (b) $-x$ (c) 1 (d) x

بند (1-2) الأسس النسبية

الصورة الآسية	الصورة الجذرية
$25^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{25} = \sqrt[2]{25}$
$27^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{27}$
$64^{\frac{1}{4}}$	$\sqrt[4]{64}$

حاول أن تحل (1)

بسِّط كل عدد من الأعداد التالية مستخدمًا الصورة الجذرية:

a $64^{\frac{1}{3}}$ b $(2^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$ c $(8^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$

a $$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$$

b $$2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

c $$8^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$$

حاول أن تحل (2)

اكتب العدد $64^{\frac{4}{3}}$ بالصورة الجذرية.

$$64^{\frac{4}{3}} = 64^{4\times\frac{1}{3}} = (64^4)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64^4}$$

حاول أن تحل (3)

a اكتب بالصورة الجذرية كلًّا من:

1 $x^{0.4}$

2 $y^{\frac{3}{8}}, \forall y \geq 0$

1 $x^{0.4} = x^{\frac{4}{10}} = x^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^2} = (\sqrt[5]{x})^2$

2 $y^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{y^3} = (\sqrt[8]{y})^3$

b اكتب بالصورة الأسية كلًّا من:

1 $\sqrt[3]{x^2}$

2 $(\sqrt{y})^3 \; , \; \forall \; y \geq 0$

b 1 $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$

2 $(\sqrt{y})^3 = \sqrt{y^3} = y^{\frac{3}{2}}$

تمرين

أكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية

d $x^{1.5}, x \geq 0 = x^{\frac{3}{2}} = \sqrt{x^3} = \sqrt{(x^2)(x)} = x\sqrt{x} : x \geq 0$

e $x^{\frac{3}{4}}, x \geq 0 = \sqrt[4]{x^3}, x \leq 0$

f $7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2}$

حاول أن تحل

5 بسّط كلًّا من الأعداد التالية مستخدمًا قوانين الأسس:

a $25^{-\frac{3}{2}}$ b $(-32)^{\frac{4}{5}}$ c $\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}}$, $x \geq 0$, $y > 0$

a $$25^{-\frac{3}{2}} = (5^2)^{-\frac{3}{2}} = 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

b $$(-32)^{\frac{4}{5}} = (-2^5)^{\frac{4}{5}} = (-2)^4 = 16$$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
	1

c $$\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2^4x^{14}}{3^4y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2^2x^7}{3^2y^9} = \frac{4x^7}{9y^9}$$

بسط كل من الأعداد التالية دون استخدام الحاسبة

a

$$64^{\frac{2}{3}} = \left(2^6\right)^{\frac{2}{3}} = 2^{6\times\frac{2}{3}} = 2^4 = 16$$

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

c

$$4^{1.5} = 4^{\frac{3}{2}} = \left(2^2\right)^{\frac{3}{2}} = 2^{2\times\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$$

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt[5]{9}\times\sqrt[5]{27}=\sqrt[5]{9(27)}=\sqrt[5]{243}=\sqrt[5]{3^5}=3$

b $\dfrac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{3}}=\sqrt[3]{\dfrac{243}{3}}=\sqrt[3]{81}=\sqrt[3]{3^3\bullet 3}=3\sqrt[3]{3}$

c $\sqrt{\sqrt[3]{729}}=\sqrt[6]{729}=\sqrt[6]{3^6}=3$

d $(\sqrt[4]{x}\bullet\sqrt[4]{y^3})^{-12},x>0,y>0$

$=(\sqrt[4]{xy^3})^{-12}=(xy^3)^{\frac{-12}{4}}=(xy^3)^{-3}=\dfrac{1}{x^3y^9}$

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

h $\left(\left(3^{\frac{3}{2}}x^{-\frac{1}{2}}\right)^{2}\right)^{\frac{1}{3}}, x>0$

$$\left(3^{\frac{3}{2}\times 2}x^{-\frac{1}{2}\times 2}\right)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{2}\times 2\times\frac{1}{3}}x^{-\frac{1}{2}\times 2\times\frac{1}{3}} = 3\ x^{-\frac{1}{3}}$$

$$= 3\times\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = 3\times\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$$

بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

d $\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1}$ $x, y \in \mathbb{Q}^+$

$$\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[\left(\sqrt{(xy)^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[\left((xy)^3\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} =$$

$$\left[(xy)^{3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[(xy)^{\frac{1}{2}}\right]^{-1} = \left[(xy)\right]^{-\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{1}{(xy)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{xy}}{xy}$$

i $$\left(\frac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12}, t>0$$

$$\left(\frac{(9t)^{\frac{1}{2}}}{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}\right)^{-12}\left(\frac{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}{(9t)^{\frac{1}{2}}}\right)^{12}\frac{(27t^2)^{\frac{1}{3}\times 12}}{(9t)^{\frac{1}{2}\times 12}}=$$

$$\frac{(27t^2)^4}{(9t)^6}=\frac{(3^3t^2)^4}{(3^2t)^6}=\frac{3^{12}t^8}{3^{12}t^6}=t^2$$

التدريبات ص ١٣

الأسس النسبية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $16^{-\frac{3}{4}} = 32^{-\frac{3}{5}}$ — b

(2) $x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{2}{3}}$ — a

(3) $x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$ — b

(4) $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x \ , \ x > 0$ — a

(5) $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = 4$ — b

الأسس النسبية

التدريبات ص ١٣

في البنود (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $n > 0$ ، فإن التعبير الذي لا يكافئ $\sqrt[4]{4n^2}$ هو:

(a) $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$ (b) $2n^{\frac{1}{2}}$ (c) $(2n)^{\frac{1}{2}}$ (d) $\sqrt{2n}$

(7) إذا كان: $y > 0$ ، فإن التعبير $\dfrac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي:

(a) $14y$ (b) $\frac{1}{7}y$ (c) $2y$ (d) $\frac{8}{7}y$

(8) $\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$: $x \neq 0$, $y \neq 0$

(a) $|x^{-1}|y^2$ (b) $|x|y^{-2}$ (c) xy^2 (d) $x^{-2}y^2$

(9) $\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \dfrac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

(a) $5^{-\frac{1}{2}}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $5^{\frac{1}{2}}$ (d) $5^{\frac{2}{3}}$

الأسس النسبية

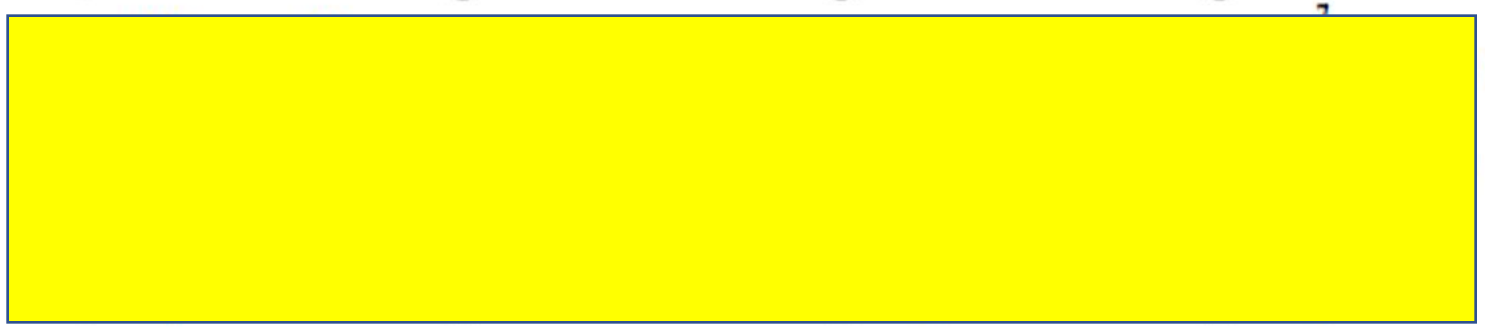
التدريبات ص ١٤

ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(10) إذا كان $x+y=2,\ x^2-xy+y^2=4$ فإن $\sqrt[6]{x^3+y^3}$ يساوي:

a $\sqrt{2}$ b $\sqrt[3]{2}$ c $\sqrt[3]{6}$ d 2

(11)



(12) إن قيمة التعبير $x>0,\ \dfrac{\sqrt[3]{x^6}\cdot\sqrt[4]{x^5}}{x^3\cdot\sqrt[8]{x^2}}$ تساوي:

a x b $\frac{1}{x}$ c 1 d $\sqrt{x}$

حل المعادلات

التدريبات ص ١٦

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل $7^{3-x} = 1$ هي $\{3\}$ (b) a

(2) مجموعة حل $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$ هي $\{0\}$ b a

(3) إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2} = 3$ فإن $x = 3\sqrt{2}$ b a

(4) $x = -1$ حلًا للمعادلة $2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$ b a

(5) مجموعة حل $25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$ هي R^- b a

المعادلات الجذرية

لحل معادلة جذرية نتبع الخطوات التالية :-

١- أفصل الجذر الى أحد طرفى المعادلة

٢- حدد شرط الحل

- اذا كان دليل الجذر عددا زوجيا فان قيمة ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي الصفر وكلا من طرفي المعادلة أكبر من أو يساوي الصفر أيضا
- اذا كان دليل الجذر عددا فرديا فان قيمة ما تحت الجذر ينتمى الى R

٣-ارفع طرفى المعادلة الى أس مناسب يحذف الجذر

٤-تأكد من أن الحل يحقق الشرط

حاول أن تحل (1)

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

a $\sqrt{5x+4}-7=0$

١) أفصل الجذر

a $\sqrt{5x+4}-7=0$

$\sqrt{5x+4}=0+7$

$\sqrt{5x+4}=7$

ارفع طرفي المعادلة
إلى القوة 2

$(\sqrt{5x+4})^2=7^2$

$5x+4=49$

$5x=49-4=45$

$x=9$

٢) بما أن دليل الجذر زوجي
لابد ان يكون المجذور غير سالب

$5x+4\geq 0$

$5x\geq -4$

$x\geq \frac{-4}{5}$

$x\geq \frac{-4}{5}$

$x\in[\frac{-4}{5},\infty)$

$9\in[\frac{-4}{5},\infty)$

مجموعة الحل = { ٩ }

حاول أن تحل (1)

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية: b $\sqrt{x-2}+9=0$

١ - أفصل الجذر

b $\sqrt{x-2}+9=0$

$\sqrt{x-2}=0-9$

$\sqrt{x-2}=-9$

٢ - بما أن دليل الجذر زوجي
لابد ان يكون المجذور غير سالب
والطرف الأيسر غير سالب,,

مجموعة الحل = ϕ

حاول ان تحل (2)

أوجد مجموعة الحل:

b $(1-x)^{\frac{2}{5}}-4=0$

b $(1-x)^{\frac{2}{5}}-4=0$

افصل الجذر

$(1-x)^{\frac{2}{5}}=4$

ارفع طرفي المعادلة لأس $\frac{5}{2}$

$\left((1-x)^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{5}{2}}=(4)^{\frac{5}{2}}$

$|1-x|=2^5$

$=32$

$1-x=-32$ أو $\therefore 1-x=32$

$\therefore x=33$ $\quad$ $\therefore x=-31$

مجموعة الحل = {33 ، -31}

2 أوجد مجموعة الحل:

a $2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$

a $2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$ ١) لقسمة على 2

$(x+3)^{\frac{3}{2}} = 27$ ارفع طرفي المعادلة لأس $\frac{2}{3}$

$\left((x+3)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = (27)^{\frac{2}{3}}$

$x+3 = 3^2$

$x+3 = 9$

$\therefore x = 9-3$

$\therefore x = 6 \in [-3, \infty)$

مجموعة الحل = {6}

٢) بما أن دليل الجذر زوجي لابد ان يكون المجذور غير سالب

$x+3 \geq 0$

$x \geq -3$

$x \in [-3, \infty)$

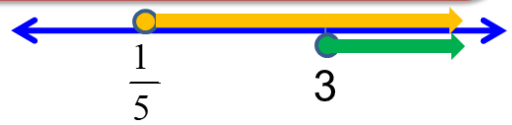
حاول أن تحل

3 أوجد مجموعة الحل: $\sqrt{5x-1}+3=x$

$5x-1\geq 0$, $x-3\geq 0$

$x\geq \frac{1}{5}$, $x\geq 3$

$x\in[3,\infty)$



١) افصل الجذر

$\sqrt{5x-1}+3=x$

$\sqrt{5x-1}=x-3$

ارفع طرفي المعادلة إلى القوة 2

$\left(\sqrt{5x-1}\right)^2=(x-3)^2$

$5x-1=x^2-6x+9$

$x^2-6x+9-5x+1=0$

$x^2-11x+10=0$

$(x-10)(x-1)=0$

$x-10=0$ أو $x-1=0$

$x=10\in[3,\infty)$ $x=1\notin[3,\infty)$

مجموعة الحل = {10}

حاول أن تحل

4 أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

b $\sqrt{x-7}+\sqrt{3x-21}=0$

b $\sqrt{x-7}+\sqrt{3x-21}=0$

١)افصل الجذران

$$\sqrt{x-7}=-\sqrt{3x-21}$$

٢) يجب أن يكون كلا الطرفين = صفر

$$x-7=0 \quad \text{و} \quad 3x-21=0$$

$$x=7 \quad \text{و} \quad 3x=21$$

$$x=7$$

مجموعة الحل = {7}

حل المعادلات الأسية

حاول أن تحل (6)

a $3^x = 243$

243
81
27
9
3
1

$3^x = 3^5$

$x = 5$

مجموعة الحل = { 5 }

b $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$

$\left(\frac{1}{2^2}\right)^x = \left(\frac{1}{2^7}\right)$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$

2 X = 7

$x = 3.5$

مجموعة الحل = { 3.5 }

C

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{81}{16}\right)$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3^4}{2^4}\right)$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$$

$$x = -4$$

مجموعة الحل = { - 4 }

حاول أن تحل (7)

a

$$5^{x^2-4}=1$$

$$5^{x^2-4}=5^0$$

$$x^2-4=0$$

$$x^2=4$$

$$x=\pm 2$$

مجموعة الحل = { ±2 }

b

$$3^{x^2-5x}=\left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$3^{x^2-5x}=3^{-4}$$

$$x^2-5x=-4$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$(x-4)(x-1)=0$$

$x-4=0$ أو $x-1=0$

$x=4$ $x=1$

مجموعة الحل = { 1 , 4 }

C $2^{x^2-4} = 32$

$2^{x^2-4} = 2^5$

$x^2 - 4 = 5$

$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

مجموعة الحل = { ±3 }

حل المعادلات

التدريبات ص ١٦

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل $7^{3-x} = 1$ هي $\{3\}$ (b) a

(2) مجموعة حل $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$ هي $\{0\}$ b a

(3) إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2} = 3$ فإن $x = 3\sqrt{2}$ b a

(4) $x = -1$ حلًا للمعادلة $2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$ b a

(5) مجموعة حل $25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$ هي R^- b a

حل المعادلات

التدريبات ص ١٥

في التمارين (10–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(6) مجموعة حل $\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$ هي:

(a) $\{0\}$ (b) R^+ (c) R^- (d) R

(7) مجموعة حل $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$ هي:

(a) $\{2\}$ (b) $\{1,2\}$ (c) $\{1,2,3\}$ (d) $\{2,3\}$

(8) مجموعة حل $\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$ هي:

(a) $\left\{-1,\frac{1}{2}\right\}$ (b) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ (c) $\left\{-1,\frac{-1}{2}\right\}$ (d) $\left\{1,\frac{1}{2}\right\}$

(9) مجموعة حل $x^2 = |x|$ هي:

(a) $\{-1,0,1\}$ (b) $\{0,1\}$ (c) $\{0\}$ (d) $\{1\}$

(10) إذا كان $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$ فإن x تساوي:

(a) -2 (b) 2 (c) -4 (d) 4

الوحدة الثانية الدوال الحقيقية

(1– 2) مجال الدالة

تساعدنا القواعد التالية على تحديد مجال الدالة:

1. مجال الدالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.
2. مجال الدالة الحدودية النسبية هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ عدا مجموعة أصفار المقام.
3. مجال الدالة $f(x)=|x|$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.
4. مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد زوجي هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط $g(x)\geq 0$.
5. مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد فردي هو مجال الدالة g.
6. مجال الدالة $f(x)=g(x)\pm h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h.
   أي أن مجال f = مجال g ∩ مجال h.
7. مجال الدالة $f(x)=g(x).h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h.
   أي أن مجال f = مجال g ∩ مجال h.
8. مجال الدالة $f(x)=\frac{g(x)}{h(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h عدا أصفارالمقام $(h(x)\neq 0)$.
   أي أن مجال f = (مجال g ∩ مجال h)/مجموعة أصفار المقام.

مثال توضيحي(2)

حدّد مجال كل من الدوال التالية:

a $f(x) = 2x + 1$

الدالة f دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

b $g(x) = x^2 + 3x + 1$

الدالة g دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

c $t(x) = \sqrt{3x - 4}$

$3x - 4 \geq 0 \longrightarrow 3x \geq 4 \longrightarrow x \geq \frac{4}{3}$

$x \in [\frac{4}{3}, \infty)$

$[\frac{4}{3}, \infty)$

أي أن مجال الدالة t هو

d $h(x)=\dfrac{x-2}{x-4}$

الدالة h دالة حدودية نسبية يكون مجالها هو مجموعة الاعداد الحقيقية R ماعدا مجموعة أصفار المقام

$x-4=0$ ⇒

نوجد أصفار المقام

$R-\{4\}$

أي أن مجال الدالة h هو

e $u(x)=\sqrt[3]{2x+1}$

الدالة u هي دالة جذرية دليلها فردي، مجال الدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

$$v(x)=\frac{\sqrt{3x-4}}{x-2}$$

$$h(x)=\frac{n(x)}{d(x)}$$

الدالة V دالة كسرية يكون المجال هو تقاطع مجال البسط مع مجال المقام
ما عدا التي تجعل المقام = صفر

1) مجال دالة البسط

$$3x-4\geq 0$$

$$3x\geq 4 \Rightarrow x\geq \frac{4}{3}$$

$$x\in[\frac{4}{3},\infty)$$

2) مجال دالة المقام

الدالة d دالة كثيرة الحدود ،
مجال الدالة d (المقام) هو
مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

3) أصفار المقام

$$x-2=0$$

$$x=2$$

أي أن مجال الدالة n هو $[\frac{4}{3},\infty)$

أي أن مجال الدالة V هو $\left([\frac{4}{3},\infty)\cap R\right)/\{2\} \Rightarrow [\frac{4}{3},\infty)/\{2\}$

حاول أن تحل

2 أوجد مجال كل دالة مما يلي:

a $f_1(x)=\frac{2x+5}{x-4}$

الدالة f_1 دالة حدودية نسبية يكون مجالها هو مجموعة الاعداد الحقيقية R ماعدا مجموعة أصفار المقام

نوجد أصفار المقام

$$x-4=0 \Rightarrow \quad x=4$$

مجال f_1 = $R-\{4\}$

8 $g(x)=\sqrt{3x-7}+2$

$f(x)=b(x)+a(x)$

لنفرض أن

$b(x)=\sqrt{3x-7}$

فيكون

$a(x)=2$

الدالة a دالة ثابتة ، مجالها R

الدالة b هي دالة جذرية دليلها زوجي

$3x-7\geq 0 \Rightarrow \ 3x\geq 7 \Rightarrow \ x\geq \frac{7}{3}$

$[\frac{7}{3},\infty)$

أي أن مجال الدالة b هو

مجال g=مجال a ∩مجال b:

$R\cap[\frac{7}{3},\infty) \ =[\frac{7}{3},\infty)$

9 $t(x)=\dfrac{\sqrt{-2x}+3}{x-1}$

$t(x)=\dfrac{b(x)+a(x)}{c(x)}$

لنفرض أن

فيكون

1) مجال دالة البسط

$a(x)=3$

الدالة a دالة ثابتة ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

$b(x)=\sqrt{-2x}$

لتعيين مجال الدالة b :

$-2x\geq 0 \Rightarrow \quad x\leq 0$

مجال الدالة b $(-\infty\ ,0\ ]$

مجال دالة البسط هو $(-\infty,0]\cap R=(-\infty,0]$

2) مجال دالة المقام

$c(x)=x-1$

الدالة C دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة C هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

3) أصفار المقام

$x-1=0$

$x=1$

أي أن مجال الدالة t= (مجال دالة البسط مجال دالة المقام) / مجموعة اصفار دالة المقام

$$\left((-\infty,0]\cap R\right)/\{1\}=(-\infty\ ,0\ ]$$

مجال الدالة

التدريبات ص ٢١

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجال الدالة $f(x)=\sqrt{(x-2)^2}$ هو $\mathbb{R}$ (b)

(2) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{2x-6}}$ هو $[3,\infty)$ (a)

(3) مجال الدالة $f(x)=\sqrt{-x}$ هو $(-\infty,0]$ (a)

(4) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{1}{x^2}\sqrt{x+3}$ هو $[-3,\infty)$ (b)

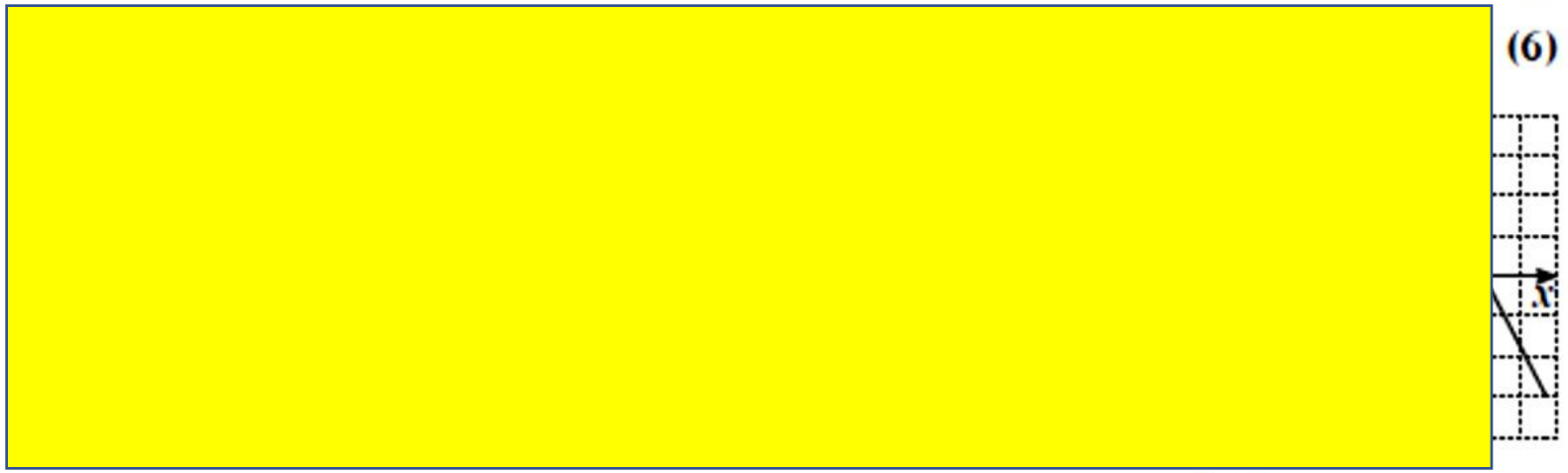
(5) مجال الدالة $f(x)=|x|-2$ هو $\mathbb{R}$ (a)

مجال الدالة

التدريبات ص ٢١

في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6)



(7) مجال الدالة $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$ هو:

(a) R (b) R/{1} (c) R/{−1,1} d R/{−1}

(8) مجال الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x^2}}{x}$ هو:

a R/{0} (b) [0,∞) (c) (−∞,0) (d) (0,∞)

مجال الدالة

التدريبات ص ٢١

ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(9) مجال الدالة $f(x)=\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}$ هو:

(a) $R/\{1\}$ (b) $R/\{0,1\}$ (c) $R-\{0\}$ (d) $(0,\infty)/\{1\}$

(10) مجال الدالة $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ هو:

(a) $(0,\infty)$ (b) $[1,\infty)$ (c) $(-1,\infty)$ (d) $[-1,\infty)/\{0\}$

(11) لتكن $f(x)=x\sqrt{x}$, $g:[-2,2]\to R, g(x)=x^2$. فإن مجال الدالة $f\circ g$ هو:

(a) $[-2,2]$ (b) $[0,2]$

(c) $(0,2)$ (d) ليس أيًا مما سبق صحيحًا

بند (2-3)

الدالة التربيعية

المقدمة

أوجد ناتج ما يأتي :

a) $(x - 4)(2x + 1) =$ $2x^2 - 7x - 4$

b) $(7 - 2x)^2 =$ $49 - 28x + 4x^2$

c) $2x(3x + 1) =$ $6x^2 + 2x$

الدوال التربيعية

الصورة العامة للدالة التربيعية هي:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a, b, c \in \mathbb{R}, \ a \neq 0$$

حد من الدرجة الثانية — حد من الدرجة الأولى — حد مطلق (ثابت)

تمثل الدالة التربيعية بيانيا بمنحنى متماثل حول المستقيم الرأسي الذي يمر برأس المنحنى ويسمى المنحنى قطعا مكافئا

حيث

الإحداثي السيني لرأس المنحنى

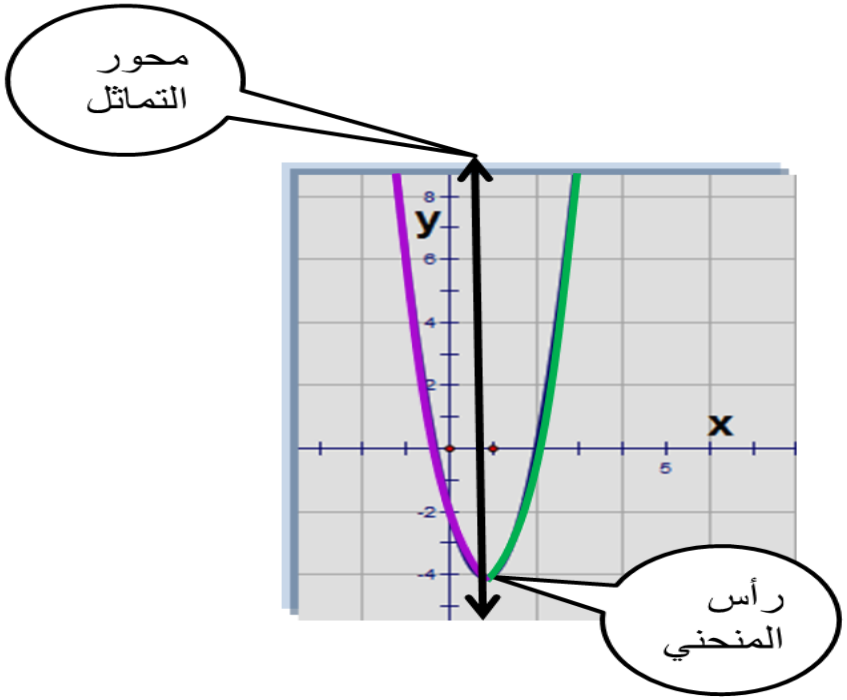
$$x = \frac{-b}{2a}$$

وهو معادلة المستقيم الرأسي الذي يسمى محور التماثل

@mariaalqebtia

و الاحداثي السيني لرأس هذا المنحني $x =$

و هي معادلة المستقيم الرأسي الذي يسمي **محور التماثل**



حاول أن تحل (1)

حدّد ما إذا كانت الدالة خطية أم تربيعية.

a $f(x) = 2x(x-3)$

$f(x) = 2x^2 - 6x$

الدالة f دالة تربيعية

b $f(x) = (x-2)(2x+1)$

$f(x) = 2x^2 + x - 4x - 2$

$= 2x^2 - 3x - 2$

الدالة f دالة تربيعية

c $f(x) = (2x+3)^2 - 4x^2 - 7x$

$$f(x) = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 7x = 5x + 9$$

الدالة f ليست دالة تربيعيةولكنها دالة خطية

d $f(x) = 3(x^2 - 4x) - 3x^2 + 4$

$$f(x) = 3x^2 - 12x - 3x^2 + 4 = -12x + 4$$

الدالة f ليست دالة تربيعيةولكنها دالة خطية

الدوال التربيعية ونمذجتها

التدريبات ص ٢٣

في التمارين (1–5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $f(x) = kx^2 + x - 3 \ , \ k \in \mathbb{Z}$ يمكن أن تكون دالة خطية.

a b

(2) الدالة $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$ هي دالة خطية.

a b

(4) الدالة $y = x(1-x) - (1-x^2)$ هي دالة خطية.

a b

(5) الدالة $f(x) = \pi^2 - x$ هي دالة تربيعية.

a b

في التمارين (6–10)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة التربيعية التي حدها الثابت يساوي 3– فيما يلي هي:

a $y = (3x+1)(-x-3)$

b $y = x^2 - 3x + 3$

c $f(x) = (x-3)(x-3)$

d $y = -3x^2 + 3x + 9$

(7) أي دالة مما يلي ليست دالة تربيعية:

a $y = (x-1)(x-2)$

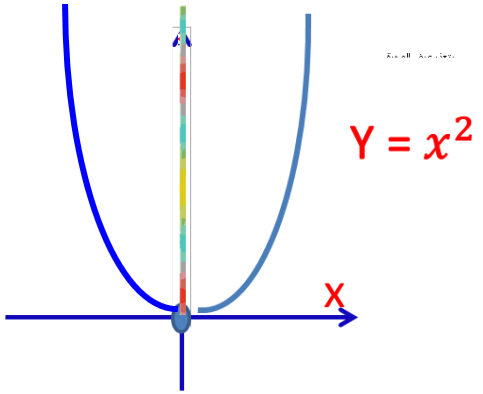
b $y = x^2 + 2x - 3$

c $y = 3x - x^2$

d $y = -x^2 + x(x-3)$

الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

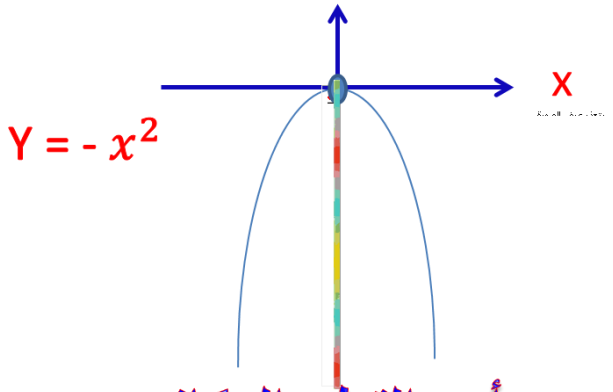
رأس القطع المكافئ : هو أعلى أو أدنى نقطة في القطع المكافئ الذي يمثل الدالة التربيعية بيانيا



رأس القطع المكافئ :

هو أدنى نقطة في القطع المكافئ

الفتحة إلى أعلى



رأس القطع المكافئ :

هو أعلى نقطة في القطع المكافئ

الفتحة إلى أسفل

محور التماثل (محور التناظر) : يقسم القطع المكافئ إلى جزئين متطابقين كل منهما صورة للآخر .

حاول أن تحل (1)

ملاحظة

معادلة الدالة التي تمثل قطعا مكافئا رأسه هي : $y = ax^2$

كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل.

اكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ واذكر ما إذا كان بيانه مفتوحًا إلى أعلى أم إلى أسفل.

a $E(4, 2)$ b $D(1, -5)$

a **نعوض بالنقطة** $E(4,2)$

$$y = ax^2$$

$$2 = a(4)^2 \Rightarrow a = \frac{2}{4^2} = \frac{1}{8}$$

$$y = \frac{1}{8}x^2$$

$\frac{1}{8} > 0$ **القطع المكافئ مفتوح لأعلى**

b $y = ax^2$

نعوض بالنقطة

$-5 = a(1)^2 \Rightarrow$

$a = -5$ $\quad -5 < 0$

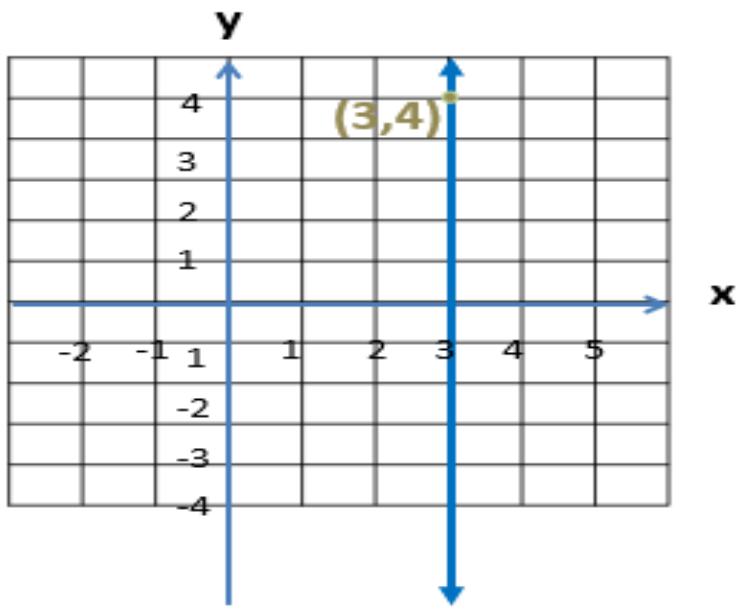
القطع المكافئ مفتوح لأسفل والرأس عنده قيمة عظمي للدالة

$y = -5x^2$

بالتعويض في معادلة القطع المكافئ عن قيمة a

المقدمة :

ارسمي المستقيم الذي معادلته $X = 3$

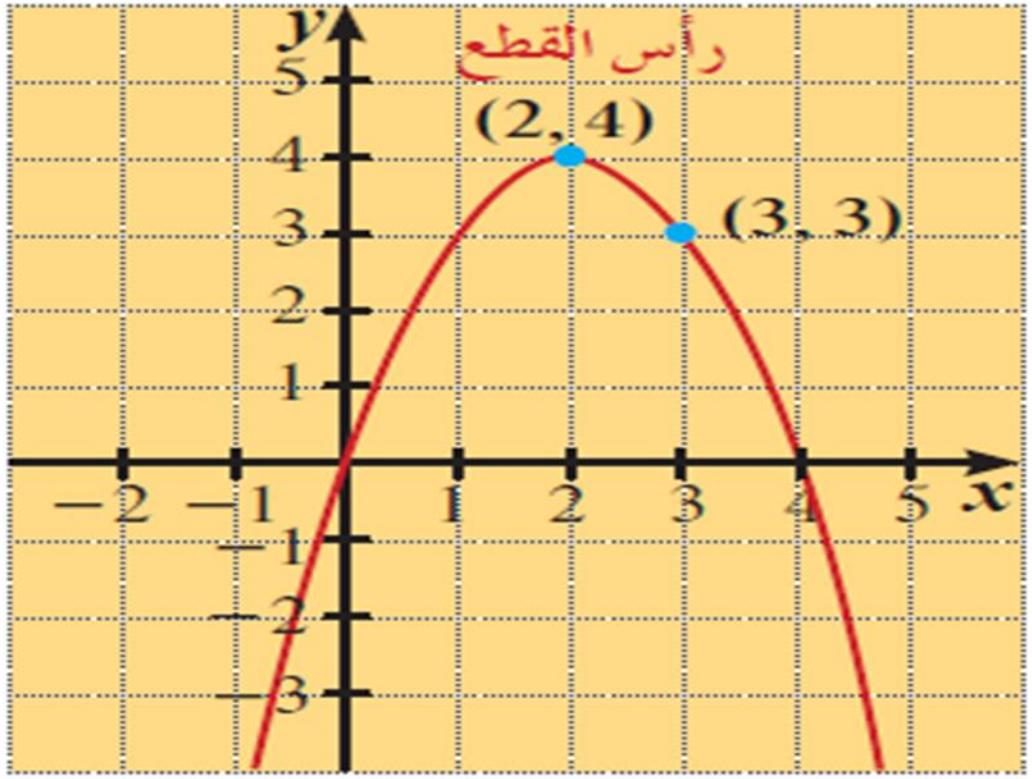


$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$

معادلة القطع المكافئ بدلالة راسه (h . k)

حاول أن تحل

3 أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم المقابل.



$y = a(x-2)^2 + 4$ h=2 , k=4

$3 = a(3-2)^2 + 4$ x=3 , y=3

$3 = a \times 1 + 4 \Rightarrow$

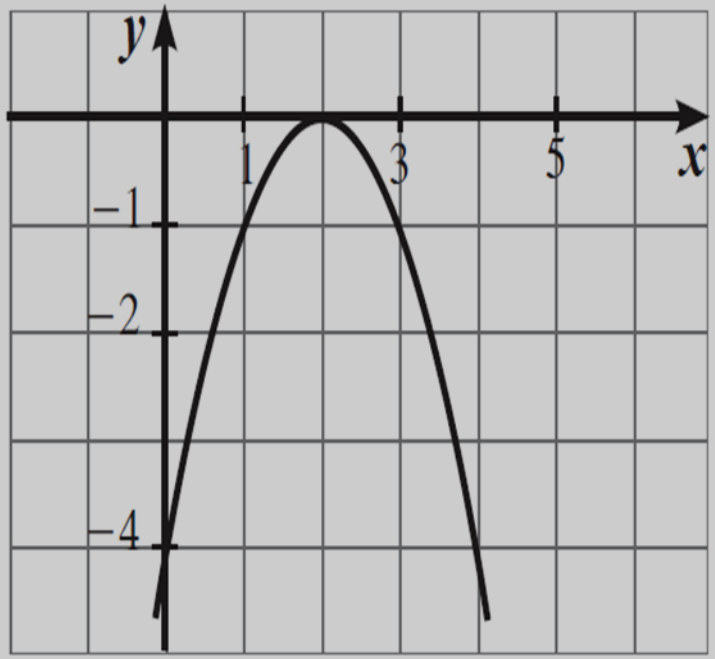
$3 - 4 = a \Rightarrow \quad a = -1$

$y = -1(x-2)^2 + 4$

@mariaalqebtia

اكتب معادلة كل قطع مكافئ بدلالة إحداثيات رأسه.

(7)



معادلة القطع المكافئ بدلالة راسه (h , K)

$$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$$

h=2, k=0

$$y = a(x-2)^2 + 0$$

x =0, y=-4

$$-4 = a(0-2)^2$$

$$-4 = 4a$$

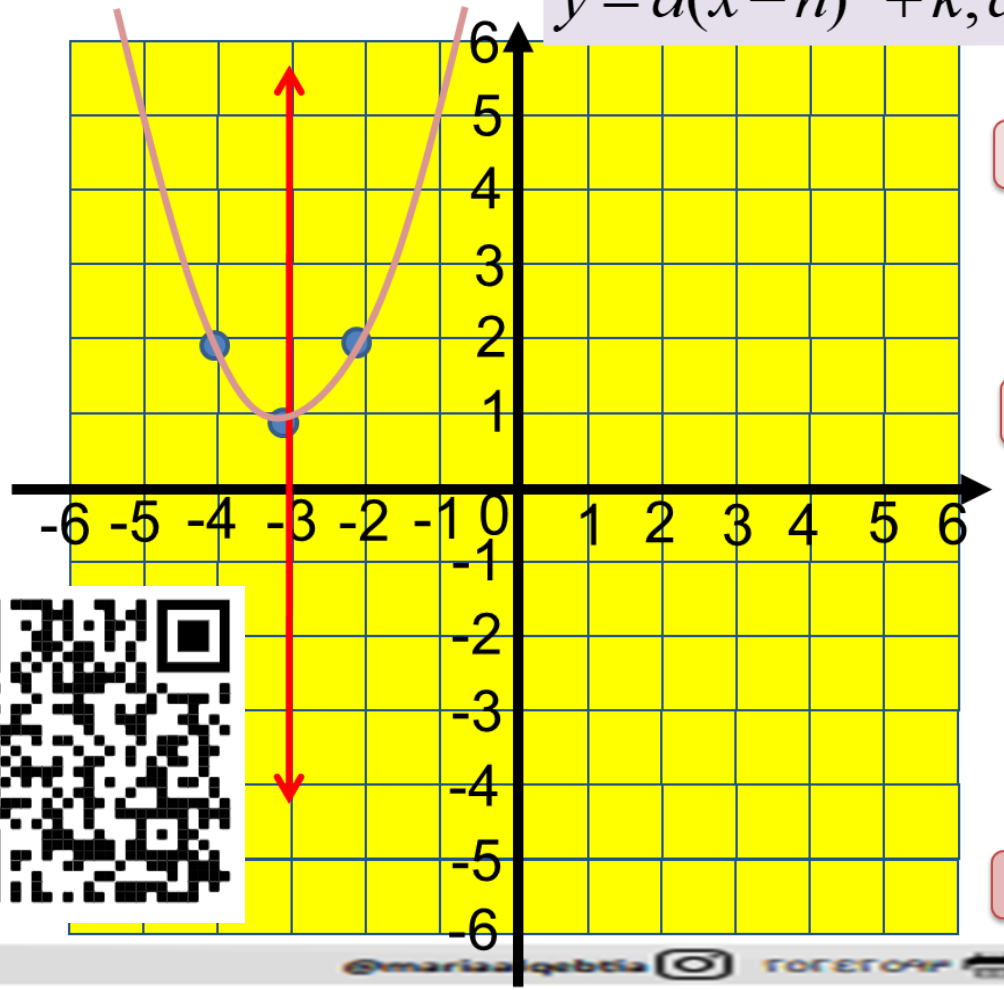
$$a = 1$$

$$y = (x-2)^2$$

حاول أن تحل

4 ارسم منحنى الدالة: $y=(x+3)^2+1$

$$y=a(x-h)^2+k, a\neq 0, h,k\in R$$



h =-3 , K =1

رأس المنحنى (-3,1)

معادلة محور التماثل X=h

X=-3

a = 1 >0

فتحة المنحنى لأعلى والرأس عندها قيمة صغري للدالة

نوجد نقطة اخرى تنتمي لمنحنى الدالة

عندما X=-2

$$y=(-2+3)^2+1=2$$

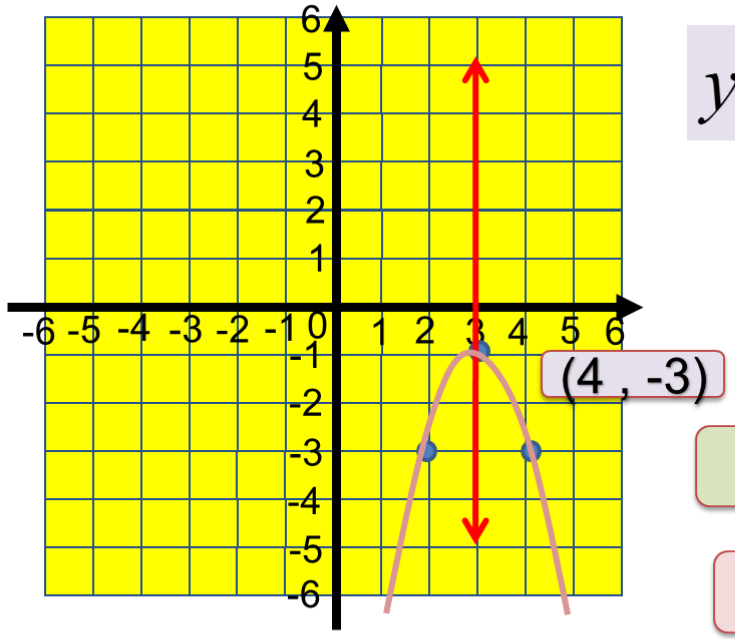
(-2,2)تنتمي لمنحنى الدالة

صورة النقطة (-2,2)بالإنعكاس في محور التماثلX = -3

(-4,2)

حاول أن تحل

5 ارسم منحنى الدالة: $y = -2(x-3)^2 - 1$



$$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$$

رأس المنحنى (3,-1)

h =3, K =-1

معادلة محور التماثل

X=h

X=3

فتحة المنحنى لأسفل والرأس عنده قيمة عظمي للدالة

a = -2 <0

نوجد نقطة اخرى تنتمي لمنحنى الدالة

عندما X=2

$$y = -2(2-3)^2 - 1 = -3$$

(-3 , 2)تنتمي لمنحنى الدالة

صورة النقطة (-3 , 2) بالإنعكاس
في محور التماثل X = 3

التدريبات ص ٢٥

الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ. (a) (b)

(2) القطع المكافئ $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ فتحته إلى الأعلى. (a) (b)

(3) المعادلة $y = 2(x-1)^2 + 2$ يكون بيانها أكثر اتساعًا من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ (a) (b)

(4) توجد عند رأس منحنى الدالة $y = -(x-3)^2 - 2$ قيمة عظمى. (a) (b)

(5) منحنى القطع المكافئ $y = (-x+2)^2 + 3$ يمر بالنقطة $P(2, 3)$ (a) (b)

التدريبات ص ٢٥

في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة $y = a(3-x)^2 - 2$ يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة $y = -2x^2$ إذا كان:

(a) $|a| = 2$ (b) $|a| > 2$ (c) $a < 2$ d $|a| < 2$

(7) معادلة القطع المكافئ $y = 2x^2$ الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يسارًا و4 وحدات لأعلى هي:

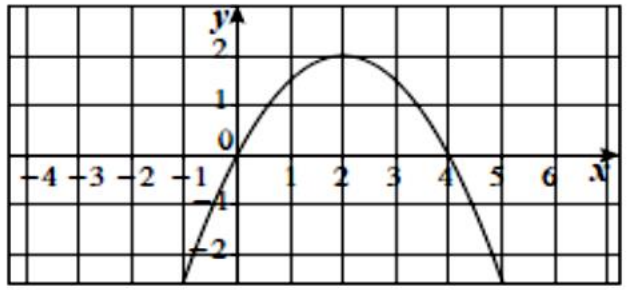
(a) $y = (2x+2)^2 + 4$ (b) $y = 2(x-2)^2 + 4$

c $y = 2(x+2)^2 + 4$ (d) $y = 2(x+2)^2 - 4$

الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

التدريبات ص ٢٦

(8) الشكل أدناه يمثل منحنى قطع مكافئ معادلته هي:



(a) $y=(x-2)^2+2$

(b) $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+2$

(c) $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2-2$

(d) $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+2$

(9) القطع المكافئ $y=a(x-h)^2+k$ يقطع المحورين على الأكثر في:

(a) نقطة

(b) نقطتين

(c) 3 نقاط

(d) 4 نقاط

(10) القيمة الصغرى للدالة $y=\frac{1}{3}(3-x)^2-2$ هي عند النقطة:

(a) $(3,-2)$

(b) $(-3,2)$

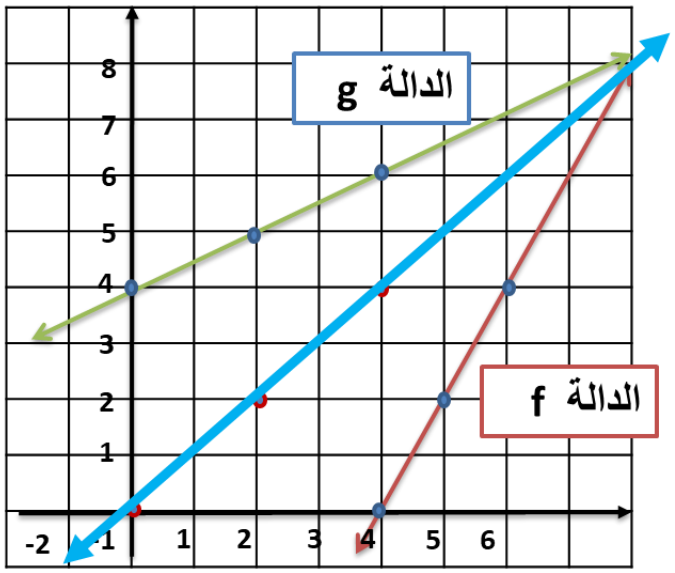
(c) $(-3,-2)$

(d) $(3,2)$

(5 – 2) المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

① ارسم الدالتين f , g في مستوى واحد
② أوجد ثلاث نقاط على الرسم البياني للدالة f
③ اعكس احداثيات كل نقطة ، ثم ارسم النقاط الجديدة .

معادلة خط الانعكاس Y = x



بيان الدالة f

x	4	5	6
y	0	2	4

بيان الدالة g

x	0	2	4
y	4	5	6

②

(4,0) →(0,4)

(2,5) →(5,2)

(6,4) →(4,6)

الملاحظة

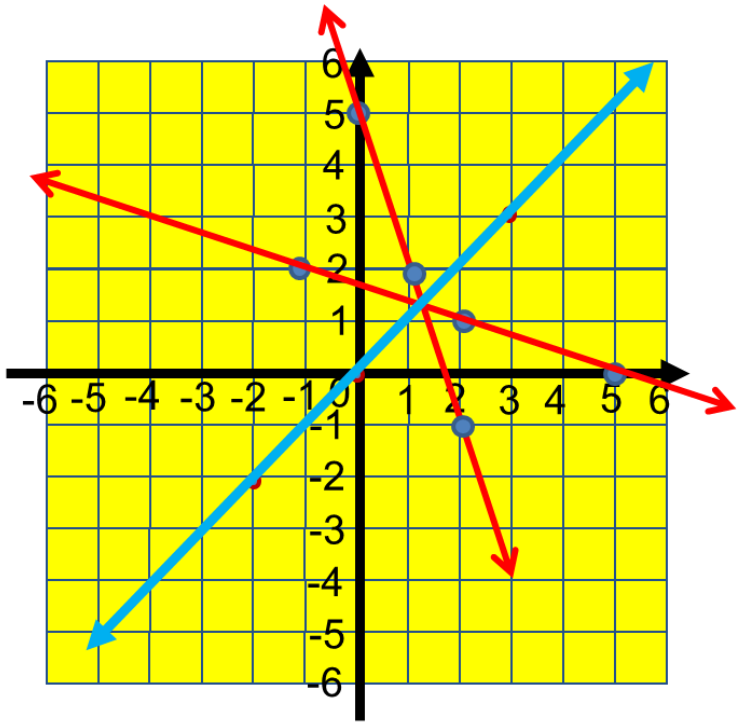
إذا كان (a , b) زوج مرتب من علاقة r فإن (b , a) هو زوج مرتب من معكوس هذه العلاقة.

حاول أن تحل

2 ارسم الدالة $y = -3x + 5$ ومعكوسها، ثم اكتب معادلة المعكوس.

x	0	1	2
y	5	2	-1

x	-1	2	5
y	2	1	0



معادلة Y = x

$$y = -3x + 5$$

لكتابة معكوس الدالة

$$x = -3y + 5 \Rightarrow$$

بدل y ، x و حل بالنسبة لـ y

$$3y = 5 - x$$

نفصل y

$$y = \frac{5 - x}{3}$$

حاول إن تحل

أوجد معكوس الدالة

$(a)\quad y=\frac{2x-1}{3}$

(b) $y=2(x+1)-3$

لكتابة معكوس الدالة

$(a)\quad y=\frac{2x-1}{3}$

بدل y ، x و حل بالنسبة لـ y

$3x=2y-1$

نفصل y

$3x+1=2y$

لكتابة معكوس الدالة

(b) $y=2(x+1)-3$

بدل y ، x و حل بالنسبة لـ y

$x=2(y+1)-3$

$x=2y+2-3$

نفصل y

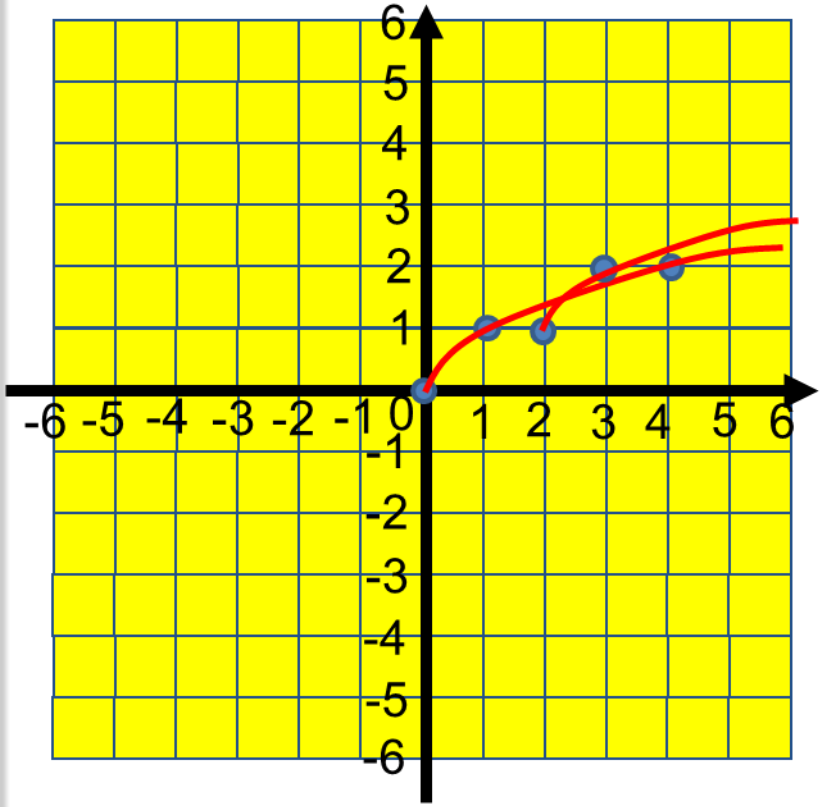
$x+1=2y$

$\frac{x+1}{2}=y$

حاول أن تحل

4 a ارسم بيانيًّا: $y = \sqrt{x-2} + 1$

عيّن المجال والمدى للدالة.



نرسم بيان دالة المرجع: $y = \sqrt{x}$

أزح بيان دالة المرجع

2 وحدة لليمين و 1وحدة لأعلى

يبدأ بيان الدالة عند النقطة (2,1)

المجال= $[2, \infty)$

المدى= $[1, \infty)$

@mariaalqebtia

حاول أن تحل

b إذا تم إزاحة بيان الدالة: $y = \sqrt{x}$ ، 5 وحدات يمينًا 2 وحدة إلى الأسفل.

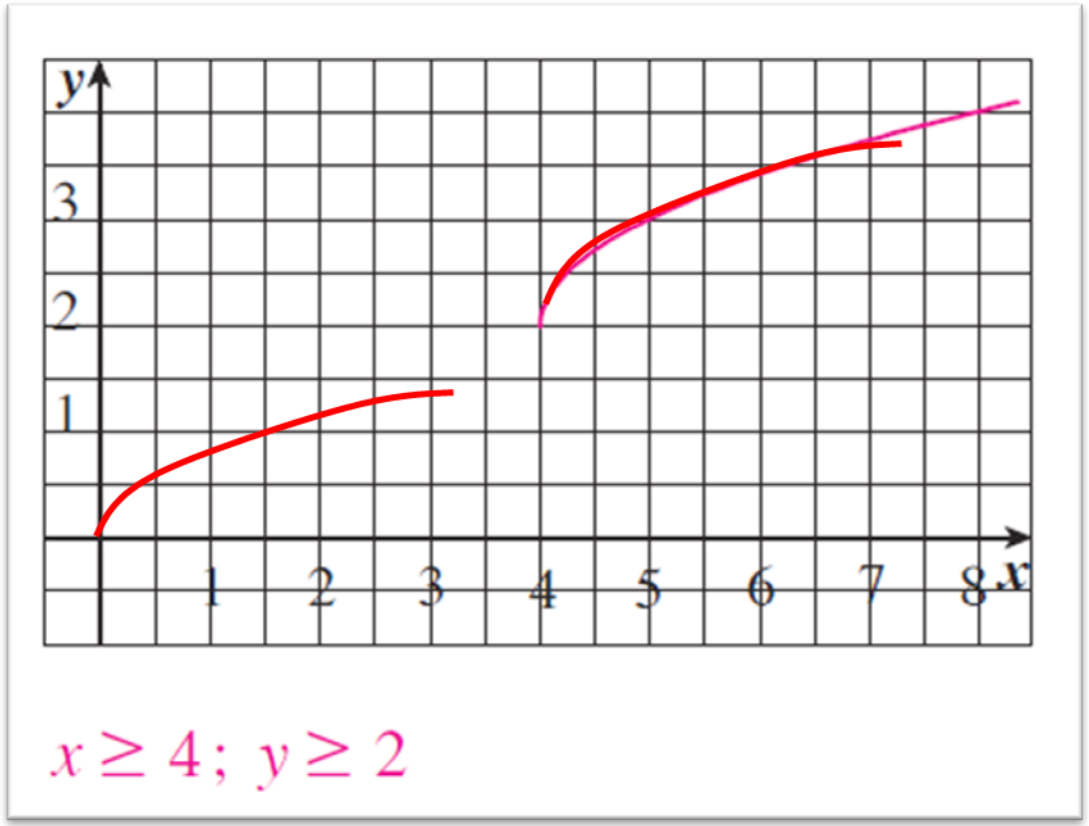
اكتب معادلة الدالة الناتجة عن الإزاحة.

$$y = \sqrt{x-5} - 2$$

المجال= $[5, \infty)$

المدى= $[-2, \infty)$

ارسم كل دالة جذر تربيعي. ثم اذكر المجال والمدى. $y = \sqrt{x-4} + 2$



المجال= $[4, \infty)$

المدى= $[2, \infty)$

حاول أن تحل

b إذا تم إزاحة بيان الدالة: $y = \sqrt{x}$ ، 5 وحدات يمينًا 2 وحدة إلى الأسفل.

اكتب معادلة الدالة الناتجة عن الإزاحة.

$$y = \sqrt{x-5} - 2$$

المجال= $[5, \infty)$

المدى= $[-2, \infty)$

التدريبات ص ٣١

المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت النقطة $M(x, y)$ تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة $N(y, x)$ تنتمي لبيان معكوس هذه الدالة.

(2) إذا كانت $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$ فإن الدالتين كل منهما معكوس للأخرى.

(3) المستقيم $y = x$ هو خط انعكاس لبيان دالة f وبيان معكوسها.

(4) إذا مر بيان دالة بنقطة الأصل فإن بيان معكوسها يمر أيضًا بنقطة الأصل.

(5) لا يتغير مجال دالة الجذر التربيعي بعد إزاحة بيانها 3 وحدات يمينًا.

a	b
a	b
a	b
a	b
a	b

التدريبات ص ٣١

في التمارين (6–10)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة:

(6) إذا انتمت النقطة $A(2, 3)$ إلى بيان دالة فإن النقطة التي تنتمي إلى بيان معكوس تلك الدالة هي:

(a) $(-2, 3)$ (b) $(2, -3)$ (c) $(3, -2)$ (d) $(3, 2)$

(7) بيان الدالة $y = \sqrt{x+2} - 2$ هو انسحاب لبيان الدالة $y = \sqrt{x}$:

(a) وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأعلى (b) وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأسفل

(c) وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأعلى (d) وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأسفل

(8) م

(9) معكوس الدالة $y = 5x - 1$ هو:

(a) $y = 5x + 1$ (b) $y = \frac{x+1}{5}$

(c) $y = \frac{x}{5} + 1$ (d) $y = \frac{x}{5} - 1$

(10) مجال معكوس الدالة $y = \sqrt{x+3} - 1$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $(-1, \infty)$

(c) $(-\infty, 1)$ (d) $[-1, \infty)$

(2-6)حـــل المتباينات

حاول أن تحل

أوجد مجموعة حل المتباينة

$$x^2+4x+3\le 0$$

المعادلة المناظرة $x^2+4x+3=0$

نحلل

$$(x+1)(x+3)=0$$

$(x+1)=0 \Rightarrow x=-1$ أو $(x+3)=0 \Rightarrow x=-3$

للبحث عن قيم x التي تحقق $(x+1)(x+3)\le 0$ نتبع التالي :

$x+1<0 \Rightarrow x<-1$ | $x+3<0 \Rightarrow x<-3$

$x+1>0 \Rightarrow x>-1$ | $x+3>0 \Rightarrow x>-3$

نكون الجدول

x	$-\infty$		-3		-1		∞
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x+1)(x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

مجموعة الحل للمتباينة =

$$[-3, -1]$$

حاول أن تحل

أوجد مجموعة حل المتباينة

$$-2x^2+5x-3>0$$

بالضرب × 1-

$$2x^2-5x+3<0$$

المعادلة المناظرة

$$2x^2-5x+3=0$$

حلل

$$(2x-3)(x-1)=0$$

$(x-1)=0 \Rightarrow x=1$ أو $(2x-3)=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}$

للبحث عن قيم x التي تحقق $(2x-3)(x-1)<0$ نتبع التالي :

$x-1<0 \Rightarrow x<1$	$2x-3<0 \Rightarrow x<\frac{3}{2}$
$x-1>0 \Rightarrow x>1$	$2x-3>0 \Rightarrow x>\frac{3}{2}$

نكون الجدول

x	$-\infty$		1		$\frac{3}{2}$		∞
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(2x-3)(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

قيم x التي تحقق المتباينة $2x^2 - 5x + 3 < 0$

$(1, \frac{3}{2})$

مثال ١ :أوجد مجال كل دالة مما يلي :

1 $h(x)=\sqrt{x^2-x}$

مجال الدالة h هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط

$x^2-x \geq 0$

المعادلة المناظرة

$x^2-x=0$

بأخذ العامل المشترك

$x(x-1)=0$

$x=0$ أو $x-1=0 \Rightarrow x=1$

للبحث عن قيم x التي تحقق $x(x-1) \geq 0$ نتبع التالي :

$x<0$	
$x>0$	$x-1>0 \Rightarrow x>1$
	$x-1<0 \Rightarrow x<1$

نكون الجدول

x	$-\infty$		0		1		∞
x		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

إ مجال الدالة h هو :

$$(-\infty , 0] \cup [1 , \infty)$$

$$= \mathbb{R} / (0 , 1)$$

حاول أن تحل

4 أوجد مجال كل دالة مما يلي :

2 $q(x)=\sqrt{9-x^2}$

مجال الدالة q (X)

المعادلة المناظرة $x^2-9\le 0$

نحلل

b $9-x^2\ge 0\Rightarrow$

$x^2-9=0$

$(x-3)(x+3)=0$

إما $x-3=0\Rightarrow x=3$ أو $x+3=0\Rightarrow x=-3$

للبحث عن قيم X التي تحقق $x^2-9\le 0$

$x-3<0\Rightarrow x<3$

$x+3<0\Rightarrow x<-3$

$x-3>0\Rightarrow x>3$

$x+3>0\Rightarrow x>-3$

نكون جدول

X		-3		3	
X+3	—	0	+		+
X - 3	—		—	0	+
(X-3)(X+3)	+	0	—	0	+

مجموعة الحل= [-3,3]

حاول أن تحل (6)

أوجد مجموعة حل المتباينة

$$\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$$

$$\frac{x^2+5x}{x+3} + 2 > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2+5x+2x+6}{x+3} > 0$$

$$\frac{x^2+7x+6}{x+3} > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{(x+6)(x+1)}{x+3} > 0$$

نوجد أصفار البسط

$$x+6=0 \Rightarrow \quad x=-6$$

$$x+1=0 \Rightarrow \quad x=-1$$

نوجد أصفار المقام

$$x+3=0 \Rightarrow x=-3$$

حاول أن تحل(6)

أوجد مجموعة حل المتباينة

$$\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$$

$$\frac{x^2+5x}{x+3}+2>0 \Rightarrow \qquad \frac{x^2+5x+2x+6}{x+3}>0$$

$$\frac{x^2+7x+6}{x+3}>0 \Rightarrow \qquad \frac{(x+6)(x+1)}{x+3}>0$$

نوجد أصفار البسط

$$x+6=0 \Rightarrow \ x=-6$$

$$x+1=0 \Rightarrow \ x=-1$$

نوجد أصفار المقام

$$x+3=0 \Rightarrow \ x=-3$$

لإيجاد مجموعة الحل

$x+6<0 \Rightarrow \ x<-6$	$x+6>0 \Rightarrow \ x>-6$
$x+1<0 \Rightarrow \ x<-1$	$x+1>0 \Rightarrow \ x>-1$
$x+3<0 \Rightarrow \ x<-3$	$x+3>0 \Rightarrow \ x>-3$

مستعدين
وزارة التربية

تابع حاول أن تحل(6)

أوجد مجموعة حل المتباينة

$$\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$$

لإيجاد مجموعة الحل

$x+1>0 \Rightarrow x>-1$

$x+3>0 \Rightarrow x>-3$

$x+1<0 \Rightarrow x<-1$

$x+3<0 \Rightarrow x<-3$

$x+6<0 \Rightarrow x<-6$

$x+6>0 \Rightarrow x>-6$

نكون جدول

X	-\	-6	-3	-1	\
X+6	−	+	+	+	
X+1	−	−	−	+	
X+3	−	−	+	+	
$\frac{(x+6)(x+1)}{x+3}$	−	+	−	+	

غير معرفة

مجموعة الحل=

(-6,-3)u (-1,\)

مثال (2):

أوجد مجموعة حل المتباينة : $\frac{x^2-5x+6}{x-3} > 0$

الحل :

تحليل البسط

$x^2-5x+6 = (x-2)(x-3)$

تكتب المتباينة

$\frac{(x-2)(x-3)}{x-3} > 0$

قبل التبسيط نحدد أصفار المقام

$x-3=0 \rightarrow x=3$

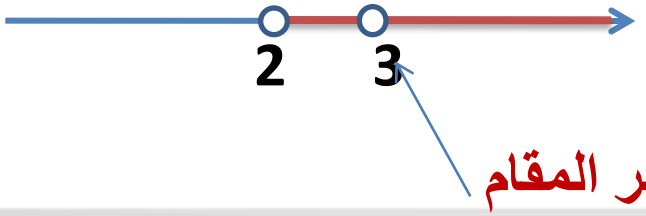
نبسط المتباينة

$\frac{(x-2)(x-3)}{x-3} > 0$

$x \neq 3$

$x-2>0 \rightarrow x>2$

القيمة $x=3$ غير مقبولة لأنها صفر المقام



مجموعة الحل = $(2,\infty) - \{3\}$

$= (2,3) \cup (3,\infty)$

التقييم:

تمرين (6)

أوجد مجموعة حل المتباينة

(6) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-3}\leq 0$

$$\frac{1}{(x+1)}+\frac{1}{x-3}\leq 0$$

$$\frac{1(x-3)}{(x+1)(x-3)}+\frac{1(x+1)}{(x-3)(x+1)}\leq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{(x-3)+(x+1)}{(x+1)(x-3)}\leq 0$$

$$\frac{2x-2}{(x+1)(x-3)}\leq 0$$

نوجد أصفار البسط

$$2x-2=0$$

$$2x=2 \quad \Rightarrow \quad x=1$$

$$(x+1)(x-3)=0$$

نوجد أصفار المقام

$$x+1=0, x-3=0$$

$$x=-1\ , x=3$$

لإيجاد مجموعة الحل

تابع تمرين (6)

لإيجاد مجموعة الحل

$x+1>0 \rightarrow x>-1$

$x+1<0 \rightarrow x<-1$

$x-3>0 \rightarrow x>3$

$x-3<0 \rightarrow x<3$

$2x-2>0 \rightarrow x>1$

$2x-2<0 \rightarrow x<1$

X	$-\infty$	-1	1	3	∞
X+1	−	−	+	+	
X-3	−	+	+	+	
2X-2	−	−	−	+	
$\frac{2x-2}{(x+1)(x-3)}$	−	+	−	+	

مجموعة الحل=

$(-\infty,-1) \cup [1,3)$

تابع حاول أن تحل(7)

أوجد مجموعة حل المتباينة

$$\frac{x^2-49}{x+7}>0$$

حلل البسط

$$\frac{(x+7)(x-7)}{x+7}>0$$

نوجد أصفار المقام

$$x+7=0 \Rightarrow x=-7$$

نبسط المتباينة

$$\frac{(x+7)(x-7)}{x+7}>0, x\neq -7$$

$$x-7>0 \Rightarrow \quad x>7$$

مجموعة الحل=

$(7,\infty)$

حل المتباينات

التدريبات ص ٣٣

في التمارين (5 – 1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 > 0$ هي $\mathbb{R}$ — b / a

(2) كل x ينتمي للفترة $(0, \infty)$ هو حل للمتباينة $\frac{x-1}{x^2-x} \geq 0$ — b / a

(3) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 + 2 < 1$ هي المجموعة الخالية ϕ — b / a

(4) مجموعة حل المتباينة $\frac{x+2}{x+1} \geq 1$ هي $(-1, \infty)$ — b / a

(5) مجموعة حل المتباينة $(-x-3)^2 < 0$ هي $\{3\}$ — a / a

حل المتباينات

التدريبات ص ٣٣

في التمارين (6–13)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) المعادلة المناظرة للمتباينة $-3(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right) \le 2$ هي:

(a) $-3x^2+2x-\frac{5}{3}=0$ (b) $x^2+\frac{4}{3}x+1=0$ (c) $-3x^2+4x-3=0$ (d) $-3x^2+2x+1=0$

(7) إن مجموعة حل المتباينة $(1-2x)(4+5x)<0$ هي:

(a) $\left(-\frac{4}{5},\frac{1}{2}\right)$ (b) $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(\frac{1}{2},\infty\right)$

(c) $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{4}{5},\infty\right)$ (d) $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},\infty\right)$

(8) إن مجموعة حل المتباينة $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3}>0$ هي:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^*$ (c) $\mathbb{R}-\{3\}$ (d) $\mathbb{R}-\{0,3\}$

(9) المتباينة التي مجموعة حلها $[-2, 3]$ هي:

(a) $x^2-x-6<0$ (b) $x^2-x-6\le 0$ (c) $x^2-x-6>0$ (d) $x^2-x-6\ge 0$

حل المتباينات

التدريبات ص ٣٣

ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

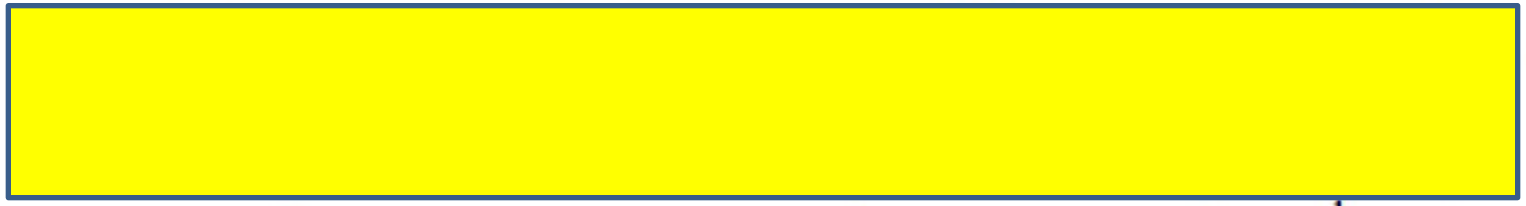
(10)

ليس أ

(11) إذا كانت $f(x)=\frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ فإن قيم x التي تجعل f غير معرّفة هي:

(a) $\{\frac{2}{3},-\frac{3}{2}\}$ (b) $\{\frac{-2}{3},\frac{3}{2}\}$ (c) $\{\frac{2}{3},\frac{3}{2}\}$ (d) $\{\frac{-2}{3},-\frac{3}{2}\}$

(12)



(13) إذا كانت $f(x)=-3x^2+x-\frac{1}{12}$ فإن قيم x التي تجعل $f(x)$ غير موجبة ولا تساوي الصفر هي:

(a) $(-\infty,0)$ (b) $(0,\infty)$ (c) $\{\frac{1}{6}\}$ (d) $\mathbb{R}-\{\frac{1}{6}\}$

بند (٣-١) :
دوال القوى ومعكوساتها

حاول أن تحل

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

a $f_1(x) = x^5$

$$f_1(-x) = (-x)^5 = -(x^5) = -f_1(x)$$

$$\forall x, -x \in R$$

$f_1(-x) = -f_1(x)$

الدالة فردية

حاول أن تحل

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أم فردية أم ليست زوجية وليست فردية

b $f_2(x) = x$

$$f_2(-x) = (-x) = -(x) = -f_2(x) \qquad \forall x, -x \in R$$

$$f_2(-x) = -f_2(x)$$

الدالة فردية

حاول أن تحل

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

c $f_3(x) = 2x^4$

$$f_3(-x) = 2(-x)^4 = 2x^4 = f_3(x) \qquad \forall x, -x \in R$$

$$f_3(-x) = f_3(x)$$

الدالة زوجيـة

حاول أن تحل

بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

d $f_4(x)=(x+3)^3$

$f_4(-x)=(-x+3)^3\neq(x+3)^3$

$f_4(-x)\neq f_4(x) \quad \forall x,-x\in R$ إذن الدالة ليست زوجية

$f_4(-x)\neq -(x+3)^3$

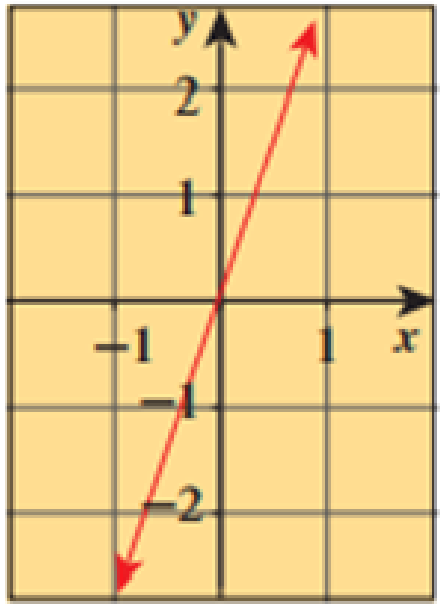
$f_4(-x)\neq -f_4(x) \quad \forall x,-x\in R$ إذن الدالة ليست فردية

إذن الدالة ليست زوجية وليست فردية

حاول أن تحل

الأشكال التالية تمثل دوال : صف تماثل كل دالة ثم وضح هل هي زوجية أم فردية أم ليست زوجية ولا فردية

a



$y = 3x$

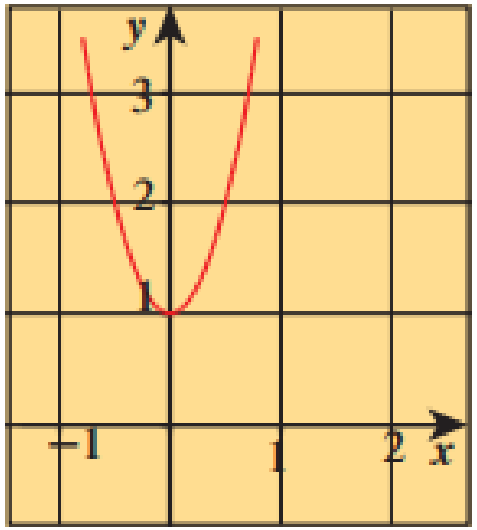
نقطة الأصل هى نقطة تماثل (تناظر)

إذاً الدالة فردية

حاول أن تحل

الأشكال التالية تمثل دوال : صف تماثل كل دالة ثم وضح هل هي زوجية أم فردية أم ليست زوجية ولا فردية

b



$y = 4x^2 + 1$

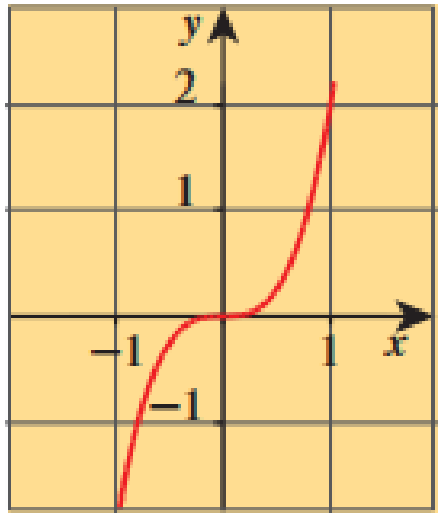
بما ان المحورالصادى هو محورتماثل (تناظر)

إذاً الدالة زوجية

حاول أن تحل

الأشكال التالية تمثل دوال : صف تماثل كل دالة ثم وضح هل هي زوجية أم فردية أم ليست زوجية ولا فردية

c



$y = 2x^3$

بما أن نقطة الأصل هى نقطة تماثل (تناظر) إذاً الدالة فردية

بند (٣-٢) :
الدوال الحدودية

حاول أن تحل

أكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة وعدد الحدود

a $4x-6x+5=-2x+5$

الحد الذي له أكبر درجة هو : $-2x$

الحدودية من الدرجة الأولى

لها حدان فهي ثنائية

حاول أن تحل

أكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة وعدد الحدود

b $3x^3 + x^2 - (4x + 2x^3) =$

$3x^3 + x^2 - 4x - 2x^3 =$ $x^3 + x^2 - 4x$

الحد الذي له أكبر درجة هو : x^3

الحدودية من الدرجة الثالثة

لها ثلاثة حدود فهي ثلاثية

حاول أن تحل

أكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة وعدد الحدود

c $6-2x^5=-2x^5+6$

الحد الذي له أكبر درجة هو : $-2x^5$

الحدودية من الدرجة الخامسة

لها حدان فهي ثنائية

دوال القوى ومعكوساتها

التدريبات ص ٣٩

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $y = \sqrt{x^4}$ دالة قوى — b

(2) $f:[-3,3] \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5$ دالة فردية — a

(3) $y = x\sqrt{x}$ دالة زوجية — b

(4) $y = (x+4)^2$ دالة زوجية — b

(5) المستقيم الذي معادلته $y = x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها. — a

دوال القوى ومعكوساتها

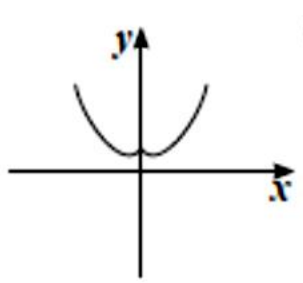
التدريبات ص ٤٠

في التمارين (6–10)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

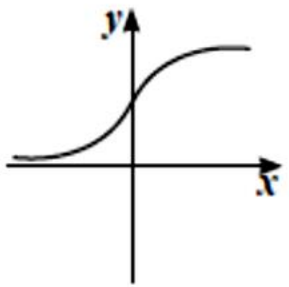
(6)

(7) أي مما يلي تمثل دالة زوجية.

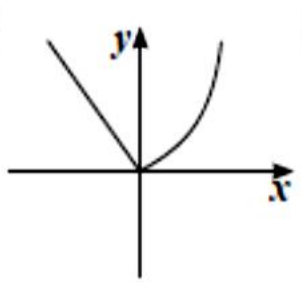
a



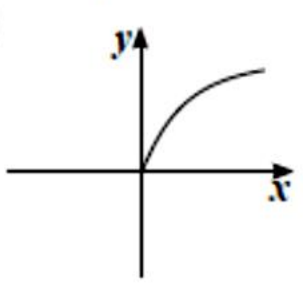
b



c



d



(8) الدالة $y = 4.9t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها،

a $[-4,4)$ b $[-4,2)$ c $[-2,2]$ d $[0,\infty)$

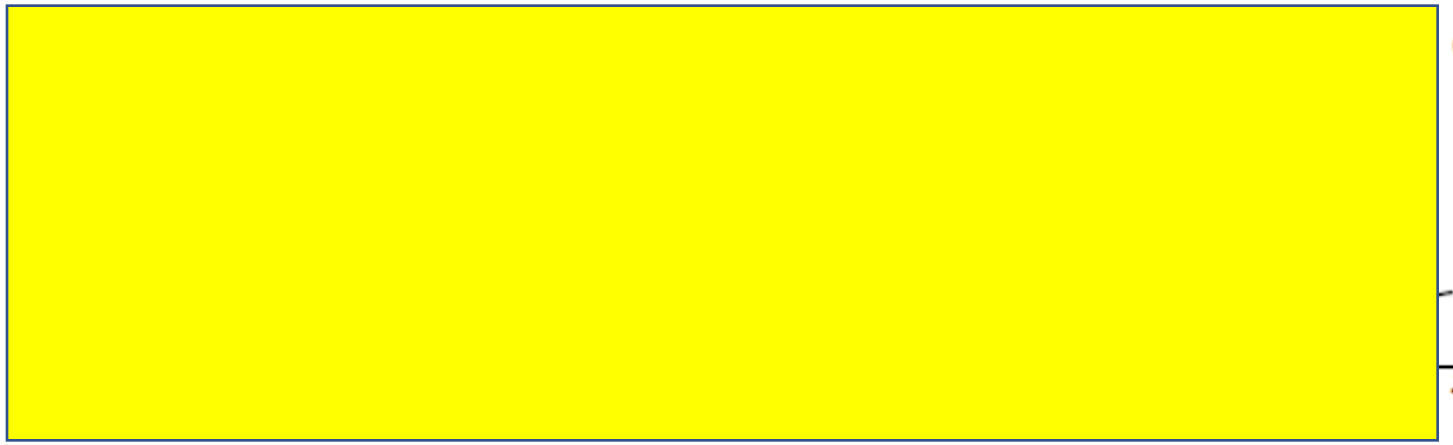
(9)

دوال القوى ومعكوساتها

التدريبات ص ٤٠

ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(10)



في التمرينين (12–11)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب السؤال في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(11) بيان دالة زوجية متماثل حول	(a) المستقيم الذي معادلته $x = 0$
(12) بيان دالة فردية متماثل حول	(b) المستقيم الذي معادلته $y = 0$
	(c) المستقيم الذي معادلته $y = x$
	(d) نقطة الأصل

a

d

الدوال الحدودية

التدريبات ص ٤٢

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) كثيرة الحدود، $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5 \ , \ \forall a \in \mathbb{R}$ هي من الدرجة الثالثة. (a) (b)

(2) المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1-x^2)$ هو 2 (a) (b)

(3) كثيرة الحدود $(x+1)(1-x^2)^3$ هي من الدرجة السابعة. (a) (b)

(4) إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة n فإن لها n حدًّا. (a) (b)

الدوال الحدودية

في التمارين (7–5)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

التدريبات ص ٤٢

(5) $(x+1)^3$ يساوي:

(a) x^3+1

(b) $(x+1)(x^2+x+1)$

(c) x^3+3x^2+3x+1

(d) x^3+x^2+x+1

(6) أي مما يلي يساوي $2x^4-3x+6$؟

(a) $(x^4-2x^2+3)-(x^4-x^2-9)$

(b) $2x^4-3(x+6)$

(c) $(3x^4-x+3)+(3-2x-x^4)$

(d) $x(2x^3-3x)+6$

(7)

بند (٣-٣) :
العوامل الخطية لكثيرات الحدود

حاول أن تحل

1 اكتب التعبير: $(x-2)(x+1)(x+1)$ في شكل كثيرة حدود في الصورة العامة.

$F(x)=(X^2+2x+1)(x-2)$

$=X(x^2+2x+1)-2(x^2+2x+1)$

$=x^3+2x^2+x-2x^2-4x-2$

$=x^3-3x-2$

حاول أن تحل

2 حلّل كثيرة الحدود: $12x^3 - 12x^2 + 3x$ إلى عوامل، ثم تحقق.

$F(x) = 3x(4x^2-4x+1)$

$= 3x(2x-1)(2x-1)$

التحقق:

$3x(2x-1)(2x-1) = 3x(4x^2-4x+1)$

$= 12x^2-12x+3x$

حاول أن تحل

(a) اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها : 1, 2- , 4-

أصفار الدالة هي : 1 , 2- , 4-

عوامل كثيرة الحدود هي :

$(x + 4)$, $(x + 2)$, $(x - 1)$

$$f(x) = (x + 4)(x + 2)(x - 1)$$

$$= (x + 4)(x^2 + x - 2)$$

$$= x^3 + x^2 - 2x + 4x^2 + 4x - 8$$

$$= x^3 + 5x^2 + 2x - 8$$

الدالة هي :

$$f(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$$

(b) اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها :0 , 2.-, 4.

أصفار الدالة هي : 3 , 3 , 1.

عوامل كثيرة الحدود هي : $(x+1)$, $(x-3)$, $(x-3)$

$$f(x) = (x+1)(x-3)^2$$

$$= (x+1)(x^2-6x+9)$$

$$= x^3-6x^2+9x+x^2-6x+9$$

$$= x^3-5x^2+3x+9$$

الدالة هي :

$$f(x) = x^3-5x^2+3x+9$$

(c) اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث 3 صفر مكرر مرتين و 1- صفر بسيط.

أصفار الدالة هي : $3 \quad , \quad 3 \quad , \quad -1$

عوامل كثيرة الحدود هي : $(x-3) \quad , (x-3) \quad , (x+1)$

$$f(x) = (x+1)(x-3)^2$$

$$= (x+1)(x^2-6x+9)$$

$$= x^3-6x^2+9x+x^2-6x+9$$

$$= x^3-5x^2+3x+9$$

الدالة هي :

$$f(x) = x^3-5x^2+3x+9$$

(d) التفكير الناقد: اشرح لماذا الصفر عند 0 في (b) يعطي أكثر من إمكانية واحدة للإجابة

$$f(x) = x \quad (x + 4) \quad (x + 2)$$

أو

$$f(x) = x^2 \quad (x + 4) \quad (x + 2)$$

أو

$$f(x) = x^3 \quad (x + 4) \quad (x + 2)$$

$$\vdots$$

$$f(x) = x^n \quad (x + 4) \quad (x + 2) \qquad : n(\mathbb{Z}^+$$

(e) هل كل دالة من الدوال التي حصلت عليها من (b) , (a) وحيدة ؟ فسر إجابتك

كل دالة من الدوال التي حصلت عليها من (b) , (a) ليست وحيدة

(a) $f(x) = k\,(x^3 + 5x^2 + 2x - 8)$ $\quad : k(\mathbb{R}^*$

(b) $f(x) = m\,(x^3 + 6x^2 + 8x)$ $\quad : m(\mathbb{R}^*$

أو

$f(x) = m\,x^n\,(x + 4)\,(x + 2)$ $\quad : n(\mathbb{Z}^+ \;, m(\mathbb{R}^*$

بند (٣-٤) :
قسمة كثيرات الحدود

حاول أن تحل

1 اقسم:

a

$$\begin{array}{r|l} & \chi + 3 \\ \hline x+2 & x^2+5x+6 \\ & \underline{-\ \chi^2 \mp 2\chi} \\ & \quad 3\chi + 6 \\ & \quad \underline{-\ 3\chi \mp 6} \\ & \quad\quad 0 \end{array}$$

b

$$\begin{array}{r|l} & 2\chi - 3 \\ \hline x-8 & 2x^2-19x+24 \\ & \underline{-\ 2\chi^2 \pm 16\chi} \\ & \quad -3\chi + 24 \\ & \quad \underline{+\ -3\chi \mp 24} \\ & \quad\quad 0 \end{array}$$

حاول أن تحل

2 تحقق ما إذا كان كل مقسوم عليه هو من عوامل المقسوم.

a $(x^3+4x^2+x-6)\div(x+2)$

$$\begin{array}{r|l} x+2 & x^3+4x^2+x-6 \\ \hline & -x^3-2x^2 \\ \hline & 2x^2+x \\ & -2x^2-4x \\ \hline & -2x-6 \\ & +2x+6 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$\chi^2 + 2\chi - 2$

$\because$ الباقي $= 0$

$\therefore$ $x+2$ هو عامل من عوامل x^3+4x^2+x-6

b $(x^3-x+1)\div(x+1)$

$$\begin{array}{r|l} x+1 & x^3 \quad -x+1 \\ \hline & -x^3-x^2 \\ \hline & -x^2-x \\ & +x^2+x \\ \hline & 0+1 \end{array}$$

$\chi^2 - \chi$

$\because$ الباقي $\neq 0$

$\therefore$ $x+1$ ليس من عوامل x^3-x+1

حاول أن تحل

3 (a) استخدم القسمة التركيبية لقسمة $\chi^3 - 2\chi^2 - 5\chi + 6$ على ($\chi + 2$)

-2	1	-2	-5	6
		-2	8	-6
	1	-4	3	0
		χ^2	-4χ	$+3$

ناتج القسمة $\chi^2 - 4\chi + 3$
والباقي صفر

الباقي

(b) استخدم الإجابة في (a) لتحليل $\chi^3 - 2\chi^2 - 5\chi + 6$ إلى عوامل.

نحلل: $\chi^2 - 4\chi + 3 = (\chi - 3)(\chi - 1)$

إذا التحليل: $\chi^3 - 2\chi^2 - 5\chi + 6 = (\chi + 2)(\chi - 3)(\chi - 1)$

حاول أن تحل

استخدم القسمة التركيبية لقسمة $\chi^3 + 4\chi^2 + \chi - 6$ على $(\chi + 1)$

الحل :

-1	1	4	1	-6
		-1	-3	2
	1	3	-2	-4
	χ^2	3χ	-2	الباقي

ناتج القسمة : $\chi^2 + 3\chi - 2$

الباقي -4

حاول أن تحل

7 استخدم نظرية الباقي لإيجاد باقي قسمة $f(\chi)=2\chi^4+6\chi^3-5\chi^2-60$ على $(\chi+1)$ ثم تحقق من صحة الاجابة باستخدام القسمة التركيبية.

الحل :

$$f(-1)=2(-1)^4+6(-1)^3-5(-1)^2-60$$

$$=2-6-5-60$$

$$=-69$$

∴ باقي القسمة = -69

وللتحقق من صحة الإجابة نستخدم القسمة التركيبية.

-1	2	6	-5	0	-60
		-2	-4	9	-9
	2	4	-9	9	-69

الباقي

بند (٣-٥) :
حل معادلات كثيرات الحدود

حاول أن تحل

أوجد مجموعة حل المعادلة التالية ثم تحقق من صحة الحل

$$4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$$

$$4x(x^2 - 4x - 5) = 0$$

$$4x(x-5)(x+1) = 0$$

$4x = 0$ أو $x - 5 = 0$ أو $x + 1 = 0$

$x = 0$ أو $x = 5$ أو $x = -1$

مجموعة الحل = { 0 , 5, -1 }

التحقق

$$4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$$

عندما x=0

$$4(0)^3 - 16(0)^2 - 20(0) \stackrel{?}{=} 0$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

عندما x=5

$$4(5)^3 - 16(5)^2 - 20(5) \stackrel{?}{=} 0$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

عندما x=-1

$$4(-1)^3 - 16(-1)^2 - 20(-1) \stackrel{?}{=} 0$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

حاول أن تحل

أوجد مجموعة حل المعادلة

(a) $2x^3 = 3x - 5x^2$

$$2x^3 + 5x^2 - 3x = 0$$
$$x(2x^2 + 5x - 3) = 0$$
$$x(2x-1)(x+3) = 0$$

إما $x = 0$ أو $2x - 1 = 0$ أو $x + 3 = 0$

$$x = \frac{1}{2} \qquad x = -3$$

مجموعة الحل = $\left\{0, -3, \frac{1}{2}\right\}$

أوجد مجموعة حل المعادلة

(b) $x^3 - x^2 - 3x = 0$

$x(x^2 - x - 3) = 0$

إما $x = 0$ أو $x^2 - x - 3 = 0$

$a = 1, b = -1, c = -3$ $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \dfrac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1}$ $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$

إما $x = 0$ أو $x = \dfrac{1 + \sqrt{13}}{2}$ أو $x = \dfrac{1 - \sqrt{13}}{2}$

مجموعة الحل = $\left\{0, \dfrac{1 + \sqrt{13}}{2}, \dfrac{1 - \sqrt{13}}{2}\right\}$

حاول أن تحل

أوجد مجموعة حل المعادلة

$$x^3 + 2x^2 - 4x = 8$$

$$x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$$

$$x^2(x+2) - 4(x+2) = 0$$

$$(x+2)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x+2)(x-2)(x+2) = 0$$

إما $x + 2 = 0$

$x = -2$

أو $x - 2 = 0$

$x = 2$

أو $x + 2 = 0$

$x = -2$

مجموعة الحل = $\{-2, 2\}$

b) أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

1) $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$

عوامل الحد الثابت (-4) : ± 1 ، ± 2 ، ± 4

عوامل المعامل الرئيسي (1) : ± 1

الأصفار النسبية الممكنة : ± 1 ، ± 2 ، ± 4

$P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

1- صفر من أصفار الحدودية

$(x + 1)$ عامل من عوامل $p(x)$

نقسم $p(x)$ على $(x+1)$

$P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

$(x + 1)$ عامل من عوامل $p(x)$

-1	1	1	-4	-4
		-1	0	4
	1	0	-4	0
	χ^2	0χ	-4	الباقي

ناتج القسمة : $q(x) = \chi^2 - 4$

الباقي 0

نحلل المعادلة $(x+1)(x^2-4) = 0$

$(x+1)(x-2)(x+2) = 0$

مجموعة حل المعادلة = { -1 , 2 , -2 }

التدريبات ص ٤٤

العوامل الخطية لكثيرات الحدود

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f تقبل القسمة على $(2x+3)$ فإن $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$ (a) (b)

(2) إذا كانت $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية g فإن $g(-2)=0$ (a) (b)

(3) إذا قبلت $f(x)=x^4-2x^2+k+1$ القسمة على x فإن $k=-1$ (a) (b)

(4) باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت. (a) (b)

(5) $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية، $p(x)=x^3-x^2-2x$ (a) (b)

العوامل الخطية لكثيرات الحدود

التدريبات ص ٤٤

في التمارين (6–13)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $x = -2a$ صفر من أصفار كثيرة حدود فإن أحد عواملها هو:

(a) $(x-2a)$ (b) $(2x+a)$ (c) $(2x-a)$ (d) $(x+2a)$

(7) أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x-1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية:

(a) $(x-1)^2$ (b) x^2-x (c) x^2-1 (d) x^2+1

(8)

(9)

(10) قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عاملًا من عوامل $f(x)=(x^2+x-2)+2k$ هي:

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

العوامل الخطية لكثيرات الحدود

التدريبات ص ٤٥

ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(11) $f(x)=x^3-x$ تقبل القسمة على $x-k$ إذا كان k ينتمي إلى المجموعة:

(a) $\{0\}$ (b) $\{-1\}$ (c) $\{1\}$ (d) $\{0,-1,1\}$

(12) إذا كانت $f(x)$ تقبل القسمة على $(x-2)^2$ فإن:

(a) $x=2$ صفر من أصفار الدالة f

(b) $x=2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f

(c) $x=-2$ صفر من أصفار الدالة f

(d) $x=-2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f

(13) $x+m$ عامل من عوامل:

(a) $f(x)=x^2+m$

(b) $f(x)=x^3+mx$

(c) $f(x)=x^3+mx^2$

(d) $f(x)=x^2+m^2$

التدريبات ص ٤٧

قسمة كثيرات الحدود

في التمارين (5–1)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان باقي قسمة كثيرة الحدود $f(x)$ على $(x+\alpha)$ يساوي صفرًا فإن α عامل من عوامل f

(a) (b)

(2) الدالة $f(x)=(x-2)^2-1$ تقبل القسمة على $(x-1)$

(a) (b)

(3) باقي قسمة (x^3+a^3) على $(x-a)$ هو $2a^3$

(a) (b)

(4) ناتج قسمة حدودية من الدرجة n حيث $n \geq 2$ على حدودية من الدرجة الثانية تكون حدودية من الدرجة $(n-2)$

(a) (b)

(5) ناتج قسمة حدودية من الدرجة السادسة على حدودية من الدرجة الثالثة تكون حدودية من الدرجة الثانية.

(a) (b)

مستعدين

التدريبات ص ٤٧

في التمارين من (6–11)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) باقي قسمة $f(x)$ على $g(x) = x - k$ هو:

(a) $g(k)$ (b) $f(k)$ (c) $f(-k)$ (d) $-k$

(7) باقي قسمة $(x^4 + 2)$ على $(x - 3)$ هو:

(a) 3 (b) 27 (c) 81 (d) 83

التدريبات ص ٤٨

(8) ناتج قسمة $(2x^4 - 8x^2)$ على $(x + 2)$ يساوي:

(a) $2x^3 - 4x^2$ (b) $2x^3 - 8x^2$ (c) $x^3 - 4x^2$ (d) $2x^3 - 4x^2 + 2x$

(9) إذا كان 0 هو باقي قسمة $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + kx - 1$ على $(x + 1)$ فإن k تساوي:

(a) 7 (b) -7 (c) -3 (d) 3

(10) إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^4 - kx^2 + x - k$ على $(x - 1)$ هو 3 فإن k تساوي:

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 3 (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $\frac{5}{2}$

(11) إذا كان $f(-1) = f(0) = f(3) = -2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون:

(a) $x^3 - x^2 + 3x - 2$ (b) $x^3 - 2x^2 - 3x$

(c) $2x^3 - 2x^2 - 3x - 2$ (d) $2x^3 - 4x^2 - 6x - 2$

@mariaalqebtia

التدريبات ص ٤٩

حل معادلات كثيرات الحدود

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل المعادلة $9x^2 + 16 = 0$ هي $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right\}$

(a) (b)

(2) مجموعة حل المعادلة $2x^3 + 2 = 0$، $x \in \mathbb{R}$ هي مجموعة أحادية.

a (b)

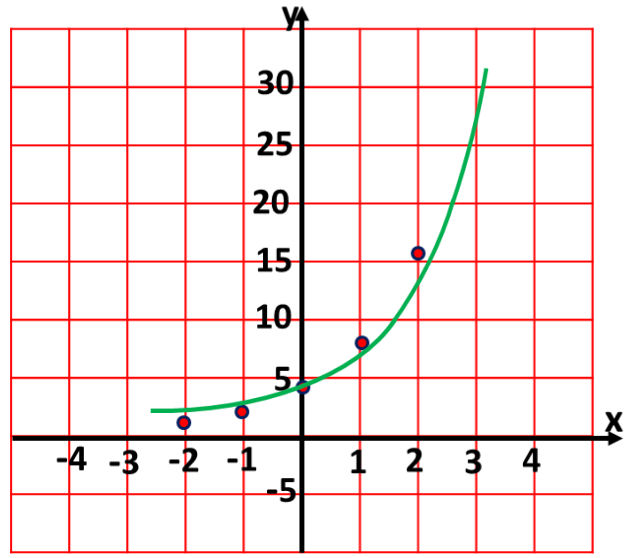
استكشاف النماذج الأسية

x	$4(2)^x$	y
-2	$4(2)^{-2}$	1
-1	$4(2)^{-1}$	2
0	$4(2)^0$	4
1	$4(2)^1$	8
2	$4(2)^2$	16

حاول أن تحل

1 مثّل بيانيًّا كلًّا من الدوال التالية، ثم بيّن ما إذا كانت تمثل نموًّا أسيًّا أو تضاؤلًا أسيًّا وحدّد العامل.

a $y = 4(2)^x$



$\because b = 2$

$\therefore b > 1$

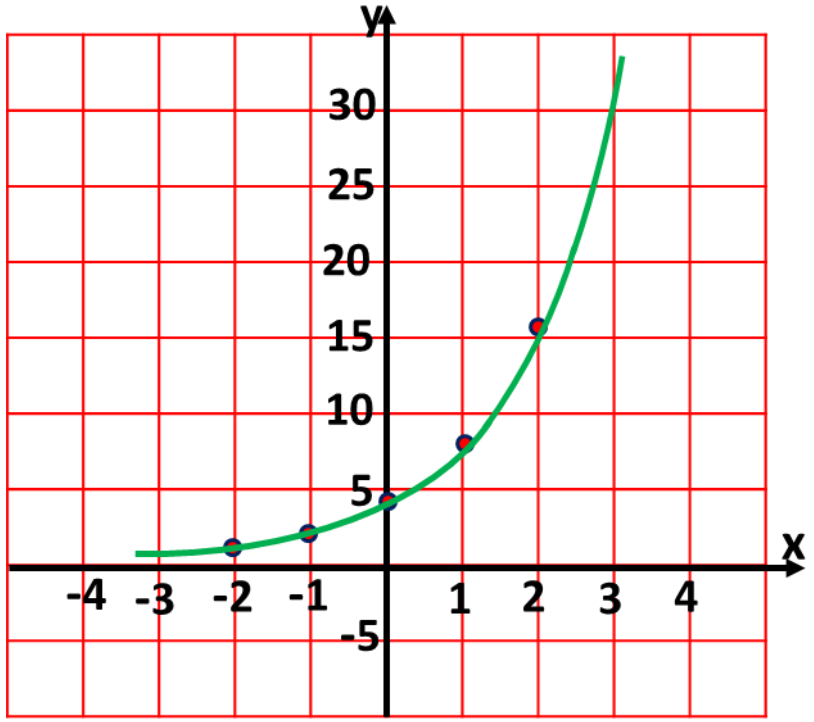
الدالة تمثل نمواً أسياً

حاول أن تحل

1 مثّل بيانيًّا كلًّا من الدوال التالية، ثم بيّن ما إذا كانت تمثل نموًّا أسيًّا أو تضاؤلًا أسيًّا وحدّد العامل.

b $y = 3^x$

x	3^x	y
-2	3^{-2}	0.1
-1	3^{-1}	0.3
0	3^0	1
1	3^1	3
2	3^2	9



الدالة تمثل نمواً أسياً $b > 1$

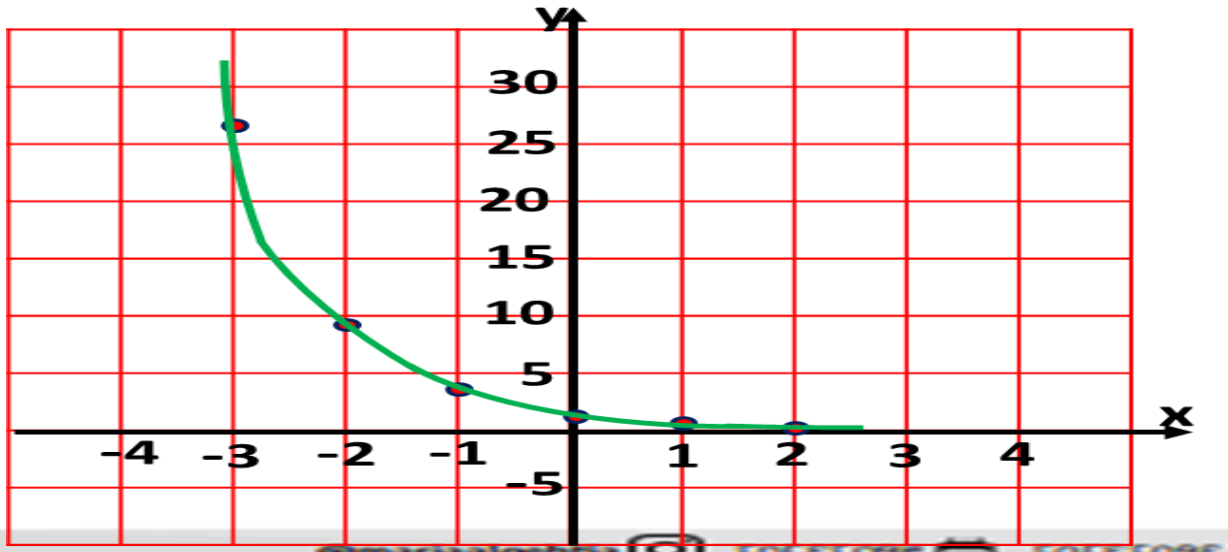
عامل النمو : $b = 3$

حاول أن تحل

2 مثّل بيانيًا ثم بيّن ما إذا كانت الدالة تمثل نموًا أسيًا أو تضاؤلًا أسيًا وحدّد العامل.

a $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

X	−3	−2	−1	0	1	2
Y	27	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$



$b=\frac{1}{3}$

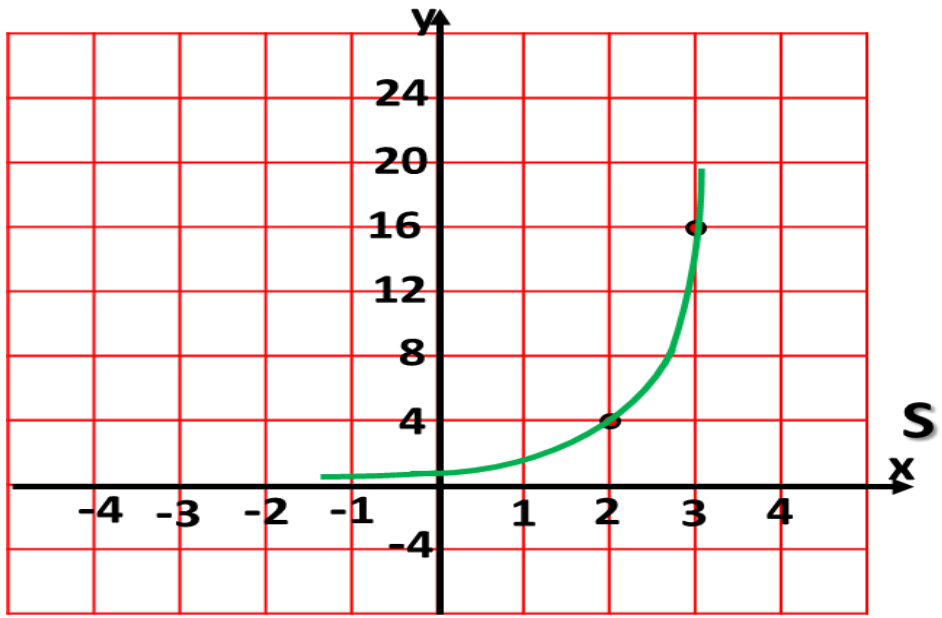
$0<b<1$

الدالة تمثل تضاؤلاً أسياً

عامل التضاؤل : $b=\frac{1}{3}$

حاول أن تحل

4 اكتب دالة أسية بالصورة $y = ab^x$ يمر بيانها بالنقطتين: $S(3, 16)$ ، $H(2, 4)$



$y = ab^x$

$H(2,4) \in y \longrightarrow 4 = ab^2$ ← 1

$S(3,16) \in y \longrightarrow 16 = ab^3$ ← 2

$\frac{16}{4} = \frac{ab^3}{ab^2} \longrightarrow b = 4$

من 1

$4 = a(4)^2 \longrightarrow a = \frac{1}{4}$

الدالة هى :

$y = (\frac{1}{4})(4)^x$

b $y = 2(0.1)^x$ $a = 2$ $b = 0.1$

X	−2	−1	0	1	2
$(0.1)^x$	100	10	١	0.1	0.01
y	200	20	2	0.2	0.02

$0 < b < 1$

الدالة تمثل تضاؤلاً أسياً

عامل التضاؤل : $b = 0.1$

(٢-٤) الدوال الأسية وتمثيلها بيانياً

حاول أن تحل

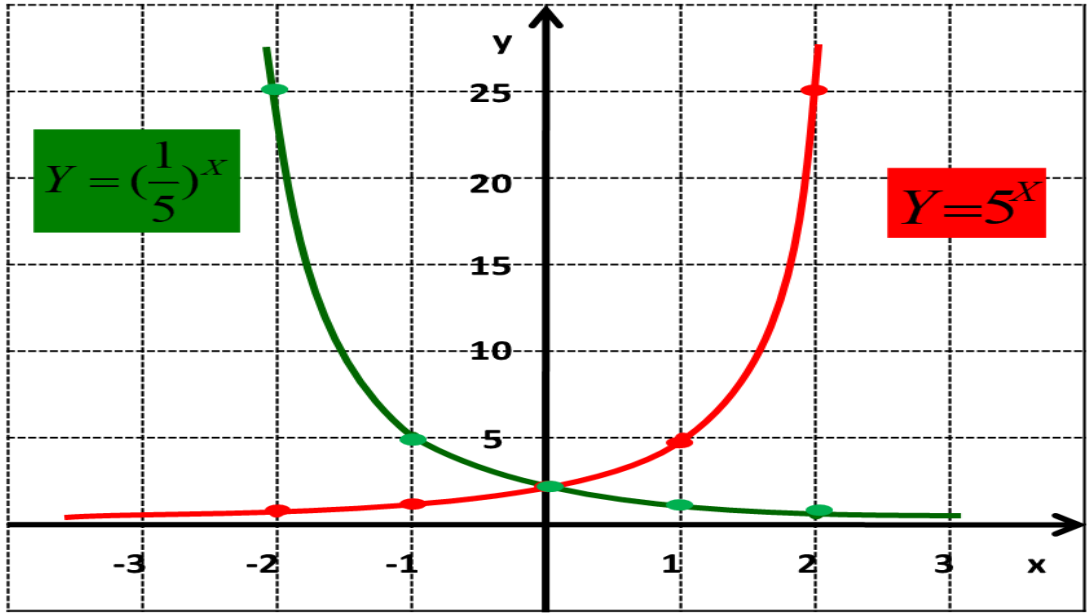
مَثل بيانياً كلاً من $y = (\frac{1}{5})^x$ ، $y = 5^x$ في نفس المستوي الإحداثي.

الحـــــل:

الخطوة 1: أصنع جدول قيم:

x	$Y=5^X$	$Y=(\frac{1}{5})^x$
-2	0.04	25
-1	0.2	5
0	1	1
1	5	0.2
2	25	0.04

الخطوة 2: مثل بيانيا الدالتين



نلاحظ أن كلا من الدالتين انعكاس للأخرى في محور الصادات

حاول أن تحل

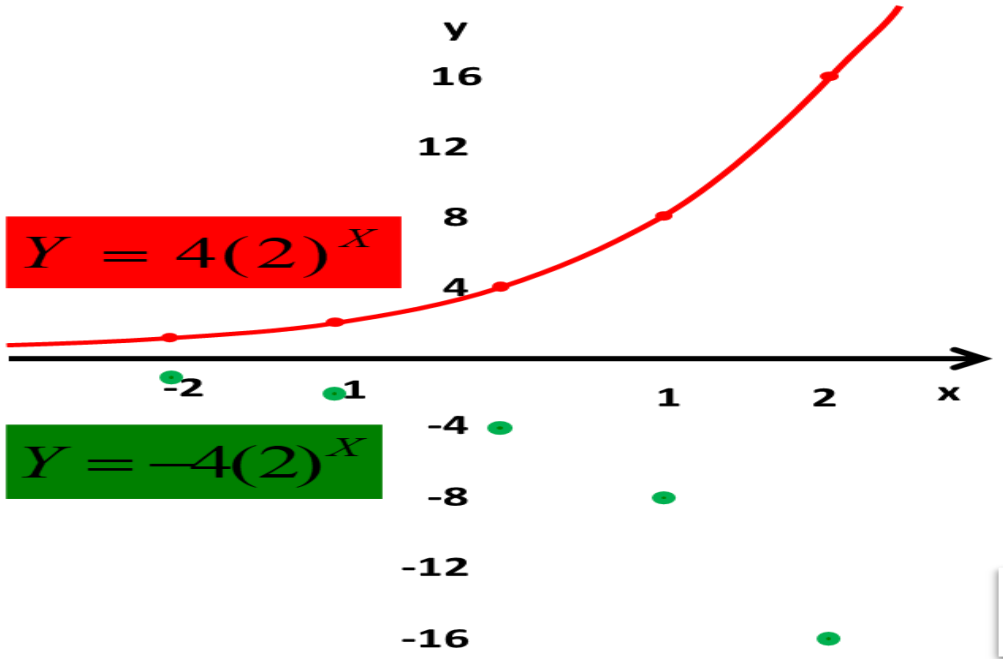
مَثل بيانياً كلاً من $y = 4(2)^x$ ، $y = -4(2)^X$ في نفس المستوي الإحداثي.

الخطوة 1: أصنع جدول قيم:

x	$Y = 4(2)^X$	$Y = -4(2)^X$
-2	1	-1
-1	2	-2
0	4	-4
1	8	-8
2	16	-16

الحـــــــل:

الخطوة 2: مثل بيانيا الدالتين



نلاحظ أن كلا من الدالتين انعكاس للأخرى في محور السينات

استكشاف النماذج الأسية

التدريبات ص ٥٥

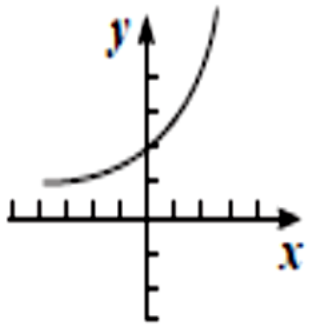
في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

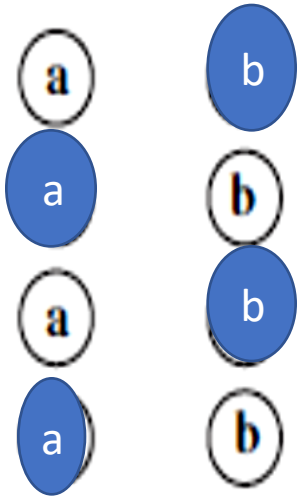
(1) الدالة $y = 3(2)^x$ تمثل تضاؤلًا أسيًا.

(2) الدالة $y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ تمثل نموًا أسيًا.

(3) عامل النمو للدالة $y = \frac{1}{3}(2)^{2x}$ هو 2

(4) إذا كان بيان الدالة $y = b^x$ كما في الشكل المقابل فإن $b > 1$





استكشاف النماذج الأسية

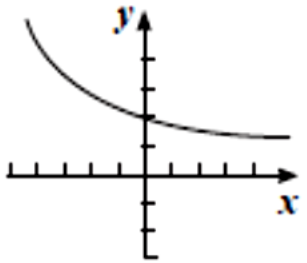
التدريبات ص ٥٥

في التمارين (8–5)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) عامل النمو للدالة $y = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^x$ هو:

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{9}$ (c) 3 (d) 9

(6) ليكن بيان الدالة: $y = 2b^x$ كما في الشكل المقابل:



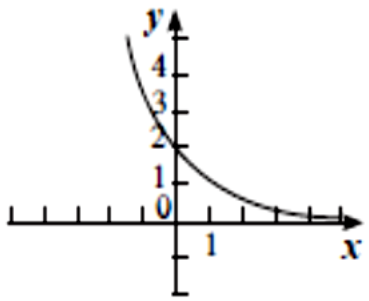
فإن b يمكن أن تساوي:

(a) -2 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

(7)

التدريبات ص ٥٦

(8) أي من الدوال الأسية التالية يمكن أن يمثلها الرسم البياني المقابل:



(a) $y=\frac{1}{3}(2)^x$ b $y=2\left(\frac{1}{3}\right)^x$ (c) $y=-3(2)^x$ (d) $y=-2(3)^x$

الدوال الأسية وتمثيلها بيانيًّا

التدريبات ص ٥٨

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) جميع الدوال الأسية على الصورة: $y = ab^x \; a \neq 0 \; , \; b > 0, \; b \neq 1$ متقاطعة. (a) (b)

(2) بيان الدالة $y = -2^x$ هو انعكاس في محور السينات لبيان الدالة $y = 2^x$ (a) (b)

(3) بيان الدالة $y = -(3)^x$ هو انعكاس في محور الصادات لبيان الدالة $y = -(3)^{-x}$ (a) (b)

(4) بيان الدالة $y = 3(5)^{x-2}$ هو انسحاب لبيان الدالة $y = 3(5)^x$ (a) (b)
بمقدار وحدتين جهة اليمين.

(5) بيان الدالة $y = 3(2)^x$ يقطع جزءًا من محور الصادات قدره 3. (a) (b)

الدوال الأسية وتمثيلها بيانيًّا

التدريبات ص ٥٨

في البنود (6–12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) لتكن $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} + 5$ فإن دالة المرجع لها يمكن أن تكون:

(a) $y = 3(2)^x$ (b) $y = 3(2)^{-x}$ (c) $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ (d) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

(7) باستخدام بيان الدالة $y = \frac{1}{3}(4)^x$ كدالة مرجع يمكن رسم بيان الدالة:

(a) $y = 3(4)^x$ (b) $y = 3(4)^{-x}$ (c) $y = \frac{1}{3}(2)^{2x} + 1$ (d) $y = \frac{1}{3}(2)^{3x}$

(8) قيمة α التي تجعل بيان الدالة $y = 8\left(\frac{1}{2}\right)^{(\alpha+2)x} + 3$ خطًّا أفقيًّا هي:

(a) -3 (b) -2 (c) -8 (d) 0

(9) بيان الدالة: $f(x) = 3(5)^x - 1$ هو انعكاس في محور الصادات لبيان الدالة: $g(x) =$

(a) $3(5)^x + 1$ (b) $3(5)^{-x} - 1$ (c) $-3(5)^x + 1$ (d) $3(5)^{-x} + 1$

الدوال الأسية وتمثيلها بيانيًّا

التدريبات ص ٥٨

ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(10) يمكن رسم بيان الدالة $y = \frac{1}{2}(5)^{x+2} - 3$ باستخدام بيان الدالة $y = \frac{1}{2}(5)^x$ بانسحاب:

(a) وحدتين جهة اليسار و3 وحدات لأسفل (b) وحدتين جهة اليمين و3 وحدات لأسفل

(c) 3 وحدات جهة اليمين ووحدتين لأعلى (d) وحدتين جهة اليمين و3 وحدات لأعلى

(11) معادلة الدالة الأسية التي على الصورة $y = a(b)^x$ حيث الأساس يساوي 0.6 ويمر رسمها البياني بالنقطة $(2\ ,\ 1.8)$ هي:

(a) $y = 1.8(2)^x$ (b) $y = 0.2(1.8)^x$ (c) $y = 2(0.6)^x$ (d) $y = 5(0.6)^x$

(12) أي من الدوال التالية تنمذج بيانات الجدول المقابل:

x	0	1	2	3
y	4	5.2	6.76	8.79

(a) $y = x^2 + \frac{1}{2}x + 4$ (b) $y = 4(1.3)^x$ (c) $y = 1.6(4)^x$ (d) $y = 4(0.6)^x + 2.8$

حاول أن تحل

2 أوجد قيمة كل لوغاريتم مما يلي:

a $\log_{10} 100$ b $\log_9 27$ c $\log_{64} \frac{1}{32}$

الحل:

(a)

$\text{Log}_{10}100 = x$

$100 = 10^x$

$10^2=10^x$

$X=2$

$\text{Log}_{10}100 = 2$

(b)

$\text{Log}_9 27 = x$

$27 = 9^x$

$3^3=3^{2x}$

$2X=3$

$X= \frac{3}{2}$

$\text{Log}_9 27 = \frac{3}{2}$

(c)

$\text{Log}_{64} \frac{1}{32} = x$

$\frac{1}{32} = 64^x$

$2^{-5}=2^{6x}$

$6X=-5$

$X= \frac{-5}{6}$

$\text{Log}_{64} \frac{1}{32} = \frac{-5}{6}$

حاول أن تحل

4 أوجد مجال تعريف كل من الدوال التالية:

a $y = 2 + \log_5 (x-2)$ b $f(x) = \log_4 (x^2+1)$ c $g(x) = \log_7 (1-x)$

(a)

$X-2 > 0$

$X > 2$

مجال الدالة هو $(2,\infty)$

(b)

$X^2+2 > 0$

مجال الدالة هو R

(c)

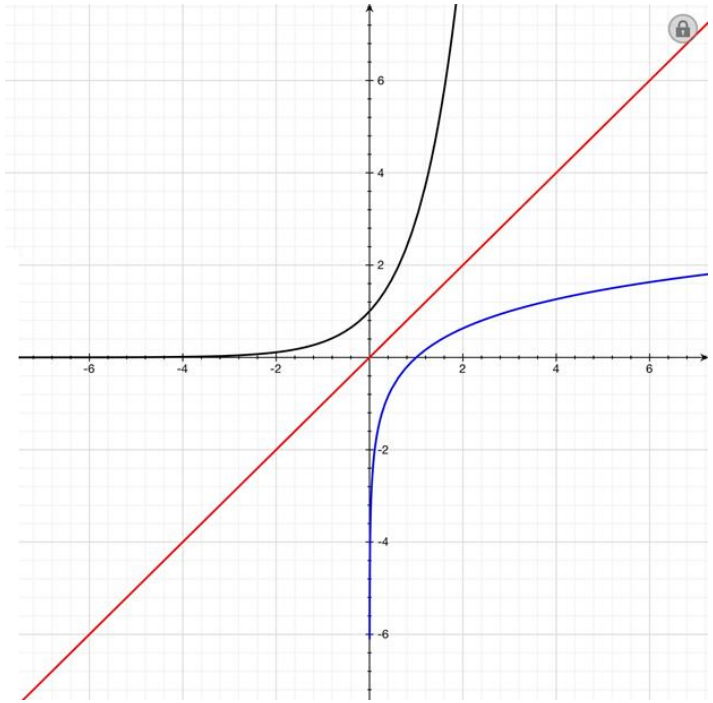
$1-x > 0$

$X < -1$

مجال الدالة هو $(-\infty,-1)$

حاول أن تحل

5 استخدم خواص الانعكاس لرسم بيان الدالة: $y = \log_3 x$ ومعكوسها.



الحل :

الدالة $y=\log_3 x$ هي معكوس للدالة $y=3^x$

نكون جدول الدالة $y=3^x$ ثم نرسم منحناها

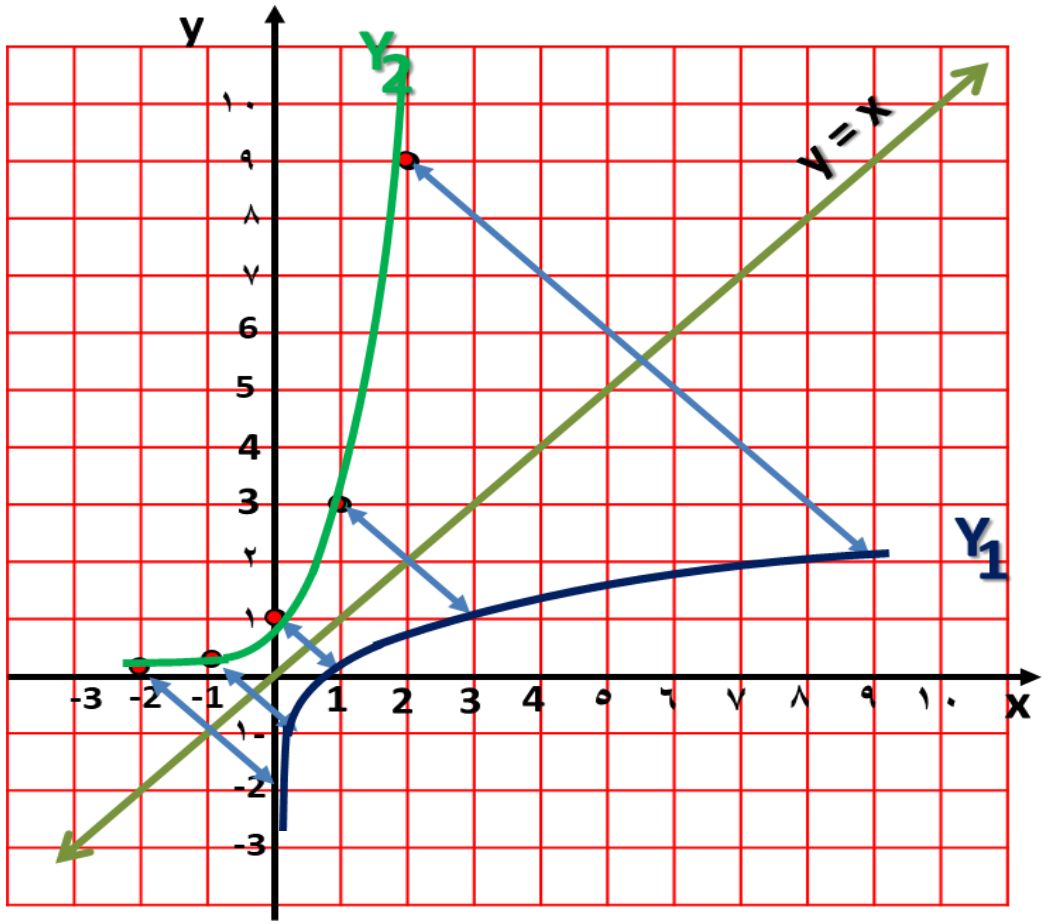
ثم نعكس المنحني في المستقيم $y=x$

x	$y=3^x$
-2	0.11
-1	-0.33
0	1
1	٣
2	٩

x	$y=\log_3 x$
0.11	-2
-0.33	-1
1	0
٣	1
٩	2

حاول ٥ ـ صـ ١٤٣ ـ

$Y_2 = 3^x$ ⟸ معكوسها ⟸ $Y_1 = \log_3 x$



x	-2	-1	0	1	2
Y_2	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9

x	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9
Y_1	-2	-1	0	1	2

الدوال اللوغاريتمية وتمثيلها بيانيًا

التدريبات ص ٦٠

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y = 3^x$ فإن $x = \log y$

(2) إذا كانت $\log_2(-y) = x$ فإن $y = 2^{-x}$

(3) إذا كانت $4^x = 5$ فإن $2x = \log_2 5$.

(4) مجال الدالة $f(x) = \log(x^2)$ هو $\mathbb{R}$

(5) بيان الدالة $y = \log_3 x$ هو انعكاس في المستقيم $y - x = 0$ لبيان الدالة $y = 3^x$

a b

a b

a b

a b

a b

الدوال اللوغاريتمية وتمثيلها بيانيًا

التدريبات ص ٦٠

في التمارين (6–11)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) معكوس الدالة $y = \log_2 x$ هو:

(a) $y = \log_x 2$ (b) $y = x^2$ (c) $y = 2^x$ (d) $y = \log 2^x$

(7) مجال الدالة $y = \log|x - 1|$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $(1, \infty)$ (d) $\mathbb{R}/\{1\}$

(8) مجال الدالة $y = \log(x^2 + 1)$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $[1, \infty)$ (d) $(1, \infty)$

خواص اللوغاريتمات

التدريبات ص ٦٣

في التمارين (6–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\log(x-1)^2 = 2\log|x-1|$

(2) $\log\frac{1}{x^2} = -2\log x, x>0$

(3) $\log\left(\frac{\sqrt{m}}{n}\right) = \frac{1}{2}\log m - \log n,\ m>0, n>0$

(4) $\log_2 16 - \log_2 2 = \log_2 8$

(5) $\log(x-y) = \frac{\log x}{\log y},\ x, y \in \mathbb{R}^+/\{1\}$

(6) $\log_6 4 + \log_6 9 = 2$

(1)	b
(2)	b
(3)	b
(4)	b
(5)	a
(6)	b

خواص اللوغاريتمات

التدريبات ص ٦٤

في التمارين (7–13)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) المقدار $2\log_4 8 + \log_5 125$ يساوي:

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 15

(8) إذا كان $\log 5 = y$, $\log 3 = x$ فإن $\log 45$ تساوي:

(a) $x+y$ (b) $2x+y$ (c) $2y+x$ (d) x^2y

(9) $\log_2 x + \log_2 2x + \log_2 \frac{1}{x^2}, x > 0$ يساوي:

(a) 1 (b) 2 (c) x (d) $2x$

خواص اللوغاريتمات

التدريبات ص ٦٤

ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(10) إذا كان $\log 2 = m, \log 3 = n$ فإن المقدار $m + n - 1$ يساوي:

(a) $\log 0.06$ (b) $\log 0.6$ (c) $\log 6$ (d) $\log 60$

(11) عندما $n = 2$, $m = 3$ فإن المقدار الأكبر قيمة فيما يلي هو:

(a) $\log n^2 - \log m^3$ (b) $\log m^2 - \log n^2$ (c) $3\log n - 2\log m$ (d) $2\log m - 3\log n$

(12) مفكوك المقدار $\log\left(\sqrt[3]{\frac{8}{x^3}}\right)$ هو:

(a) $3\log\frac{8}{x^3}$ (b) $\frac{1}{3}(\log(8 - x^3))$ (c) $\log 2 - \log x$ (d) $\log 2 - 3\log x$

التدريبات ص٦١

الدوال اللوغاريتمية وتمثيلها بيانيًا

في البنود (12–15)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
معكوس الدالة:	(a) $y = 4^x$
(12) $y = -\log_{\frac{1}{4}} x$ هو a	(b) $y = \left(\frac{-1}{4}\right)^{-x}$
(13) $y = -\log_4 x$ هو c	(c) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$
	(d) $y = (-4)^{-x}$

خواص اللوغاريتمات

حاول أن تحل

1 a أعد كتابة كل مقدار لوغاريتمي مما يلي بصورة لوغاريتم واحد.

1 $\log_5 2 + \log_5 6$ 2 $3\log_b 4 - 3\log_b 2$ 3 $4\log_3 2 - \log_3 5 + \log_3 10$

(a-1) $\text{Log}_5 2 + \log_5 6 = \log_5(2\times 6) = \log_5 12$

(a-2) $3\text{Log}_6 4 - 3\log_6 2 = \log_6 64 - \log_6 8 = \log_6 8$

(a-3) $4\text{Log}_3 2 - \log_3 5 + \log_3 10$

$= \text{Log}_3 16 - \log_3 5 + \log_3 10$

$= \log_{3} \frac{(16\times 10)}{5}$

$= \log_3 32$

حاول أن تحل

2 أوجد مفكوك كل لوغاريتم مما يلي حيث a، b، c أعداد حقيقية موجبة.

a $\log_2(7b)$

b $\log\left(\frac{c}{3}\right)^2$

c $\log_7(a^3b^4)$

(a) $\log_2 7 + \log_2 b$

(b)
$$= 2\log\frac{c}{3}$$
$$= 2(\log c - \log 3)$$
$$= 2\log c - 2\log 3$$

(c)
$$= \log_7 a^3 + \log_7 b^4$$
$$= 3\log_7 a + 4\log_7 b$$

حاول أن تحل

3 باستخدام المعطيات في مثال (3) أوجد:

a $\log 30$

b $\log 4.5$

c $\log \frac{1}{25}$

d $\log 1200$

(a)

$log30 = log6 + log5$

$=Log\ 2 + log\ 3 + log\ 5$

$=0.301+ 0.477+0.699$

$=1.477$

(b)

$log4.5 = \log \frac{9}{2} = log9 - log2$

$=Log\ 3^2 + log\ 2 = 2\ log\ 3 + log\ 2$

$=2\times0.477+ 0.301=1.255$

(c)

$\log \frac{1}{25} = log1 - log25$

$=log1 - log5^2$

$=0- 2\log 5$

$=- 2\times0.699$

$= - 1.398$

(d)

$\log1200 = log12 + log100$

$log3 + log4 + 2log5 + 2log2$

$=0.477+4(0.301)+2(0.699)$

$=3.079$

المعادلات الأسية واللوغاريتمية

حاول أن تحل

1 حل كل معادلة مما يلي مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من ألف:

a $3^x = 4$ b $6^x = 21$ c $3^{x+4} = 101$

(a) $\text{Log } 3^x = log4$

$x \text{ Log } 3 = log4$

$x = \frac{log4}{log3}$

$x = 1.26$

نتحقق نجد ان كل طرف يساوي 0.6تقريبا
بالتالي الحل مقبول

(b) $\text{Log } 6^x = log21$

$x \text{ Log } 6 = log21$

$x = \frac{log21}{log6}$

$x = 1.7$

نتحقق نجد ان كل طرف يساوي 1.32تقريبا
بالتالي الحل مقبول

(c) $\text{Log } 3^{x+4} = log101$

$(x+4) \text{ Log } 3 = log101$

$x+4 = \frac{log101}{log3}$

$x + 4 = 4.2$

$x = 0.2$

نتحقق نجد ان كل طرف يساوي 101تقريبا
بالتالي الحل مقبول

حاول أن تحل

2 حل كل معادلة مما يلي:

a $t^{\frac{7}{2}} = 128 \ , \ t > 0$

b $\sqrt[3]{u^4} - 5 = 11 \ , \ u > 0$

(a)

$$\log t^{\frac{7}{2}} = \log 128$$

$$\frac{7}{2}\log t = \log 128$$

$$\log t = \frac{2}{7}\log 128$$

$$\log t = \log 128^{\frac{2}{7}}$$

$$\log t = \log 4$$

$$\in (0,\infty) \ t = 4$$

(b)

$$u^{\frac{4}{3}} - 5 = 11$$

$$u^{\frac{4}{3}} = 11 + 5$$

$$u^{\frac{4}{3}} = 16$$

$$\log u^{\frac{4}{3}} = \log 16$$

$$\frac{4}{3}\log u = \log 16$$

$$\log u = \frac{3}{4}\log 16$$

$$\log u = \log 16^{\frac{3}{4}}$$

$$\log u = \log 8$$

$$u = 8 \in (0,\infty)$$

حاول أن تحل

4 استخدم قاعدة تغيير الأساس لحل المعادلة: $7^{5x} = 3\,000$

$$\log_7 7^{5x} = \log_7 3000$$

$$5x = \log_7 3000$$

الحل :

$$5x = \frac{log\, 3000}{log\, 7}$$

$$5x = 2.93$$

$$x = 0.586$$

حاول أن تحل

5 حل المعادلة: $\log(7-2x) = -1$

الحل::

نوجد المجال

$7 - 2x > 0$

$-2x > -7$

$x < \frac{7}{2}$

المجال $= (-\infty, \frac{7}{2})$

$\log(7-2x) = -1$

$7 - 10^{-1} = 2x$

$2x = 6.9$

$x = 3.45 \in (-\infty, \frac{7}{2})$

الحل مقبول

حاول أن تحل

6 حل المعادلة: $\log 6 - \log 3x = -2$

الحل :

نوجد المجال

$3x > 0$

$x > 0$

المجال $= (0, \infty)$

$\log(\frac{6}{3x}) = -2$

$10^{-2} = \frac{6}{3x}$

$X = \frac{6}{3 \times 10^{-2}}$

$X = 200$

$x = 200 \in (0, \infty)$

الحل مقبول

حاول أن تحل

7 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

a $\log x^2 - \log(x^2 - x) = 1 \ , \quad x \in (1, \infty)$

b $\log_4(x+6) - \log_4 12 = \log_4 2 - \log_4(x-4), \quad x \in (4, \infty)$

(a) $\log \frac{x^2}{x^2 - x} = 1$

$\frac{x^2}{x^2 - x} = 10^1$

$10x^2 - 10x = x^2$

$9x^2 - 10x = 0$

$x(9x - 10) = 0$

$x = 0 \notin (1, \infty)$ مرفوض

$x = \frac{10}{9} \in (1, \infty)$ مقبول

مجموعة حل المعادلة $\{ \frac{10}{9} \}$

(b) $\log_4 \frac{x+6}{12} = \log_4 \frac{2}{x-4}$

$\frac{x+6}{12} = \frac{2}{x-4}$

$(x+6)(x-4) = 24$

$x^2 + 2x - 24 = 24$

$x^2 + 2x - 48 = 0$

$(x-6)(x+8) = 0$

$x = 6 \in (4, \infty)$ مقبول

$x = -8 \notin (4, \infty)$ مرفوض

مجموعة حل المعادلة $= \{ 6 \}$

المعادلات الأسية واللوغاريتيمية

التدريبات ص ٦٦

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) حل المعادلة $9^x = 3$ هو $x = \frac{1}{2}$ (a) (b)

(2) حل المعادلة $2\log x = -1$ هو $x = 10^{-0.5}$ (a) (b)

(3) إذا كان $\log(x+6) = 0$ فإن $x = -5$ (a) (b)

(4) حل المعادلة $14^{9x} = 146$ هو $x = \frac{\log 146}{\log 14}$ (a) (b)

(5) حل المعادلة $3\log x - \log 6 + \log 2.4 = 9$ هو 5×10^4 (a) (b)

المعادلات الأسية واللوغاريتمية

التدريبات ص ٦٦

في التمارين (6–14)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $(1.5)^x = 356$ فإنّ:

(a) $x \approx 15$ (b) $x \approx 14.5$ (c) $x \approx 15.3$ (d) $x \approx 16.3$

(7) حل المعادلة $10^x = 1008 + 8$ هو:

(a) $x = 6$ (b) $x \approx 3.5$ (c) $x = 3$ (d) $x = 2$

(8) إذا كان $2^{x^2} = 512$ فإنّ:

(a) $x = 3$ (b) $x = 9$ (c) $x = 3\ ,\ x = -3$ (d) $x = -9$

(9) إذا كان $2\log x = -2$ فإنّ:

(a) $x = 10^{-1}$ (b) $x = 10^{0.5}$ (c) $x = 10^{-2}$ (d) $x = 10^{-0.5}$

التدريبات ص ٦٦

ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة

(10) مجموعة حل المعادلة $\log(x^2+2)=\log(5x-4)$ هي:

(a) $\{2\}$ (b) $\{3\}$ (c) $\{2,3\}$ (d) $\{-2,-3\}$

(11)

(12) حل المعادلة $\log(x+21)+\log x=2$ هو:

(a) 4 (b) -25 , 4 (c) 25 (d) 4 , 25

(13) يكون $x=3$ حلًا للمعادلة:

(a) $\log_3(6-x^2)=1$ (b) $\log_x 9=\frac{2}{3}$ (c) $\log_3(x^2+1)=2$ (d) $\log_3 x^3+\log_3 x=4$

(14) حل المعادلة $\log_x 81-\log_x 9=2$ هو:

(a) -3 (b) $\frac{1}{3}$ (c) 3 (d) 9

اللوغاريتم الطبيعي

حاول أن تحل

1 استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل: $e^{4(x+1)} = 32$.

$$\ln e^{4(x+1)} = \ln 32$$

الحل:

$$4(x+1)\ln e = \ln 32$$

$$4(x+1) = 3.47$$

$$(x+1) = 0.866$$

$$x \approx -0.134$$

حاول أن تحل

3 حل كلًّا من المعادلات التالية:

a $e^{\frac{2x}{5}} + 7.2 = 9.1$

b $5 + ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 7$

(a)

$$e^{\frac{2x}{5}} = 9.1 - 7.2$$

$$e^{\frac{2x}{5}} = 1.9$$

$$\ln e^{\frac{2x}{5}} = \ln 1.9$$

$$0.64 = \frac{2x}{5}$$

$$2x = 5 \times 0.64$$

$$2x = 3.21$$

$$x = 1.6$$

(b)

$$\frac{x+2}{3} > 0$$

$$x + 2 > 0$$

$$x > -2$$

المجال $= (-2, \infty)$

$$\ln \frac{x+2}{3} = 7 - 5$$

$$\ln \frac{x+2}{3} = 2$$

$$\frac{x+2}{3} = e^2$$

$$x + 2 = 3(e^2)$$

$x = 3(e^2) - 2 = 20.03 \in (-2, \infty)$ الحل مقبول

حاول أن تحل

4 استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل المعادلتين التاليتين:

a $e^{x+1} = 30$

b $2^{2x-3} + 4 = 7$

(a) $\ln e^{x+1} = \ln 30$

$(x+1)\ln e = \ln 30$

$x + 1 = \ln 30$

$x = \ln 30 - (1)$

$x = 2.4$

(b) $2^{2x-3} = 7 - 4$

$ln2^{2x-3} = ln3$

$(2x-3)\ln 2 = \ln 3$

$2x - 3 = \frac{\ln 3}{\ln 2}$

$2x = \frac{\ln 3}{\ln 2} + 3$

$2x = 4.585$

$x = 2.29$

التدريبات ص ٦٨

اللوغاريتم الطبيعي

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\log_4(\ln e^4) = 1$ (b)

(2) $4\ln 8 + \ln 10 = 4\ln 80$ (b)

(3) $\ln e^2 = 2$ (a)

(4) حل المعادلة: $\ln x = -2$ هو e^2 (b)

(5) حل المعادلة: $e^{\frac{x}{5}} + 4 = 7$ هو $5\ln 3$ (a)

اللوغاريتم الطبيعي

التدريبات ص ٦٨

في التمارين (6–14)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) $3\ln 4 - 5\ln 2$ على شكل لوغاريتم واحد تكتب:

(a) $\ln(-18)$ (b) $\ln\left(\frac{6}{5}\right)$ c $\ln 2$ (d) $\ln 32$

(7) $e^{\ln 10}$ تساوي:

a 10 (b) e^{10} (c) 0 (d) $\frac{1}{10}$

(8) حل المعادلة $\ln(2m+3) = 8$ هو:

(a) $e^8 - 3$ (b) $\frac{e^8}{2} - 3$ cx $\frac{e^8 - 3}{2}$ (d) $e^4 - 3$

(9)

اللوغاريتم الطبيعي

التدريبات ص ٦٨

ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(10) حل المعادلة $e^{2x} = 10$ هو:

a $x = \frac{\ln 10}{2}$ ⓑ $\ln 5$ ⓒ $\frac{5}{e}$ ⓓ $2\ln 10$

(11) $\{e^2\}$ هي مجموعة حل المعادلة:

a $\ln x = 2$ ⓑ $\ln x^2 = 2$ ⓒ $\ln x^2 = 4$ ⓓ $\ln x = 4$

(12) حل المعادلة $e^{x+1} = 13$ هو:

ⓐ $x = \ln 13 + 1$ b $x = \ln 13 - 1$ ⓒ $x = \ln 13$ ⓓ $x = \ln 12$

(13) حل المعادلة $\ln(x-2)^2 = 6$ هو:

ⓐ $2 + e^3$ ⓑ $2 - e^3$ c $2 \pm e^3$ ⓓ $2 \pm e^6$

(14) حل المعادلة $e^{\frac{x}{2}+1} + 3 = 8$ هو:

ⓐ $x = 2\ln 5 - 1$ b $x = 2\ln 5 - 2$ ⓒ $x = 2\ln 4$ ⓓ $x = \frac{1}{2}(\ln 5 - 1)$

(٥ ـ ١) المتجه في المستوى

حاول أن تحل

1 ليكن: $A(1,-3),\ B(2,2),\ C(2,3),\ D(-2,-1)$

a عيّن الزوج المرتب الذي يمثّل متجه الموضع لكل من: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BD}$

b متجه الموضع $\overrightarrow{OL}$ يمثّل القطعة الموجهة $\overrightarrow{KD}$. أوجد إحداثيات K

a متجه الموضع للقطعة $\overrightarrow{AB}$

$$(x_b - x_a\ , y_b - y_a) = (2-1\ , 2+3) = (1\ , 5)$$

متجه الموضع للقطعة $\overrightarrow{BD}$

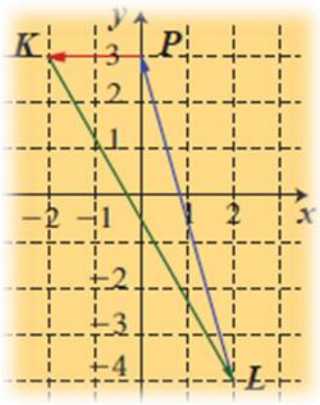
$$(x_d - x_b\ , y_d - y_b) = (-2-2\ , -1-2) = (-4\ , -3)$$

b بفرض أن k(x , y) والزوج المرتب $\overrightarrow{Kd}(2\ ,\ 3)$

$$(-2-x\ , -1-y) = (2,3)$$

$$\therefore\ -2-x=2 \Rightarrow x=-4$$

$$\therefore\ -1-y=3 \Rightarrow y=-4 \qquad \therefore\ k(-4\ , -4)$$



حاول أن تحل

2 إذا كانت $F(5, 13), E(3, 11), D(-2, -7)$

فأوجد مركبات كل من المتجهات التالية: $< \overrightarrow{EF} >$, $< \overrightarrow{ED} >$, $< \overrightarrow{DE} >$

$< \overrightarrow{EF} > = < x_F - x_E , y_F - y_E > = < 5 - 3 , 13 - 11 > = < 2 , 2 >$

∴ المركبة الأفقية (السينية) = ٢ ، المركبة الرأسية (الصادية) = 2

$< \overrightarrow{ED} > = < x_D - x_E , y_D - y_E > = < -2 - 3 , -7 - 11 > = < -5 , -18 >$

∴ المركبة الأفقية (السينية) = 5 -، المركبة الرأسية (الصادية) = 18 -

$< \overrightarrow{DE} > = < x_E - x_D , y_E - y_D > = < 3 + 2 , 11 + 7 > = < 5 , 18 >$

∴ المركبة السينية = 5 ، المركبة الصادية = 18

حاول أن تحل

3 لكل من المتجهات التالية ارسم متجه الموضع ثم أوجد معيار المتجه وقياس الزاوية θ التي يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

a $\vec{m} = < 2, 2 >$

b $\vec{n} = < -1, -2 >$

c $\vec{p} = < -2, 3 >$

d $\vec{q} = < 1, -4 >$

a) $\vec{m} = < 2 , 2 >$

$\|\vec{m}\| = \|< 2 , 2 >\|$

$\|\vec{m}\| = \sqrt{(2)^2 + (2)^2}$

$\|\vec{m}\| = \sqrt{8}$ units

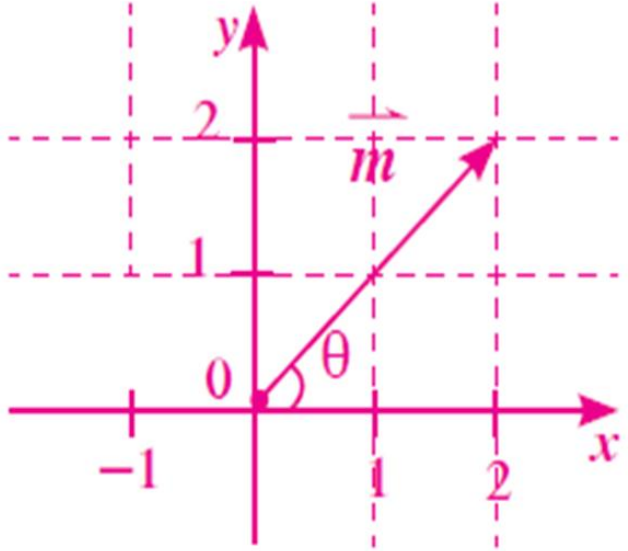
نفرض أن θ هو قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{v}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وأن زاوية الاسناد α

$\tan \alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{2}{2}\right| = 1$

$\alpha = 45^\circ$

$\because x > 0 , y > 0 \quad \therefore \theta = \alpha$

$\theta = 45^\circ$



b) $\vec{n} = \langle -1 , -2 \rangle$

$\|\vec{n}\| = \|\langle -1 , -2 \rangle\|$

$\|\vec{n}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2}$

$\|\vec{n}\| = \sqrt{5}$ units

نفرض أن θ هو قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{v}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وأن زاوية الاسناد α

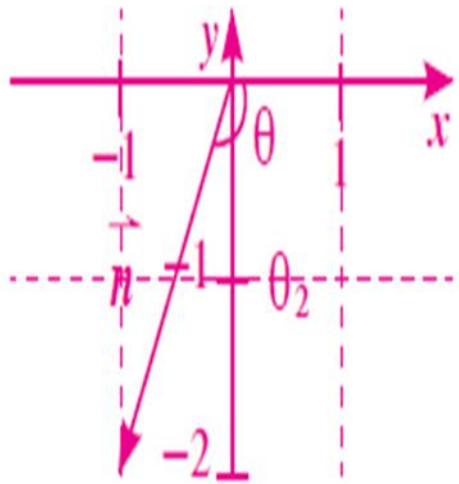
$$\tan \alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{-2}{-1}\right| = 2$$

$\alpha \approx 63.4349°$

$\because x < 0 , y < 0 \quad \therefore \quad \theta = 180° + \alpha$

$\theta \approx 243° 26' 5.82''$

b $\vec{n} = \langle -1, -2 \rangle$



c) $\vec{p} = <-2, 3>$

c) $\vec{p} = < - 2 , 3 >$

$\|\vec{p}\| = \|< -2 , 3 >\|$

$\|\vec{p}\| = \sqrt{(-2)^2 + (3)^2}$

$\|\vec{p}\| = \sqrt{13}$ units

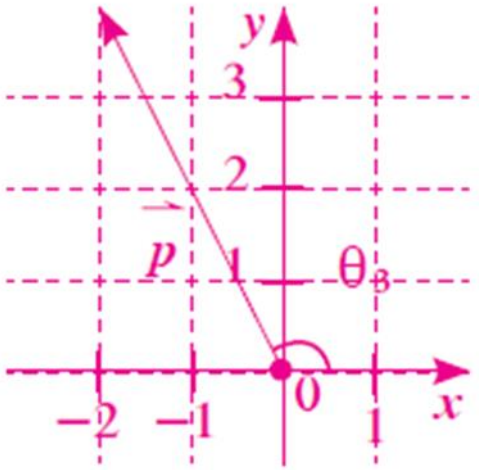
نفرض أن θ هو قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{v}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وأن زاوية الاسناد α

$\tan \alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{3}{-2}\right| = \frac{3}{2}$

$\alpha \approx 56° 18' 35.76''$

$\because x < 0 , y > 0 \quad \therefore \theta = 180° - \alpha$

$\theta \approx 123° 41' 24''$



d) $\vec{q} = \langle 1 , -4 \rangle$

$\|\vec{q}\| = \|\langle 1 , -4 \rangle\|$

$\|\vec{q}\| = \sqrt{(1)^2 + (-4)^2}$

$\|\vec{q}\| = \sqrt{17}$ units

نفرض أن θ هو قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{v}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وأن زاوية الاسناد α

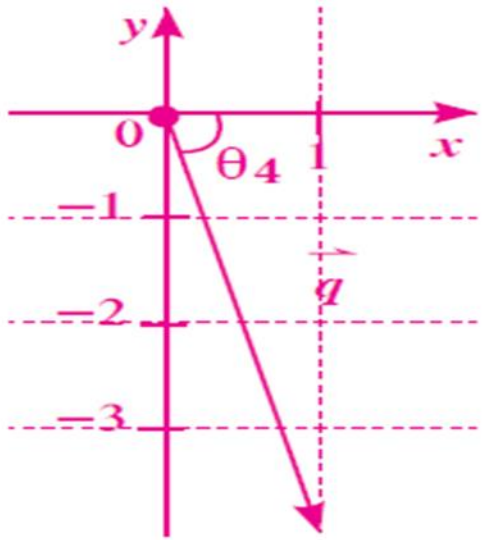
$\tan \alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{-4}{1}\right| = 4$

$\alpha \approx 75.9637°$

$\because x > 0 , y < 0 \quad \therefore \theta = 360° - \alpha$

$\theta \approx 284° 2' 10''$

d $\vec{q} = \langle 1, -4 \rangle$



حاول أن تحل

4 إذا كان $\vec{v} = < x, \frac{12}{13} >$. فأوجد قيمة x بحيث يصبح $\vec{v}$ متجه وحدة.

يكون $\vec{v}$ متجه وحدة عندما :

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$$

بتربيع طرفي المعادلة

$$\sqrt{x^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2} = 1$$

$$x^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1$$

$$x^2 = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2$$

$$x^2 = \frac{25}{169}$$

$$\therefore x = \frac{5}{13} \quad \text{أو} \quad x = -\frac{5}{13}$$

حاول أن تحل

5 إذا كانت $A(0,1), B(1,3), C(3,6), D(4,8)$ في المستوى الإحداثي فأثبت أن: $< \overrightarrow{AB} > = < \overrightarrow{CD} >$

نوجد المركبات السينية والمركبات الصادية لكل من المتجيهن:

$$< \overrightarrow{AB} > = < x_B - x_A \ , y_B - y_A > = < 1 - 0 \ , 3 - 1 > = < 1 \ , 2 >$$

$$< \overrightarrow{CD} > = < x_D - x_C \ , y_D - y_C > = < 4 - 3 \ , 8 - 6 > = < 1 \ , 4 >$$

∵ للمتجهين المركبات نفسها

∴ المتجهان متساويان $< \overrightarrow{RS} > = < \overrightarrow{OP} >$:

حاول أن تحل

6 ليكن المتجهان $\vec{B} = \langle -1, 3 \rangle$, $\vec{A} = \langle -2x + 3, 4y - 1 \rangle$، حيث y , x عددان حقيقيان.

أوجد قيمتا y , x اللتين تحققان $\vec{A} = \vec{B}$.

$\because \vec{A} = \vec{B}$

$-2x + 3 = -1$

$-2x = -1 - 3$

$-2x = -4$

$x = 2$

$4y - 1 = 3$

$4y = 3 + 1$

$4y = 4$

$y = 1$

حاول أن تحل

8 إذا كان $\vec{B} = < 3, -2 >$ فأوجد:

a $3\vec{B}$ b $-5\vec{B}$ c $\frac{3}{2}\vec{B}$

$$a)\ 3\vec{B} = < 3(3), 3(-2) > = < 9, -6 >$$

$$b)\ -5\vec{B} = < -5(3), -5(-2) = < -15, 10 >$$

$$c)\ \frac{3}{2}\vec{B} = < \frac{3}{2}(3), \frac{3}{2}(-2) = < 4.5, -3 >$$

حاول أن تحل

9 أثبت أن النقاط $K(0,-1)$, $L(2,3)$, $M(-2,-5)$ على استقامة واحدة.

$$\langle \overrightarrow{kl} \rangle = < x_l - x_k , y_l - y_k > = < 2-0 , 3-(-1) > = <2 , 4>$$

$$\langle \overrightarrow{kM} \rangle = < x_M - x_k , y_M - y_k > = < -2-0 , -5-(-1) >$$
$$= < -2 , -4 >$$

$$\therefore \langle \overrightarrow{kl} \rangle = -1 \langle \overrightarrow{kM} \rangle \quad \text{or} \quad \langle \overrightarrow{kM} \rangle = -1 \langle \overrightarrow{kl} \rangle$$

$\therefore$ K, L , M على استقامة واحدة

(٥ ـ ٢) جمع المتجهات وطرحها

حاول أن تحل

3 $ABCD$ مضلع. أوجد:

a $<\overrightarrow{AB}>+<\overrightarrow{CD}>+<\overrightarrow{BC}>$

b $<\overrightarrow{AD}>+<\overrightarrow{CA}>+<\overrightarrow{BC}>+<\overrightarrow{DB}>$

3 (a) $(<\overrightarrow{AB}>+<\overrightarrow{BC}>)+<\overrightarrow{CD}>$

$<\overrightarrow{AC}>+<\overrightarrow{CD}>=<\overrightarrow{AD}>$

(b) $(<\overrightarrow{AD}>+<\overrightarrow{DB}>)+(<\overrightarrow{BC}>+<\overrightarrow{CA}>)$

$<\overrightarrow{AB}>+<\overrightarrow{BA}>=<\overrightarrow{AA}>=<\vec{0}>$

حاول أن تحل

4 إذا كان $\vec{A} = \langle 4, -2 \rangle, \vec{B} = \langle -7, 5 \rangle$ فأوجد.

a $\vec{A} + \vec{B}$

b $3\vec{A} + 5\vec{B}$

a) $\vec{A} + \vec{B} = \langle x_A + x_B, y_A + y_B \rangle$

$= \langle 4 + (-7), (-2) + 5 \rangle$

$= \langle -3, 3 \rangle$

b) $3\vec{A} + 5\vec{B} = \langle 3x_A + 5x_B, 3y_A + 5y_B \rangle$

$= \langle 3(4) + 5(-7), 3(-2) + 5(5) \rangle$

$= \langle 12 - 35, -6 + 25 \rangle$

$= \langle -23, 19 \rangle$

حاول أن تحل

5 $ABCD$ مضلع في المستوي. أوجد:

a $< \overrightarrow{AB} > + < \overrightarrow{CD} > - < \overrightarrow{AD} > - < \overrightarrow{CB} >$

b $< \overrightarrow{AB} > - < \overrightarrow{AC} > + < \overrightarrow{BC} > + < \overrightarrow{AD} >$

(a) $(< AB > - < AD >) + (< \overrightarrow{CD} > - < \overrightarrow{CB} >)$

$= < \overrightarrow{DB} > + < \overrightarrow{BD} >$

$= < \overrightarrow{DD} > = < \vec{0} >$

(b) $< \overrightarrow{CB} > + < \overrightarrow{BC} > + < \overrightarrow{AD} >$

$= < \vec{0} > + < \overrightarrow{AD} >$

$= < \overrightarrow{AD} >$

حاول أن تحل

6 إذا كان $\vec{A} = <-3, 0>, \vec{B} = <5, -9>$. فأوجد:

a $\vec{A} - \vec{B}$

b $-3\vec{A} + 4\vec{B}$

a

$\vec{A} - \vec{B} = < x_A - x_B , y_A - y_B >$

$= < -3 - 5, 0 - (-9) >$

$= < -8, 9 >$

b

$-3\vec{A} + 4\vec{B} = < -3x_A , -3y_A > + < 4x_B , 4y_B >$

$= < (-3)(-3), -3(0) > + < 4(5), 4(-9) >$

$< 9, 0 > + < 20 , -36 > =$

$= < 29, -36 >$

حاول أن تحل

8 لتكن النقاط: $A(3, 4),\ B(-2, 5),\ C(-4, -1)$

اكتب كلًّا من المتجهات: $\langle \overrightarrow{OA} \rangle, \langle \overrightarrow{OB} \rangle, \langle \overrightarrow{OC} \rangle$، بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين $\vec{i}\ ,\ \vec{j}$.

$$< \overrightarrow{OA} > = 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$< \overrightarrow{OB} > = -2\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$< \overrightarrow{OC} > = -4\vec{i} - \vec{j}$$

التدريبات ص ٧٣

المتجه في المستوى

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط التالية: $A(2,1), B(-3,0), C(3,-4), D(x,y)$

(1) الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لـ $\overrightarrow{BA}$، هو $(-5,-1)$ a b

(2) مركّبات $\overrightarrow{BC}$ هي $<6,4>$ a b

(3) المثلث ABC هو متطابق الضلعين. a b

(4) إذا كان $<\overrightarrow{AB}>=<\overrightarrow{CD}>$ فإن، $x=-2, y=-5$ a b

المتجه في المستوى

التدريبات ص ٧٣

في التمارين (8–5)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) في المستوى الإحداثي إذا كان $\vec{u}=<-2,2>$

فإن قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{u}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يساوي:

(a) $45°$ (b) $-45°$ (c) $135°$ (d) $225°$

(6) لنأخذ في المستوى الإحداثي $\vec{u}=<\frac{12}{13}, y>$. إذا كان $\vec{u}$ متجه وحدة فإن y يساوي:

(a) $\frac{1}{13}$ (b) $\frac{\sqrt{13}}{13}$ (c) $\frac{5}{13}$ (d) $\pm\frac{5}{13}$

(7) لتكن في المستوى الإحداثي النقاط: $A(1,3), B(3,2), C(0,-1), D(-4,1)$ فيكون:

(a) $<\vec{AB}>=<\vec{CD}>$ (b) $<\vec{AB}>=-<\vec{CD}>$

(c) $<\vec{CD}>=-2<\vec{AB}>$ (d) $<\vec{AB}>=-2<\vec{CD}>$

(8) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط: $E(2,4), F(-1,-5), G(x,y)$ إذا كان: $<\vec{EF}>=<\vec{EG}>$ فإن (x, y) يساوي:

(a) $(-1,-5)$ (b) $(-5,-13)$ (c) $(5,13)$ (d) $(1,5)$

جمع المتجهات وطرحها

التدريبات ص ٧٥

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

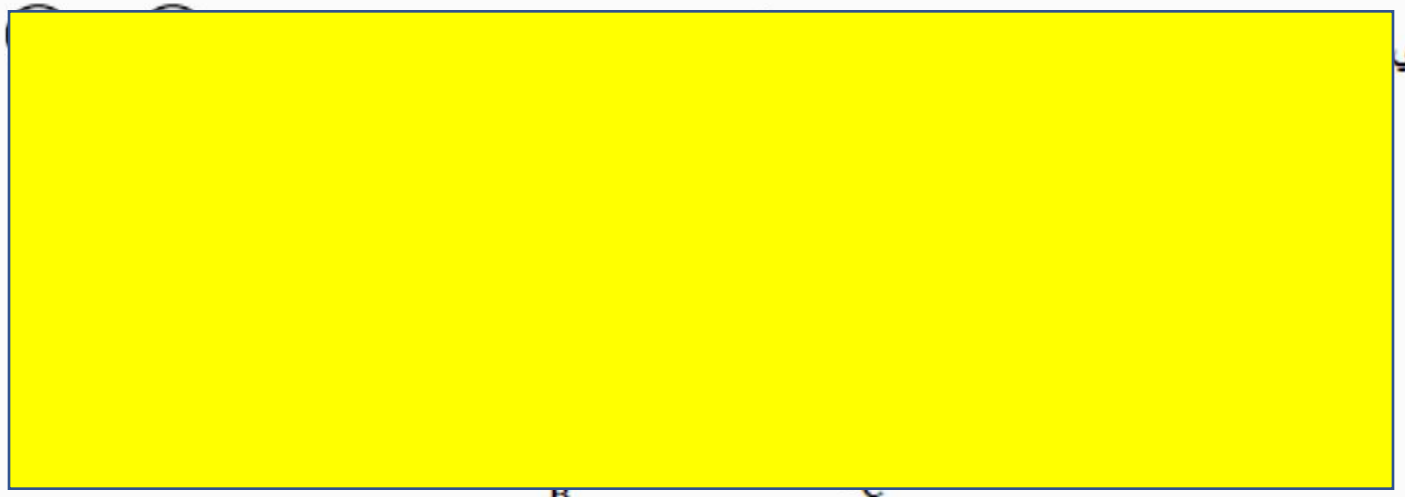
(1) إذا كان $\langle \overrightarrow{AB} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle = \langle \overrightarrow{AC} \rangle$ فإن $AB + BC = AC$ (a) (b)

(2) $\langle \overrightarrow{AC} \rangle + \langle \overrightarrow{BA} \rangle + \langle \overrightarrow{CB} \rangle = \vec{0}$ (a) (b)

(3) $ABCF$ متوازي أضلاع حيث، $\overrightarrow{BF} = \langle 1,4 \rangle$ ، $\overrightarrow{BA} = \langle -2,3 \rangle$

$\therefore \langle \overrightarrow{BC} \rangle = \langle 3,1 \rangle$ (a) (b)

(4) في



(5) في المثلث ABC، $\langle \overrightarrow{AB} \rangle - \langle \overrightarrow{AC} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle - \langle \overrightarrow{BA} \rangle = \langle \overrightarrow{AB} \rangle$ (a) (b)

جمع المتجهات وطرحها

التدريبات ص ٧٥

في التمارين (6–9)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $\vec{L} = <\overrightarrow{AC}> + 2<\overrightarrow{AB}> - <\overrightarrow{BC}>$ فإن:

(a) $\vec{L} = \frac{1}{2}<\overrightarrow{AB}>$ (b) $\vec{L} = -\frac{1}{2}<\overrightarrow{AB}>$

c $\vec{L} = 3<\overrightarrow{AB}>$ (d) $\vec{L} = -3<\overrightarrow{AB}>$

(7) إذا كان $<\overrightarrow{AM}> = 2(3\vec{i} - \vec{j}) + 3(-2\vec{i}) - 2\vec{j}$، فإن $<\overrightarrow{AM}>$ يساوي:

(a) $2\vec{i} - 3\vec{j}$ (b) $3\vec{i} - 2\vec{j}$

c $-4\vec{j}$ (d) $6\vec{i} - 6\vec{j}$

(8) $ABCD$ متوازي أضلاع حيث: $A(-2,1), B(0,-2), C(3,-1)$. إذًا إحداثيات D هي:

(a) $(2,2)$ (b) $(-1,2)$ c $(1,2)$ (d) $(1,-2)$

التدريبات ص ٧٦

(9) $\vec{V} = x\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{U} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ هما متجهان متوازيان. قيمة x هي:

a 2 (b) -2 (c) 8 (d) -8

(٥ ـ 3) الضرب الداخلي

حاول أن تحل

1 إذا كان $\vec{u} = < 0,2 >, \vec{v} = < 2,2 >$ فأوجد $\vec{u} \bullet \vec{v}$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$$

$$= \sqrt{0+4} \cdot \sqrt{4+4} \cdot \cos 45°$$

$$= 2\,(2\sqrt{2})\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4$$

حاول أن تحل

3 إذا كانت النقاط $A(6,-1), B(3,2), C(2,1)$

a اكتب كلًّا من المتجهين $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{i}$, $\vec{j}$

b أوجد قيمة $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

c أثبت أن المثلث ABC قائم في $\widehat{B}$

a $\overrightarrow{BC} = < 2-3 , 1-2 > = < -1 , -1 > = -\vec{i} - \vec{j}$

$\overrightarrow{BA} = < 6-3 , -1-2 > = < 3, -3 > = 3\vec{i} - 3\vec{j}$

b $\overrightarrow{BA} . \overrightarrow{BC} = 3 . -1 + (-3) . -1 = 0$

c $\because \overrightarrow{BA} . \overrightarrow{BC} = 0$

$\therefore < \overrightarrow{BA} > \perp < \overrightarrow{BC} >$

$\therefore$ المثلث ABC قائم في $\widehat{B}$

حاول أن تحل

4 إذا كان $\vec{A} = < 3, -1 >, \vec{B} = < x, -2 >$ وكان $\vec{A} \perp \vec{B}$ فأوجد قيمة x

$\because \vec{A} \perp \vec{B} \qquad \therefore \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

$x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B = 0$

$(3)(x) + (-1)(-2) = 0$

$3x + 2 = 0$

$\therefore x = \frac{-2}{3}$

حاول أن تحل

5 a أثبت أن: $\vec{A} \parallel \vec{B}$ حيث $\vec{A} = < 3, -2 >$, $\vec{B} = < 6, -4 >$

b إذا كان $\vec{A} \parallel \vec{B}$ ، $\vec{A} = < \frac{7}{3}, \frac{2}{3} >$, $\vec{B} = < x, \frac{4}{5} >$ فأوجد x

a

$$x_A \cdot y_B - y_A \cdot x_B = 0$$

$$(3)(-4) - (-2)(6) = 0$$

$$-12 + 12 = 0$$

$$\therefore \vec{A} // \vec{B}$$

b

$$\because \vec{A} // \vec{B}$$

$$\therefore x_A \cdot y_B - y_A \cdot x_B = 0$$

$$\left(\frac{7}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right) - x \left(\frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\frac{2}{3}x = \frac{28}{15}$$

$$\therefore x = \left(\frac{28}{15}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{14}{5}$$

حاول أن تحل

6 $\vec{A}$, $\vec{B}$ متجهان في المستوي، حيث $\|\vec{A}\| = 3, \|\vec{B}\| = 4, \vec{A} \cdot \vec{B} = 5$

أوجد قيمة $(3\vec{A} - 2\vec{B}) \cdot (-\vec{A} + 3\vec{B})$

$(3\vec{A} - 2\vec{B}).(-\vec{A} + 3\vec{B})$

$= 3\vec{A}.(-\vec{A}) + 3\vec{A}.3\vec{B} - 2\vec{B}.(-\vec{A}). - 2\vec{B}.3\vec{B}$

$= -3\vec{A}.\vec{A} + 9\vec{A}.\vec{B} + 2\vec{B}.\vec{A} - 6\vec{B}.\vec{B}$

$= -3\|\vec{A}\|^2 + 9\vec{A}.\vec{B} + 2\vec{B}.\vec{A} - 6\|\vec{B}\|^2$

$= -3\|\vec{A}\|^2 + 11\vec{A}.\vec{B} - 6\|\vec{B}\|^2$

$= -3 \times 3^2 + 11(5) - 6(4)^2$

$= -27 + 55 - 96 = -68$

حاول أن تحل

7 إذا كان $\| \vec{A} \| = 3, \| \vec{B} \| = 2, \vec{A} \cdot \vec{B} = -3\sqrt{3}$

فأوجد قياس الزاوية $(\vec{A}, \vec{B})$

$$\cos(\vec{A} \, . \, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \, . \, \vec{B}}{\|\vec{A}\| . \|\vec{B}\|} \qquad , 0 \leq m(A, B) \leq 180°$$

$$= \frac{-3\sqrt{3}}{3 \, . \, 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \mathrm{m}(\vec{A} \, , \vec{B}) = \ cos^{-1} \ (\frac{-\sqrt{3}}{2}) = 150°$$

حاول أن تحل

8 أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين: $\vec{A} = < 6, 3 >, \vec{B} = < 3, -1 >$

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} \quad , \quad 0^\circ \le m(\vec{A}, \vec{B}) \le 180^\circ$$

$$= \frac{x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B}{\sqrt{x_A^2 + y_A^2}\sqrt{x_B^2 + y_B^2}}$$

$$= \frac{6(3)+3(-1)}{\sqrt{6^2+3^2}\sqrt{3^2+(-1)^2}}$$

$$= \frac{15}{3\sqrt{5}(\sqrt{10})} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore m(\vec{A}, \vec{B}) = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 45^\circ$$

الضرب الداخلي

التدريبات ص ٧٨

في التمارين (1–6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$، فإن $\vec{u}\perp\vec{v}$ — a

(2) إذا كان $\vec{u}\perp\vec{v}$, $\vec{v}=<5,1>$, $\vec{u}=<-2,x>$، فإن $x=-10$ — a

(3) إذا كان $\vec{u}\cdot\vec{w}=-5, \vec{v}\cdot\vec{w}=3$، فإن $(\vec{u}-\vec{v})\cdot\vec{w}=-8$ — b

(4) إذا كانت $A(-1,2), B(2,3), C(-4,5)$، فإن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-6$ — b

(5) إذا كانت $L(-3,4), M(0,5)$، فإن $\|\overrightarrow{LM}\|=10$ — a

(6) $\vec{A}, \vec{B}$ متجهان في المستوى حيث $\vec{A}=<2,-3>, \vec{B}=<1,0>$ — b

$$\therefore \cos(\vec{A},\vec{B})=2\frac{\sqrt{13}}{13}$$

الضرب الداخلي

التدريبات ص ٧٨

في التمارين (14–7)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(7) إذا كان $\vec{u} = < 2, -2 >$, $\vec{v} = < -1, m >$, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$، فإن m تساوي:

(a) $-\frac{5}{2}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

(8)

الضرب الداخلي

التدريبات ص ٨٠

ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(13) إذا كان $\vec{u} \perp \vec{v}$ ، $\vec{v} = \langle 2, 3 \rangle$ ، $\vec{u} = \langle -5, m \rangle$ فإن m تساوي:

a $\frac{10}{3}$ b $-\frac{3}{10}$ c $\frac{-10}{3}$ d $\frac{15}{2}$

(14) إذا كان $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -2$ فإن $m(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ لا يمكن أن يساوي:

a $60°$ b $28°$ c $122°$ d $50°$

(1-6) المجتمع الإحصائي والمعاينة

حاول أن تحل (1)

في كل المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منته أو غير منته) ووحدة الدراسة

	المجتمع	منته أو غير منته	وحدة الدراسة
a	لاعبو فرق كرة السلة في دولة الكويت	منته	لاعب
b	الأسماك في مياه الخليج العربي	غير منته	سمكة

حاول أن تحل (2)

اكتب مثالاً يبين

(a) دراسة في مجتمع إحصائي يمكن استخدام الحصر الشامل فيها.

المعلمون في إحدى مدارس الدولة

(b) دراسة في مجتمع إحصائي لا يمكن استخدام الحصر الشامل فيها.

الأعشاب في ملعب كرة القدم

حاول أن تحل (3)

حدد نوع البيانات في كل مما يأتي

	البيانات	النوع	الصفة
a	عدد أعضاء فريق كرة القدم .	كمية	متقطعة
b	الوظيفة (ضابط ، محاسب ، محام ، تاجر، مدرس ، . . .)	كيفية	اسمية
c	أطوال قامات طلاب الصف الحادي عشر.	كمية	مستمرة
d	تقديرات الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية في جامعة الكويت .	كيفية	مرتبة

(6 - 2) العينات

حاول أن تحل (1)

عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفاً مرقمين من 1 إلى 90 ، يُراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس فما هي الأعداد التي سوف تحصل عليها؟

بما أن حجم المجتمع = 90

فإننا نأخذ أوّل رقمين لجهة اليسار

من الصف العاشر

والعمود الخامس

وليس أكبر من 90

ثم نتحرك رأسيًّا إلى الأسفل ونختار 7 أعداد

ليست أكبر من 90 وبدون تكرار

وبذلك يصبح لدينا الموظفين الذين أرقامهم :

58 , 12 , 49 , 1 , 46 , 64 , 17

	1	2	3	4	5	6
1	28138	28596	04819	50138	12598	96878
2	01055	53625	47739	51063	08445	33254
3	79603	31075	71532	38497	08236	78411
4	79261	96010	82558	15977	15827	55768
5	00005	37153	07206	78041	09457	97003
6	59282	86004	13259	59537	75702	66287
7	20119	41234	01600	61772	57765	43965
8	67205	41113	34514	03273	95516	68365
9	06244	02595	08941	24615	92256	43007
10	46210	35683	67486	77091	58196	08010
11	80851	80252	02993	92649	12421	00480
12	74684	98726	87312	70956	49731	45504
13	82136	32120	31733	10371	01132	25110
14	73419	88893	89748	44745	46390	54781
15	66082	76594	77480	38397	64521	18712
16	72300	93912	87548	69024	17509	52647
17	46805	82648	27550	65291	27181	92637
18	59068	93270	15829	34926	46252	90487
19	63089	93954	30250	80347	81506	53768
20	54384	64888	28929	46575	08301	86288

حاول أن تحل (2)

لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة عند الموظفين في أحد المصارف ، تم سحب عينة عشوائية طبقية .

مكونة من 7 أفراد من أصل 35 موظفاً موزعين كما يبين الجدول التالي :

المجموع	مستخدمون	محاسبون ومدققون	مدراء أقسام
35	5	20	10

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة ؟

كسر المعاينة $= \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{m}{n}$

$= \frac{7}{35}$

$= 0.2$

حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

حجم عينة مدراء أقسام : $0.2 \times 10 = 2$

حجم عينة محاسبون مدققون : $0.2 \times 20 = 4$

حجم عينة المستخدمين : $0.2 \times 5 = 1$

حجم كل عينة	
مدراء أقسام	2
محاسبون ومدققون	4
مستخدمون	1
المجموع	7

حاول أن تحل (3)

يبين الجدول توزيع الموظفين في إحدى المستشفيات:

المجموع	عمال	ممرضون	أطباء	إداريون
500	40	240	140	80

المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من ٢٥ فرداً لدراسة كفاءة العاملين وذلك بتكوين عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

نأخذ الأرقام الثلاثة لجهة اليسار بحيث يكون العدد الناتج داخل ترقيم الفئة المطلوبة ثم نتحرك نزولًا.

كسر المعاينة = $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{m}{n} = \frac{25}{500} = 0.05$

حجم عينة إداريون : $0.05 \times 80 = 4$

حجم عينة أطباء : $0.05 \times 140 = 7$

حجم عينة ممرضون : $0.05 \times 240 = 12$

حجم عينة عمال : $0.05 \times 40 = 2$

يتم اختيار الصف الأول والعمود الأول من جدول الأعداد العشوائية إذا لم يتم التحديد

	إداريون	أطباء	ممرضون	عمال	المجموع
العدد	80	140	240	40	500
الترقيم	1: 80	81 : 220	221: 460	461 : 500	
حجم العينة	4	7	12	2	25
لدينا الموظفين الذين أرقامهم	28 1 79 59	201 161 209 135 85 96 212	281 414 412 234 315 280 227 274 360 444 359 415	462 468	

حاول أن تحل (4)

في أحد المصانع حيث عدد العمال 900 مرقمين من 1 إلى 900، أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة على أن يكون حجمها 10، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن عشر والعمود السابع؟

الحل:

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \frac{900}{10} = ٩٠$$

نختار أول عدد عشوائي مؤلف من رقمين لجهة اليسار باستخدام جدول الأعداد العشوائية على ألا يزيد عن العدد ٩٠

نجد العدد ٧٥

1) 75
2) 75 + 90 = 165
3) 165 + 90 = 255
4) 255+ 90 = 345
5) 345+90 = 435
6) 435+90 = 525
7) 525 + 90 = 615
8) 615 +90 = 705
9) 705+90 = 795
10) 795+90 = 885

والعينة العشوائية المنتظمة تتكون من العمال حيث ترقيمهم بالأعداد التالية:
75, 165 , 255, 345, 435, 525, 615, 705 , 795 , 885