مبدأ العد

لإجراء عملية على عدد من المراحل المتتابعة، كما يلي:

المرحلة الأولى بـ r_1 طريقة مختلفة،

المرحلة الثانية بـ r_2 طريقة مختلفة،

المرحلة الثالثة بـ r_3 طريقة مختلفة،

.....وهكذا حتى المرحلة n بـ r_n طريقة مختلفة

فإن عدد طرائق إجراء هذه العملية هو: $r_1 \times r_2 \times r_3 \times ... \times r_n$

كتاب الطالب حاول أن تحل 1 صـ 153 : من مثال(1)

لتكن: $A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$

يراد تكوين أعداد ذات ثلاثة منازل باستخدام عناصر A

أوجد:

a عدد الأعداد الفردية الممكن تكوينها.

b عدد الأعداد الزوجية الممكن تكوينها.

c عدد الأعداد الزوجية المختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

كتاب الطالب حاول أن تحل 2 صـ 154 : من المثال (2)

لتكن: $B = \{0, 3, 4, 5, 7, 9\}$

تم تكوين أعداد ذات أربعة منازل باستخدام عناصر المجموعة B

أوجد:

(a) عدد الأعداد مختلفة الأرقام الممكن تكوينها.

(b) عدد الأعداد التي تقبل القسمة على 10 الممكن تكوينها.

(c) عدد الأعداد مختلفة الأرقام والأكبر من 5 000 الممكن تكوينها.

قانون التباديل

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)$$

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

حيث: $n,\ r \in \mathbb{Z}^+ \ ,\ n \geq r$

كتاب الطالب حاول أن تحل 4 صـ 156 :

اشترك 7 يخوت في سباق.
بكم طريقة مختلفة يمكن توقع وصول اليخوت الثلاثة الأوائل بالترتيب؟

ما عدد الطرائق المختلفة لوصول اليخوت الثلاثة الأوائل إذا اشترك في السباق 10 يخوت؟

....

....

....

....

....

كتاب الطالب مثال 5 صـ 156 : حل المعادلات التالية:

a $\ {}_nP_5 = 6 \times {}_nP_4\ ,\ n \geqslant 5$

....

....

....

....

....

b $\ {}_6P_r = 4 \times {}_6P_{r-1}$

....

....

....

....

....

تابع كتاب الطالب مثال 5 صـ 156 : حل المعادلات التالية:

c) $\frac{{}_{2n}P_{n+2}}{{}_{2n}P_{n-1}} = 60$

كتاب الطالب حاول أن تحل 5 صـ 157 : حل المعادلات التالية:

a) ${}_nP_7 = 12 \times {}_nP_5$

b) ${}_nP_7 = 12 \times {}_nP_5$

قانون التوافيق

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$$

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

حيث: $n,\ r \in \mathbb{Z}^+\ ,\ n \geq r$

كتاب الطالب حاول أن تحل 6 صـ 158 :

في مكتبة المدرسة 15 كتابًا مختلفًا من مجموعة روايات التاريخ الإسلامي.
بكم طريقة يمكنك اختيار 4 كتب منها للمطالعة؟

في المثال (6): a بكم طريقة مختلفة يمكنك اختيار 7 كتب؟

b بكم طريقة مختلفة يمكنك اختيار 8 كتب؟

c ماذا تلاحظ؟

....

....

....

....

....

....

كتاب الطالب حاول أن تحل 7 صـ 159 :

ترشح 10 طلاب لتمثيل القسم العلمي من مدرستك. يجري اختيار الممثلين الثلاثة بالاقتراع السري.
يمكنك اختيار ثلاثة طلاب أو أقل. بكم طريقة مختلفة يمكنك أن تقترع؟

في المثال (7)، بكم طريقة مختلفة يمكنك الاقتراع لـ 5 طلاب أو أقل؟

....

....

....

....

....

....

كتاب الطالب حاول أن تحل 8 صـ 159 :

في الصف الحادي عشر 28 طالبًا وفي الصف الثاني عشر 24 طالبًا.
أراد معلم الرياضة اختيار 5 طلاب لتشكيل فريق لكرة السلة، شرط أن يتضمن الفريق على الأقل لاعبًا واحدًا من الصف الحادي عشر. ما عدد الخيارات الممكنة؟

في مثال (8)، ما عدد الخيارات الممكنة شرط أن يتضمن الفريق على الأقل لاعبين من الصف الثاني عشر؟

كتاب الطالب حاول أن تحل 9 صـ 160 :

يتكون فريق كرة القدم في المدرسة من 18 لاعبًا. يريد المدرب تشكيل فريق من 11 لاعبًا.

a أوجد عدد الفرق المختلفة الممكن تكوينها.

b أوجد عدد الفرق المختلفة الممكن تكوينها إذا أراد المدرب أن يتضمن الفريق اللاعب عبد العزيز.

c أوجد عدد الفرق المختلفة الممكن تكوينها إذا استثنى المدرب اللاعب عبد العزيز من تشكيلة الفريق بطريقتين مختلفتين.

كتاب الطالب مثال 10 صـ 160 :

أوجد قيمة n في كل مما يلي:

ⓐ $_nC_3 = {_nC_4}$

ⓑ $\dfrac{_nC_7}{_{(n-1)}C_6} = \dfrac{8}{7}$

كتاب الطالب حاول أن تحل 10 صـ 160 :

ⓐ $_nC_2 = 105$

ⓑ $_nC_4 = {_nC_5}$

مثلث باسكال

$(x+y)^0$	row 1						1					
$(x+y)^1$	row 2					1		1				
$(x+y)^2$	row 3				1		2		1			
$(x+y)^3$	row 4			1		3		3		1		
$(x+y)^4$	row 5		1		4		6		4		1	
$(x+y)^5$	row 6	1		5		10		10		5		1

نظرية ذات الحدين

لأي عدد صحيح موجب n،

$$(x+y)^n = {}_nC_0x^n + {}_nC_1x^{n-1}y + {}_nC_2x^{n-2}y^2 + \ldots\ldots + {}_nC_rx^{n-r}y^r + \ldots\ldots + {}_nC_{n-1}xy^{n-1} + {}_nC_ny^n$$

Properties of the Binomial Theorem خواص نظرية ذات الحدين

1. مفكوك $(x+y)^n$ يتضمن $n+1$ حدًّا يرمز لها بـ: $T_1, T_2, \ldots, T_{r+1}, \ldots, T_n, T_{n+1}$
2. الحد الأول في المفكوك هو x^n، ثم ينقص أس x في الحدود التالية بمقدار الواحد على التوالي.
3. يبدأ ظهور العدد y في الحد الثاني، ثم يزيد أس العدد y بمقدار الواحد على التوالي حتى نصل إلى الحد الأخير في المفكوك ويكون y^n.
4. مجموع أسي x و y في أي حد من حدود المفكوك ثابت ويساوي الأس n.
5. معامل الحد T_1 يساوي معامل الحد T_{n+1}، ومعامل الحد T_2 يساوي معامل الحد T_n، وهكذا ...
6. الحد العام الذي رتبته $r+1$ يرمز له بالرمز: T_{r+1}

التاريـــخ : / / 2018 اليوم :

العنـــوان : تابع نظرية ذات الحدين بند 2 - 11

كتاب الطالب حاول أن تحل 1 صـ 164 :

استخدم نظرية ذات الحدين لفك كل من:

ⓐ $(x+y)^5$

ⓑ $(a-b)^4$

ⓒ $(2x-y^2)^5$

كتاب الطالب مثال 2 صـ 164 :

في مفكوك: $(2x-3y^2)^{10}$ أوجد الحدّ السابع.

كتاب الطالب حاول أن تحل 2 صـ 165 :

في مفكوك: $(3x^2-y)^{15}$ أوجد معامل T_{12}

كتاب الطالب حاول أن تحل 3 صـ 166 :

أوجد الحد الذي يحتوي على x^2y^3 في مفكوك $(3x-y)^5$

التجربة العشوائية

هي تجربة لها عدة نواتج مختلفة ممكنة و لكن لا يمكن التأكد مسبقا من أن أي ناتج منها سوف يتحقق عند إجراء التجربة

أنواع الأحداث

حدث بسيط Simple Event

مجموعة جزئية من فضاء العينة (S) تحوي ناتجًا واحدًا من نواتج التجربة العشوائية (مجموعة تحوي عنصرًا واحدًا) فإذا كان A حدثًا بسيطًا فإن $n(A)=1$

حدث مركب Compound Event

مجموعة جزئية تحوي أكثر من ناتج واحد من نواتج التجربة العشوائية.

فإذا كان B حدثًا مركبًا فإن $n(B)>1$

حدث مستحيل Impossible Event

مجموعة جزئية خالية $\varnothing$ من فضاء العينة (S)، فإذا كان D حدثًا مستحيلًا فإن $n(D)=0$

حدث مؤكد Certain Event

مجموعة جزئية تساوي فضاء العينة (S)، فإذا كان F حدثًا مؤكدًا فإن $n(F)=n(S)$

حدثان متنافيان Mutually Exclusive Events

يقال للحدثين A, B أنهما متنافيان إذا كان وقوع أحدهما ينفي (يمنع) وقوع الآخر أثناء التجربة.

أي أن: $A\cap B=\phi$ ويكون $n(A\cap B)=n(\phi)=0$

حدث متمم Complement Event

الحدث المتمم للحدث A هو الحدث الذي يحوي جميع عناصر فضاء العينة (S) التي لا تنتمي إلى الحدث A

نرمز إلى الحدث المتمم بالرمز $\overline{A}$

A، $\overline{A}$ هما حدثان متنافيان. ويكون: $A\cap\overline{A}=\phi$ ، $A\cup\overline{A}=S$

حدثان مستقلان dependant Events

يقال للحدثين A, B أنهما مستقلان إذا كان وقوع أحدهما لا يؤثر على وقوع الآخر أثناء التجربة العشوائية.

اليوم :   التاريـــخ :   /   / 2018

العنـــوان : تابع الإحتمال   بند 3 - 11

كتاب الطالب مثال 1 صـ 169 : في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي.

1. اكتب وحدد نوع كلٍ من الأحداث التالية:
   - a) A: ظهور عدد أكبر من 5
   - b) B: ظهور عدد فردي
   - c) C: ظهور عدد زوجي
   - d) D: ظهور عدد أصغر من 7
2.
   - a) أثبت أن B, C حدثان متتامان.
   - b) بيّن فيما إذا كان الحدثان C, D متنافيان أم لا.

....

....

....

....

....

....

....

كتاب الطالب حاول أن تحل 1 صـ 170 : في أحد المخيمات الصيفية يشارك الطالب في مجموعة من الأنشطة وهي: كرة القدم، كرة السلة، كرة المضرب، الكرة الطائرة، السباحة وركوب الدراجات.

a) اكتب وحدد نوع كل من الأحداث التالية:

(1) A: المشاركة في كرة المضرب فقط.

(2) B: المشاركة في الأنشطة التي تستخدم فيها كرة كبيرة.

(3) C: المشاركة في الأنشطة التي لا تستخدم فيها كرة.

b) (1) بيّن فيما إذا كان الحدثان B, C متتامان أم لا.

(2) أعط مثالاً عن حدثين متنافيين.

....

....

....

....

....

....

....

الاحتمال Probability

إذا كانت جميع نواتج التجربة العشوائية لها فرصة الظهور نفسها فإن احتمال الحدث هو:

$$P(E) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } E}{\text{عدد نواتج فضاء العينة } S} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

خواص الاحتمال لحدث ما

E حدث في فضاء عينة S حيث S منته وغير خالٍ

a) $0 \le P(E) \le 1$

b) إذا كان E حدثًا مستحيلًا، فإن $P(E) = 0$

c) إذا كان E حدثًا مؤكدًا، فإن $P(E) = 1$

d) مجموع احتمالات كل الأحداث البسيطة في فضاء العينة $= 1$

كتاب الطالب حاول أن تحل 2 صـ 171 :

يبيّن الجدول المقابل وسيلة النقل التي يستخدمها طلاب الصف الحادي عشر بشعبتيه للمجيء إلى المدرسة.

اختير طالب عشوائيًا من بين طلاب شعبتي الصف الحادي عشر.

في المثال (2)

a) ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الذين يقلونهم أهلهم إلى المدرسة؟

b) ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الشعبة B؟

وسيلة النقل	الشعبة A	الشعبة B	المجموع
الحافلة المدرسية	16	15	31
مع الأهل	6	8	14
سيارة نقل عام	2	5	7
المجموع	24	28	52

كتاب الطالب مثال 3 صـ 171 :

حصل الطلاب: مصطفى، محمد، طه، أحمد، أمين على الدرجة النهائية العظمى في اختبار الرياضيات وأراد مدير المدرسة اختيار 3 منهم لتمثيل المدرسة في مسابقة ثقافية.

ما احتمال اختيار «محمد»؟

كتاب الطالب حاول أن تحل 3 صـ 172 :

في المثال (3)، اعتذر طه عن المشاركة. فما احتمال اختيار «محمد»؟

درست فيما سبق بعض القواعد التي تساعد في إيجاد احتمال بعض الأحداث A، B في فضاء العينة S:

A، B حدثان فإن		$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
A، B حدثان متنافيان	$\Longleftrightarrow$	$P(A \cap B) = 0$
A، B حدثان مستقلان	$\Longleftrightarrow$	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
$\overline{A}$ هو الحدث المتمم للحدث A	$\Longleftrightarrow$	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

كتاب الطالب حاول أن تحل 5 صـ 173 :

حوالى 53% من طلاب إحدى الجامعات عمرهم أصغر من 25 عامًا وحوالى 21% من طلاب هذه الجامعة عمرهم أكبر من 34 عامًا.

اختير طالب عشوائيًا من هذه الجامعة. أوجد احتمال كل حدث مما يلي:

a) عمر الطالب بين 25 عامًا و34 عامًا.

b) عمر الطالب 34 عامًا وأقل.

كتاب الطالب حاول أن تحل 6 صـ 174 :

رُمي حجر نرد منتظم. فما احتمال الحصول على عدد زوجي أو عدد أولي؟

إحتمال ذات الحدين

إقامة تجربة n مرّة وتسجيل نتائجها علمًا أن هناك فقط لكل تجربة نتيجتين H أو T

إذا كان $P(H) = m$، الحدث E وH تحقق فقط k مرّة، فبالتالي:

$$P(E) = {}_nC_k \cdot P(H)^k \cdot P(T)^{n-k}$$
$$= {}_nC_k \cdot m^k(1-m)^{n-k}$$
$$= \frac{n!}{k!(n-k)} \cdot m^k(1-m)^{n-k}$$

يستخدم احتمال ذات الحدين:

- في حالة تكرار حدث عدة مرات.
- إذا كان للحدث **ناتجان فقط:**

ربح – خسارة، نجاح – فشل، كتابة – صورة، ...

كتاب الطالب حاول أن تحل 7 صـ 175 :

خلال شهر التسوق يقدم أحد المحلات العرض التالي:

عند شراء كل صنف تحصل على بطاقة. تفوز 40% من البطاقات بجوائز
ويتم اختيار هذه البطاقات الرابحة بشكل عشوائي. مع راشد 3 بطاقات

ما احتمال أن يفوز راشد بجائزة واحدة فقط؟

كتاب الطالب حاول أن تحل 8 صـ 175 :

في إحدى الآلات الحاسبة 4 بطاريات. احتمال أن تخدم كل بطارية مدة عام كامل يساوي 90%

ما احتمال أن تخدم 3 بطاريات فقط مدة عام كامل؟