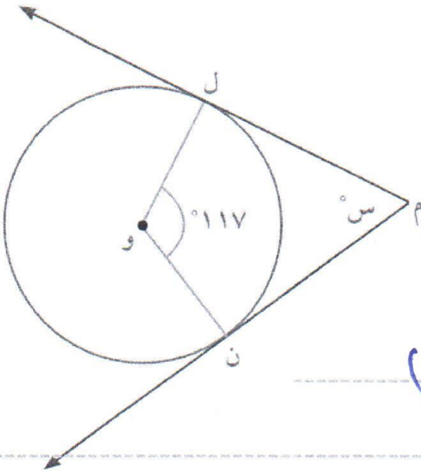
س ١) في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{\text{م ل}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ مماسان للدائرة التي مركزها و .

أوجد قياس الزاوية ل م̂ ن .



الحل :

ق(م ل̂ و) = ق(م ن̂ و) = ٩٠°

«المماس عمودي على نصف قطر التماس»

ق(م̂) = س = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ١١٧)

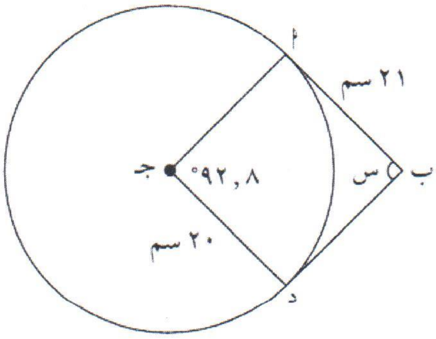
= ٦٣°

س٢) : $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ مماسان للدائرة

(أ) أوجد قيمة س

(ب) أوجد محيط الشكل الرباعي ب أ جـ د .

(جـ) أوجد ب جـ



الحل :

ق(أ̂) = ق(د̂) = ٩٠° «نظرية»

س = ٣٦٠ − (٩٠ + ٩٠ + ٩٢,٨) = ٨٧,٢°

أ جـ = جـ د = ٢٠ سم أنصاف أقطار في الدائرة

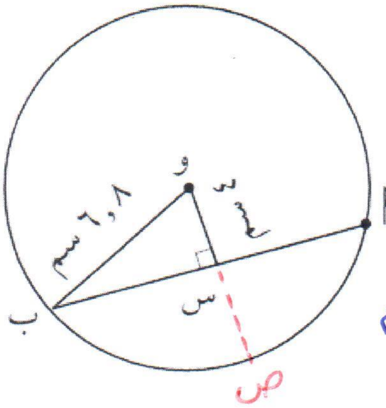
ب د = ب أ = ٢١ سم «القطعتان المماسيتان متطابقتان»

∴ محيط الشكل ب أ جـ د = ٢٠ + ٢٠ + ٢١ + ٢١ = ٨٢ سم

س٣) في الشكل المقابل أوجد :

١) طول الوتر ‾أ ب .

٢) المسافة من منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأصغر ⌒أ ب.



الحل :

١) ∵ ‾و س ⊥ ‾أ ب

∴ س منتصف ‾أ ب (نظرية)

حسب فيثاغورث

س ب $= \sqrt{(٦,٨)^2 - (٤)^2} = ٥,٥$ سم

∴ أ ب = ٢ × ب س = ٢ × ٥,٥ = ١١ سم

٢) المسافة المطلوبة هي طول ‾س ص

∵ ‾و ص نصف قطر ⟸ و ص = ٦,٨

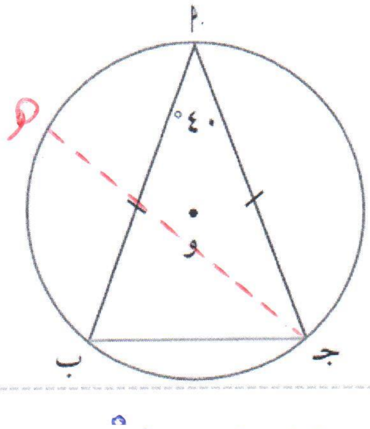
∴ س ص = ٦,٨ − ٤ = ٢,٨ سم

س٤) أ جـ ب مثلث متطابق الضلعين حيث أ ، ب ، جـ نقاط على الدائرة التي مركزها و ، ق(ب أ^ جـ)=٤٠°

١) أوجد قياس كل من الأقواس أ ب ، ب جـ ، أ جـ

٢) إذا كان ⟵جـ هـ منصف الزاوية الداخلية أ جـ^ ب ويقطع الدائرة في النقطة هـ .

ما قياس القوس الأصغر ⌒أ هـ



الحل : ق جـ^ = ق ب^ = $\frac{١٨٠ - ٤٠}{٢}$ = ٧٠°

«خواص مثلث متطابق الضلعين»

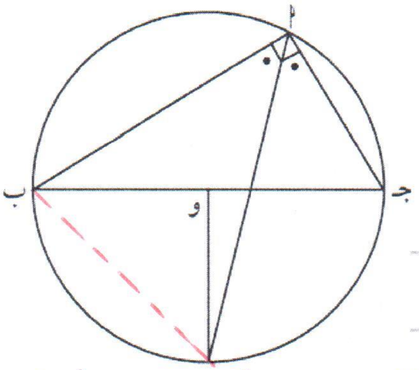
ق ⌒أ ب = ٢× ق جـ^ = ٢× ٧٠ = ١٤٠°

ق ⌒أ جـ = ٢× ق ب^ = ٢× ٧٠ = ١٤٠°

ق ⌒ب جـ = ٢× ق أ^ = ٢× ٤٠ = ٨٠°

ق(أ جـ^ هـ) = ½ × ٧٠ = ٣٥° معطى ⟸ ق ⌒أ هـ = ٢×٣٥ = ٧٠°

س٥) : في الشكل المقابل : دائرة مركزها و .



١) أثبت أن $\overline{\text{د و}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$.

٢) إذا كان ں(أ $\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$) = ٣٠ ، أوجد ق(أ $\hat{\text{د}}$ ب) .

الحل :

ق ب $\hat{\text{أ}}$ جـ = ٩٠° «محيطية على قطر الدائرة»

∵ $\overline{\text{أ د}}$ منصف ∴ ق ب $\hat{\text{أ}}$ د = $\frac{٩٠}{٢}$ = ٤٥°

ق د $\hat{\text{و}}$ ب = ٢ × ق د $\hat{\text{أ}}$ ب = ٢ × ٤٥ = ٩٠° «قياس الزاوية المركزية = ضعف قياس المحيطية المشتركة معها بالقوس»

∴ $\overline{\text{د و}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

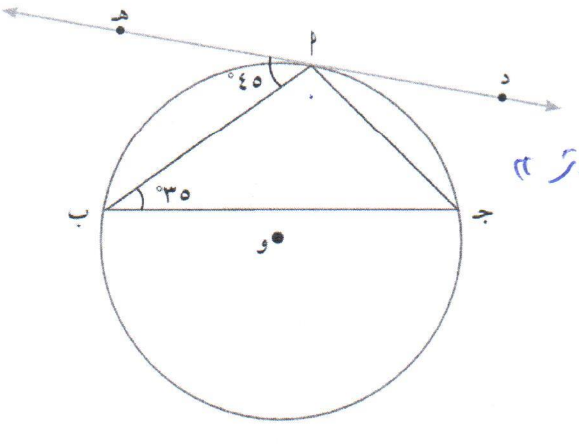
ق(د $\hat{\text{ب}}$ جـ) = ق(د $\hat{\text{أ}}$ جـ) = ٤٥° محيطيتان مشتركتان بالقوس د جـ

∴ ق أ $\hat{\text{ب}}$ د = ٤٥° + ٣٠° = ٧٥°

∴ ق(أ $\hat{\text{د}}$ ب) = ١٨٠ − (٤٥ + ٧٥) = ٦٠°

س٦) في الشكل المقابل : إذا كان د هـ مماساً للدائرة عند أ ، فأوجد ں(جـ $\overset{\frown}{\text{أ}}$ ب)

الحل :



ق(أ $\hat{\text{جـ}}$ ب) = ق(ب $\hat{\text{أ}}$ هـ) = ٤٥°

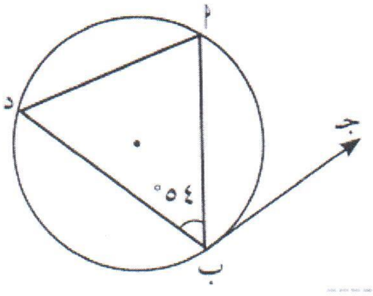
«قياس المماسية = قياس المحيطية المرسومة على الوتر»

في المثلث أ ب جـ :

ق جـ $\hat{\text{أ}}$ ب = ١٨٠ − (٣٥ + ٤٥)

= ١٠٠°

س٧) في الشكل المقابل إذا كان ق($\overset{\frown}{\text{ب د}}$) = ١٤٠ ، أوجد ق($\widehat{\text{أ ب جـ}}$)



الحل :

ق(ب $\hat{\text{أ}}$ د) = ½ ق($\overset{\frown}{\text{ب د}}$) = ½ × ١٤٠ = ٧٠°

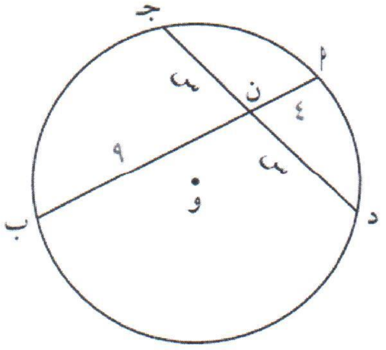
∴ ق ب $\hat{\text{د}}$ أ = ١٨٠ − (٥٤ + ٧٠)

= ٥٦°

ق أ $\hat{\text{ب}}$ هـ = ق ب $\hat{\text{د}}$ أ = ٥٦°

قياس الزاوية المماسية = قياس الزاوية المحيطية المرسومة على هذا الوتر ومن الجهة الأخرى

س٨) في الشكل المقابل أوجد قيمة س



الحل :

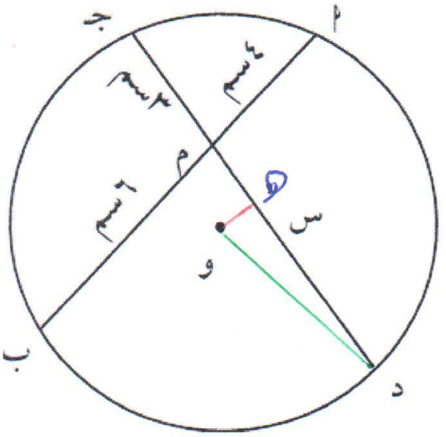
د ن × ن هـ = أ ن × ن ب

س × س = ٤ × ٩

س² = ٣٦

س = √٣٦ = ٦

س٩) في الدائرة المقابلة التي مركزها و :



م أ = ٤ سم ، م ب = ٦ سم ، م جـ = ٣ سم ، م د = س

١) أوجد قيمة س

٢) أوجد البعد بين المركز "و" و الوتر $\overline{\text{د جـ}}$

إذا علمت أن طول نصف قطر الدائرة يساوي ٦

الحل :

م جـ × م د = م أ × م ب

س × ٣ = ٤ × ٦

س = $\frac{٤ \times ٦}{٣}$ = ٨ سم

طول الوتر د جـ = ٨ + ٣ = ١١ سم

بفرض وهـ هو البعد بين المركز و والوتر د جـ

∴ وهـ ⊥ د جـ ∴ هـ منتصف د جـ

∴ د هـ = ١١ ÷ ٢ = ٥,٥ سم

∵ نق = و د = ٦ سم معطى

∴ حسب فيثاغورث (و هـ)^{٢} = (و د)^{٢} - (د هـ)^{٢}

= (٦)^{٢} - (٥,٥)^{٢}

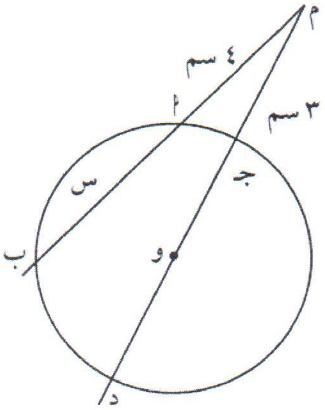
= ٥,٧٥

∴ و هـ = $\sqrt{٥,٧٥}$

= ٢,٤ سم

س١٠) في الشكل المقابل ، دائرة مركزها و . طول نصف قطرها يساوي ٤ سم

أوجد قيمة س .



الحل :

م أ × م ب = م جـ × م د

٤ × (س + ٤) = ٣ × (٣ + ٤ + ٤)

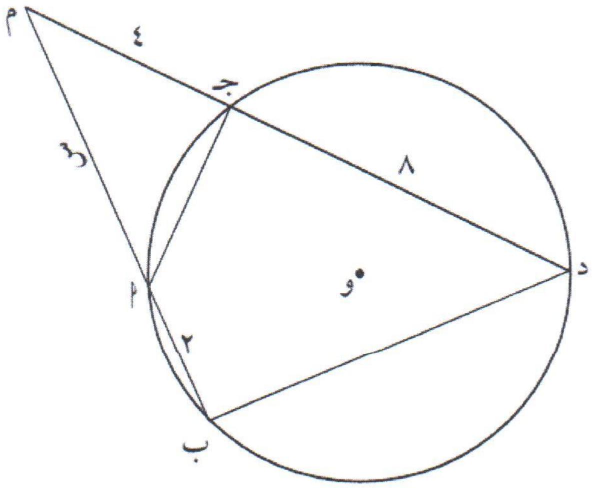
٤ س + ١٦ = ٣ × ١١

٤ س = ٣٣ - ١٦

٤ س = ١٧

س = $\frac{١٧}{٤}$ = ٤,٢٥ سم

س١١) : في الشكل المقابل : أوجد قيمة س



الحل :

م أ × م ب = م جـ × م د

س × (س + ٢) = ٤ × (٤ + ٨)

$س^{٢}$ + ٢س = ٤٨

$س^{٢}$ + ٢س - ٤٨ = ٠

(س - ٦) (س + ٨) = ٠

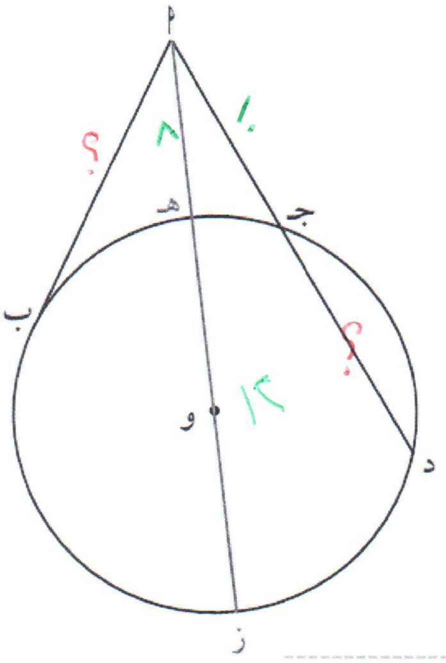
س - ٦ = ٠ أو س + ٨ = ٠

س = ٦ س = -٨ مرفوض لأنه سالب

س١٢) في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة

أ جـ = ١٠ ، أ هـ = ٨ ، هـ ز = ١٢

أوجد : جـ د ، أ ب .



الحل :

(أ ب)^{٢} = أ هـ × أ ز

(أ ب)^{٢} = ٨ × (٨ + ١٢)

(أ ب)^{٢} = ١٦٠

أ ب = $\sqrt{١٦٠}$ = ١٢,٦

أ هـ × أ ز = أ جـ × أ د

٨ × (٨ + ١٢) = ١٠ × (١٠ + جـ د)

١٦٠ = ١٠٠ + ١٠ (جـ د)

١٠ (جـ د) = ١٦٠ − ١٠٠

١٠ جـ د = ٦٠

جـ د = $\frac{٦٠}{١٠}$ = ٦