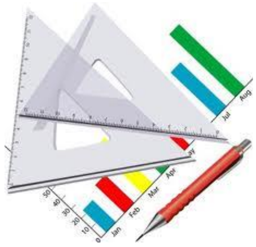


وزارة التربيـة

الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية

مدرسـة مرشـد سعـد البـذال ثانوي بنيـن

قسـم الرياضيـات

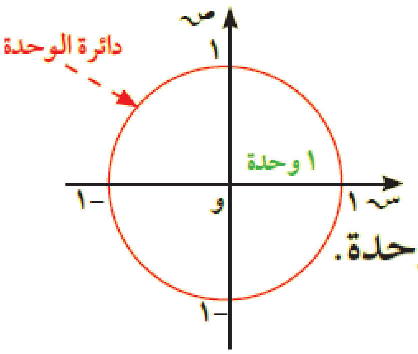
# الصف العاشـر

## مـادة الرياضيـات

# أوراق عمل الوحدة الثامنة

## حساب المثلثات ( ٢ )

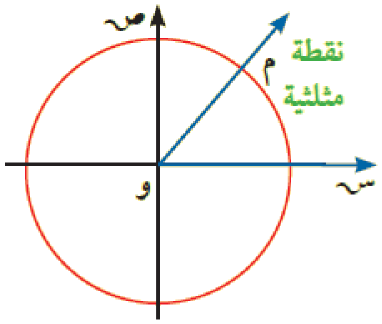

العام الدراسي : ٢٠١٨ – ٢٠١٩




## الوحدة الثامنة : حساب المثلثات (٢)

### دائرة الوحدة

هي دائرة مركزها نقطة الأصل و، وطول نصف قطرها واحد وحدة.




### النقطة المثلثية

هي نقطة تقاطع الضلع النهائي لزاوية موجهة في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة.

ملاحظة: تكون النقطة (س، ص) نقطة مثلثية إذا وفقط إذا كان س$^{٢}$ + ص$^{٢}$ = ١

---

### النسب المثلثية للزاوية التي قياسها $\theta$

| | |
|---|---|
| جتا$\theta$ = س$_{١}$ | جا$\theta$ = ص$_{١}$ |
| ظا$\theta$ = $\frac{ص_{١}}{س_{١}}$ ، س$_{١}$ $\neq$ ٠ | ظتا$\theta$ = $\frac{س_{١}}{ص_{١}}$ ، ص$_{١}$ $\neq$ ٠ |
| قا$\theta$ = $\frac{١}{س_{١}}$ ، س$_{١}$ $\neq$ ٠ | قتا$\theta$ = $\frac{١}{ص_{١}}$ ، ص$_{١}$ $\neq$ ٠ |

---

**تمرين :**

اذكر النقطة المثلثية للزاوية التي قياسها ٣٠°، ثمّ أوجد كلاً من: ____________________

(أ) جا٣٠° ____________________

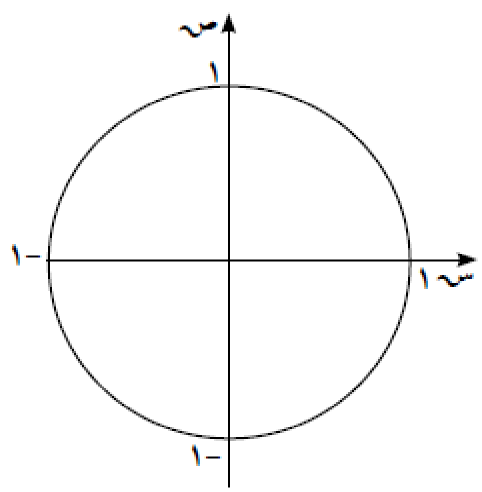
(ب) جتا٣٠° ____________________

(جـ) ظا٣٠° ____________________

(د) ظتا٣٠° ____________________

(هـ) قا٣٠° ____________________

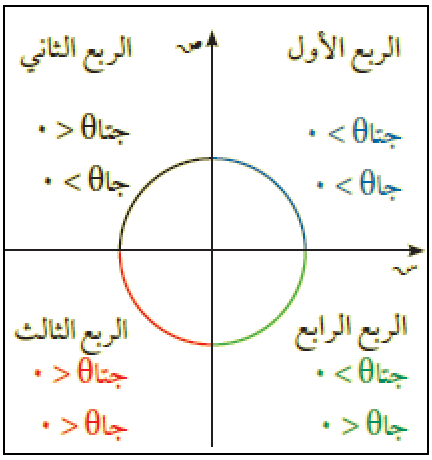
(و) قتا٣٠° ____________________



# الدوال الدائرية (المثلثية)

لكل قيمة تأخذها

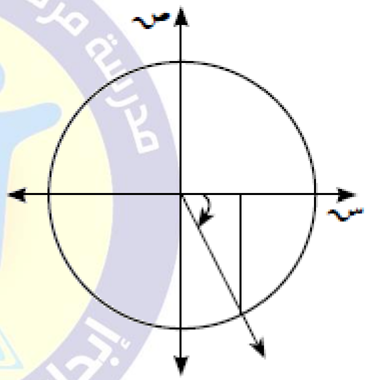
θ حيث θ ∈ [٠، ٢π)، قيمة واحدة لكل من المتغيرين س، ص حيث س، ص تنتميان إلى [−١، ١].



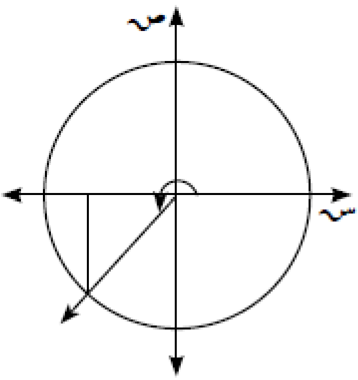

---

**تمرين**: باستخدام دائرة الوحدة أوجد جيب تمام الزاوية وجيب الزاوية لكل من:

(٣) −٦٠°



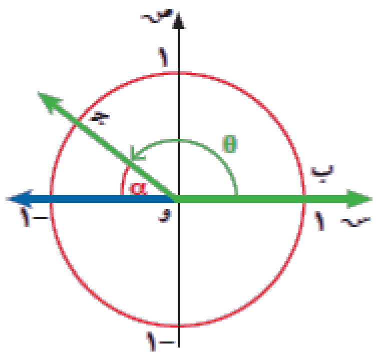

(٤) ٢٢٥°




---

**زاوية الإسناد**:

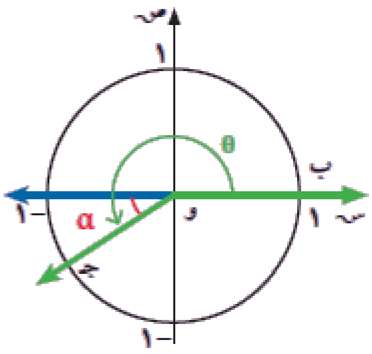
زاوية الإسناد للزاوية الموجهة (و$\overrightarrow{ب}$، و$\overrightarrow{جـ}$) التي في وضع قياسي
هي الزاوية الحادة α التي يصنعها الضلع النهائي للزاوية الموجهة مع محور السينات.
فإذا كان α زاوية الإسناد فإن: ٠° < α < ٩٠°




عندما θ تقع في الربع الثاني

$\alpha^\circ = ١٨٠^\circ - \theta^\circ$

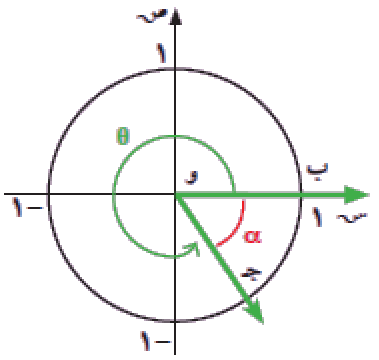
$\alpha^{د} = \pi - \theta^{د}$




عندما θ تقع في الربع الثالث

$\alpha^\circ = \theta^\circ - ١٨٠^\circ$

$\alpha^{د} = \theta^{د} - \pi$




عندما θ تقع في الربع الرابع

$\alpha^\circ = ٣٦٠^\circ - \theta^\circ$

$\alpha^{د} = ٢\pi - \theta^{د}$

## بنود موضوعي:

في التمارين (١-٤)، إذا كانت العبارة صحيحة ظلل (أ) وإذا كانت خاطئة ظلل (ب).

(١) جتا(-٣٠٠°) = $\frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

(٢) جا(١٢٠°) = $\frac{١}{٢}$ (أ) (ب)

(٣) ظا(-١٥٠°) = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (أ) (ب)

(٤) قا(٣١٥°) = $\sqrt{٢}$ (أ) (ب)

---

في التمارين (٥-٩)، اختر الإجابة الصحيحة:

(٥) الزاوية التي يقع ضلعها النهائي في الربع الرابع في ما يلي هي:

(أ) -٣٢٠° (ب) -٢٧٠°

(جـ) $\frac{٥\pi}{٣}$ (د) $\frac{١٣\pi}{٩}$

(٦) الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها يختلف عن الزوايا الأخرى هي:

(أ) $\frac{٧\pi}{٤}$ (ب) ١٣٥°

(جـ) $\frac{٣\pi}{٤}$ (د) ٢١٥°

(٧) الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها $\frac{\pi}{٣}$ هي:

(أ) $\frac{١١\pi}{٦}$ (ب) ٢٥٥°

(جـ) $\frac{٧\pi}{٨}$ (د) $\frac{٥\pi}{٣}$

(٨) زاوية في الوضع القياسي قياسها يساوي -٢٢٥°. فإن النقطة المثلثية التي يمكن أن تقع على الضلع النهائي لهذه الزاوية هي:

(أ) $\left(\frac{\sqrt{٢}}{٢}، \frac{-\sqrt{٢}}{٢}\right)$ (ب) $\left(\frac{-\sqrt{٢}}{٢}، \frac{\sqrt{٢}}{٢}\right)$

(جـ) $\left(\frac{-\sqrt{٢}}{٢}، \frac{-\sqrt{٢}}{٢}\right)$ (د) (-١، ١)

(٩) [جا(-١٣٥°)]$^{٢}$ + [جتا(-١٣٥°)]$^{٢}$ =

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) صفر

## يتبع بنود الموضوعي:

الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها تختلف عن الزوايا الأخرى هي:

(أ) ١٩٠°      (ب) ١٧٠°

(جـ) ٣٥٠°      (د) ١١٠°

---

الزاوية التي في الوضع القياسي وضلعها النهائي يمر بالنقطة م$\left(\frac{-\sqrt{٢}}{٢} ، \frac{\sqrt{٢}}{٢}\right)$ التي تقع على دائرة الوحدة هي:

(أ) ٤٥°      (ب) ٢٢٥°

(جـ) ١٣٥°      (د) ٣٣٠°

---

## العلاقات بين الدوال المثلثية (١)

**النسب المثلثية للزاويتين $\theta$، $-\theta$.**

$\text{جتا}(-\theta) = \text{جتا}\,\theta$

$\text{جا}(-\theta) = -\text{جا}\,\theta$

وبالتالي $\text{ظا}(-\theta) = -\text{ظا}\,\theta$ بشرط أن يكون ظا$\theta$ معرّف.

---

**النسب المثلثية للزاويتين $\theta$ ، $(\pi - \theta)$.**

$\text{جتا}(\pi - \theta) = -\text{جتا}\,\theta$

$\text{جا}(\pi - \theta) = \text{جا}\,\theta$

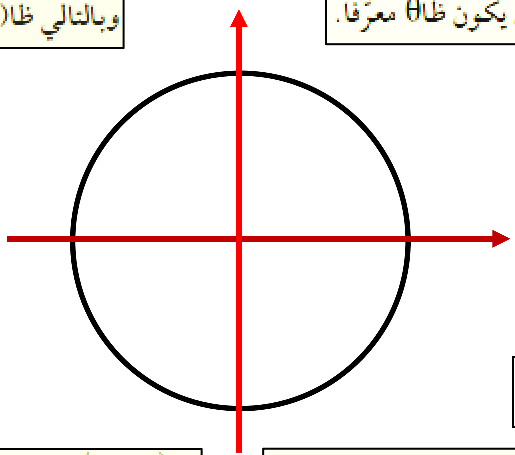
وبالتالي $\text{ظا}(\pi - \theta) = -\text{ظا}\,\theta$ شرط أن يكون ظا$\theta$ معرّفًا.

**النسب المثلثية للزاويتين $\theta$، $(\pi + \theta)$.**

$\text{جتا}(\pi + \theta) = -\text{جتا}\,\theta$

$\text{جا}(\pi + \theta) = -\text{جا}\,\theta$

وبالتالي $\text{ظا}(\pi + \theta) = \text{ظا}\,\theta$ شرط أن يكون ظا$\theta$ معرّفًا.



**النسب المثلثية للزاويتين $\theta$، $\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$**

$\text{جا}\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right) = \text{جتا}\,\theta$

$\text{جتا}\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right) = \text{جا}\,\theta$

$\text{ظا}\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right) = \text{ظتا}\,\theta$ شرط أن يكون ظتا$\theta$ معرّفًا.

**النسب المثلثية للزاويتين $\theta$، $\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$**

$\text{جا}\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right) = \text{جتا}\,\theta$

$\text{جتا}\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right) = -\text{جا}\,\theta$

$\text{ظا}\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right) = -\text{ظتا}\,\theta$ شرط أن يكون ظتا$\theta$ معرّفًا.

**تمرين :** (١) اكتب النسب المثلثية التالية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية $\theta$.

(أ) جا$(\pi + \theta)$ ____________________

(ب) جتا$(\pi - \theta)$ ____________________

(جـ) جا$\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ ____________________

(د) جتا$\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$ ____________________

(٢) اكتب النسب المثلثية بدلالة إحدى النسب المثلثية الأساسية للزاوية س.

(أ) ظا(١٨٠° − س) ____________________

(ب) جتا(١٨٠° + س) ____________________

(جـ) جا(− س) ____________________

---

**تمرين :** أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) جا ١٥٠° ____________________

(ب) ظا(−٢٢٥°) ____________________

(جـ) جتا(−١٣٥°) ____________________

أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) جتا $\frac{٧\pi}{٦}$ ____________________

(ب) جا$\left(-\frac{٢\pi}{٣}\right)$ ____________________

(جـ) ظا $\frac{١١\pi}{٦}$ ____________________

أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

(أ) جا ٣٩٠° ____________________

(ب) قتا ٤٥٠° ____________________

(جـ) قا $\frac{١٧\pi}{٤}$ ____________________

**بنود موضوعي :**

في التمارين (٧–١٠)، ظلل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة أو (ب) إذا كانت خاطئة .

(٧) إذا كانت جا$\theta$ = ٢ , ٠ فإن جا$(\pi + \theta)$ = ٢ , ٠ (أ) (ب)

(٨) إذا كانت جتا$\theta$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن قا$\theta$ = $\frac{٣}{٢}$ (أ) (ب)

(٩) إذا كانت ظا$\theta$ = ٣ فإن ظتا$(\pi + \theta)$ = ٣ (أ) (ب)

(١٠) إذا كانت جا$\theta$ = $\frac{١}{٥}$ فإن قتا$(\pi + \theta)$ = −٥ (أ) (ب)

---

بسّط التعبيرات التالية لأبسط صورة:

(أ) جتا$(\pi - \theta)$ − جتا$(-\theta)$ + جا$(\pi + \theta)$ + جتا$\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$.

---

(ب) جا$(\pi + \theta)$ − جتا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$ + جتا$(\theta - \pi)$ + جا$\left(\theta + \frac{\pi}{٢}\right)$.

---

أوجد قيمة النسب المثلثية التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة.

جا١٥٠°

جتا $\frac{٧\pi}{٦}$

ظا(−٢٢٥°)

# حل المعادلات المثلثية

حلّ المعادلات التالية:

(أ) جتا س = + $\frac{١}{٢}$

(ب) ظتا س = $\sqrt{٣}$

(جـ) ٢ جا س = + $\sqrt{٢}$