التاريخ / / ٢٠

وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية

ثانوية سلمان الفارسي للبنين

قسم الرياضيات

٢٠١٩ /٢٠٢٠

أوراق عمل الصف العاشر

الفصل الدراسي الثاني

الوحدة التاسعة

الهندسة التحليليّة

هذه الأوراق لاتغني عن الكتاب المدرس

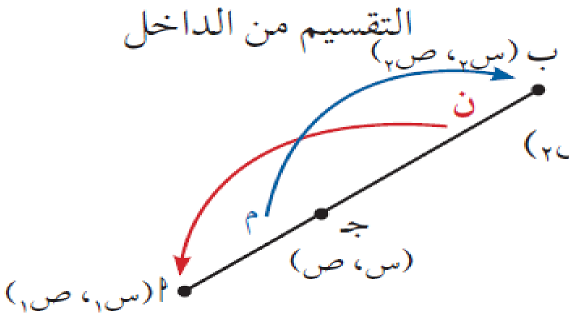
إعداد قسم الرياضيات

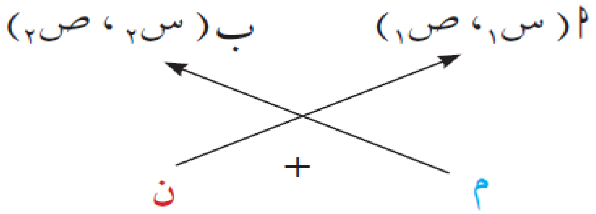
٩ـ٢

تقسيم قطعة مستقيمة

التاريخ   /   /   ٢٠

١ – التقسيم من الداخل





$$ج\left(\frac{م\,س_٢ + ن\,س_١}{م + ن}\ ،\ \frac{م\,ص_٢ + ن\,ص_١}{م + ن}\right)$$

مثال (١)

إذا كان أ (–٥، ٣)، ب (٧، –٤). فأوجد نقطة تقسيم $\overline{أب}$ من جهة أ بنسبة ١ : ٣ من الداخل.

التاريخ   /   /   ٢٠

مثال (٢)

إذا كان ﺃ (٢، ٤) ، ب (٥، ٩)،

ويراد تقسيم $\overline{\text{ﺃ ب}}$ من الداخل من جهة ب في نقطة جـ بنسبة ٣:٥ .

أوجد إحداثيات النقطة جـ.

حاول أن تحل

١ إذا كان ﺃ (٣، −٤) ، ب (−٢، ٣). فأوجد جـ بحيث ٢ ﺃ جـ = جـ ب ، جـ ∈ $\overline{\text{ﺃ ب}}$.

[إرشاد: ﺃ جـ : جـ ب = ١ : ٢]

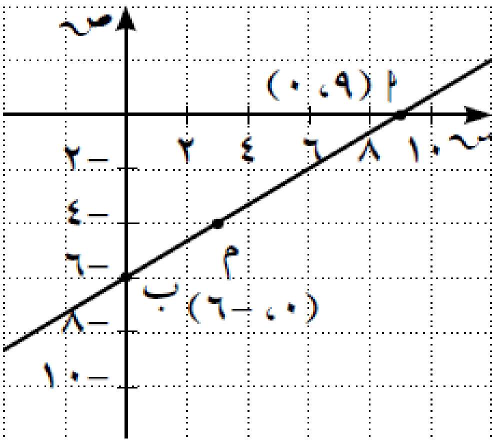
التاريخ / / ٢٠

حاول أن تحل

٢ لتكن أ (٢، −٣) ، ب (−٤، ٧). أوجد إحداثيات النقطة جـ على $\overline{\text{أب}}$ بحيث: ٧جـ ب = ٢جـ أ .

المستقيم الموضح بالشكل يقطع محوري الإحداثيات في النقطتين أ، ب

على الترتيب. أوجد إحداثيي م التي تقسم $\overline{\text{أب}}$ من الداخل من جهة أ بنسبة ٢ : ١



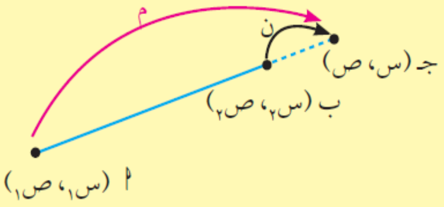
التاريخ   /   /   ٢٠

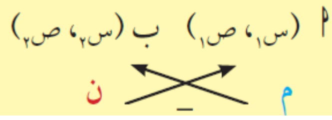
٢ – التقسيم من الخارج

وبصفة عامة:

إذا كانت أ (س$_{١}$، ص$_{١}$) ، ب (س$_{٢}$، ص$_{٢}$) فإن النقطة جـ (س، ص) التي تقسم $\overline{\text{أب}}$ من الخارج بنسبة ن: م من جهة ب تكون إحداثياتها: س = $\frac{\text{م س}_{٢} - \text{ن س}_{١}}{\text{م} - \text{ن}}$

ص = $\frac{\text{م ص}_{٢} - \text{ن ص}_{١}}{\text{م} - \text{ن}}$





مثال (٤)

إذا كان أ (١، ٤) ، ب (–٢، ١)، ويراد تقسيم $\overline{\text{أب}}$ من الخارج جهة أ في نقطة جـ بنسبة ٢:٣.
أوجد إحداثيات النقطة جـ.

حاول أن تحل

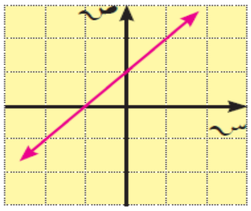
لتكن أ (–٢، ٢) ، ب (٣، ١). أوجد إحداثيات النقطة جـ التي تقسم $\overline{\text{أب}}$ من الخارج من جهة ب بنسبة ٣: ٨ .

التاريخ   /   /   ٢٠

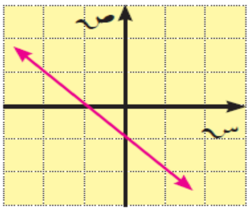
٩ـ٣ (أ) ميل الخط المستقيم

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغيير الرأسي}}{\text{التغيير الأفقي}} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} \text{ ، } س_٢ - س_١ \neq ٠$$

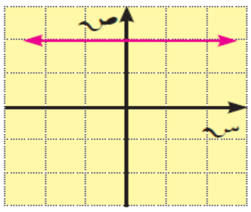
ميل المستقيم **موجب**



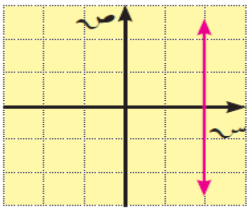
ميل المستقيم **سالب**



ميل المستقيم الأفقي يساوي **صفرًا**



المستقيم الرأسي ليس له **ميل**



مثال (٢)

أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين أ(−٢، ١) ، ب(٥، ٧).

حاول أن تحل

٢ أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بكل زوج من النقاط.

أ جـ(٢، ٥) ، د(٤، ٧)

ب ق(−١، ٤) ، ك(٣، −٢)

التاريخ / / ٢٠

حاول أن تحل

٣ أثبت أن النقاط أ(٢، −١) ، ب(−١، ٥) ، جـ(٣، −٣) على استقامة واحدة.

مثال (٣)

نأخذ في المستوى الإحداثي النقاط: أ(١، −١) ، ب(٢، ٢) ، جـ(−١، −٧). أثبت أن النقاط أ، ب، جـ على استقامة واحدة.

تذكر أن العلاقة بين ظل الزاوية θ التي يصنعها مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وميل هذا المستقيم م

هي: م = ظا θ.

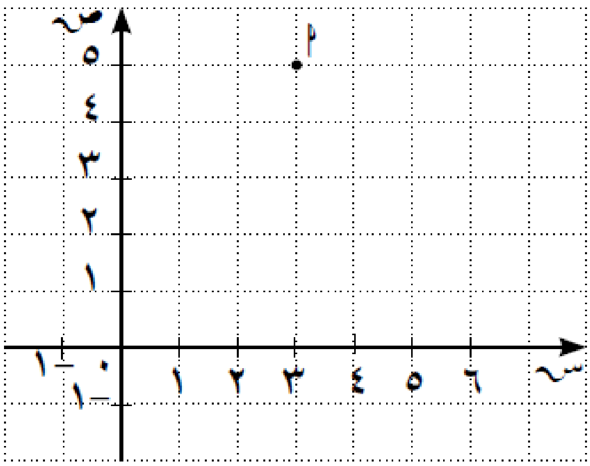
مثال : أوجد ميل المستقيم الذي يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

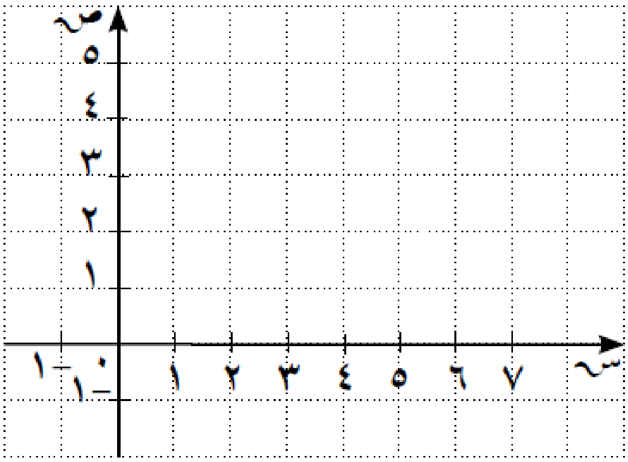
مثال : أثبت أن المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° يوازي المستقيم: س = ص + ٧.

مثال : ارسم المستقيم المار بالنقطة المعطاة وميله المعطى كالتالي:

أ(٣، ٥)، الميل = ٢

ب(٥، ٢)، الميل = $\frac{-١}{٢}$





في التمارين (٢١–٢٤)، ظلل أ إذا كانت العبارة صحيحة و ب إذا كانت العبارة خطأ.

(٢١) من الممكن أن يكون لمستقيمين مختلفين الميل نفسه. أ ب

(٢٢) إن ميل المستقيم الذي يمر بالربع الثالث ونقطة الأصل هو دائمًا سالب. أ ب

(٢٣) لا يمر المستقيم الذي ميله يساوي صفرًا بنقطة الأصل. أ ب

(٢٤) نقطتين لديهما الإحداثي السيني نفسه، فإنهما ينتميان إلى المستقيم الرأسي نفسه. أ ب

التاريخ   /   /   ٢٠

٩ـ٣ (ب) معادلة الخط المستقيم

- الميل (م).
- نقطة من نقاط المستقيم ولتكن (س$_{١}$، ص$_{١}$).

تكون معادلة المستقيم: ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$).

معادلة المستقيم الرأسي هي س = أ (وهذا المستقيم ليس له ميل)

مثال (١)

اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{٣}{٢}$ و يمر بالنقطة (٤، −١).

---

١ اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{-٢}{٣}$ ويمر بالنقطة (−٦، ٥).

التاريخ / / ٢٠

مثال (٢)

اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين أ(١، ٣) ، ب(–٢، ٠).

---

٢ أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين جـ(٣، –١) ، د(٢، –٢).

التاريخ / / ٢٠

مثال (٣)

إذا كان المستقيم ل: ص = ٢س + ١، فأوجد:

أ معادلة المستقيم هـ الموازي للمستقيم ل والذي يمر بالنقطة (٢، −٣).

---

٣ إذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠، فأوجد:

أ معادلة المستقيم م الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (−٣، ٢).

مثال (٣)

إذا كان المستقيم ل: ص = ٢س + ١ ، فأوجد:

معادلة المستقيم ف العمودي على المستقيم ل والذي يمر بالنقطة (٤، -٣).

ب معادلة المستقيم ز العمودي على المستقيم ك والذي يمر بالنقطة (١، ٤).

مثال :

أوجد الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم المار بالنقطة أ(٥، ٧) والموازي للمستقيم المار بالنقطتين (٣، ٤)، (٢، ١).

مثال : أوجد معادلة الخط المستقيم

يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات جزءًا طوله ٣ وحدات، ومن الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا طوله ٥ وحدات.

التاريخ   /   /   ٢٠

٩ ــ ٤ البعد بين نقطة ومستقيم

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة ل: أ س + ب ص + جـ = ٠، فإن البعد ف بين النقطة د (س١، ص١) والمستقيم ل تعطى بالصيغة: $ف = \frac{|أ س_١ + ب ص_١ + جـ|}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}}$.

إذا كانت النقطة د تنتمي إلى المستقيم ل فالبعد بينهما يساوي صفرًا.

مثال (١)

أثبت أن النقطة هـ(٢، ١) لا تنتمي إلى المستقيم ل الذي معادلته: ص = ٣ س − ٤، ثمّ أوجد البعد بين المستقيم ل والنقطة هـ.

حاول أن تحل

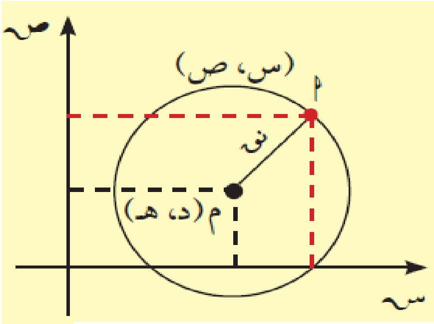
١ أوجد البعد بين المستقيم ل: ص = −س + ٣ والنقطة د(٢، ٥).

مثال (٢)

أوجد البعد من النقطة د(−٤، −٣) إلى المستقيم ل: ٢ص = ٣ س − ٧.

التاريخ   /   / ٢٠

٩ ـ ٥ معادلة الدائرة



(س − د)^{٢} + (ص − هـ)^{٢} = نق^{٢}

تسمّى هذه الصورة القياسية لمعادلة الدائرة بمعلومية المركز م(د، هـ) وطول نصف القطر نق.

مثال (١)

أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣، −٢) وطول نصف قطرها ٧ وحدات.

مثال (٣)

أوجد معادلة الدائرة التى مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٤ وحدات.

٥ أوجد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها:

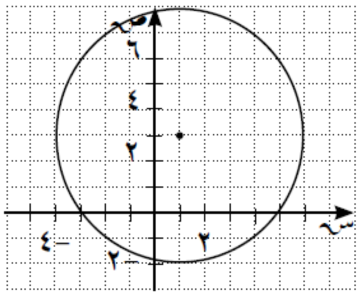
أ س^{٢} + ص^{٢} = ٤٩ .

ب (س − ٤)^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ٣٦.

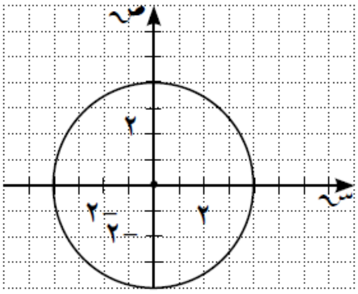
التاريخ   /   /   ٢٠

(٣) اكتب معادلة كل دائرة في كل من الأشكال التالية:

(أ)



(ب)



حاول أن تحل

٤ أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٣، ٤) وتمس محور الصادات.

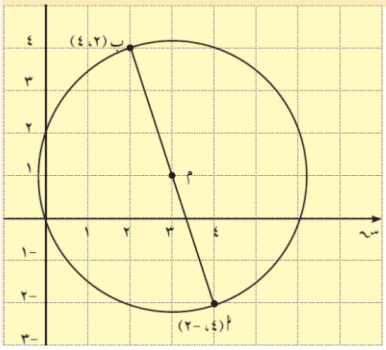
محور السينات هو مماس للدائرة عند النقطة (-٣، ٠)، ومركز الدائرة هو (-٣، ٤). أوجد معادلة هذه الدائرة.

(٤) اكتب معادلة كل دائرة حيث:

(أ) المركز (٠، ٤) وتمرّ بالنقطة (٣، ٤).

مثال (٢)

أوجد معادلة دائرة قطرها أب حيث أ(٤، −٢)، ب(٢، ٤).



التاريخ / / ٢٠

٢ أوجد معادلة دائرة قطرها $\overline{أب}$ حيث أ(−٣، ٦)، ب(١، −٢).

(٨) طول قطر الدائرة التي معادلتها (س − ١)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٤ هو:

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ١٦

التاريخ   /   /   ٢٠

الصورة العامة لمعادلة الدائرة

س^{٢} + ص^{٢} + ل س + ك ص + ب = ٠ ، حيث ل، ك، ب ثوابت

وتسمى الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي مركزها $\left(\frac{-ل}{٢}، \frac{-ك}{٢}\right)$

طول نصف قطرها نق = $\frac{١}{٢}\sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - ٤ب}$. حيث ل^{٢} + ك^{٢} − ٤ب > ٠

الصورة العامة: س^{٢} + ص^{٢} + ل س + ك ص + ب = ٠ هي معادلة دائرة ونلاحظ التالي:

١ إنها معادلة من الدرجة الثانية في س، ص.

٢ معامل س^{٢} = معامل ص^{٢}.

٣ لا يوجد الحد الذي يتضمن س ص.

ملاحظة

عندما يكون لدينا معادلة على الصورة العامة التالية: س^{٢} + ص^{٢} + ل س + ك ص + ب = ٠
يمكننا معرفة ما تمثله هذه المعادلة بيانيًا بمجرد مقارنة
ل^{٢} + ك^{٢} − ٤ب مع الصفر.

١ عندما ل^{٢} + ك^{٢} − ٤ب < ٠ فإن المعادلة لا تمثل معادلة دائرة.

٢ عندما ل^{٢} + ك^{٢} − ٤ب = ٠ فإن المعادلة تمثل نقطة.

٣ عندما ل^{٢} + ك^{٢} − ٤ب > ٠ فإن المعادلة تمثل دائرة.

مثال (٦)

عيّن مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة: ٣س^{٢} + ٣ص^{٢} − ٦س + ٩ص − ١٢ = ٠

حاول أن تحل

٦ عيّن مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة: $٢س^{٢} + ٢ص^{٢} - ١٢س - ٤ص - ٣٠ = ٠$

حاول أن تحل

٧ هل كل معادلة مما يلي تمثل معادلة دائرة؟ فسّر.

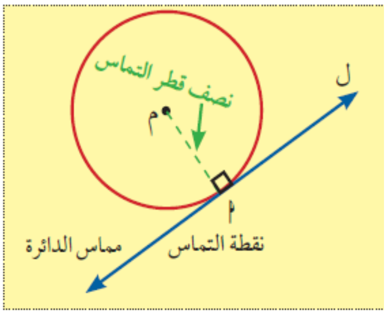
أ $س^{٢} + ص^{٢} - ٤س + ٧ص + ١٧ = ٠$

ب $س^{٢} + ص^{٢} + ٥س - ٦ص - ٤ = ٠$

جـ $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س - ٢ص + ٢ = ٠$

التاريخ   /   /   ٢٠

معادلة مماس لدائرة



مثال (٨)

أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها:

(س − ١)^{٢} + (ص − ٢)^{٢} = ٥ عند نقطة التماس أ(٣، ١).

حاول أن تحل

٨ أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها (س − ٢)^{٢} + (ص − ١)^{٢} = ٢٥ عند النقطة أ(٦، ٤).

التاريخ   /   /   ٢٠

حاول أن تحل

٩ أثبت أن النقطة أ (١ ، ١) تنتمي إلى الدائرة التي مركزها و ، معادلتها: $س^٢ + ص^٢ + ٦س + ٨ص - ١٦ = ٠$، ثم أوجد معادلة المماس لهذه الدائرة عند هذه النقطة.