

الجدور والتعبيرات الجذرية  
Roots and Radical Expressions

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1)  $\sqrt[3]{-64x^3} + 4x = 0$

a

b

السبب :

$$\sqrt[3]{(-4x^3)^3} + 4x = -4x + 4x = 0$$

(2)  $\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$

a

b

السبب :

$$\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} = 4 \in \mathbb{Z}$$

(3)  $(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = 1$

a

b

السبب :

$$\begin{aligned} (3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} &= \left( (3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2}) \right)^{27} \\ &= (9-4 \times 2)^{27} = (9-8)^{27} = 1 \end{aligned}$$

(4)  $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5}$

a

b

$$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = 2.702 \neq \sqrt[3]{5}$$

السبب :

(5)  $|m| \times \sqrt{m^2} = m^2, \forall m \in \mathbb{R}$

a

b

السبب :

$$|m| \times \sqrt{x^2} = |m| \times |x| = m^2$$

في التمارين (12-6)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو:

- (a)  $\sqrt[3]{216}$       (b)  $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$       (c)  $\sqrt[3]{9}$       (d)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

السبب : حسب التعريف

(7) لوضع التعبير الجذري  $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$  في أبسط صورة نضرب كلاً من البسط والمقام في:

- (a)  $\sqrt{2}$       (b)  $\sqrt[3]{2}$       (c) 2      (d) 4

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{10}}{2}$$

السبب:

(8)  $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$  يساوي:

- (a)  $2-\sqrt{3}$       (b)  $2+\sqrt{3}$       (c)  $3-\sqrt{2}$       (d)  $3+\sqrt{2}$

السبب : باستخدام الآلة الحاسبة

$$\sqrt{7+4\sqrt{2}} = 3.732$$

$$\sqrt{7+4\sqrt{2}} = 3.732$$

$$2-\sqrt{2} \approx 0.586$$

$$2+\sqrt{3} = 3.732$$

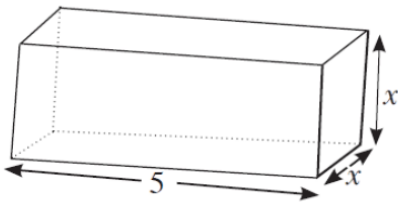
$$3-\sqrt{3} = 1.586$$

$$3+\sqrt{3} = 4.414$$

(10) إذا كان  $x \in \mathbb{R}^-$  فإن  $\frac{1}{x} \cdot |x|$  يساوي:

- (a) -1      (b) -x      (c) 1      (d) x

(11) إذا كان حجم شبه المكعب المقابل يساوي  $40 \text{ cm}^3$ ، فإن  $x$  تساوي:



- (a) 2 cm      (b)  $2\sqrt{2}$  cm      (c)  $-2\sqrt{2}$  cm      (d) 4 cm

$$V = 5x \cdot x \quad , \quad 40 = 5x^2 \Rightarrow x^2 = 40 \div 5 = 8 \Rightarrow x = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1)  $16^{-\frac{3}{4}} = 32^{-\frac{3}{5}}$

(a)

(b)

$16^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{8}$  ,  $32^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{8}$

استخدام الآلة حاسبة

السبب :

(2)  $x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{2}{3}}$

(a)

(b)

$x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}} = x^{-\frac{1}{4}}$

السبب :

(3)  $x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$

(a)

(b)

$x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$

السبب :

(4)  $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x$  ,  $x > 0$

(a)

(b)

$\sqrt[4]{\sqrt{x}} = \sqrt[8]{x} = x^{\frac{1}{8}}$

السبب :

(5)  $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = 4$

(a)

(b)

$\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = \sqrt{32 \times 16^{-1}} = \sqrt{2}$

استخدام الآلة الحاسبة

السبب :

في البنود (6-12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان  $n > 0$  ، فإن التعبير الذي لا يكافئ  $\sqrt[4]{4n^2}$  هو:

(a)  $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$

(b)  $2n^{\frac{1}{2}}$

(c)  $(2n)^{\frac{1}{2}}$

(d)  $\sqrt{2n}$

$\sqrt[4]{4x^2} = \sqrt[4]{(2x)^2} = \sqrt{2x} = (2n)^{\frac{1}{2}}$

السبب :

(7) إذا كان:  $y > 0$  ، فإن التعبير  $\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$  يساوي:

- (a)  $14y$       (b)  $\frac{1}{7}y$       (c)  $2y$       (d)  $\frac{8}{7}y$

السبب :

$$\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{56 \times y^5}{7y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{8 \times y^5}{y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = (8y^3)^{\frac{1}{3}} = (2^3 y^3)^{\frac{1}{3}} = 2y$$

(8)  $(\sqrt[4]{x^{-2}y^4})^{-2} =$  :  $x \neq 0$  ,  $y \neq 0$

- (a)  $|x^{-1}|y^2$       (b)  $|x|y^{-2}$       (c)  $xy^2$       (d)  $x^{-2}y^2$

السبب :

$$(\sqrt[4]{x^{-2}y^4})^{-2} = ((x^{-2}y^4)^{\frac{1}{4}})^{-2} = (x^{-2}y^4)^{-\frac{1}{2}} = (x^{-2}y^4)^{-\frac{1}{2}}$$

(9)  $\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

- (a)  $5^{-\frac{1}{2}}$       (b)  $\frac{1}{5}$       (c)  $5^{\frac{1}{2}}$       (d)  $5^{\frac{2}{3}}$

السبب :

$$\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} = \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5 \times 5^2}}} = \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5^3}}} = \sqrt{\frac{1}{5}}$$

(10) إذا كان  $x + y = 2$  ,  $x^2 - xy + y^2 = 4$  ، فإن  $\sqrt[6]{x^3 + y^3}$  يساوي:

- (a)  $\sqrt{2}$       (b)  $\sqrt[3]{2}$       (c)  $\sqrt[3]{6}$       (d)  $2$

السبب :

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{x^3 + y^3} &= \sqrt[6]{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} = \sqrt[6]{2 \times 4} = \sqrt[6]{8} \\ &= \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

(11) في التعبير  $P.V^{\frac{7}{5}}$  حيث  $P$  يمثل الضغط،  $V$  يمثل حجم عينة من غاز فإن قيمته عندما  $P = \frac{32}{27}$  ,  $V = \frac{243}{32}$  يساوي:

- (a)  $\frac{4}{81}$       (b)  $4$       (c)  $\frac{81}{4}$       (d)  $\frac{243}{4}$

السبب :

$$p \cdot v^{\frac{7}{5}} = \frac{32}{27} \cdot \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{7}{5}} = \frac{2^5}{3^3} \cdot \left(\frac{3^5}{2^5}\right)^{\frac{7}{5}} = \frac{2^5}{3^3} \cdot \frac{3^7}{2^7} = \frac{3^4}{2^2} = \frac{81}{4}$$

(12) إن قيمة التعبير  $\frac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}}$  ،  $x > 0$  تساوي:

- (a)  $x$       (b)  $\frac{1}{x}$       (c)  $1$       (d)  $\sqrt{x}$

السبب :

$$\frac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}} = \frac{x^{\frac{6}{3}} \cdot x^{\frac{5}{4}}}{x^3 \cdot x^{\frac{2}{8}}} = x^{\frac{6}{3} + \frac{5}{4} - 3 - \frac{2}{8}} = x^0 = 1$$

## حل المعادلات Solving Equations

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل  $7^{3-x} = 1$  هي  $\{3\}$  السبب

(a)  (b)

$7^{3-3} = 7^0 = 1$  بالتعويض عن  $x = 3$

(2) مجموعة حل  $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$  هي  $\{0\}$  السبب

(a)  (b)

$\sqrt{0-1} \neq \sqrt{1-0}$  بالتعويض عن  $x = 0$

(3) إذا كان  $3\sqrt{9+x^2} = 3$  فإن  $x = 3\sqrt{2}$  السبب:

(a)  (b)

$\sqrt[3]{9+x^2} = 3$  بتكعيب الطرفين

$9 + x^2 = 27$

$x^2 = 27 - 9 = 18$

$x = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$

(4)  $x = -1$  حلاً للمعادلة  $2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$  السبب:

(a)  (b)

$2^{(-1)^2-4} = 2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$  بالتعويض عن  $x = -1$

(5) مجموعة حل  $25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$  هي  $\mathbb{R}^-$  السبب:

(a)  (b)

$25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$

$5^{2(|x|+\frac{1}{2})} = 5^{1-2x}$

$5^{(2|x|+1)} = 5^{1-2x}$

$2|x| + 1 = 1 - 2x$

$|x| = -x \Rightarrow x \in (-\infty, 0] \Rightarrow x = \mathbb{R}^- \cup \{0\}$

في التمارين (6-10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(6) مجموعة حل  $(\sqrt{x^{20}})^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$  هي:

(a)   $\{0\}$

(b)   $\mathbb{R}^+$

(c)   $\mathbb{R}^-$

(d)   $\mathbb{R}$

السبب :

$$(\sqrt{x^{20}})^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$$

$$\left((x^{20})^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$(x^{10})^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$x^2 = x^2$$

$$x \in \mathbb{R}$$

(7) مجموعة حل  $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$  هي:

(a) {2}

(b) {1,2}

(c) {1,2,3}

(d) {2,3}

السبب :

$$\sqrt[3]{2-2} = \sqrt{2-2}$$

$$x = 2$$

بالتعويض عن

$$\sqrt[3]{1-2} \neq \sqrt{1-2}$$

$$x = 1$$

$$\sqrt[3]{3-2} = \sqrt{3-2}$$

$$x = 3$$

(8) مجموعة حل  $\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$  هي:

(a)  $\{-1, \frac{1}{2}\}$

(b)  $\{\frac{1}{2}\}$

(c)  $\{-1, -\frac{1}{2}\}$

(d)  $\{1, \frac{1}{2}\}$

السبب :

$$\sqrt[3]{2(-1)^2+2} = \sqrt[3]{3-(-1)}$$

$$x = -1$$

بالتعويض عن

$$\sqrt[3]{2\left(\frac{1}{2}\right)^2+2} = \sqrt[3]{3-\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[3]{2\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt[3]{2(1)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-(1)}$$

$$x = 1$$

(9) مجموعة حل  $x^2 = |x|$  هي:

(a)  $\{-1, 0, 1\}$

(b)  $\{0, 1\}$

(c)  $\{0\}$

(d)  $\{1\}$

السبب :

$$(-1)^2 = |-1|$$

$$x = -1$$

بالتعويض عن

$$(0)^2 = |0|$$

$$x = 0$$

$$(1)^2 = |1|$$

$$x = 1$$

(10) إذا كان  $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$  فإن  $x$  تساوي:

(a) -2

(b) 2

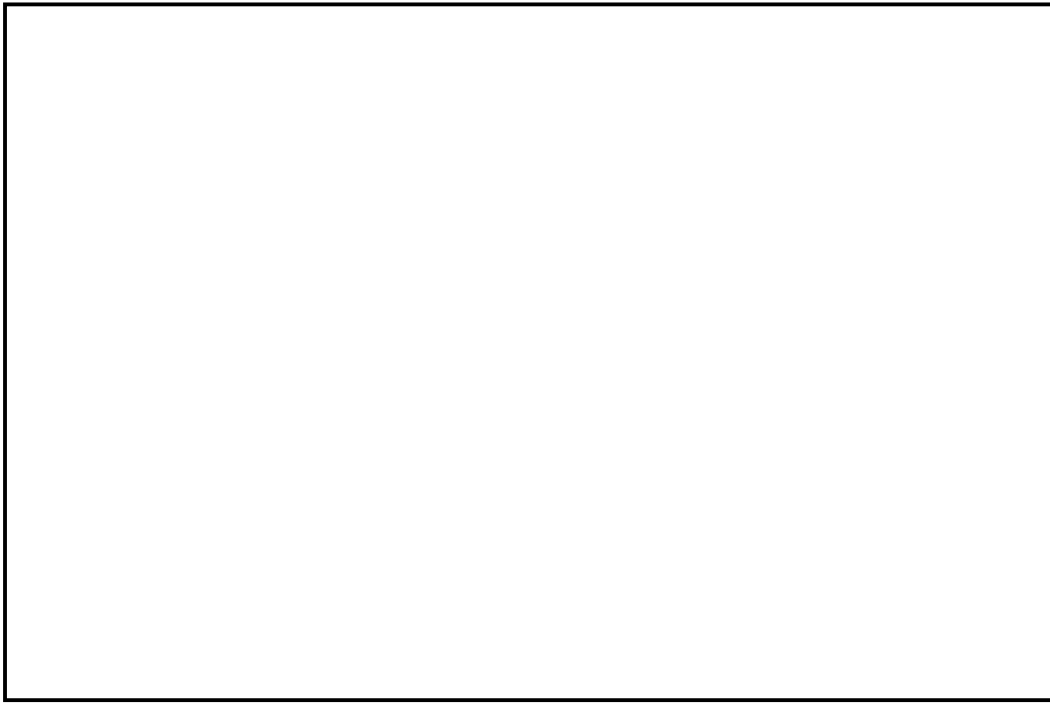
(c) -4

(d) 4

السبب :

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow \left(\frac{1}{3^2}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow (3^{-2})^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow (3)^{-2x-2} = 3^{2-x}$$

$$-2x - 2 = 2 - x \Rightarrow -2x + x = 2 + 2 \Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = -4$$



## مجال الدالة

### Domain of the Function

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجال الدالة  $f(x) = \sqrt{(x-2)^2}$  هو  $\mathbb{R}$

(a)  (b)   
 $f(x) = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

السبب :

مجال دالة المطلق  $\mathbb{R}$

(2) مجال الدالة  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-6}}$  هو  $[3, \infty)$

(a)  (b)

السبب : لأن الـ 3 وبالتالي لا يصح أن يحتوي المجال على العدد 3

(3) مجال الدالة  $f(x) = \sqrt{-x}$  هو  $(-\infty, 0]$

(a)  (b)

السبب : مجال الدالة  $f$  هو مجموعة قيم  $x$  الحقيقية والتي تجعل المجذور  $(-x)$  عدداً موجباً

أي أن مجال الدالة  $f = (-\infty, 0] \Rightarrow -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$

(4) مجال الدالة  $f(x) = \frac{1}{x^2}\sqrt{x+3}$  هو  $[-3, \infty)$

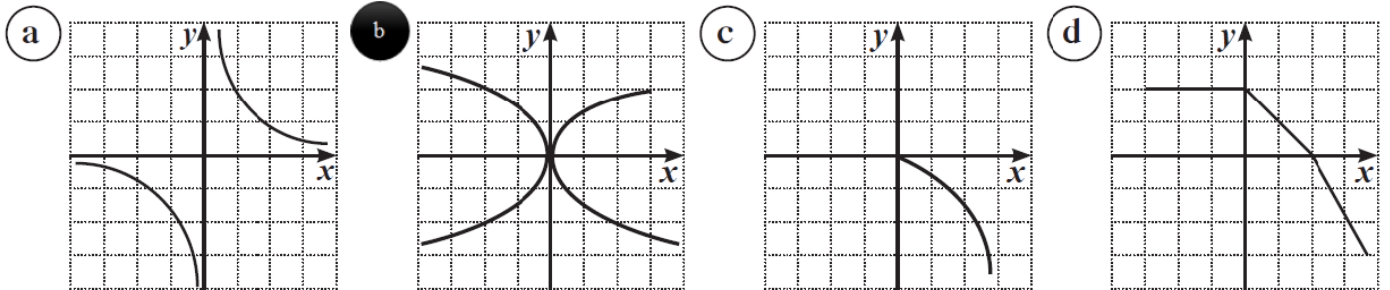
(a)  (b)

السبب : بفرض أن  $f(x) = n(x) = m(x)$  حيث  $m(x) = -2$  ،  $n(x) = |x|$

مجال الدالة  $n = \mathbb{R}$  (دالة مطلق) ومجال  $m = \mathbb{R}$  (دالة ثابتة)

في التمارين (6-11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) أيّاً مما يلي لا يمثل بيان دالة:



السبب : هذا البيان لا يمثل دالة

لأن يمكن رسم على الأقل مستقيم رأسي واحد يقطع بيان هذا الدالة بأكثر من نقطة

(7) مجال الدالة  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x + 1}$  هو:

- (a)  $\mathbb{R}$       (b)  $\mathbb{R} / \{1\}$       (c)  $\mathbb{R} / \{-1, 1\}$       (d)  $\mathbb{R} / \{-1\}$

السبب :

مجال دالة البسط =  $\mathbb{R}$  ، مجال دالة المقام =  $\mathbb{R}$

أصفار المقام  $x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$

مجال دالة  $f = \mathbb{R} - \{-1\}$

(8) مجال الدالة  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$  هو:

- (a)  $\mathbb{R} / \{0\}$       (b)  $[0, \infty)$       (c)  $(-\infty, 0)$       (d)  $(0, \infty)$

السبب :

مجال دالة البسط =  $\mathbb{R}$  (دالة مطلق) ، مجال دالة المقام =  $\mathbb{R}$  (دالة حدودية)

أصفار المقام  $x = 0 \Rightarrow$

مجال دالة  $f = \mathbb{R} - \{0\}$

(9) مجال الدالة  $f(x) = \frac{x-1}{x-\sqrt{x}}$  هو:

- (a)  $\mathbb{R} / \{1\}$       (b)  $\mathbb{R} / \{0, 1\}$       (c)  $\mathbb{R} - \{0\}$       (d)  $(0, \infty) / \{1\}$

السبب :

حيث  $f(x) = \frac{A(x)}{B(x)-C(x)}$  ،  $A(x) = x - 1$  ،  $B(x) = x$  ،  $C(x) = \sqrt{x}$

مجال الدالة  $A = \mathbb{R}$  ، مجال الدالة  $B = \mathbb{R}$  ، مجال الدالة  $C = [0, \infty)$

أصفار المقام : بتربيع الطرفين  $x - \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{x}$

$x^2 = x \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ or } x = 1$

مجال دالة  $f = (\mathbb{R} \cup \mathbb{R} \cup [0, \infty) - \{0, 1\}) = (0, \infty) - \{1\}$

(10) مجال الدالة  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$  هو:

- (a)  $(0, \infty)$       (b)  $[1, \infty)$       (c)  $(-1, \infty)$       (d)  $[-1, \infty) / \{0\}$

السبب : حيث  $f(x) = \frac{A(x)}{B(x)-C(x)}$  ،  $A(x) = x$  ،  $B(x) = \sqrt{x+1}$  ،  $C(x) = -1$

مجال الدالة  $A = \mathbb{R}$  ، مجال الدالة  $B = [-1, \infty)$  ، مجال الدالة  $C = \mathbb{R}$

أصفار المقام : بتربيع الطرفين  $\sqrt{x+1} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 1$

$x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0$

مجال دالة  $f = [-1, \infty) - \{0\} = \mathbb{R} \cup \mathbb{R} \cup [-1, \infty) - \{0\}$

(11) لتكن  $f(x) = x\sqrt{x}$  ,  $g: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  ,  $g(x) = x^2$  فإن مجال الدالة  $f \cdot g$  هو:

(a)  $[-2, 2]$

(b)  $[0, 2]$

(c)  $(0, 2)$

(d) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

السبب :

$$f(x) = A(x).B(x) \text{ حيث } A(x) = x \text{ , } B(x) = \sqrt{x}$$

$$\mathbb{R} = A \text{ مجال الدالة } , B \text{ مجال الدالة } [0, \infty)$$

$$\text{مجال دالة } f = [0, \infty)$$

$$\text{مجال دالة } f.g = [0, 2] = [0, \infty) \cup [-2, 2]$$

## الدوال التربيعية ونمذجتها

### Quadratic Functions and their Modelling

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)

(b)

(1) الدالة  $f(x) = kx^2 + x - 3$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  يمكن أن تكون دالة خطية.

السبب :

لأنه عندما تكون  $K=0$  تكون الدالة  $f$  دالة خطية

(a)

(b)

(2) الدالة  $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$  هي دالة خطية.

السبب :

فأن جميع النقاط ليست على خط مستقيم واحد .  
 $\frac{|x|}{x} = \begin{cases} \frac{x}{x} : x > 0 \\ -\frac{x}{x} : x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 1 : x > 0 \\ -1 : x < 0 \end{cases}$

(a)

(b)

(3) النقطة  $A(1, 6)$  تنتمي إلى منحنى الدالة:  $f(x) = (3x)(2x) + 6$

السبب :

$$f(x) = 6x^2 + 6 \quad , \quad f(1) = 6(1)^2 + 6 = 12 \quad , \quad 12 \neq 6$$

النقطة  $(1,6)$  لا تنتمي للدالة  $f$

(a)

(b)

(4) الدالة  $y = x(1-x) - (1-x^2)$  هي دالة خطية.

السبب :

$$y = x(1-x) - (1-x^2) = x - x^2 - 1 + x^2 = x - 1$$

الدالة خطية من الدرجة الأولى

(a)

(b)

(5) الدالة  $f(x) = \pi^2 - x$  هي دالة تربيعية.

السبب :

الدالة  $f$  هي دالة خطية (من الدرجة الأولى) لأن  $(\pi^2)$  لا تمثل متغيراً

في التمارين (10-6)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة التربيعية التي حدها الثابت يساوي -3 فيما يلي هي:

a  $y = (3x + 1)(-x - 3)$

b  $y = x^2 - 3x + 3$

c  $f(x) = (x - 3)(x - 3)$

d  $y = -3x^2 + 3x + 9$

السبب :

$$y = (3x + 1)(-x - 3) = -3x^2 - 9x - 3 = -3x^2 - 10x - 3$$

(7) أي دالة مما يلي ليست دالة تربيعية:

a  $y = (x - 1)(x - 2)$

b  $y = x^2 + 2x - 3$

c  $y = 3x - x^2$

d  $y = -x^2 + x(x - 3)$

السبب :

$$y = (x - 1)(x - 2) = x^2 - 3x + 2$$

$$y = -x^2 + x(x - 3) = -x^2 - x^2 - 3x = -3x$$

(8) أي نقطة مما يلي تنتمي إلى منحنى دالة  $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$  ؟

a (3, 12)

b (-1, -1)

c (2, 3)

d (-2, 22)

$$(3,12) \quad f(3) = 3(3)^2 - 5(3) + 1 = 13 \neq 12$$

$$(-1, -1) \quad f(-1) = 3(-1)^2 - 5(-1) + 1 = 9 \neq -1$$

$$(2,3) \quad f(2) = 3(2)^2 - 5(2) + 1 = 3 = 3$$

$$(-2,22) \quad f(-2) = 3(-2)^2 - 5(-2) + 1 = 23 \neq 22$$

(9) تكون الدالة  $f(x) = (a^2 - 4)x^2 - (a - 2)x + 5$  دالة تربيعية لكل  $a$  تنتمي إلى:

a  $\mathbb{R}$

b  $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$

c  $\mathbb{R} - \{2\}$

d  $\mathbb{R} - \{-2\}$

$$f(x) = (a^2 - 4)x^2 - (a - 2)x + 5$$

$$(a^2 - 4) = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -2$$

## الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

### Quadratic Functions and Parabolas

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)

(b)

(1) المعادلة  $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$  تمثل معادلة قطع مكافئ.

السبب :

$$y = 2x^2 - 2(3-x)^2 = 2x^2 - 2(9 - 6x + x^2) = 2x^2 - 18 + 12x - 2x^2 \\ = -18 + 12x$$

هذا المعادلة تمثل دالة خطية ولا تمثل معادلة قطع مكافئ

(a)

(b)

(2) القطع المكافئ  $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$  فتحته إلى الأعلى.

السبب :

فتحة القطع إلى أسفل  $a = -\frac{1}{3}$  ,  $-\frac{1}{3} < 0$

(a)

(b)

(3) المعادلة  $y = 2(x-1)^2 + 2$  يكون بيانها أكثر اتساعاً من بيان الدالة  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

السبب :

كلما قل معامل حد الدرجة الثانية كلما زاد اتساع القطع المكافئ

(a)

(b)

(4) توجد عند رأس منحنى الدالة  $y = -(x-3)^2 - 2$  قيمة عظمى.

السبب :

$$a = -1$$

فتحة القطع إلى أسفل ، وبالتالي يكون عند رأس القطع المكافئ قيمة عظمى للدالة

(a)

(b)

(5) منحنى القطع المكافئ  $y = (-x+2)^2 + 3$  يمر بالنقطة  $P(2, 3)$

نقوم بالتعويض عن  $x = 2$  في المعادلة  $y = (-x+2)^2 + 3$

$$y = (-2+2)^2 + 3 = 3$$

النقطة  $(2,3)$  تقع على القطع

في التمارين (11-6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة  $y = a(3-x)^2 - 2$  يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة  $y = -2x^2$  إذا كان:

- (a)  $|a| = 2$       (b)  $|a| > 2$       (c)  $a < 2$       (d)  $|a| < 2$

السبب :

إذا كان معامل حد الدرجة الثانية مثلًا هو  $-2$  أو  $2$  فإن اتساع بيان الدالة هو نفسه ولكن الإشارة تدل على

إتجاه فتحة المنحني إلى أعلى أو إلى أسفل وبالتالي فإن الدالة التي يكون رسمها  $|a| < 2$

(7) معادلة القطع المكافئ  $y = 2x^2$  الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يسارًا و 4 وحدات لأعلى هي:

- (a)  $y = (2x + 2)^2 + 4$       (b)  $y = 2(x - 2)^2 + 4$   
 (c)  $y = 2(x + 2)^2 + 4$       (d)  $y = 2(x + 2)^2 - 4$

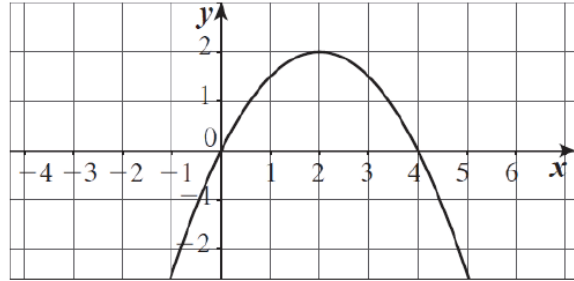
السبب :

عند إزاحة القطع المكافئ الذي معادلته  $y = 2x^2$

$$y = 2(x + 2)^2 + 4$$

إزاحة منحني الدالة وحدتين يسارًا و أربعة وحدات يمين

(8) الشكل أدناه يمثل منحني قطع مكافئ معادلته هي:



- (a)  $y = (x - 2)^2 + 2$       (b)  $y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 2$   
 (c)  $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 - 2$       (d)  $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 2$

السبب :

لأن رأس المنحني هو النقطة  $(2, 2)$  والمنحني مفتوح إلى الأسفل

(9) القطع المكافئ  $y = a(x - h)^2 + k$  يقطع المحورين على الأكثر في:

- (a) نقطة      (b) نقطتين  
 (c) نقاط 3      (d) نقاط 4

السبب :

ويمكن أن يقطع محور الصادات في نقطة واحدة

القطع المكافئ يقطع محور السينات في نقطتين فقط

(10) القيمة الصغرى للدالة  $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$  هي عند النقطة:

a (3, -2)

b (-3, 2)

c (-3, -2)

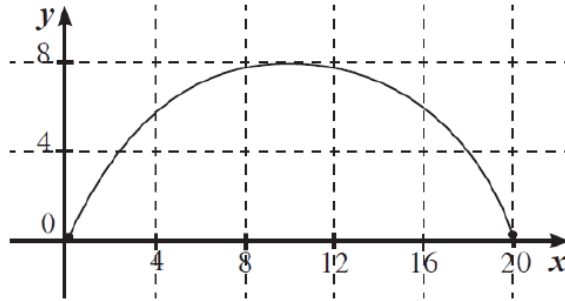
d (3, 2)

السبب :

المعادلة  $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$  هي المعادلة  $y = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 2$

فإن رأس المنحني هو النقطة (3, -2)

(11) يقع جسر على شكل قطع مكافئ فوق نهر. يبلغ البعد بين قاعدتيه 20 m وارتفاعه الأقصى 8 m معادلة القطع المكافئ هي:



a  $y = 0.08(x-10)^2 + 8$

b  $y = -0.08(x-10)^2 + 8$

c  $y = -0.08(x-20)^2 + 8$

d  $y = 0.08(x+10)^2 + 8$

السبب :

## المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

### Inverses and Square Root Functions

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت النقطة  $M(x, y)$  تنتمي لبيان الدالة  $f$  فإن النقطة  $N(y, x)$  تنتمي لبيان معكوس هذه الدالة.

السبب :

إذا كانت النقطة  $(a, b)$  تنتمي لبيان الدالة  $f$  فإن النقطة  $(b, a)$  تنتمي لبيان معكوس الدالة  $f$

(2) إذا كانت  $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$  فإن الدالتين كل منهما معكوس للأخرى.

السبب :

نقوم بتبديل كل من  $x, y$  ثم الحل بالنسبة إلى  $y$  كالتالي

$$x = y + 1 \Rightarrow y = x - 1 \Rightarrow g(x) = x - 1$$

(3) المستقيم  $y = x$  هو خط انعكاس لبيان دالة  $f$  وبيان معكوسها.

السبب :

العبارة صحيحة

(4) إذا مر بيان دالة بنقطة الأصل فإن بيان معكوسها يمر أيضًا بنقطة الأصل.

(5) لا يتغير مجال دالة الجذر التربيعي بعد إزاحة بيانها 3 وحدات يمينًا.

السبب :

لأنه عند التبديل  $x, y$  نحصل على نفس نقطة الأصل

في التمارين (6-10)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة:

(6) إذا انتمت النقطة  $A(2, 3)$  إلى بيان دالة فإن النقطة التي تنتمي إلى بيان معكوس تلك الدالة هي:

- (a)  $(-2, 3)$       (b)  $(2, -3)$       (c)  $(3, -2)$       (d)  $(3, 2)$

السبب :

لأنه إذا كانت النقطة  $(a, b)$  تنتمي لبيان الدالة  $f$  فإن النقطة  $(b, a)$  تنتمي لبيان معكوس الدالة  $f$

(7) بيان الدالة  $y = \sqrt{x+2} - 2$  هو انسحاب لبيان الدالة  $y = \sqrt{x}$ :

- (a) وحدتين إلى اليسار ووحدين للأعلى  
(b) وحدتين إلى اليسار ووحدين للأسفل  
(c) وحدتين إلى اليمين ووحدين للأعلى  
(d) وحدتين إلى اليمين ووحدين للأسفل

السبب :

من خلال العلاقة بين الدالتين بيان الدالة  $y = \sqrt{x}$

هو انسحاب لبيان الدالة  $y = \sqrt{x+2} - 2$  وحدتين يسار ووحدين إلى أسفل

(8) معكوس الدالة  $y = x^2 + 2$  هو:

- (a)  $y = \sqrt{x-2}$   
(b)  $y = -\sqrt{x-2}$   
(c)  $y = \pm\sqrt{x-2}$   
(d) ليس أيًا مما سبق صحيحًا

السبب :

نقوم بتبديل كل من  $x, y$  ثم الحل بالنسبة إلى  $y$  كالتالي

$$x = y^2 + 2 \Rightarrow y^2 = x - 2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{x-2}$$

معكوس الدالة  $y^2 = x + 2$  هو الدالة  $y = \pm\sqrt{x-2}$

نقوم بتبديل كل من  $x, y$  ثم الحل بالنسبة إلى  $y$  كالتالي

(9) معكوس الدالة  $y = 5x - 1$  هو:

- (a)  $y = 5x + 1$   
(b)  $y = \frac{x+1}{5}$   
(c)  $y = \frac{x}{5} + 1$   
(d)  $y = \frac{x}{5} - 1$

السبب :

$$x = 5y - 1 \Rightarrow 5y = x + 1 \Rightarrow y = \frac{x+1}{5}$$

معكوس الدالة  $y = 5x - 1$  هو  $y = \frac{x+1}{5}$

(10) مجال معكوس الدالة  $y = \sqrt{x+3} - 1$  هو:

- (a)  $\mathbb{R}$   
(b)  $(-1, \infty)$   
(c)  $(-\infty, 1)$   
(d)  $[-1, \infty)$

السبب : مدى هو  $[-1, \infty)$  و مجال معكوس الدالة هو  $[-1, \infty)$

## حل المتباينات

### Solving Inequalities

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(1) مجموعة حل المتباينة  $(x+3)^2 > 0$  هي  $\mathbb{R}$  السبب: حيث أن الـ (-3) هو صفر للمتباينة

(a)  (b)

$$(x+3)^2 > 0$$

مجموعة الحل  $\mathbb{R} - \{-3\}$  وليست  $\mathbb{R}$

(2) كل  $x$  ينتمي للفترة  $(0, \infty)$  هو حل للمتباينة  $\frac{x-1}{x^2-x} \geq 0$  السبب: أصفار المقام

(a)  (b)

$$x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0$$

أصفار المقام هي:  $1 \in (0 - \infty)$  فإن الفترة  $(0 - \infty)$  ليست حل للمتباينة

(3) مجموعة حل المتباينة  $(x+3)^2 + 2 < 1$  هي المجموعة الخالية  $\emptyset$  السبب:  $(x+3)^2 + 2 < 0$  أي أن  $(x+3)^2 < -2$

(a)  (b)

مجموعة الحل  $\emptyset = \{ \}$

(4) مجموعة حل المتباينة  $\frac{x+2}{x+1} \geq 1$  هي  $(-1, \infty)$  السبب:  $\frac{x+2}{x+1} \geq 1 \quad \forall x \in (-1, \infty)$  ،  $\frac{x+2}{x+1} \neq 1$  ،  $\forall x \in (-1, \infty)$

(a)  (b)

وتكون الأجوبة صحيحة إذا كتبت المتباينة بالصورة  $\frac{x+2}{x+1} > 1$

(5) مجموعة حل المتباينة  $(-x-3)^2 < 0$  هي  $\{3\}$  السبب:  $(-x-3)^2 < 0 \Rightarrow (x+3)^2 < 0$

(a)  (b)

مجموعة حل المتباينة هي  $\emptyset$

في التمارين (6-13)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) المعادلة المناظرة للمتباينة  $-3(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right) \leq 2$  هي:

- (a)  $-3x^2 + 2x - \frac{5}{3} = 0$  (b)  $x^2 + \frac{4}{3}x + 1 = 0$  (c)  $-3x^2 + 4x - 3 = 0$  (d)  $-3x^2 + 2x + 1 = 0$

السبب:  $-3(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right) \leq 2 \Rightarrow (x+1)(-3x-1) \leq 2$

$$-3x^2 - 4x - 1 \leq 2$$

معادلة المناظرة  $-3x^2 - 4x - 3 = 0$   $-3x^2 - 4x - 3 \leq 0$

(7) إن مجموعة حل المتباينة  $(1-2x)(4+5x) < 0$  هي:

(a)  $\left(-\frac{4}{5}, \frac{1}{2}\right)$  (b)  $(-\infty, -\frac{4}{5}) \cup \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

(c)  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup \left(\frac{4}{5}, \infty\right)$  (d)  $(-\infty, -\frac{4}{5}) \cup \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

السبب:  $(1-2x)(4+5x) < 0$  معادلة المناظرة  $(1-2x)(4+5x) = 0$

الأصفار هي:  $\frac{1}{2}, -\frac{4}{5}$   $x = \frac{1}{2}, x = -\frac{4}{5}$

وحيث أن علاقة المتباينة أصغر فإن:

$$\left(-\infty, -\frac{4}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, \infty\right) = \text{مجموعة الحل}$$

(8) إن مجموعة حل المتباينة  $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3} > 0$  هي:

- (a)  $\mathbb{R}$  (b)  $\mathbb{R}^*$  (c)  $\mathbb{R} - \{3\}$  (d)  $\mathbb{R} - \{0, 3\}$

السبب:  $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3} > 0 \Rightarrow x^2 + 1 > 0 : x \neq 3$

$$\mathbb{R} - \{3\} = \text{مجموعة الحل}$$

(9) المتباينة التي مجموعة حلها  $[-2, 3]$  هي:

- (a)  $x^2 - x - 6 < 0$  (b)  $x^2 - x - 6 \leq 0$  (c)  $x^2 - x - 6 > 0$  (d)  $x^2 - x - 6 \geq 0$

السبب: المتباينة التي تحتوي على علاقة التباين أصغر من أو يساوي هي التي تحتوي

مجموعة الحل  $[-2, 3] =$  المتباينة هي  $x^2 - x - 6 \leq 0$

(10) مجموعة حل المتباينة  $x^2 + |x| > 0$  هي:

- (a)  $\mathbb{R}$       (b)  $(0, \infty)$       (c)  $\mathbb{R} - \{0\}$       (d) ليس أيًا مما سبق صحيحًا

السبب:

مجموعة حل المتباينة  $x^2 + |x| > 0$  هي  $\mathbb{R} - \{0\}$

(11) إذا كانت  $f(x) = \frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$  فإن قيم  $x$  التي تجعل  $f$  غير معرفة هي:

- (a)  $\{\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}\}$       (b)  $\{-\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\}$       (c)  $\{\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\}$       (d)  $\{-\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}\}$

السبب:

قيم  $x$  التي تجعل  $f$  غير معرفة هي أصفار المقام  $f(x) = \frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$

$$(2x-3)(3x+2) = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}, x = -\frac{2}{3}$$

(12) مجموعة حل المعادلة  $x^2 + |x| - 2 = 0$  هي:

- (a)  $\{1, -2\}$       (b)  $\{-1, 2\}$       (c)  $\{-1, 1\}$       (d)  $\{-2, 2\}$

السبب:

$$x^2 + |x| - 2 = 0 \Rightarrow |x|^2 + |x| - 2 = 0$$

$$(|x| - 1)(|x| + 2) = 0$$

$$|x| - 1 = 0 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1, \quad |x| = -2 \quad \text{مرفوض}$$

(13) إذا كانت  $f(x) = -3x^2 + x - \frac{1}{12}$  فإن قيم  $x$  التي تجعل  $f(x)$  غير موجبة ولا تساوي الصفر هي:

- (a)  $(-\infty, 0)$       (b)  $(0, \infty)$       (c)  $\{\frac{1}{6}\}$       (d)  $\mathbb{R} - \{\frac{1}{6}\}$

السبب:

قيم  $x$  التي تجعل  $f(x)$  غير موجبة ولا تساوي صفر  $f(x) = -3x^2 + x - \frac{1}{12}$

$$-3x^2 + x - \frac{1}{12} < 0 \Rightarrow 3x^2 - x + \frac{1}{12} > 0$$

$$36x^2 - 12x + 1 > 0 \quad \text{في ضرب 12}$$

$$\frac{1}{6} \text{ أصفار المتباينة } (6x-1)^2 > 0$$

مجموعة القيم هي  $\mathbb{R} - \{\frac{1}{6}\}$



## دوال القوى ومعكوساتها

### Power Functions and their Inverses

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1)  $y = \sqrt{x^4}$  دالة قوى

السبب :

$$y = \sqrt{x^4} = x^2$$

(2)  $f: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5$  دالة فردية

السبب :

لأن الجزء المرسوم في الربع الأول هو الربع الثالث ، ونقطة الأصل هي نقطة التماثل .

(3)  $y = x\sqrt{x}$  دالة زوجية

السبب :

الدالة ليست فردية ولا زوجية  $x \in \mathbb{R}^+$  غير معرفة  $f(-x) = -x\sqrt{-x}$

(4)  $y = (x+4)^2$  دالة زوجية

السبب :

$$y = (x+4)^4 \Rightarrow f(x) = (x+4)^4$$

$$f(-x) = (-x+4)^4 = f(x) = (-(x-4))^4 = f(x) = (x-4)^4$$

أي أن الدالة  $f$  الدالة ليست فردية ولا زوجية

(5) المستقيم الذي معادلته  $y = x$  هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل

العلاقة  $r$  والنقاط التي تمثل معكوسها.

السبب :

عند إيجاد معكوس العلاقة ، نستبدل النقاط (a , b) التي تمثل العلاقة ، بالنقاط (b , a) والتي

تمثل معكوسها .

في التمارين (10-6)، ظلل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) معكوس دالة القوى  $y = 0.2x^4$  هو:

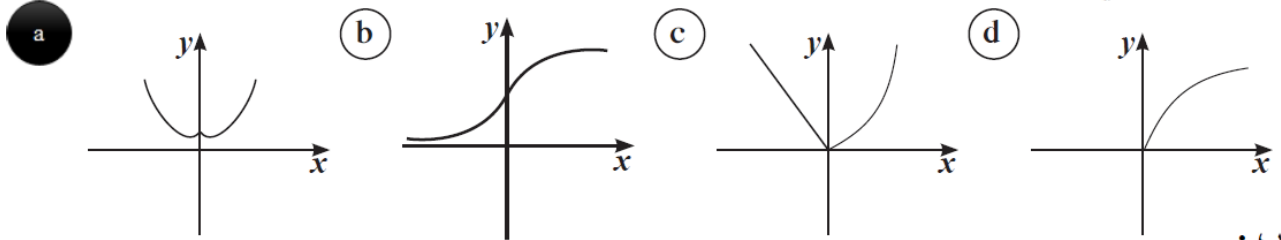
- (a)  $y = \sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$       (b)  $y = \pm \sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$       (c)  $y = \pm \sqrt[4]{\frac{x}{2}}$       (d)  $y = -\sqrt[4]{5x}$

السبب :

نقوم بتبديل  $x$  بالـ  $y$

$$x = 0.2 y^4 \Rightarrow y^4 = \frac{x}{0.2} \Rightarrow y^4 = 5x \Rightarrow y = \pm \sqrt[4]{5x}$$

(7) أي مما يلي تمثل دالة زوجية.



السبب :

الدالة الزوجية هي الدالة التي محور تماثلها محور الصادات

(8) الدالة  $y = 4.9t^2$  دالة زوجية إذا كان مجالها:

- (a)  $[-4, 4)$       (b)  $[-4, 2)$       (c)  $[-2, 2]$       (d)  $[0, \infty)$

السبب :

الدالة  $y = 4.9t^2$  دالة زوجية إذا كان مجالها  $[-2, 2]$  لأنها يكون محور التماثل محور الصادات

(9) إذا كانت  $f(x) = \frac{x^3}{64}$ ، فإن مجال  $f^{-1}$  هو:

- (a)  $\mathbb{R}$       (b)  $\mathbb{R}^+$       (c)  $[-4, 4]$       (d)  $[-1, 1]$

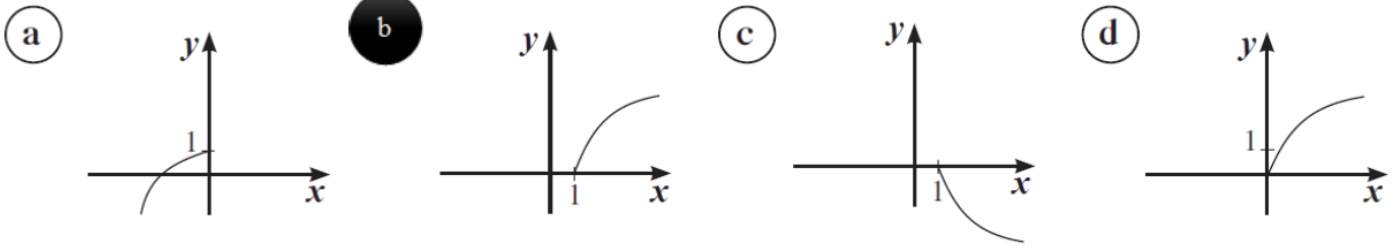
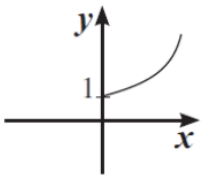
السبب :

مدى الدالة  $f : [-4, 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{64}$

مدى الدالة  $f$  يساوي مجال المعكوس  $f(-4) = \frac{(-4)^3}{64} = -1$  ،  $f(4) = \frac{(4)^3}{64} = 1$

$[-1, 1]$

(10) ليكن بيان  $f^{-1}$  كما هو موضح في الشكل المقابل. بيان  $f$  يمكن أن يكون:



السبب :

بيان الدالة  $f^{-1}$  هو صورة بيان الدالة  $f$  بالأنعكاس في المستقيم  $y = x$

في التمرينين (11-12)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب السؤال في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (2)	القائمة (1)
<p>(a) المستقيم الذي معادلته <math>x = 0</math></p> <p>(b) المستقيم الذي معادلته <math>y = 0</math></p> <p>(c) المستقيم الذي معادلته <math>y = x</math></p> <p>(d) نقطة الأصل</p>	<p>(11) بيان دالة زوجية متمائل حول: (a)</p> <p>(12) بيان دالة فردية متمائل حول: (d)</p>

السبب :

(11) بيان الدالة الزوجية متمائل حول المستقيم الذي معادلته  $x = 0$  (محور الصادات)

(12) بيان الدالة الفردية متمائل حول نقطة الأصل .

## الدوال الحدودية

### Polynomial Functions

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) كثيرة الحدود،  $\forall a \in \mathbb{R}$ ،  $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5$  هي من الدرجة الثالثة.

(a) (b) السبب:  
 $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

فتكون  $f(x)$  من الدرجة الثالثة.

وعندما  $a = 0$  فإن  $\forall x \in \mathbb{R}$   $f(x) = 2x^2 + 5$

أي تكون  $f(x)$  من الدرجة الثانية

(2) المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود  $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1-x^2)$  هو 2

(a) (b) السبب:  
 $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1-x^2) \Rightarrow f(x) = 2x^5 - 3x^3 + 3x^5$

$f(x) = 5x^5 - 3x^3$

معامل الحد الرئيسي 5 وليس 2

(3) كثيرة الحدود  $(1-x^2)^3(x+1)$  هي من الدرجة السابعة.

(a) (b) السبب:  
بفك كثيرة الحدود  $(1-x^2)^3(x+1) = (1-3x^2+3x^4-x^6)(x+1)$

$= x - 3x^3 + 3x^5 - x^7 + 1 - 3x^2 + 3x^4 - x^6$

كثيرة حدود من الدرجة السابعة

(4) إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة  $n$  فإن لها  $n$  حدًا.

(a) (b) ليس من الضروري أن عدد الحدود يساوي درجة الحدودية



$$g(x) = 2x + x^3 + 5 \Rightarrow g(x) = x^3 + 2x + 5 \quad (9)$$

المعامل الرئيسي هو  $1$  ( عدد موجب ) سلوك النهاية من جهة اليمين هو لأعلى  
كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة ( فردي ) سلوك النهاية من جهة اليسار معاكس اليمين أي لأسفل

$$f(x) = -x^6 + 7x \quad (10)$$

المعامل الرئيسي هو  $-1$  ( عدد سالب ) سلوك النهاية من جهة اليمين هو لأسفل  
كثيرة الحدود من الدرجة السادسة ( زوجي ) سلوك النهاية من جهة اليسار نفس اليمين أي لأسفل

$$g(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2 \quad (11)$$

المعامل الرئيسي هو  $\frac{1}{2}$  ( عدد موجب ) سلوك النهاية من جهة اليمين هو لأعلى  
كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة ( زوجي ) سلوك النهاية من جهة اليسار نفس اليمين أي لأعلى

## العوامل الخطية لكثيرات الحدود

### Linear Factors of Polynomials

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت  $f$  تقبل القسمة على  $(2x+3)$  فإن  $f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$  **(a)** **(b)**  
السبب:

تقبل الدالة  $f$  القسمة على  $(2x+3)$  إذا كان  $f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$  وليس  $f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$

(2) إذا كانت  $(x+2)$  عامل من عوامل الحدودية  $g$  فإن  $g(-2) = 0$  **(a)** **(b)**  
السبب:

عندما يكون  $(x+2)$  عامل من عوامل الحدودية ل  $g$  فإن  $g(-2) = 0$  صفر من الأصفار أي

(3) إذا قبلت  $f(x) = x^4 - 2x^2 + k + 1$  القسمة على  $x$  فإن  $k = -1$  **(a)** **(b)**  
السبب:

لأن عندما تكون  $k = -1$  تكون  $f(x) = x^4 - 2x^2$  وهي تقبل القسمة على  $x$

(4) باقي قسمة حدودية من الدرجة  $n$  على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت. **(a)** **(b)**  
السبب:

لأن درجة باقي القسمة تكون دائماً أقل من درجة المقسوم عليه .

(5)  $(x+1)$  عامل من عوامل الحدودية:  $p(x) = x^3 - x^2 - 2x$  **(a)** **(b)**  
السبب:

عندما يكون  $(x+1)$  عامل من عوامل الحدودية فإن  $x = -1$  صفر لها أي أن

$$p(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 2(-1) = -1 - 1 + 2 = 0$$

في التمارين (6-13)، ظلل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان  $x = -2a$  صفر من أصفار كثيرة حدود فإن أحد عواملها هو:

- (a)  $(x - 2a)$       (b)  $(2x + a)$       (c)  $(2x - a)$       (d)  $(x + 2a)$

السبب:

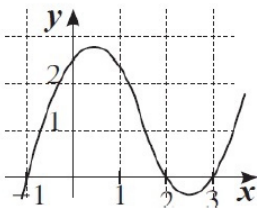
عندما يكون  $x = -2a$  صفرًا من الأصفار فإن  $(x + 2a)$  عامل من العوامل

(7) أي من المقادير التالية إذا ضرب في  $(x - 1)$  يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية:

- (a)  $(x - 1)^2$       (b)  $x^2 - x$       (c)  $x^2 - 1$       (d)  $x^2 + 1$

السبب:

عندما  $(x - 1)(x - 1)^2 = (x - 1)(x^2 - 2x + 1) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$



(8) ليكن بيان  $f$  كما في الشكل المرسوم فإن مجموعة حل المعادلة  $f(x) = 0$  هي:

- (a)  $\{-1, 2, 3\}$       (b)  $\{1, -2, -3\}$   
(c)  $\{-1, 0, 2, 3\}$       (d)  $\{0\}$

السبب:

محور السينات يتقاطع مع المنحني  $f$  عند كلاً من  $x = -1, x = 2, x = 3$

(9) شبه مكعب أبعاده  $2x + 3, 2x - 3, 3x$  فتكون دالة الحجم  $f(x)$  تساوي:

- (a)  $4x^2 - 9$       (b)  $3x(4x^2 + 9)$       (c)  $12x^2 - 9x$       (d)  $12x^3 - 27x$

السبب:

حجم شبه المكعب  $V =$  حاصل ضرب أبعاده الثلاثة  $=$  الطول  $\times$  العرض  $\times$  الأرتفاع

$$V = f(x) = 3x(2x + 3)(2x - 3) = 3x(4x^2 - 9) = 12x^3 - 27x$$

(10) قيمة  $k$  التي تجعل  $(x - 1)$  عاملاً من عوامل  $f(x) = (x^2 + x - 2) + 2k$  هي:

- (a) 1      (b) 2      (c) 0      (d)  $\frac{1}{2}$

السبب:

عندما يكون  $x - 1$  عامل من العوامل الحدودية فإن  $x = 1$  فإن  $f(1) = 0$

$$(1 + 1 - 2) + 2k = 0 \Rightarrow 2k = 0 \Rightarrow k = 0$$

## حل معادلات كثيرات الحدود

### Solving Polynomial Equations

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b) (1) مجموعة حل المعادلة  $9x^2 + 16 = 0$  هي  $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right\}$

السبب :

بالتعويض المباشر عن قيمة  $x$  لا تحقق حل المعادلة

(a) (b) (2) مجموعة حل المعادلة  $2x^3 + 2 = 0$ ،  $x \in \mathbb{R}$  هي مجموعة أحادية.

السبب :

$$2x^3 + 2 = 0 \Rightarrow 2(x^3 + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad \text{or} \quad x^2 - x + 1 = 0$$

$$x = -1 \quad x^2 - x + 1 = 0 \quad \mathbb{R} \text{ ليس لها حل في}$$

(3) إذا كانت  $2k$  تنتمي إلى مجموعة حل المعادلة  $(4x^2 + 1)\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) = 0$

فإن  $k \in \{-1, 1\}$

السبب :

$$(4x^2 + 1)\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) = 0$$

$$\frac{x^2}{4} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{4} = 1 \quad 4x^2 + 1 \quad \text{لا توجد جذور حقيقية}$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$\pm 2 = 2k \Rightarrow k = \pm \frac{2}{2} = \pm 1 \quad \text{بالتعويض } x = 2k$$

(a) (b) (4) إن  $\{1\}$  هي مجموعة حل المعادلة  $3x^4 + 12x^2 - 15 = 0$

السبب :

$$3x^4 + 12x^2 - 15 = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^2 - 5 = 0 \quad \text{لحل المعادلة}$$

$$(x^2 + 5)(x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \quad x^2 + 5 = 0 \quad \mathbb{R} \text{ ليس لها حل في}$$

$$x = \pm 1$$

$$\{-1, 1\} = \text{مجموعة الحل}$$

(5)  $\frac{2}{3}$  يمكن أن يكون صفرًا للحدودية  $f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx - 3$  حيث  $b, c \in \mathbb{R}$

السبب :

$$f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx - 3$$

نوجد الأصفار النسبية الممكنة لمعرفة الأجوبة الصحيحة

الحد الثابت  $-3$  عوامل الحد الثابت هي :  $\pm 1, \pm 3$

الحد الرئيسي  $2$  عوامل الحد الرئيسي هي :  $\pm 1, \pm 2$

قسمة عوامل الحد الثابت علي عوامل الحد الرئيسي هي :  $\pm 1, \pm 3, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$

نلاحظ أن  $\frac{2}{3}$  ليس ضمن هذه الأصفار النسبية الممكنة

في التمارين (6-8)، ظلل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) 5 يمكن أن يكون صفرًا من أصفار الحدودية  $f(x)$  تساوي:

- (a)  $ax^3 + x^4 + 5$       (b)  $x^5 - 1$       (c)  $5x^3 + 6x - 1$       (d)  $(x+5)(x^2+25)$

السبب :

(٦) بالتعويض المباشر أو الأصفار النسبية المحتمل لكل معادلة

$$f(5) = a(5)^3 + 5^4 + 5 =$$

$$f(5) = (5)^5 - 1 \neq 0 \quad \text{ليس}$$

$$f(5) = 5(5)^3 + 6(5) - 1 \neq 0 \quad \text{ليس}$$

$$f(5) = (5+5) + (5^2+25) \neq 0 \quad \text{ليس}$$

لا توجد غير (a)

(7) أي قيمة مما يلي ليست حلًا للمعادلة:  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

- (a)  $-1$       (b)  $-3$       (c)  $3$       (d)  $2$

السبب :

بالتعويض المباشر أو الأصفار النسبية المحتمل لكل معادلة

$$f(2) = 2^4 - 10(2)^2 + 9 = -15 \neq 0$$

$$f(-3) = (-3)^4 - 10(-3)^2 + 9 = 0 = 0$$

$$f(3) = 3^4 - 10(3)^2 + 9 = 17 \neq 0$$

$$f(-1) = (-1)^4 - 10(-1)^2 + 9 = 0 = 0$$

(8) إذا كان  $f(m) = f(n) = f(-1) = 0$  فإن  $f$  ممكن أن تكون:

(a)  $f(x) = (x-1)(x+m)(x+n)$

(b)  $f(x) = (x-1)(x-m)^2(x-n)$

(c)  $f(x) = (x+1)(x-m)(x-n)^2$

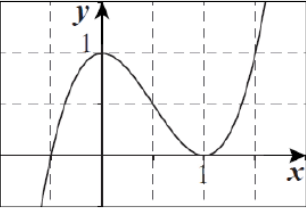
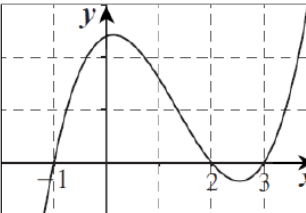
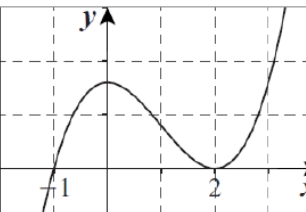
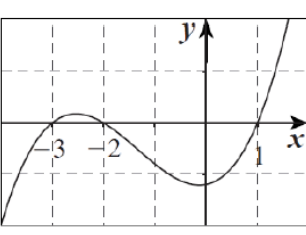
(d)  $f(x) = (x+1)(x-mn)$

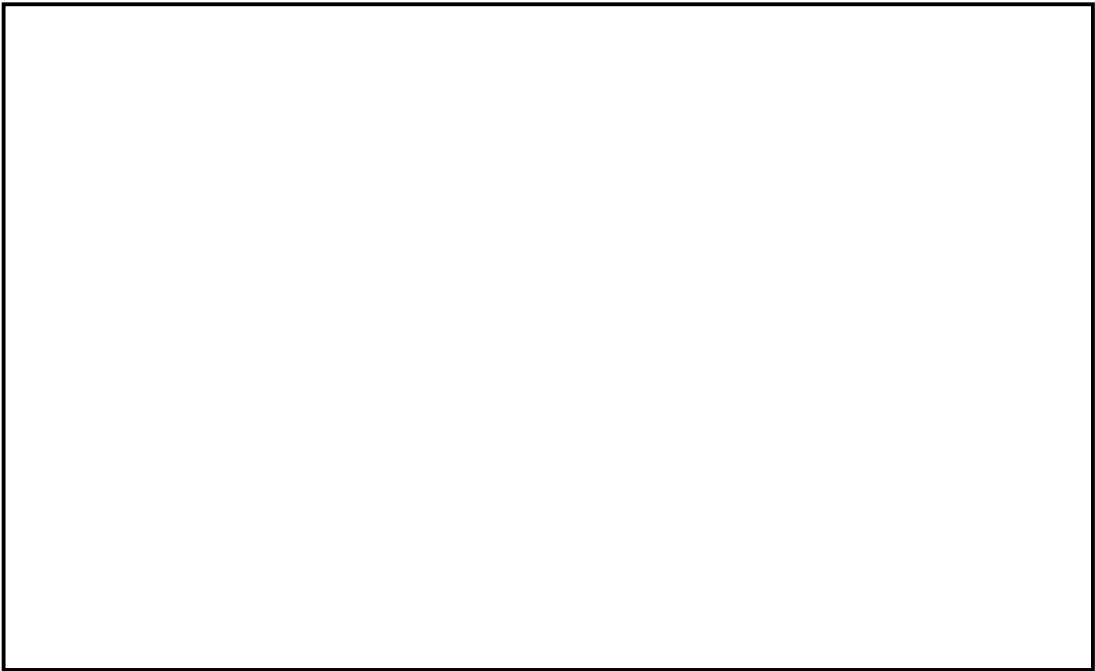
السبب :

$$f(m) = f(n) = f(-1) = 0$$

$$f(x) = (x-m)(x-n)(x+1)$$

في التمارين (9-11)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

(2) القائمة	(1) القائمة
<p>(a) </p>	<p>(9) مجموعة حل <math>f(x) = 0</math> هي <math>\{-1, 2, 3\}</math>            (b) بيان الدالة <math>f</math> يمكن أن يكون:            لأن منحنى الدالة <math>f(x)</math> يقطع محور السينات عند كلا من <math>x = -1, x = 2, x = 3</math></p>
<p>(b) </p>	<p>(10) مجموعة حل <math>f(x) = 0</math> هي <math>\{-1, 2\}</math>            (c) بيان الدالة <math>f</math> يمكن أن يكون:            لأن منحنى الدالة <math>f(x)</math> يقطع محور السينات عند كلا من <math>x = -1, x = 2</math></p>
<p>(c) </p>	<p>(11) مجموعة حل <math>f(x) = 0</math> هي <math>\{1, -2, -3\}</math>            (d) بيان الدالة <math>f</math> يمكن أن يكون:            لأن منحنى الدالة <math>f(x)</math> يقطع محور السينات عند كلا من <math>x = 1, x = -2, x = -3</math></p>
<p>(d) </p>	



## استكشاف النماذج الأسية Exploring Exponential Models

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)

(b)

(1) الدالة  $y = 3(2)^x$  تمثل تضاعواً أسياً.

$a = 3$  ,  $b = 2$  ,  $2 > 1$

السبب : الدالة الأسية  $y = 3(2)^x$

الدالة تمثل نمواً أسياً وليس تضاعواً أسياً

(a)

(b)

(2) الدالة  $y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$  تمثل نمواً أسياً.

$a = 2$  ,  $b = 3$  ,  $3 > 1$

الدالة الأسية  $y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 2(3)^x$

الدالة تمثل نمواً أسياً

(3) عامل النمو للدالة  $y = \frac{1}{3}(2)^{2x}$  هو 2

(a)

(b)

السبب :

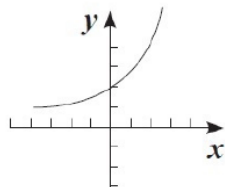
$a = \frac{1}{3}$  ,  $b = 4$

الدالة الأسية  $y = \frac{1}{3}(2)^{2x} = \frac{1}{3}(4)^x$

عامل النمو هو 4

(a)

(b)



(4) إذا كان بيان الدالة  $y = b^x$  كما في الشكل المقابل فإن  $b > 1$

السبب :

الدالة الأسية التي تمثيلها البياني بهذا الشكل يكون  $b > 1$  لأنها تمثل نمواً أسياً

في التمارين (5-8)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) عامل النمو للدالة  $y = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^x$  هو:

(a)  $\frac{1}{3}$

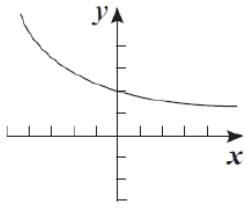
(b)  $\frac{1}{9}$

(c) 3

(d) 9

السبب :

$$y = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^x = ((3)^2)^x = (9)^x$$



(6) ليكن بيان الدالة:  $y = 2b^x$  كما في الشكل المقابل:

فإن  $b$  يمكن أن تساوي:

- (a) -2      (b) 0      (c)  $\frac{1}{2}$       (d) 2

السبب :

الدالة الأسية التي تمثيلها البياني بهذا الشكل يكون  $b =$  لأنها تمل تضاهلاً أسياً

$$0 < b < 1 \quad \text{أي أن} \quad 0 < \frac{1}{2} < 1$$

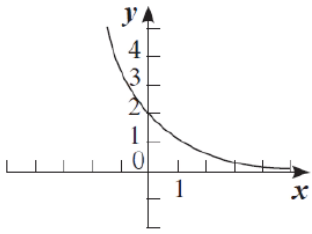
(7) الدالة الأسية  $y = ab^x$  تنمذج التزايد السكاني، إذا كان معدل التزايد السكاني في مدينة ما هو 2.5% فإن عامل النمو يساوي:

- (a) 0.025      (b) 1.25      (c) 1.025      (d) 3.5

السبب :

$$\text{معدل التغير (I)} = 2,5\% = 0,025 \quad \text{أي أن} \quad I = 2.5\% = 0.025$$

$$b = 1 + 0.025 = 1.025$$



(8) أي من الدوال الأسية التالية يمكن أن يمثلها الرسم البياني المقابل:

- (a)  $y = \frac{1}{3}(2)^x$       (b)  $y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x$       (c)  $y = -3(2)^x$       (d)  $y = -2(3)^x$

السبب :

$$\text{بالتعويض عن } x = 0 \quad y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 2 \quad \text{منحني الدالة يمر بالنقطة } (0, 2)$$

## الدوال الأسية وتمثيلها بيانياً

### Exponential Functions and their Graphs

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) جميع الدوال الأسية على الصورة:  $y = ab^x$   $a \neq 0$ ,  $b > 0$ ,  $b \neq 1$  متقاطعة.

السبب:

هذا العبارة صحيحة مهما اختلفت قيمة  $b$ ، وثبتت قيمة  $a$

(2) بيان الدالة  $y = -2^x$  هو انعكاس في محور السينات لبيان الدالة  $y = 2^x$

السبب:

لأن بيان الدالة  $y = -b^x$  ينتج من انعكاس الدالة  $y = b^x$  في محور السينات.

(3) بيان الدالة  $y = -(3)^x$  هو انعكاس في محور الصادات لبيان الدالة  $y = -(3)^{-x}$

السبب:

لأن بيان  $y = -b^{-x}$  ينتج من انعكاس الدالة  $y = -b^x$  في محور الصادات

(4) بيان الدالة  $y = 3(5)^{x-2}$  هو انسحاب لبيان الدالة  $y = 3(5)^x$

بمقدار وحدتين جهة اليمين.

السبب:

بيان  $y = 3(5)^{x-2}$  هو انسحاب لبيان الدالة  $y = 3(5)^x$  في محور محور الصادات

لأن  $h = 2$

(5) بيان الدالة  $y = 3(2)^x$  يقطع جزءاً من محور الصادات قدره 3.

السبب:

بيان  $y = 3(2)^x$  يقطع جزءاً من محور الصادات قدره 3 وحدات.

لأنه عند  $x = 0$  تكون  $y = 3(2)^0 \Rightarrow y = 3(1) = 3$

في البنود (6-12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) لتكن  $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} + 5$  فإن دالة المرجع لها يمكن أن تكون:

- (a)  $y = 3(2)^x$       (b)  $y = 3(2)^{-x}$       (c)  $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$       (d)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

السبب:

الدالة  $y = 3(2)^{-x}$  هي نفسها الدالة  $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^x$

(7) باستخدام بيان الدالة  $y = \frac{1}{3}(4)^x$  كدالة مرجع يمكن رسم بيان الدالة:

- (a)  $y = 3(4)^x$       (b)  $y = 3(4)^{-x}$       (c)  $y = \frac{1}{3}(2)^{2x} + 1$       (d)  $y = \frac{1}{3}(2)^{3x}$

السبب :

الدالة  $y = \frac{1}{3}(2)^{2x} + 1$  هي نفسها الدالة :

$$y = \frac{1}{3}(2^2)^x + 1 = \frac{1}{3}(4)^x + 1$$

(8) قيمة  $\alpha$  التي تجعل بيان الدالة  $y = 8\left(\frac{1}{2}\right)^{(\alpha+2)x} + 3$  خطاً أفقيًا هي:

- (a) -3      (b) -2      (c) -8      (d) 0

السبب :

لأنه عند  $x = 11$  تكون  $y = 3 + 8 = 11$

الدالة يمثل خطاً مستقيماً يمر النقطة  $(0, 11)$  وعند الانسحاب يميناً أو يساراً  $y = 11$

(9) بيان الدالة:  $f(x) = 3(5)^x - 1$  هو انعكاس في محور الصادات لبيان الدالة:  $g(x) =$

- (a)  $3(5)^x + 1$       (b)  $3(5)^{-x} - 1$       (c)  $-3(5)^x + 1$       (d)  $3(5)^{-x} + 1$

السبب :

بيان الدالة  $f(x) = 3(5)^x$  هو صورة بيان الدالة  $g(x) = 3(5)^{-x}$

بالانعكاس في محور الصادات ، وعند سحب الدالة  $f(x)$  وحدة واحدة إلى الأسفل يجب سحب

الدالة  $(x)$  ل وحدة واحدة إلى الأسفل لكي نحافظ على الانعكاس .

(10) يمكن رسم بيان الدالة  $y = \frac{1}{2}(5)^{x+2} - 3$  باستخدام بيان الدالة  $y = \frac{1}{2}(5)^x$  بانسحاب:

- (a) وحدتين جهة اليسار و3 وحدات لأسفل      (b) وحدتين جهة اليمين و3 وحدات لأسفل  
(c) 3 وحدات جهة اليمين ووحدين لأعلى      (d) وحدتين جهة اليمين و3 وحدات لأعلى

السبب : لان :  $k = -3$  ,  $h = -2$  أي الانسحاب وحدتين يسار و 3 وحدات إلى أسفل

(11) معادلة الدالة الأسية التي على الصورة  $y = a(b)^x$  حيث الأساس يساوي 0.6 ويمر رسمها البياني بالنقطة  $(2, 1.8)$  هي:

- (a)  $y = 1.8(2)^x$       (b)  $y = 0.2(1.8)^x$       (c)  $y = 2(0.6)^x$       (d)  $y = 5(0.6)^x$

السبب :

بالتعويض عن  $x = 2$  ,  $y = 1.8$  ,  $b = 0.6$

$$1.8 = a(0.6)^2 \Rightarrow a = 1.8 \div 0.36 = 5$$

$$y = 5(0.6)^x$$

## الدوال اللوغاريتمية وتمثيلها بيانيًا

### Logarithmic Functions and their Graphs

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)

(b)

(1) إذا كانت  $y = 3^x$  فإن  $x = \log y$

السبب :

$y = 3^x$  فإن  $x = \log_3 y$  ولكن  $x = \log y$  للأساس 10 وليس أساس 3

(a)

(b)

(2) إذا كانت  $\log_2(-y) = x$  فإن  $y = 2^{-x}$

السبب :

$x = \log_2(-y)$  فإن الصورة الأسية هي  $-y = 2^x$  وليست  $y = 2^{-x}$

(a)

(b)

(3) إذا كانت  $4^x = 5$  فإن  $2x = \log_2 5$ .

السبب :

$4^x = 5$  فإن  $2^{2x} = 5$  وبالتالي  $\log_2 5 = 2x$  أي  $2x = \log_2 5$

(a)

(b)

(4) مجال الدالة  $f(x) = \log(x^2)$  هو  $\mathbb{R}$

السبب :

مجال الدالة  $f(x) = \log(x^2)$  هو  $\mathbb{R} - \{0\}$

(a)

(b)

(5) بيان الدالة  $y = \log_3 x$  هو انعكاس في المستقيم  $y - x = 0$  لبيان الدالة  $y = 3^x$

السبب :

معكوس الدالة  $y = \log_3 x$  نقوم بتبديل  $x$  بال-  $y$  ثم الحل

$x = \log_3 y \Rightarrow y = 3^x$  أي أن  $y = 3^x$  هي معكوس للدالة  $y = \log_3 x$

في التمارين (6-11)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) معكوس الدالة  $y = \log_2 x$  هو :

(a)  $y = \log_x 2$

(b)  $y = x^2$

(c)  $y = 2^x$

(d)  $y = \log 2^x$

السبب :

معكوس الدالة  $y = \log_2 x$  نقوم بتبديل  $x$  بال-  $y$  ثم الحل

$x = \log_2 y \Rightarrow y = 2^x$  أي أن  $y = 2^x$  هي معكوس للدالة  $y = \log_2 x$

(7) مجال الدالة  $y = \log|x - 1|$  هو:

- (a)  $\mathbb{R}$                       (b)  $\mathbb{R}^+$                       (c)  $(1, \infty)$                       (d)  $\mathbb{R}/\{1\}$

السبب:

مجال الدالة  $g(x) = \log|x - 1|$  هو  $|x - 1| > 0$  مجال الدالة  $g$   $\mathbb{R} - \{1\}$

(8) مجال الدالة  $y = \log(x^2 + 1)$  هو:

- (a)  $\mathbb{R}$                       (b)  $\mathbb{R}^+$                       (c)  $[1, \infty)$                       (d)  $(1, \infty)$

السبب:

مجال الدالة  $f(x) = \log(x^2 + 1)$  هو  $x^2 + 1 > 0$  مجال الدالة  $f$   $\mathbb{R}$

(9) باستخدام دالة المرجع  $y = \log_5 x$  يمكن تمثيل الدالة:

- (a)  $y = \log(x - 1) - 1$                       (b)  $y = \log_5(5x)$   
(c)  $y = \log_5(x - 1) - 1$                       (d)  $y = \log_5(x^2 + 1)$

السبب:

بيان الدالة  $y = \log_5(x - 1) - 1$  دالة المرجع  $y = \log_5 x$

$h = 1$  (موجب) ،  $k = -1$  (سالب)

أي أن الانسحاب لبيان دالة المرجع وحدة جهة اليمين وحدة إلى أسفل

(10) يمكن رسم بيان الدالة  $y = \log(x + 1) - 2$  معتبراً دالة المرجع  $y = \log x$  بانسحاب:

- (a) وحدة إلى اليسار ووحدين لأسفل                      (b) وحدة إلى اليمين ووحدين لأسفل  
(c) وحدتين إلى اليمين ووحدة لأعلى                      (d) وحدتين إلى اليسار ووحدة لأعلى

السبب:

بيان الدالة  $y = \log_5(x + 1) - 2$  دالة المرجع  $y = \log_5 x$

$h = -1$  (سالب) ،  $k = -2$  (سالب)

أي أن الانسحاب لبيان دالة المرجع وحدة جهة اليسار وحدتين إلى أسفل

(11) يعطى الرقم الهيدروجيني (pH) بالعلاقة:  $\text{pH} = -\log[H^+]$  إذا كان تركيز أيون الهيدروجيني  $[H^+]$  في

السبانخ هو  $4 \times 10^{-6}$  فإن الرقم الهيدروجيني للسبانخ هو:

- (a) -6.6                      (b) 6.6                      (c) -5.4                      (d) 5.4

السبب:

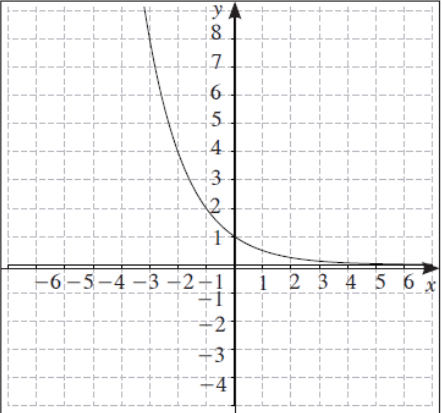
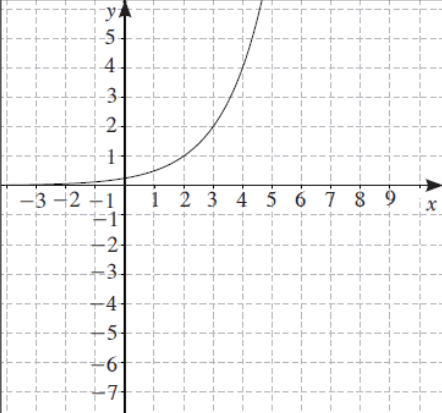
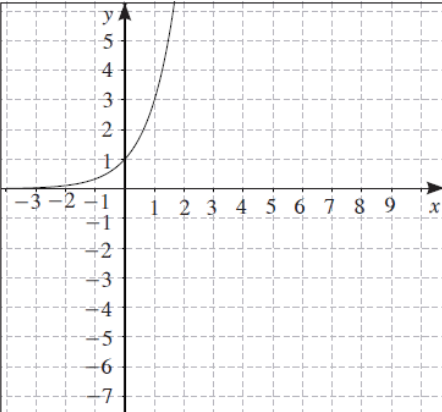
الرقم الهيدروجيني في السبانخ

$$\text{PH} = -\log[H^+] \Rightarrow \text{PH} = -\log[4 \times 10^{-6}]$$

$$\text{PH} = -\log[0.000004] \Rightarrow \text{PH} = \log[0.000004]^{-1} \Rightarrow \text{PH} \approx 5.4$$

في البنود (12-15)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (2)	القائمة (1)
<p>(a) <math>y = 4^x</math></p> <p>(b) <math>y = \left(\frac{-1}{4}\right)^{-x}</math></p> <p>(c) <math>y = \left(\frac{1}{4}\right)^x</math></p> <p>(d) <math>y = (-4)^{-x}</math></p>	<p>معكوس الدالة:</p> <p>(12) <math>y = -\log_{\frac{1}{4}} x</math> هو</p> <p>(13) <math>y = -\log_4 x</math> هو</p> <p><input checked="" type="radio"/> a</p> <p><input checked="" type="radio"/> c</p>

القائمة (2)	القائمة (1)
<p>(a) </p> <p>(b) </p> <p>(c) </p>	<p>بيان معكوس كل دالة مما يلي هو:</p> <p>(14) <math>y = \log_3(x)</math></p> <p>معكوس الدالة <math>y = \log_3 x</math> نقوم بتبديل <math>x</math> بال <math>y</math> ثم الحل</p> <p><math>x = \log_3 y \Rightarrow y = (3)^x</math></p> <p>أي أن <math>y = (3)^x</math> هي معكوس للدالة <math>y = \log_3 x</math></p> <p>(15) <math>y = \log_2(4x)</math></p> <p>معكوس الدالة <math>y = \log_2(4x)</math> نقوم بتبديل <math>x</math> بال <math>y</math> ثم الحل</p> <p><math>x = \log_2(4y) \Rightarrow 4y = (2)^x</math></p> <p>أي أن <math>y = \frac{1}{4} (2)^x \Rightarrow y = (2)^{x-2}</math> هي معكوس للدالة <math>y = \log_2(4x)</math></p> <p>(12) معكوس الدالة <math>y = -\log_{\frac{1}{4}} x</math> نقوم بتبديل <math>x</math> بال <math>y</math> ثم الحل</p> <p><math>x = -\log_{\frac{1}{4}} y \Rightarrow y = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}</math></p> <p>أي أن <math>y = (4)^x</math> هي معكوس للدالة <math>y = -\log_{\frac{1}{4}} x</math></p> <p>(13) معكوس الدالة <math>y = -\log_4 x</math> نقوم بتبديل <math>x</math> بال <math>y</math> ثم الحل</p> <p><math>x = -\log_4 y \Rightarrow y = (4)^{-x}</math></p> <p>أي أن <math>y = \left(\frac{1}{4}\right)^x</math> هي معكوس للدالة <math>y = -\log_4 x</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> c</p> <p><input checked="" type="radio"/> b</p>

## خواص اللوغاريتمات

### Properties of Logarithms

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

$$\log(x-1)^2 = 2 \log|x-1| \quad (1)$$

السبب : من تعريف اللوغاريتم  $\log(x-1)^2 = 2 \log|x-1|$

مجال كلا منهما  $\mathbb{R} - \{1\}$

$$\log \frac{1}{x^2} = -2 \log x, x > 0 \quad (2)$$

السبب : حيث  $x > 0$  أي أن  $\log \frac{1}{x^2} = \log x^{-2} = -2 \log x$

$$\log\left(\frac{\sqrt{m}}{n}\right) = \frac{1}{2} \log m - \log n, m > 0, n > 0 \quad (3)$$

السبب :  $\log\left(\frac{\sqrt{m}}{n}\right) = \log \sqrt{m} - \log n = \log m^{\frac{1}{2}} - \log n = \frac{1}{2} \log m - \log n$

$$\log_2 16 - \log_2 2 = \log_2 8 \quad (4)$$

السبب :  $\log_2 16 - \log_2 2 = \log_2 \left(\frac{16}{2}\right) = \log_2 8$  أو باستخدام الآلة الحاسبة

$$\log(x-y) = \frac{\log x}{\log y}, x, y \in \mathbb{R}^+ / \{1\} \quad (5)$$

السبب : من خاصية القسمة :  $\log x - \log y = \log \frac{x}{y}$  ،  $\log(x-y) \neq \frac{\log x}{\log y}$

$$\log_6 4 + \log_6 9 = 2 \quad (6)$$

السبب :  $\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 (4 \times 9) = \log_6 36 = 2$  أو باستخدام الآلة الحاسبة

في التمارين (7-13)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$(7) \text{ المقدار } 2 \log_4 8 + \log_5 125 \text{ يساوي:}$$

(a) 4

(b) 5

(c) 6

(d) 15

السبب :

$$2 \log_4 8 + \log_5 125 = \log_4 (8)^2 + \log_5 5^3$$

( أو باستخدام الآلة الحاسبة )

$$= 3 + 3 = 6$$

في التمارين (7-13)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كان  $\log 5 = y$  ,  $\log 3 = x$  فإن  $\log 45$  تساوي:

- (a)  $x+y$       (b)  $2x+y$       (c)  $2y+x$       (d)  $x^2y$

السبب :

$$\begin{aligned}\log 45 &= \log 5 \times 9 = \log 5 \times 3^2 = \log 5 + \log 3^2 \\ &= \log 5 + 2 \log 3 = y + 2x\end{aligned}$$

(9)  $\log_2 x + \log_2 2x + \log_2 \frac{1}{x^2}$ ,  $x > 0$  يساوي:

- (a) 1      (b) 2      (c)  $x$       (d)  $2x$

السبب :

$$\log_2 x + \log_2 2x + \log_2 \frac{1}{x^2} = \log_2 x \cdot 2x \cdot \frac{1}{x^2} = \log_2 2 = 1$$

(10) إذا كان  $\log 2 = m$ ,  $\log 3 = n$  فإن المقدار  $m+n-1$  يساوي:

- (a)  $\log 0.06$       (b)  $\log 0.6$       (c)  $\log 6$       (d)  $\log 60$

السبب :

$$m + n - 1 = \log 2 + \log 3 - \log 10 = \log \frac{2 \times 3}{10} = \log 0.6$$

(11) عندما  $m = 3$  ,  $n = 2$  فإن المقدار الأكبر قيمة فيما يلي هو:

- (a)  $\log n^2 - \log m^3$       (b)  $\log m^2 - \log n^2$       (c)  $3 \log n - 2 \log m$       (d)  $2 \log m - 3 \log n$

السبب :

$$(a) \log n^2 - \log m^3 = \log 2^2 - \log 3^3 = \log \frac{4}{27}$$

$$(b) \log m^2 - \log n^2 = \log 3^2 - \log 2^2 = \log \frac{9}{4}$$

$$(c) 3 \log n - 2 \log m = \log 2^3 - \log 3^2 = \log \frac{8}{9}$$

$$(d) 2 \log m - 3 \log n = \log 3^2 - \log 2^3 = \log \frac{9}{8}$$

(12) مفكوك المقدار  $\log \left( \sqrt[3]{\frac{8}{x^3}} \right)$  هو:

- (a)  $3 \log \frac{8}{x^3}$       (b)  $\frac{1}{3}(\log(8-x^3))$       (c)  $\log 2 - \log x$       (d)  $\log 2 - 3 \log x$

السبب :

$$\log \left( \sqrt[3]{\frac{8}{x^3}} \right) = \log \left( \frac{8}{x^3} \right)^{\frac{1}{3}} = \log \left( \frac{2^3}{x^3} \right)^{\frac{1}{3}} = \log \left( \frac{2}{x} \right) = \log 2 - \log x$$

## المعادلات الأسية واللوغاريتمية

### Exponential and Logarithmic Equations

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّ (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

a

b

(1) حل المعادلة  $9^x = 3$  هو  $x = \frac{1}{2}$

السبب :  $2 \log x = -1 \Rightarrow \log x = -\frac{1}{2} = -0.5$   
 $2 \log x = -1 \Rightarrow \log x = -\frac{1}{2} = -0.5$   $\Rightarrow x = \frac{1}{2}$  (بالتعويض)

a

b

(2) حل المعادلة  $\log x = -1$  الصورة الأسية هو حل المعادلة  $x = 10^{-0.5}$

السبب :

$$2 \log x = -1 \Rightarrow \log x = -\frac{1}{2} = -0.5$$

الصورة الأسية هو حل المعادلة  $x = 10^{-0.5}$

a

b

(3) إذا كان  $\log(x+6) = 0$  فإن  $x = -5$

السبب :

$\log(x+6) = 0$  حول إلى الصورة الأسية  $x+6 = 10^0 = 1$

منها  $x = 1-6 = -5$

أو بالتعويض عن قيمة  $x = -5$   $\log(-5+6) = \log 1 = 0$

a

b

(4) حل المعادلة  $14^{9x} = 146$  هو  $x = \frac{\log 146}{9 \log 14}$

السبب :

$14^{9x} = 146$  بأخذ لوغاريتم الطرفين  $\log 14^{9x} = \log 146$

$$9x \log 14 = \log 146 \Rightarrow 9x = \frac{\log 146}{\log 14} \Rightarrow x = \frac{\log 146}{9 \log 14}$$

a

b

(5) حل المعادلة  $3 \log x - \log 6 + \log 2.4 = 9$  هو  $5 \times 10^4$

السبب :

$$3 \log x - \log 6 + \log 2.4 = 9$$

$$3 \log x - \log 6 + \log \frac{24}{10} = 9 \Rightarrow 3 \log x - \log 6 + \log \frac{4 \times 6}{10} = 9$$

$$3\log x - \log 6 + \log 4 + \log 6 - \log 10 = 9$$

$$3\log x + \log 4 = 9 + 1 \Rightarrow \log x^3 = \log 10^{10} - \log 4$$

$$\log x^3 = \log \frac{10^{10}}{4} = \log(25 \times 10^8)$$

$$x^3 = 25 \times 10^8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{25 \times 10^8}$$

$$x = 5 \times 10^4 \quad \text{أو بالتعويض عن}$$

$$3\log(5 \times 10^4) - \log 6 + \log 2.4 \approx 14.097 \neq 9$$

في التمارين (14-6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

$$(6) \quad \text{إذا كان } (1.5)^x = 356 \text{ فإن:}$$

a  $x \approx 15$

b  $x \approx 14.5$

c  $x \approx 15.3$

d  $x \approx 16.3$

السبب :

$$(1.5)^x = 356 \Rightarrow \log(1.5)^x = \log(356)$$

$$x \log 1.5 = \log(356) \Rightarrow x = \frac{\log 356}{\log 1.5} \approx 14.48$$

من خلال التعويض بكل قيمة من القيم

$$(a) \quad x = 15 \quad (1.5)^{15} = 437.89 \neq 356,$$

$$(b) \quad x = 14.5 \quad (1.5)^{14.5} = 357.538 \approx 357.538$$

$$(7) \quad \text{حل المعادلة } 8 + 10^x = 1008 \text{ هو:}$$

a  $x = 6$

b  $x \approx 3.5$

c  $x = 3$

d  $x = 2$

السبب :

$$8 + 10^x = 1008 \Rightarrow 10^x = 1008 - 8 = 1000 = 10^3$$

$$x = 3$$

$$(8) \quad \text{إذا كان } 2^{x^2} = 512 \text{ فإن:}$$

a  $x = 3$

b  $x = 9$

c  $x = 3, x = -3$

d  $x = -9$

السبب :

$$2^{x^2} = 512 \Rightarrow 2^{x^2} = 2^9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$(9) \quad \text{إذا كان } 2 \log x = -2 \text{ فإن:}$$

a  $x = 10^{-1}$

b  $x = 10^{0.5}$

c  $x = 10^{-2}$

d  $x = 10^{-0.5}$

السبب :

$$2 \log x = -2 \Rightarrow \log x = -1 \Rightarrow x = 10^{-1}$$

(10) مجموعة حل المعادلة:  $\log(x^2 + 2) = \log(5x - 4)$  هي:

- (a) {2}      (b) {3}      (c) {2, 3}      (d) {-2, -3}

السبب:

$$\log(x^2 + 2) = \log(5x - 4) \Rightarrow x^2 + 2 = 5x - 4$$
$$x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3, x = 2$$

(11) مجموعة حل المعادلة:  $\log_2(x^2 - x) = 1$  هي:

- (a) {-1}      (b) {1, 2}      (c) {-1, 2}      (d) {-1, -2}

السبب:

$$\log_2(x^2 - x) = 1 \Rightarrow \log_2(x^2 - x) = \log_2 2$$
$$x^2 - x = 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = 2 \in \mathbb{R} - (0, 1) \quad , \quad x = -1 \in \mathbb{R} - (0, 1)$$

(12) حل المعادلة  $\log(x + 21) + \log x = 2$  هو:

- (a) 4      (b) -25, 4      (c) 25      (d) 4, 25

السبب:

$$\log(x + 21) + \log(x) = 2 \Rightarrow \log(x(x + 21)) = \log 100$$

$$x^2 + 21x = 100 \Rightarrow x^2 + 21x - 100 = 0$$

$$x = 4 \in (0, \infty) \quad , \quad x = -25 \notin (0, \infty)$$

(13) يكون  $x = 3$  حلاً للمعادلة:

- (a)  $\log_3(6 - x^2) = 1$       (b)  $\log_x 9 = \frac{2}{3}$       (c)  $\log_3(x^2 + 1) = 2$       (d)  $\log_3 x^3 + \log_3 x = 4$

السبب:

$$\log_3 x^3 + \log_3 x = 4 \Rightarrow \log_3 x^4 = 4 \Rightarrow x^4 = 3^4 \Rightarrow x = \pm 3$$

(14) حل المعادلة  $\log_x 81 - \log_x 9 = 2$  هو:

- (a) -3      (b)  $\frac{1}{3}$       (c) 3      (d) 9

السبب:

$$\log_x 81 - \log_x 9 = 2 \Rightarrow \log_x \frac{81}{9} = 2 \Rightarrow \log_x 9 = 2 \Rightarrow 9 = x^2 \Rightarrow x = \pm 3$$

اللوغاريتم الطبيعي  
Natural Logarithm

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

a

b

$$\log_4(\ln e^4) = 1 \quad (1)$$

السبب :

$$\log_4(\ln e^4) = \log_4(4 \ln e) = \log_4 4 = 1$$

( باستخدام الآلة الحاسبة )

a

b

$$4 \ln 8 + \ln 10 = 4 \ln 80 \quad (2)$$

السبب :

$$4 \ln 8 + \ln 10 = \ln 8^4 \times 10 = \ln 40960$$

$$, 4 \ln 80 = \ln 80^4 = \ln 40960000$$

$$4 \ln 8 + \ln 10 \neq 4 \ln 80$$

( باستخدام الآلة الحاسبة )

a

b

$$\ln e^2 = 2 \quad (3)$$

السبب :

$$\ln e^2 = 2 \ln e = 2 \quad \text{أو}$$

( باستخدام الآلة الحاسبة )

a

b

$$(4) \text{ حل المعادلة: } \ln x = -2 \text{ هو } e^{-2}$$

السبب :

$$\ln x = -2 \Rightarrow x = e^{-2} \Rightarrow x = \frac{1}{e^2} \quad \text{أو} \quad x = e^2$$

a

b

$$(5) \text{ حل المعادلة: } e^{\frac{x}{5}} + 4 = 7 \text{ هو } 5 \ln 3$$

السبب :

$$e^{\frac{x}{5}} + 4 = 7 \Rightarrow e^{\frac{x}{5}} = 3 \Rightarrow \ln e^{\frac{x}{5}} = \ln 3 \Rightarrow \frac{x}{5} = \ln 3 \Rightarrow x = 5 \ln 3$$

( بالتعويض عن  $x = 5 \ln 3$  واستخدام الآلة الحاسبة )

في التمارين (14-6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6)  $3 \ln 4 - 5 \ln 2$  على شكل لوغاريتم واحد تكتب:

- (a)  $\ln(-18)$       (b)  $\ln\left(\frac{6}{5}\right)$       (c)  $\ln 2$       (d)  $\ln 32$

السبب :

$$3 \ln 4 - 5 \ln 2 = \ln 4^3 - \ln 2^5 = \ln \frac{4^3}{2^5} = \ln 2$$

( أ واستخدام الآلة الحاسبة جرب جميع النواتج )

(7)  $e^{\ln 10}$  تساوي:

- (a) 10      (b)  $e^{10}$       (c) 0      (d)  $\frac{1}{10}$

السبب :

من خواص اللوغاريتم الطبيعي  $e^{\ln 10} = 10$

( أ واستخدام الآلة الحاسبة )

(8) حل المعادلة  $\ln(2m+3) = 8$  هو:

- (a)  $e^8 - 3$       (b)  $\frac{e^8}{2} - 3$       (c)  $\frac{e^8 - 3}{2}$       (d)  $e^4 - 3$

السبب :

$$\ln(2m+3) = 8 \Rightarrow 2m+3 = e^8 \Rightarrow 2m = e^8 - 3 \Rightarrow m = \frac{e^8 - 3}{2}$$

(9) حل المعادلة  $\ln 4r^2 = 3$  هو:

- (a)  $\frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}$       (b)  $\frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}, -\frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}$       (c)  $e^{-\frac{3}{2}}$       (d)  $e^{\frac{3}{2}}, -e^{\frac{3}{2}}$

السبب :

بالتعويض المباشر عن قيم  $x$  في مجال الدالة أو كما يلي

$$4r^2 > 0 \Rightarrow t^2 > 0 \Rightarrow |r| > 0 \quad \text{مجموعة التعويض} \quad \ln 4t^2 = 3$$

$$\mathbb{R} - \{0\} = \text{مجموعة التعويض}$$

$$\ln 4r^2 = 3 \Rightarrow \ln 2^2 r^2 = 3 \Rightarrow \ln(2r)^2 = 3 \Rightarrow 2 \ln|2r| = 3$$

$$\ln|2r| = \frac{3}{2} \Rightarrow |2r| = e^{\frac{3}{2}} \Rightarrow |r| = \frac{e^{\frac{3}{2}}}{2} \Rightarrow r = \pm \frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}$$

(10) حل المعادلة  $e^{2x} = 10$  هو:

- (a)  $x = \frac{\ln 10}{2}$       (b)  $\ln 5$       (c)  $\frac{5}{e}$       (d)  $2 \ln 10$

السبب :

$$e^{2x} = 10$$

بأخذ لوغاريتم الطرفين

$$\ln e^{2x} = \ln 10 \Rightarrow 2x = \ln 10 \Rightarrow x = \frac{\ln 10}{2}$$

(11)  $\{e^2\}$  هي مجموعة حل المعادلة:

- a  $\ln x = 2$        b  $\ln x^2 = 2$        c  $\ln x^2 = 4$        d  $\ln x = 4$

السبب :

$$\ln x = 2 \Rightarrow x = e^2$$

حول إلى الصورة الأسية

(12) حل المعادلة  $e^{x+1} = 13$  هو:

- b  $x = \ln 13 + 1$        b  $x = \ln 13 - 1$        c  $x = \ln 13$        d  $x = \ln 12$

السبب :

$$e^{x+1} = 13$$

بأخذ لوغاريتم الطرفين

$$\ln e^{x+1} = \ln 13 \Rightarrow x + 1 = \ln 13 \Rightarrow x = \ln 13 - 1$$

(13) حل المعادلة  $\ln(x-2)^2 = 6$  هو:

- a  $2 + e^3$        b  $2 - e^3$        c  $2 \pm e^3$        d  $2 \pm e^6$

السبب :

$$\ln(x-2)^2 = 6 \Rightarrow 2 \ln|x-2| = 6 \Rightarrow \ln|x-2| = \frac{6}{2} = 3$$

$$|x-2| = e^3 \Rightarrow x-2 = \pm e^3 \Rightarrow x = 2 \pm e^3$$

(14) حل المعادلة  $e^{\frac{x}{2}+1} + 3 = 8$  هو:

- a  $x = 2 \ln 5 - 1$        b  $x = 2 \ln 5 - 2$        c  $x = 2 \ln 4$        d  $x = \frac{1}{2}(\ln 5 - 1)$

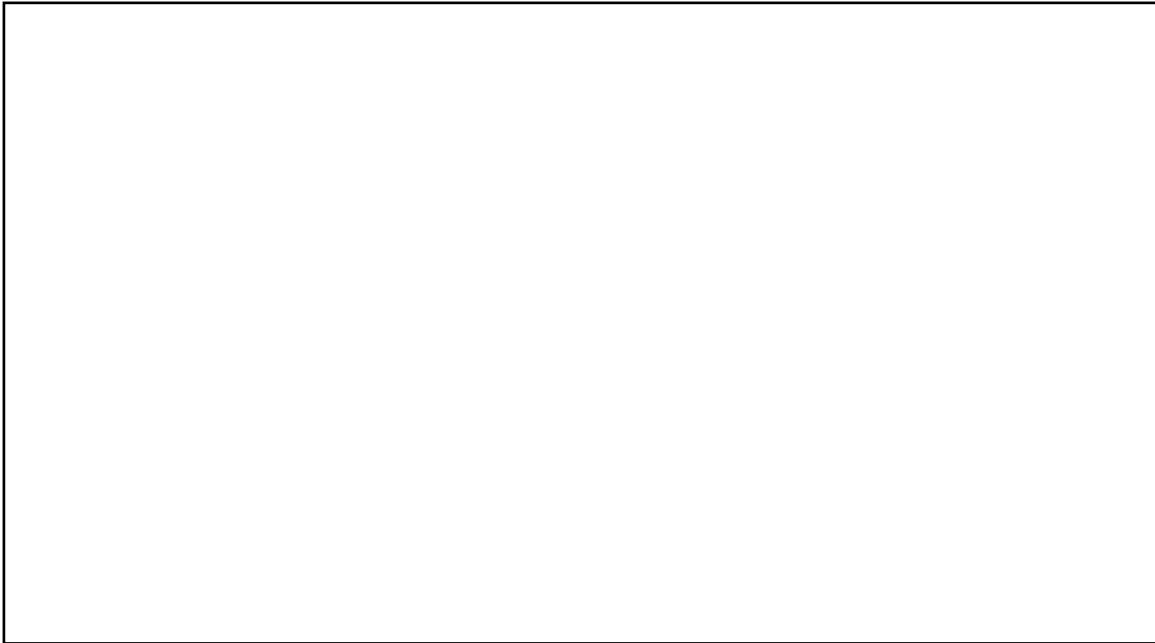
السبب :

$$e^{\frac{x}{2}+1} + 3 = 8 \Rightarrow e^{\frac{x}{2}+1} = 8 - 3 = 5$$

بأخذ لوغاريتم الطرفين

$$\ln e^{\frac{x}{2}+1} = 5 \Rightarrow \frac{x}{2} + 1 = e^5 \Rightarrow \frac{x}{2} = e^5 - 1 \Rightarrow x = 2(e^5 - 1)$$

$$x = -2 + 2e^5 = 2e^5 - 2$$



## المتجه في المستوى The Vector in the Plane

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط التالية:  $A(2,1), B(-3,0), C(3,-4), D(x,y)$

(1) الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لـ  $\overrightarrow{BA}$  هو  $(-5, -1)$

(a)

(b)

السبب:

متجه الموضع للقطعة الموجهة  $\overrightarrow{BA}$  يمثله الزوج المرتب التالي:

$$(x_A - x_B, y_A - y_B) = (2 - (-3), 1 - 0) = (5, 1)$$

(a)

(b)

(2) مركبات  $\overrightarrow{BC}$  هي  $\langle 6, 4 \rangle$

السبب:

$$\langle \overrightarrow{BC} \rangle = \langle x_C - x_B, y_C - y_B \rangle = \langle 3 - (-3), -4 - 0 \rangle = \langle 6, -4 \rangle$$

(a)

(b)

(3) المثلث  $ABC$  هو متطابق الضلعين.

السبب:

$$\langle \overrightarrow{BC} \rangle = \langle 6, -4 \rangle, \langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle -5, -1 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{AC} \rangle = \langle x_C - x_A, y_C - y_A \rangle = \langle 3 - 2, -4 - 1 \rangle = \langle 1, -5 \rangle$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} \text{ units}$$

$$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26} \text{ units}$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{25 + 1} = \sqrt{52} \text{ units}$$

$$\|\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{AB}\| \quad \text{المثلث متطابق الضلعين لأن}$$

(a)

(b)

(4) إذا كان  $\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle \overrightarrow{CD} \rangle$  فإن:  $x = -2, y = -5$

السبب:

نفرض أن  $D(x, y)$

$$\langle \overrightarrow{CD} \rangle = \langle x_D - x_C, y_D - y_C \rangle = \langle x - 3, y + 4 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{CD} \rangle = \langle \overrightarrow{AB} \rangle \Rightarrow \langle x - 3, y + 4 \rangle = \langle -5, -1 \rangle \Rightarrow x = -2, y = -5$$

في التمارين (5-8)، ظل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) في المستوى الإحداثي إذا كان  $\vec{u} = \langle -2, 2 \rangle$

فإن قياس الزاوية التي يصنعها  $\vec{u}$  مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يساوي:

- (a)  $45^\circ$       (b)  $-45^\circ$       (c)  $135^\circ$       (d)  $225^\circ$

السبب:  $\vec{u} = \langle -2, 2 \rangle$  ،  $x = -2$  ،  $y = 2$  و  $\theta$  تقع في الربع الثاني

$$\theta = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \quad \text{أي} \quad \alpha = \tan^{-1} \left| \frac{2}{-2} \right| = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

(6) لتأخذ في المستوى الإحداثي  $\vec{u} = \langle \frac{12}{13}, y \rangle$ . إذا كان  $\vec{u}$  متجه وحدة فإن  $y$  يساوي:

- (a)  $\frac{1}{13}$       (b)  $\frac{\sqrt{13}}{13}$       (c)  $\frac{5}{13}$       (d)  $\pm \frac{5}{13}$

السبب:

$$y = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \pm \frac{5}{13} \quad \text{متجه وحدة} \quad \vec{u} = \left\langle \frac{12}{13}, y \right\rangle$$

(7) لتكن في المستوى الإحداثي النقاط:  $A(1,3), B(3,2), C(0,-1), D(-4,1)$  فيكون:

- (a)  $\langle \overline{AB} \rangle = \langle \overline{CD} \rangle$       (b)  $\langle \overline{AB} \rangle = -\langle \overline{CD} \rangle$   
(c)  $\langle \overline{CD} \rangle = -2 \langle \overline{AB} \rangle$       (d)  $\langle \overline{AB} \rangle = -2 \langle \overline{CD} \rangle$

السبب:

$$A(1,3), B(3,2), C(0,-1), D(-4,1)$$

$$\langle \overline{AB} \rangle = \langle x_B - x_A, y_B - y_A \rangle = \langle 3 - 1, 2 - 3 \rangle = \langle 2, -1 \rangle$$

$$\langle \overline{CD} \rangle = \langle x_D - x_C, y_D - y_C \rangle = \langle -4 - 0, 1 + 1 \rangle = \langle -4, 2 \rangle$$

$$\langle \overline{CD} \rangle = -2 \langle \overline{AB} \rangle$$

(8) لتأخذ في المستوى الإحداثي النقاط:  $E(2,4), F(-1,-5), G(x,y)$  إذا كان:  $\langle \overline{EF} \rangle = \langle \overline{EG} \rangle$  فإن  $(x, y)$  يساوي:

- (a)  $(-1, -5)$       (b)  $(-5, -13)$       (c)  $(5, 13)$       (d)  $(1, 5)$

السبب:

$$E(2,4), F(-1,-5), G(x,y)$$

$$\langle \overline{EF} \rangle = \langle \overline{EG} \rangle$$

$$\langle -3, -9 \rangle = \langle x - 2, y - 4 \rangle$$

$$x = -1, y = 5 \Rightarrow G(-1, -5)$$

## جمع المتجهات وطرحها

### Addition and Subtraction of Vectors

#### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)

(b)

(1) إذا كان  $\langle \overline{AB} \rangle + \langle \overline{BC} \rangle = \langle \overline{AC} \rangle$  فإن:  $AB + BC = AC$

السبب:

$$\langle \overline{AC} \rangle = \langle \overline{AB} \rangle + \langle \overline{BC} \rangle$$

(قاعدة شال تنطبق على المتجهات وليس على القطع المستقيمة)

(a)

(b)

(2)  $\langle \overline{AC} \rangle + \langle \overline{BA} \rangle + \langle \overline{CB} \rangle = \vec{0}$

السبب:

$$\langle \overline{AC} \rangle + \langle \overline{BA} \rangle + \langle \overline{CB} \rangle = \langle \overline{AC} \rangle + \langle \overline{CB} \rangle + \langle \overline{BA} \rangle = \langle \overline{AB} \rangle + \langle \overline{BA} \rangle = \langle \overline{AA} \rangle = \vec{0}$$

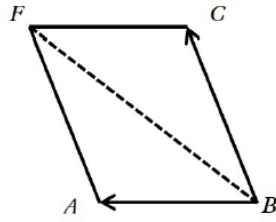
(3)  $ABCF$  متوازي أضلاع حيث:  $\overline{BA} = \langle -2, 3 \rangle$ ،  $\overline{BF} = \langle 1, 4 \rangle$

(a)

(b)

$\langle \overline{BC} \rangle = \langle 3, 1 \rangle$  ∴

السبب:



$$\langle \overline{BC} \rangle = \langle \overline{BF} \rangle - \langle \overline{BA} \rangle$$

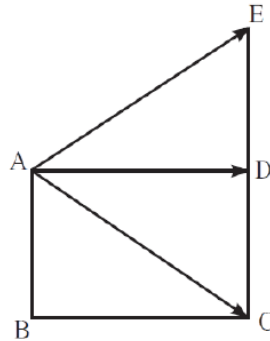
$$\langle \overline{BC} \rangle = \langle 1, 4 \rangle - \langle -2, 3 \rangle = \langle 1, 4 \rangle + \langle 2, -3 \rangle$$

$$\langle \overline{BC} \rangle = \langle 3, 1 \rangle$$

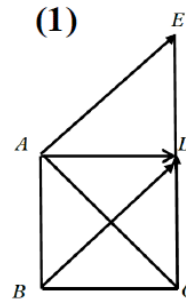
(a)

(b)

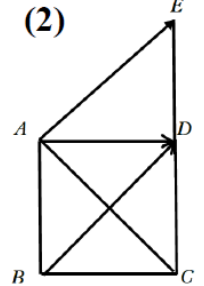
(4) في المستطيل  $ABCD$ :  $\langle \overline{AE} \rangle = \langle \overline{BD} \rangle$  إذا  $\langle \overline{AC} \rangle + \langle \overline{AD} \rangle = \langle \overline{AE} \rangle$



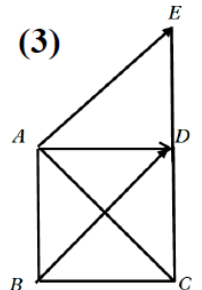
(1)



(2)



(3)



في الشكل رقم (1)  $\langle \overline{AF} \rangle = \langle \overline{BD} \rangle = \langle \overline{BC} \rangle + \langle \overline{BA} \rangle$

في الشكل رقم (2)  $\langle \overline{AF} \rangle = \langle \overline{BD} \rangle = \langle \overline{BC} \rangle + \langle \overline{CD} \rangle$

في الشكل رقم (3)  $\langle \overline{AF} \rangle = \langle \overline{BD} \rangle = \langle \overline{BA} \rangle + \langle \overline{AD} \rangle$

وكل منهما لا يساوي:  $\langle \overline{AC} \rangle + \langle \overline{AD} \rangle$

(5) في المثلث  $ABC$ :  $\langle \overline{AB} \rangle - \langle \overline{AC} \rangle + \langle \overline{BC} \rangle - \langle \overline{BA} \rangle = \langle \overline{AB} \rangle$  **(b)**

السبب:

$$\begin{aligned} \langle \overline{AB} \rangle - \langle \overline{AC} \rangle + \langle \overline{BC} \rangle - \langle \overline{BA} \rangle &= \langle \overline{AB} \rangle + \langle \overline{BC} \rangle + \langle \overline{CA} \rangle + \langle \overline{AB} \rangle \\ &= \langle \overline{AC} \rangle + \langle \overline{CB} \rangle = \langle \overline{AB} \rangle \end{aligned}$$

(6) إذا كان  $\vec{L} = \langle \overline{AC} \rangle + 2\langle \overline{AB} \rangle - \langle \overline{BC} \rangle$  فإن:

**(a)**  $\vec{L} = \frac{1}{2} \langle \overline{AB} \rangle$

**(b)**  $\vec{L} = -\frac{1}{2} \langle \overline{AB} \rangle$

**(c)**  $\vec{L} = 3 \langle \overline{AB} \rangle$

**(d)**  $\vec{L} = -3 \langle \overline{AB} \rangle$

السبب:

$$\begin{aligned} \vec{L} &= \langle \overline{AC} \rangle + 2\langle \overline{AB} \rangle - \langle \overline{BC} \rangle = \langle \overline{AC} \rangle + 2\langle \overline{AB} \rangle + \langle \overline{CB} \rangle \\ &= \langle \overline{AC} \rangle + \langle \overline{CB} \rangle + 2\langle \overline{AB} \rangle = \langle \overline{AB} \rangle + 2\langle \overline{AB} \rangle = 3\langle \overline{AB} \rangle \end{aligned}$$

(7) إذا كان  $\langle \overline{AM} \rangle = 2(3\vec{i} - \vec{j}) + 3(-2\vec{i}) - 2\vec{j}$ ، فإن  $\langle \overline{AM} \rangle$  يساوي:

**(a)**  $2\vec{i} - 3\vec{j}$

**(b)**  $3\vec{i} - 2\vec{j}$

**(c)**  $-4\vec{j}$

**(d)**  $6\vec{i} - 6\vec{j}$

السبب:

$$\langle \overline{AM} \rangle = 2(3\vec{i} - \vec{j}) + 3(-2\vec{i}) - 2\vec{j} = (6\vec{i} - 2\vec{j}) + (-6\vec{i}) - 2\vec{j} = -4\vec{j}$$

(8)  $ABCD$  متوازي أضلاع حيث:  $A(-2, 1), B(0, -2), C(3, -1)$ . إذا إحدائيات  $D$  هي:

**(a)**  $(2, 2)$

**(b)**  $(-1, 2)$

**(c)**  $(1, 2)$

**(d)**  $(1, -2)$

السبب:

نفرض أن  $D(x, y)$  الشكل  $ABCD$  متوازي أضلاع

$$\therefore \langle \overline{BA} \rangle = \langle \overline{CD} \rangle$$

$$\langle -2, 3 \rangle = \langle x - 3, y + 1 \rangle$$

$$x = -1, y = 2$$

(9)  $\vec{U} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ ،  $\vec{V} = x\vec{i} - \vec{j}$  هما متجهان متوازيان. قيمة  $x$  هي:

**(a)** 2

**(b)** -2

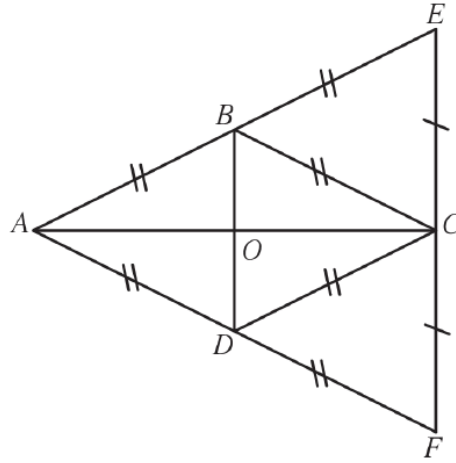
**(c)** 8

**(d)** -8

السبب:

$$\frac{x}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \quad \text{أي أن} \quad \frac{x_V}{x_U} = \frac{y_V}{y_U} \quad \text{فإن} \quad \vec{V} \parallel \vec{U} \quad \therefore$$

في التمارين (10-13) لديك قائمتان، اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.



من الشكل أعلاه

القائمة (2)	القائمة (1)
<p>(a) <math>\vec{BD}</math></p> <p>(b) <math>\vec{AC}</math></p> <p>(c) <math>\vec{0}</math></p> <p>(d) <math>\vec{DB}</math></p>	<p>(b) <math>\vec{AB} + \vec{AD} =</math> (10)</p> <p>(c) <math>\vec{CE} + \vec{CF} =</math> (11)</p> <p>(10) من الشكل <math>\langle \vec{AB} \rangle + \langle \vec{AD} \rangle = \langle \vec{AC} \rangle</math> لأن النقطة <b>c</b> هي التي تكمل متوازي الأضلاع <b>ABCD</b></p> <p>(11) - من الشكل <math>\langle \vec{CE} \rangle + \langle \vec{CF} \rangle = \vec{0}</math> لأن كل من المتجهين معكوس للآخر</p>

القائمة (2)	القائمة (1)
<p>(a) <math>2\vec{BA}</math></p> <p>(b) <math>2\vec{BE}</math></p> <p>(c) <math>-\vec{CA}</math></p> <p>(d) <math>\vec{CA}</math></p>	<p>(a) <math>\vec{EA} =</math> (12)</p> <p>(c) <math>2\vec{OC} =</math> (13)</p>

(12) من الشكل :  $\langle \vec{EA} \rangle = 2\langle \vec{BA} \rangle$  لأن النقطة **B** منتصف **AE**

لأن  $\langle \vec{EA} \rangle = \langle \vec{BA} \rangle$

(13) من الشكل :  $2\vec{OC} = \vec{AC}$

وبالتالي فإن :  $2\vec{OC} = -\vec{CA}$

## الضرب الداخلي Scalar Product

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-6)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)

(b)

(1) إذا كان  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ ، فإن  $\vec{u} \perp \vec{v}$

السبب:

من تعريف حاصل ضرب متجهين

(a)

(b)

(2) إذا كان  $\vec{u} \perp \vec{v}$ ،  $\vec{u} = \langle -2, x \rangle$ ،  $\vec{v} = \langle 5, 1 \rangle$ ، فإن  $x = -10$

السبب:  $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow -2 \times 5 + x = 0 \Rightarrow -10 + x = 0$  فإن

$$x = 10$$

(a)

(b)

(3) إذا كان  $\vec{u} \cdot \vec{w} = -5$ ،  $\vec{v} \cdot \vec{w} = 3$ ، فإن  $(\vec{u} - \vec{v}) \cdot \vec{w} = -8$

السبب:

$$(\vec{u} - \vec{v}) \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} - \vec{v} \cdot \vec{w} = -5 - 3 = -8$$

(a)

(b)

(4) إذا كانت  $A(-1, 2)$ ،  $B(2, 3)$ ،  $C(-4, 5)$ ، فإن  $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -6$

السبب:

$$\overline{AB} = \langle 2 + 1, 3 - 2 \rangle = \langle 3, 1 \rangle$$

$$\overline{AC} = \langle -4 + 1, 5 - 2 \rangle = \langle -3, 3 \rangle$$

$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \langle 3, 1 \rangle \cdot \langle -3, 3 \rangle = -9 + 3 = -6$$

(a)

(b)

(5) إذا كانت  $L(-3, 4)$ ،  $M(0, 5)$ ، فإن  $\|\overline{LM}\| = 10$

السبب:

$$\overline{LM} = \langle 0 - (-3), 5 - 4 \rangle = \langle 3, 1 \rangle$$

$$\|\overline{LM}\| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

(a)

(b)

(6)  $\vec{A}$ ،  $\vec{B}$  متجهان في المستوى حيث  $\vec{A} = \langle 2, -3 \rangle$ ،  $\vec{B} = \langle 1, 0 \rangle$

$$\therefore \cos(\vec{A}, \vec{B}) = 2 \frac{\sqrt{13}}{13}$$

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \|\vec{B}\|} = \frac{\langle 2, -3 \rangle \cdot \langle 1, 0 \rangle}{\sqrt{4+9} \times \sqrt{1+0}} = \frac{2+0}{\sqrt{13}} = 2 \frac{\sqrt{13}}{13}$$

السبب:

في التمارين (7-14)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(7) إذا كان  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3$ ،  $\vec{u} = \langle 2, -2 \rangle$ ،  $\vec{v} = \langle -1, m \rangle$ ، فإن  $m$  تساوي:

a  $-\frac{5}{2}$

b  $\frac{5}{2}$

c  $\frac{1}{2}$

d  $-\frac{1}{2}$

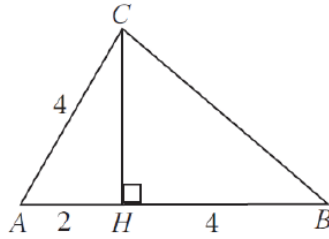
السبب :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \Rightarrow \langle 2, -2 \rangle \cdot \langle -1, m \rangle = 3 \quad -2 - 2m = 3$$

$$-2 - 2m = 3 \Rightarrow -2m = 5 \Rightarrow m = -\frac{5}{2}$$

(8) في مثلث  $ABC$ ،  $H$  هو المسقط العمودي لـ  $C$  على  $\vec{AB}$ .

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} =$$



a  $-6$

b  $12$

c  $-12$

d  $6$

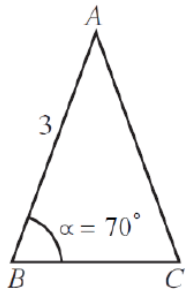
السبب :

$$A(0,0), H(2,0), B(6,0), C(2,y)$$

بفرض أن النقطة

$$\vec{AB} = \langle 6, 0 \rangle, \vec{AC} = \langle 2, y \rangle$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \langle 6, 0 \rangle \cdot \langle 2, y \rangle = 12 + 0 = 12$$



(9) في الشكل المقابل  $m(\vec{BC}, \vec{BA}) = 70^\circ$ ،  $AB = AC = 3 \text{ cm}$

$\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  يساوي تقريباً:

a  $2.3$

b  $6.89$

c  $3$

d  $-2.3$

السبب :

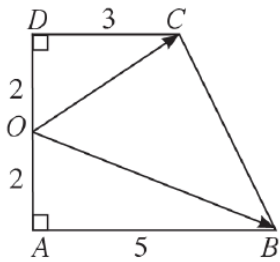
$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AC}\| \cos(\angle BAC) = 3 \times 3 \cos(40^\circ)$$

$$= 9 \cos(40^\circ) \approx 6.89$$

(10)  $ABCD$  شبه منحرف قائم (انظر الشكل المقابل) حيث:

$$AB = 5 \text{ cm}, AO = 2 \text{ cm}, OD = 2 \text{ cm}, CD = 3 \text{ cm}$$

$\vec{OB} \cdot \vec{OC}$  يساوي:



- (a) 11      (b) -11      (c) 12      (d) -12

السبب :

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}, \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{DC}$$

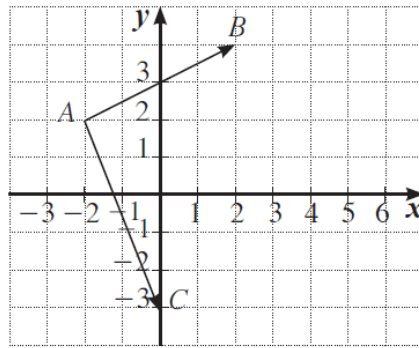
$$\vec{OB} \cdot \vec{OC} = (\vec{OA} + \vec{AB}) \cdot (\vec{OD} + \vec{DC})$$

$$= (\vec{OA} \cdot \vec{OD} + \vec{OD} \cdot \vec{DC}) + (\vec{OA} \cdot \vec{AB} + \vec{AB} \cdot \vec{DC})$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{DC} = 2 \times 2 \cos 180^\circ + 2 \times 3 \cos 90^\circ + 2 \times 5 \cos 90^\circ$$

$$+ 2 \times 5 \cos 0^\circ = -4 + 0 + 0 + 15 = 11$$

(11)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} =$



السبب :

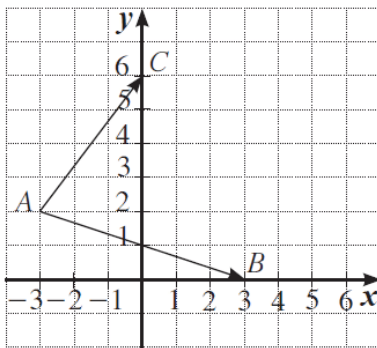
$$\vec{AB} = \langle 2 - (-2), 4 - 2 \rangle = \langle 4, 2 \rangle$$

$$\vec{AC} = \langle 0 - (-2), -3 - 2 \rangle = \langle 2, -5 \rangle$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \langle 4, 2 \rangle \cdot \langle 2, -5 \rangle = 4 \times 2 + 2 \times (-5) = -2$$

- (a) 2      (b) -2      (c) 18      (d) 0

(12) في الشكل المقابل،  $\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) =$



السبب :

$$\vec{AB} = \langle 3 - (-3), 0 - 2 \rangle = \langle 6, -2 \rangle$$

$$\vec{AC} = \langle 0 - (-3), 6 - 2 \rangle = \langle 3, 4 \rangle$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \langle 6, -2 \rangle \cdot \langle 3, 4 \rangle = 6 \times 3 + 4 \times (-2) = 10$$

$$\|\vec{AB}\| = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{10}, \quad \|\vec{AC}\| = \sqrt{3^2 + (4)^2} = 5$$

$$\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{10}{2\sqrt{10} \times 5} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

- (a) 0      (b)  $\frac{3}{5}$       (c)  $\frac{1}{2}$       (d)  $\frac{1}{\sqrt{10}}$

(13) إذا كان  $\vec{u} \perp \vec{v}$  ،  $\vec{v} = \langle 2, 3 \rangle$  ،  $\vec{u} = \langle -5, m \rangle$  فإن  $m$  تساوي:

a  $\frac{10}{3}$

b  $-\frac{3}{10}$

c  $-\frac{10}{3}$

d  $\frac{15}{2}$

السبب :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow -5 \times 2 + 3m = 0 \Rightarrow -10 + 3m = 0 \quad \text{فإن} \quad \therefore \vec{u} \perp \vec{v}$$

$$3m = 10 \Rightarrow m = \frac{10}{3}$$

(14) إذا كان  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -2$  فإن  $m(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$  لا يمكن أن يساوي:

c  $60^\circ$

b  $28^\circ$

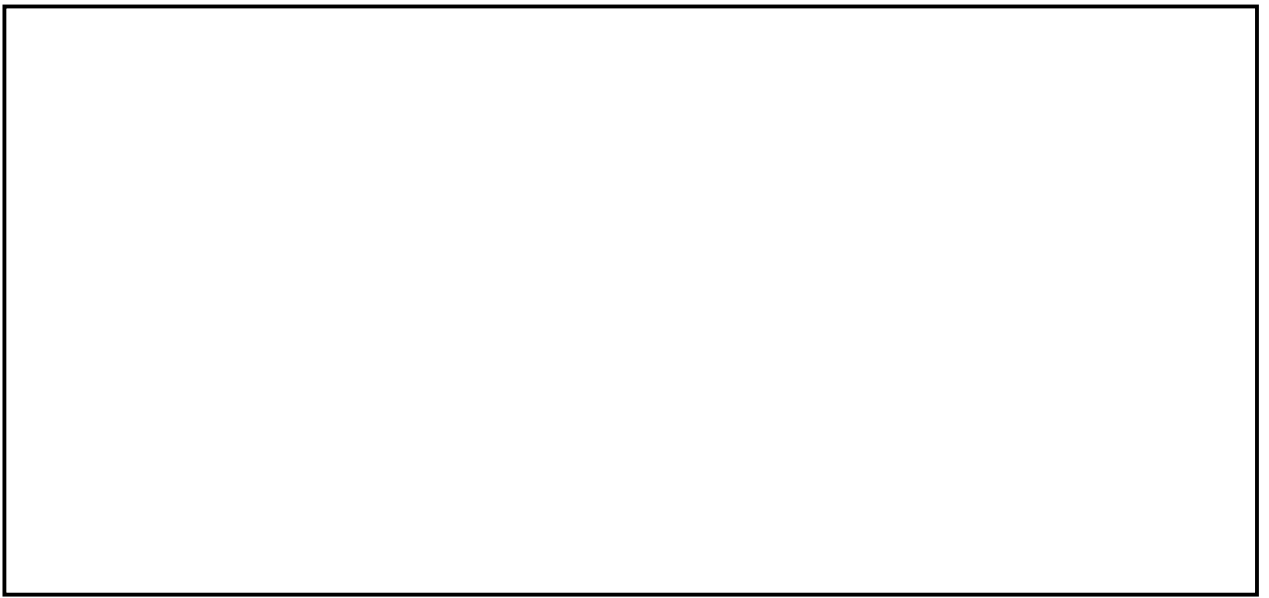
c  $122^\circ$

d  $50^\circ$

السبب :

$$90^\circ < \cos(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) < 180^\circ \quad \text{لابد أن} \quad \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -2, -2 < 0$$

$$m(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) = 122^\circ$$



## المجتمع الإحصائي والمعاينة Statistical Population and Sampling

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) المواليد في العالم سنة 2010 عبارة عن مجتمع غير منته.

السبب : لأنه في خلال سنه واحدة يمكن تحديد عدد المواليد في العالم .

(a) (b)

(2) وحدة الدراسة لعدد زوار مركز علمي في يوم واحد هي أي زائر.

السبب :

لأن الدراسة لعدد زوار المركز .

(3) يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة أنواع السمك الموجودة

(a) (b)

في أحد المحيطات.

السبب :

لانه لايمكن جمع جمع أنواع الأسماك

(a) (b)

(4) عدد الصفحات في كتاب ما هو بيانات كمية مستمرة.

السبب :

عدد الصفحات في كتاب ما معلوم عددها وبالتالي فهي بيانات كمية

(a) (b)

(5) عند ترتيب الأشياء نستخدم بيانات كمية مرتبة.

في التمارين (6-10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) البيانات الكيفية تكون:

(b) مرتبة فقط

(a) اسمية أو مرتبة

(d) اسمية فقط

(c) متقطعة

السبب :

البيانات الكيفية تكون إسمية أو مرتبة .

(7) البيانات المستمرة هي بيانات:

(d) كمية

(c) كمية

(b) مرتبة

(a) اسمية

السبب :

البيانات المستمرة هي بيانات كمية .

في التمارين (10-6)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) عند إجراء تحاليل الدم نستخدم:

- (a) الحصر الشامل  
(b) المعاينة  
(c) الحصر الشامل والمعاينة  
(d) ليس أيًا مما سبق

السبب :

عند إجراء تحاليل الدم نستخدم المعاينة .

(9) البيانات الكمية تكون:

- (a) اسمية أو مرتبة  
(b) مرتبة فقط  
(c) متقطعة أو مستمرة  
(d) مستمرة فقط

السبب :

من التعريف

(10) عدد المشاهدين في مباراة كرة قدم هو عبارة عن بيانات:

- (a) كيفية اسمية  
(b) كيفية مرتبة  
(c) كمية متقطعة  
(d) كمية مستمرة

السبب :

عدد المشاهدين في مباراة كرة قدم هو عبارة عن بيانات كمية متقطعة .  
لأنه يمكن معرفه عدد المشاهدين من خلال عدد التذاكر المباعة .

## العينات Samples

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.  
(1) للحصول على أفضل تمثيل للمجتمع نختار العينة بطريقة عشوائية.

(a) (b)

السبب :

لأنه باستخدام العينة العشوائية نكون بعيدين عن التخيز

(a) (b)

(2) لا يوجد فرق بين العينة العشوائية البسيطة والعينة العشوائية الطبقية.

العينة العشوائية البسيطة هي عينة جميع مفرداتها متجانسة .

العينة الطبقية هي مجموعات غير متقاطعة أي تتكون من طبقات مختلفة فيما بينها

ولكن كل طبقة متجانسة في داخلها .

(a) (b)

$$(3) \text{ حجم المجتمع} = \frac{\text{كسر المعاينة}}{\text{حجم العينة}}$$

السبب :

$$\frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \text{كسر المعاينة}$$

$$\frac{\text{حجم العينة}}{\text{كسر المعاينة}} = \text{حجم المجتمع}$$

(a) (b)

$$(4) \text{ حجم المجتمع الإحصائي} = \text{طول الفترة} \times \text{حجم العينة}$$

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} \quad \text{السبب :}$$

$$\text{حجم المجتمع الإحصائي} = \text{طول الفترة} \times \text{حجم العينة}$$

(5) إذا كان طول الفترة يساوي 70، والمفردة الأولى تساوي 43،

فالمفردة الخامسة تساوي 322

(a) (b)

السبب : المفردة الأولى = 43 ، المفردة الثانية = 43 + 70

المفردة الثالثة = 43 + 2(70) ، ..... ، المفردة الخامسة = 43 + 4(70)

$$43 + 4(70) = 43 + 280 = 323$$

و بالتالي، فإن المفردة الخامسة :

في التمارين (10-6)، ظلّ رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(6) يتوافر في العينة العشوائية البسيطة:

- (a) شرط التحيز  
(b) الإتاحة لكل عنصر فيها الفرصة نفسها في الظهور  
(c) شرط العشوائية والانتظام  
(d) كل مما سبق.

السبب :

يتوافر في العينة العشوائية البسيطة الإتاحة لكل عنصر فيها الفرصة نفسها في الظهور .

(7) يتوفر في العينة المنتظمة:

- (a) شرط العشوائية والانتظام  
(b) شرط الانتظام فقط  
(c) شرط العشوائية فقط  
(d) ليس أيّاً مما سبق

السبب :

يتوفر في العينة المنتظمة العشوائية والانتظام .

(8) عند استخدام العينة الطبقية يفضل أن:

- (a) تكون عشوائية ومنتظمة  
(b) تكون طبقات المجتمع متجانسة بداخلها مختلفة في ما بينها  
(c) لا تتيح لكل عنصر فيها الفرصة نفسها في الظهور  
(d) ليس أيّاً مما سبق

السبب :

عند استخدام العينة الطبقية يفضل أن تكون طبقات المجتمع متجانسة بداخلها مختلفة في ما بينها .

(9) إذا كان حجم العينة يساوي 100 وحجم المجتمع الإحصائي يساوي 2000، فكسر المعاينة يساوي:

- (a) 0.3  
(b) 0.5  
(c) 0.05  
(d) 0.02

السبب :

$$0.05 = \frac{100}{2000} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \text{كسر المعاينة}$$

(10) إذا كان طول الفترة يساوي 40 وحجم المجتمع الإحصائي يساوي 1000، فحجم العينة يساوي:

- (a) 35  
(b) 25  
(c) 40  
(d) 30

السبب :

$$\frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}} = \text{طول الفترة}$$

$$25 = \frac{1000}{40} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{طول الفترة}} = \text{حجم العينة}$$

## أساليب عرض البيانات Ways to Display Data

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)

(b)

(1) التكرار النسبي يساوي: قياس الزاوية المركزية لقطاع  $\times 360^\circ$

السبب:

قياس الزاوية المركزية لقطاع = التكرار النسبي  $\times 360^\circ$

$$\frac{\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع}}{360^\circ} = \text{التكرار النسبي}$$

(a)

(b)

(2) التكرار النسبي =  $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{\text{تكرار القيمة}}$

السبب:

$$\frac{\text{تكرار القيمة (أو الفئة)}}{\text{مجموع التكرارات}} = \text{التكرار النسبي}$$

(a)

(b)

(3) مركز فئة -20 طولها 10 يساوي 30

السبب:

$$\frac{20 + 30}{2} = 25$$

مركز فئة -20 طولها 10 هو :

(a)

(b)

(4) لا يمكن رسم المنحنى التكراري قبل المدرج التكراري.

السبب : لأنه يمكن رسم المنحنى التكراري قبل المدرج التكراري وذلك باستخدام مراكز الفئات .

(a)

(b)

(5) يمكن تمثيل بيانات كمية مستمرة بالقطاعات الدائرية.

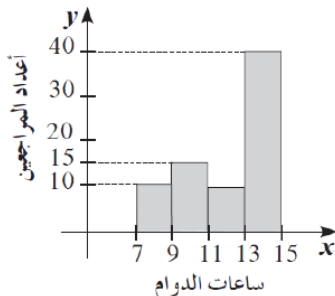
السبب :

لأن البيانات الكمية المستمرة غير ثابتة

في التمارين (6-10)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

في التمارين (6-7) استخدم المدرج التكراري المقابل الذي يمثل أعداد المراجعين في إحدى الوزارات خلال ساعات الدوام اليومي في دولة ما.

(6) إجمالي عدد المراجعين هو:



السبب : إجمالي عدد المراجعين =  $75 = 40 + 10 + 15 + 10$

(a) 80

(b) 65

(c) 70

(d) 75

(7) طول الفترة يساوي:

(a) 4

(b) 3

(c) 2

(d) 1

السبب :

طول الفترة = الحد الأعلى لأي فئة - الحد الأدنى لنفس الفئة :

$$9 - 7 = 2 \quad \text{طول الفترة}$$

في التمارين (8-10) استخدم الشكل البياني المقابل الذي يمثل المواد الاختيارية المفضلة لدى طلاب إحدى المدارس البالغ عددهم 200 طالب.



(8) كم يساوي قياس الزاوية المركزية لقطاع التربية البدنية؟

(a) 120°

(b) 45°

(c) 180°

(d) 90°

السبب :

لأن قطاع التربية البدنية يمثل نصف المنطقة الدائرة

(9) كم يبلغ عدد الطلاب المسجلين باللغة الإنجليزية؟

(a) 30

(b) 25

(c) 35

(d) 40

السبب :

قياس زاوية ( قطاع المسجلين باللغة الإنجليزية ) = 45

$$\frac{1}{8} = \frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{\text{قياس الزاوية المركزية لقطاع}}{360^\circ} = \text{التكرار النسبي}$$

$$\text{تكرار الفئة} = \text{التكرار النسبي} \times \text{مجموع التكرارات} = 200 \times \frac{1}{8} = 25 \text{ طالب}$$

(10) كم يبلغ عدد الطلاب المسجلين بالمواد اللغوية؟

(a) 50

(b) 40

(c) 55

(d) 60

عدد الطلاب المسجلين بالمواد اللغوية يساوي ضعف عدد الطلاب المسجلين باللغة الإنجليزية ، وبالتالي فإن عدد الطلاب المسجلين بالمواد اللغوية يساوي 50 طالب

## القاعدة التجريبية Empirical Rule

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5-1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.  
(1) السبب: لأن شكل التوزيع الطبيعي جرسًا غير متماثل.

(a)  (b)

في التوزيع الطبيعي يكون المنحنى التكراري متماثل حول المتوسط الحسابي

(2) في التوزيع الطبيعي المنوال والوسيط غير متساويين.

(a)  (b)

السبب لأنه من خواص التوزيع الطبيعي أن تتساوى فيه قيم المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال

(3) في التوزيع الطبيعي الفترة  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$  تحتوي على 95% من البيانات.  
السبب:

(a)  (b)

لأن الفترة  $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$  تحتوي على 68% من قيم البيانات

(4) في التوزيع الطبيعي 99.7% من البيانات توجد في الفترة  $[\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma]$ .

(a)  (b)

السبب: العبارة صحيحة

(5) تستخدم القاعدة التجريبية لدراسة الجودة في مواقع إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة.

(a)  (b)

السبب:

العبارة صحيحة

في التمارين (8-6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) تزعم شركة أن متوسط عمر منتجها هو 50 شهرًا مع انحراف معياري 5 أشهر. النسبة المئوية للمنتجات التي يزيد عمرها عن 50 شهرًا هي:

(a) 50%

(b) 55%

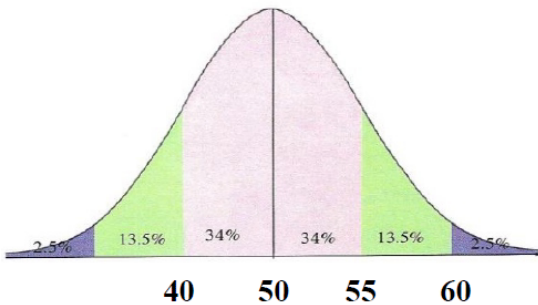
(c) 45%

(d) 40%

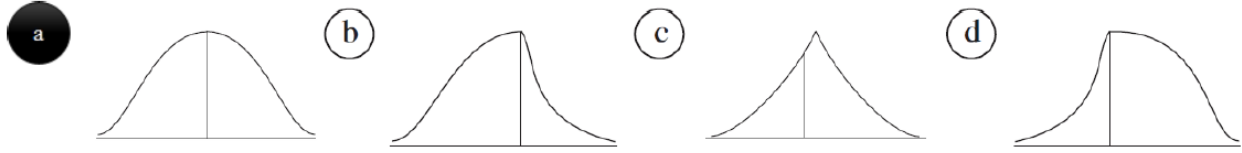
السبب:

النسبة المئوية للمنتجات التي تزيد عمرها عن 50 شهر =

$$= 34\% + 13.5\% + 2.5\% = 50\%$$



(7) التمثيل الأفضل للتوزيع الطبيعي هو:



السبب : لأنه على شكل ناقوس ( جرس ) متماثل حول محور المتوسط الحسابي

(8) الفترة  $[\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma]$  تحتوي على:

99.7% من البيانات (b)

68% من البيانات (a)

95% من البيانات (d)

90% من البيانات (c)

السبب :

لأن الفترة  $[\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma]$  تحتوي على 95% من قيم البيانات

## القيمة المعيارية Standardized Value

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a)

(b)

$$(1) \text{ القيمة المعيارية } = \frac{\bar{x} - x}{\sigma}$$

السبب :

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

القيمة المعيارية

(a)

(b)

(2) القيمة المعيارية تؤثر إلى تشتت قيمة عن بقية قيم البيانات.

السبب :

لأن القيمة المعيارية هي مؤشر يدل على انحراف قيمة مفردة من بيانات عن

(3) في بيانات حيث المتوسط الحسابي  $\bar{x} = 14$  والانحراف المعياري  $\sigma = 4$

فإن القيمة المعيارية للمفردة  $x = 16$  هي:  $z = 0.5$

السبب :

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} = \frac{16 - 14}{4} = 0.5 \quad \text{القيمة المعيارية للمفردة } 16 :$$

(4) في بيانات حيث المتوسط الحسابي  $\bar{x} = 12$  والقيمة المعيارية للمفردة  $x = 15$

هي:  $z = 0.4$ ، فإن الانحراف المعياري:  $\sigma = 7.5$

السبب :

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \Rightarrow 0.4 = \frac{15 - 12}{\sigma} \quad \text{القيمة المعيارية للمفردة } 15 :$$

$$\therefore \frac{3}{\sigma} = 0.4 \Rightarrow 0.4\sigma = 3 \Rightarrow \sigma = \frac{3}{0.4} = 7.5$$

في التمارين (5-8)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) القيمة المعيارية للمفردة 14 مقارنة بقيم بيانات حيث المتوسط الحسابي 12.5 والانحراف المعياري 6

هي:

(a) -0.25

(b) 0.25

(c) 2.5

(d) -2.5

السبب :

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} = \frac{14 - 12.5}{6} = 0.25$$

(6) القيمة المعيارية لمفردة من بيانات هي 0.625 والمتوسط الحسابي 12 والانحراف المعياري 8 فإن هذه المفردة تساوي:

- (a) 7                      (b) -7                      (c) 17                      (d) -17

السبب :

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \Rightarrow 0.625 = \frac{x - 12}{8} \quad \text{القيمة المعيارية للمفردة } x$$

$$\therefore x - 12 = 8(0.625) \Rightarrow x - 12 = 5 \Rightarrow x = 5 + 12$$

(7) القيمة المعيارية للمفردة 14 من بيانات هي 0.6 والمتوسط الحسابي 11 فإن الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات هو:

- (a) 0.2                      (b) -0.2                      (c) -5                      (d) 5

السبب :

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \Rightarrow 0.6 = \frac{14 - 11}{\sigma} \quad \text{القيمة المعيارية للمفردة 14}$$

$$\therefore \frac{3}{\sigma} = 0.6 \Rightarrow 0.6\sigma = 3 \Rightarrow \sigma = \frac{3}{0.6} = 5$$

(8) القيمة المعيارية للمفردة 18 من بيانات هي 0.75 والانحراف المعياري 8 فإن المتوسط الحسابي هو:

- (a) 24                      (b) 12                      (c) -12                      (d) -24

السبب :

$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \Rightarrow 0.75 = \frac{18 - \bar{x}}{8} \quad \text{القيمة المعيارية للمفردة 18}$$

$$\therefore 18 - \bar{x} = 8(0.75) \Rightarrow 18 - \bar{x} = 6 \Rightarrow \bar{x} = 18 - 6$$