تم تحميل الملف من
موقع مدرستي الكويتية

مدرستي
الكويتية
school-kw.com

ننصح بأفضل مذكرة
مذكرات النجاح

حمل تطبيق مدرستي الكويتية

Download on the App Store

GET IN ON Google Play

الرياضيات

الصفّ العاشر
الفصل الدراسي الأوّل

كرّاسة التمارين

اللجنة الإشرافية لدراسة ومواءمة سلسلة كتب الرياضيات

أ. إبراهيم حسين القطان (رئيسًا)

أ. حصة يونس محمد علي **أ. فتحية محمود أبو زور**

الطبعة الثانية

١٤٤١ - ١٤٤٢ هـ

٢٠٢٠ - ٢٠٢١ م

حقوق التأليف والطبع والنشر محفوظة لوزارة التربية ـ قطاع البحوث التربوية والمناهج

إدارة تطوير المناهج

مدرستي الكويتية
school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

خواص نظام الأعداد الحقيقية
Real Numbers System Properties

المجموعة ١ تمارين أساسية

حدد أي من الأعداد التالية عدد نسبي وأي منها عدد غير نسبي.

(١) ٤ عدد نسبي (٢) π عدد غير نسبي (٣) $-\sqrt{٠,٤}$ عدد غير نسبي

استخدم رمز علاقة > أو < أو = لملء الفراغ بحيث تصبح كل عبارة مما يلي صحيحة.

(٤) ٣,١٤ [>] π (٥) ٠,١٤ [>] $\sqrt{١٠}$ (٦) ٠,٣ [<] ٠,٣

(٧) اكتب أربعة أعداد بين العددين ٥,١٣ ، ٥,١٤.

٥,١٣١ ، ٥,١٣٢ ، ٥,١٣٣ ، ٥,١٣٤

(٨) عبّر عن كلٍّ مما يلي باستخدام رموز المتباينة :

(أ) س عدد حقيقي غير سالب. س ≥ ٠

(ب) ص عدد حقيقي أصغر من الصفر. ص < ٠

(جـ) س عدد حقيقي أكبر من أو يساوي −٢ وأصغر من ٤. −٢ ≤ س < ٤

(د) س عدد حقيقي أكبر من ٣ أو أصغر من −١. س < −١ س > ٣

(هـ) ص عدد حقيقي أكبر من أو يساوي ٥ أو أصغر من ٣. ص ≤ ٥ ص > ٣

(٩) **سؤال مفتوح**: اكتب متباينة يتوافق حلها مع الرسم البياني.

(أ)

−٢ ≤ س < ٣

(ب)

|س| ≤ ٢

س ≤ ٢ س ≥ −٢

سمِّ الخاصية المستخدمة في كل معادلة.

(١٠) π (ا + ب) = π × ا + π × ب التوزيعية

(١١) (٢ × $\sqrt{١٠}$) × ٣ = ٢ (٣ × $\sqrt{١٠}$) التجميعية

(١٢) $-\sqrt{٥} + ٠ = -\sqrt{٥}$ المحايد الجمعي

(١٣) ٤(س − ص) = ٤س − ٤ص التوزيعية

مدرستي الكويتية school-kw.com

(١٤) **التحدّي**: هل يمكن إيجاد عددين صحيحين ناتج ضربهما -١٢ ومجموعهما -٣؟ فسّر.

لا

(١٥) إذا كان ب من مضاعفات العدد ٣، ك من مضاعفات العدد ٥ فإن العبارة الصحيحة مما يلي هي: _____

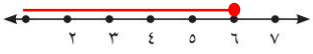
(أ) ب + ك هو عدد زوجي.

(ب) ب × ك هو عدد فردي.

(جـ) ٥ب + ٣ك هو من مضاعفات العدد ١٥.

(د) ٣ب + ٥ك هو من مضاعفات العدد ١٥.

(١٦) أكمل الجدول التالي:

التعبير	رمز المتباينة	رمز الفترة	التمثيل البياني
ص أصغر من ٥	ص < ٥	(-∞ ، ٥)	
ت أصغر من أو تساوي ٦	ت ≤ ٦	(-∞ ، ٦]	
ز أكبر من -٤	ز > -٤	(-٤ ، ∞)	
س أكبر من أو تساوي -٢	س ≥ -٢	[-٢ ، ∞)	

(١٧) في كل مما يلي اكتب: رمز الفترة، نوع الفترة، رمز المتباينة، التمثيل البياني للمتباينة.

(أ) ن عدد حقيقي أكبر من -٣ وأصغر من ٥. (-٣ ، ٥) ، مفتوحة ، -٣ < س < ٥

(ب) س > ٤ و س ≤ ١١. (٤ ، ١١] ، نصف مفتوحة ، ٤ < س ≤ ١١

(جـ) م عدد حقيقي موجب أصغر من ٨. (-∞ ، ٨) ، مفتوحة غير محددة من أسفل ، س < ٨

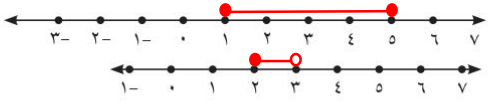
(د) ص ≤ -١٢ وص ≥ ٦. [-١٢ ، ٦] ، مغلقة ، -١٢ ≤ س ≤ ٦

(١٨)* عبر عن التعبير: «س عدد حقيقي سالب يقع مربعه بين ٤ ، ٢٥» باستخدام رمز المتباينة.

(١٩) اكتب رمز الفترة التي ينتمي إليها العدد س ومثّل الفترة بيانيًّا لكلٍّ مما يلي:

(أ) س ∈ [-٣، ٥] ∪ [١، ٧] [١ ، ٥]

(ب) س ∈ [٢، ٧) ∩ (-١، ٣) [٢ ، ٣]



في التمارين (٢٠-٢٢) أجب بصح أو خطأ.

(٢٠) العدد $٠,\overline{٤}$ هو عدد غير نسبي. _____

(٢١) إذا كانت أ ≥ ب فإن العدد أ - ب ≥ ٠. _____

(٢٢) العدد الحقيقي ٥,١٦٣ يقع بين العددين الحقيقيين ٥,١٦ ، ٥,١٧. _____

مدرستي الكويتية
school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٣) حدد أي من الأعداد التالية عدد نسبي وأي منها عدد غير نسبي.

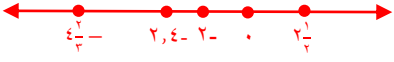
١) $\sqrt{٦٧}$ **غير نسبي**

٢) ٠ **نسبي**

٣) $٠,\overline{٦}$ **نسبي**

٤) مثّل الأعداد التالية على خط أعداد.

$٠ ، -٢,٤ ، -٢ ، ٢\frac{١}{٢} ، -٤\frac{٢}{٣}$.



في التمارين (٥-٨) استخدم رمز علاقة > أو < أو = لملء الفراغ بحيث تصبح كل عبارة مما يلي صحيحة.

٥) $٠,٨ \square \frac{٤}{٥}$ **=**

٦) $٠,٧٢٧٣٧٤ \square ٠,٧٣٧٣٧٣$ **>**

٧) $\sqrt{٣٧} \square -\sqrt{٥٧}$ **<**

٨) $٠,\overline{٦} \square \frac{٢}{٣}$ **=**

٩) **التفكير الناقد:** بيّن أن كل تعبير مما يلي خطأ بإيجاد مثال مضاد.

(أ) المعكوس الضربي لكل عدد كلّيّ هو عدد كلّيّ. **الصفر ليس له معكوس ضربي .**

(ب) لا يوجد عدد صحيح معكوسه الضربي هو عدد صحيح. **٤ عدد صحيح ، $\frac{١}{٤}$ عدد صحيح .**

١٠) صل كلّ متباينة بتمثيلها البياني.

١. س > ٣ **(جـ)**

٢. س > -٣ **(أ)**

٣. س ≥ -٣ **(ب)**

٤. س ≤ ٣ **(د)**

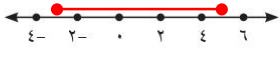
(أ)

(ب)

(جـ)

(د)

١١) أكمل الجدول التالي:

رمز الفترة	نوع الفترة	رمز المتباينة	التمثيل البياني
[-٣، ٥]	**مغلقة**	$-٣ \leq س \leq ٥$	
(٤ ، ٨]	**نصف مغلقة**	$٤ < س \leq ٨$	
(-∞، -١]	**نصف مغلقة (غير محدودة من أسفل)**	$س \leq -١$	
(٤، ∞)	**مفتوحة (غير محدودة من أعلى)**	$س > ٤$	

مدرستي الكويتية
school-kw.com

تقدير الجذر التربيعي
Estimating Square Root

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١، ٢) بسِّط كل تعبير.

١) $\sqrt{١٢١}$ = ١١

٢) $\sqrt{\frac{٠,٠١}{١,٢١}}$ = $\frac{١}{١١}$

في التمارين (٣-٥) حدد بين أي عددين صحيحين متتاليين يقع كل جذر تربيعي، ثمّ قدر قيمته.

٣) $\sqrt{٢٤}$ بين ٥،٤

تقريبا ٤,٩

٤) $\sqrt{\pi٣}$ بين π ، $\pi٢$

تقريبا π ١,٧

٥) $-\sqrt{١٦,٤٢}$ بين ٥،٤

تقريبا ٤,١

في التمرينين (٦، ٧) أوجد الجذر التربيعي لكل عدد.

٦) ٤٠٠ = ٢٠

٧) ٧٢٩ = ٢٧

٨) **التفكير الناقد**: أي عدد غير الصفر يساوي جذره التربيعي الأساسي (الموجب)؟

العدد هو الواحد .

٩) **السؤال المفتوح**: أوجد عددين أ، ب بين ١، ٢٠ بحيث يكون أ^{٢} + ب^{٢} مربعًا كاملًا.

٣ ، ٤ ــ ٦ ، ٨ ــ ٥ ، ١٢ ــ ١٢ ، ١٦ ــ ٩ ، ١٢

مدرستي الكويتية
school-kw.com

(١٠) **الفيزياء**: عند سقوط جسم من مكان مرتفع، فإن الزمن ن بالثواني اللازم ليقطع مسافة ف بـ م يمكن بالصيغة: ن = $\sqrt{\frac{ف}{٥}}$.

(أ) أوجد الزمن اللازم ليسقط جسم من ارتفاع ١٢٠ مترًا.

ن = $\sqrt{\frac{١٢٠}{٥}}$ = ٤.٩ ثانية

(ب) **التفكير المنطقي**: إذا سقط جسم من ارتفاع يساوي ٤ أمثال الارتفاع في السؤال (أ)، فهل الزمن اللازم للسقوط هو ٤ أمثال الزمن المستغرق في (أ)؟ فسِّر.

لا ، الزمن اللازم للسقوط هو ضعف الزمن المستغرق لأن $\sqrt{٤}$ = ٢

في التمارين (١١-١٦) أجب بصح أو خطأ. في حالة الخطأ أعط مثالًا مضادًا.

(١١) لكل عدد غير سالب جذران تربيعيان. **خطأ ، لأن $\sqrt{٠}$ = ٠**

(١٢) الجذر التربيعي لكل عدد موجب هو دائمًا أصغر من هذا العدد. **صح**

(١٣) الجذر التربيعي لكل مربع كامل زوجي هو أيضًا عدد زوجي. **صح**

(١٤) $\sqrt{أ + ب}$ = $\sqrt{أ}$ + $\sqrt{ب}$. **خطأ**

$\sqrt{١٣} = \sqrt{٤ + ٩}$ ، $\sqrt{٤} + \sqrt{٩} = ٢ + ٣ = ٥$ ، $٥ \neq \sqrt{١٣}$

(١٥) $\sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}$ = أ + ب. **خطأ** $\sqrt{٢^{٢} + ٣^{٢}} = \sqrt{١٣} \neq ٥$

(١٦) $\sqrt{أ \times ب}$ = $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب}$ حيث أ، ب ∈ ح. **خطأ ، تكون صحيحة إذا كان أ ، ب ∉ ح**

$\sqrt{٤ \times ٩ -}$ **لا يوجد جذر لعدد سالب .**

مدرستي الكويتية
school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) بسِّط كل تعبير.

١) $\sqrt{\frac{٤٩}{٦٤}}$ $\frac{٧}{٨}$

٢) $\sqrt{١٨ \times ٩٨}$ ٤٢

في التمارين (٣-٥) حدد بين أي عددين صحيحين متتاليين يقع كل جذر تربيعي، ثمّ قدر قيمته.

٣) $\sqrt{١٠١}$

بين ١٠ ، ١١ ، تقريبا ١٠,٠٥

٤) $-\sqrt{١٣٠}$

بين -١١ ، -١٢ تقريبا -١١,٤

٥) $\sqrt{١٧٥}$

بين ١٣ ، ١٤ تقريبا ١٣,٢

في التمارين (٧-٨) أوجد الجذر التربيعي لكل عدد.

٦) ٥٧٦ = ٢٤

٧) $\frac{٦٤}{٨١}$ = $\frac{٨}{٩}$

٨) ١,٦٩ = ١,٣

*٩) ثلاث قطع أرض مربعة الشكل أطوال أضلاعها س - ١ ، س ، س + ١ بالأمتار. مجموع مساحات القطع الثلاث يساوي ١٢٠ ١٥ مترًا مربعًا.

(أ) اكتب معادلة وحلها لمعرفة قيمة س^{٢}.

(ب) قدّر طول ضلع كل قطعة أرض.

$(س - ٢)^{٢} + س^{٢} + (س + ١)^{٢} = ١٥١٢٠$

$س^{٢} - ٢س + ١ + س^{٢} + س^{٢} + ٢س + ١ = ١٥١٢٠$

$٣س^{٢} + ٢ = ١٥١٢٠$

$\frac{٣}{٣}$ س = $\frac{١٥١١٨}{٣}$

س = $\sqrt{\frac{١٥١١٨}{٣}}$ أو س = $-\sqrt{\frac{١٥١١٨}{٣}}$

مرفوض

س ≈ ٧١

طول ضلع القطعة الأولى

٧١ - ١ = ٧٠ متر تقريبا

طول ضلع القطعة الثانية

٧١ متر تقريبا

طول ضلع القطعة الثالثة

٧١ + ١ = ٧٢ متر تقريبا

مدرستي الكويتية
school-kw.com

حل المتباينات
Solving Inequalities

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣) حل كلًّا من المتباينات التالية. مثّل الحل على خط الأعداد.

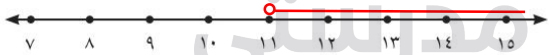
(١) ٢٤ س ≤ −٨

$\frac{٢٤}{٢٤}$ س ≤ $\frac{-٨}{٢٤}$ ، س ≤ $-\frac{١}{٣}$

(٢) ٨ك − ١٥ < ٧٣

٨ ك − ١٥ + ١٥ < ٧٣ + ١٥

$\frac{٨}{٨}$ ك < $\frac{٨٨}{٨}$ ، ك < ١١



(٣) ٦س − ١٣ > ٦ (س − ٢)

٦ س − ١٣ > ٦ س − ١٢ ، − س > ١

٦ س − ٦ س − ١٣ + ١٣ > − ١٢ + ١٣ مجموعة الحل ح

مدرستي الكويتية
school-kw.com

في التمرين (٤) اكتب متباينة وأوجد مجموعة حلها.

(٤) تبلغ كلفة التحضيرات لرحلة مدرسية ٢٢٠ دينارًا ويضاف إليها ٧ دنانير ثمن وجبتي طعام لكل طالب. رصدت إدارة المدرسة مبلغًا لا يزيد عن ٥٥٠ دينارًا لهذه الرحلة. ما اكبر عدد الطلاب الذين يمكنهم الذهاب في الرحلة؟

٧س + ٢٢٠ ≤ ٥٥٠

٧س + ٢٢٠ − ٢٢٠ ≤ ٥٥٠ − ٢٢٠

$\frac{٧}{٧}$ س ≤ $\frac{٣٣٠}{٧}$

س ≤ ٤٧ $\frac{١}{٧}$

عدد الطلاب لا يزيد عن ٤٧ طالب

(٥) أوجد مجموعة حلّ كل زوج من المتباينات. مثّل الحل على خط الأعداد.

(أ) ٧س > − ٣٥ و ٥س ≥ ٣٠

$\frac{٥}{٥}$ س ≥ $\frac{٣٠}{٥}$ ، س ≥ ٦ ، [٦ ، ∞−)

$\frac{٧س}{٧}$ > $\frac{-٣٥}{٧}$ ، س > −٥ ، (∞ ، ٥−)

(ب) ٩س ≥ − ٢٧ أو ٤س ≤ ٣٦

$\frac{٩س}{٩}$ ≥ $\frac{-٢٧}{٩}$ ، $\frac{٤س}{٤}$ ≤ $\frac{٣٦}{٤}$

س ≥ − ٣ ، س ≤ ٩

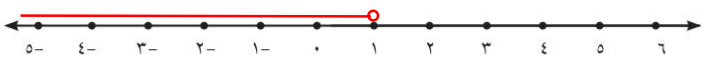
(−٣ ، ∞−) ، (∞ ، ٩]

مدرستي الكويتية school-kw.com

في التمرينين (٦، ٧) أوجد مجموعة حل كلّ من المتباينات التالية. مثّل الحل على خط الأعداد.

٦) ١٧ – ١٢ص ≥ ٥(٧ – ٣ص) – ١٥ ٧ – ١٢ص ≥ ٣٥ – ١٥ ص – ١٥ ١٥ ص – ١٢ ≥ ٢٠ - ١٧

$\frac{٣}{٣}$ص > $\frac{٣}{٣}$ ص > ١ (–∞،١)



٧) ٦(٢ص – ١) ≤ ١٢ص +٣

٨) **الكتابة في الرياضيات:** اكتب مسألة حياتية يمكن حلّها باستخدام المتباينة س + ٥ , ٠ س ≥ ٦٠.

يريد طالب شراء هدية لا يزيد ثمنها عن ٦٠ دينار . يدخر الطالب كل يوم ٠,٥ دينار ،ويعطيه والده كل يوم واحد دينار ، كم يوما يلزم لشراء الهدية ؟

٩) **تحليل الخطأ:**

(أ) كتب أحد الطلاب ص ≥ ٢٠ على أنه حل المتباينة $\frac{١}{٢}$ (ص – ١٦) ≤ ص + ٢. أثبت أن إجابة الطالب خطأ، وذلك بالتحقق باستخدام عدد أصغر من ٢٠. (اختر عددًا مناسبًا).

العدد ١٨ : $\frac{١}{٢}$ (١٨ – ١٦) ≤ ١٨ + ٢

عبارة خطأ

$\frac{١}{٢}$ × ٢ ≤ ٢٠ ١ ≤ ٢٠

(ب) حلّ المتباينة $\frac{١}{٢}$ (ص – ١٦) ≤ ص + ٢

ص – ١٦ ≤ ٢ص + ٤ – ص ≤ ٢٠ (–∞، – ٢٠]

ص – ٢ص ≤ ١٦ + ٤ ص ≥ –٢٠

١٠) يريد متعهد تعبئة ما بين ١٥٠٠ متر مكعب و١٦٠٠ متر مكعب من التراب من قطعة أرض. تستطيع شاحنات المتعهد تعبئة ١٠٠ متر مكعب في اليوم و١٠٥٠ مترًا مكعبًا قد تم نقلها.

ما عدد الأيام اللازمة لإنهاء عملية تعبئة التراب ونقلها؟

١٥٠٠ < ١٠٥٠ + ١٠٠س < ١٦٠٠

١٥٠٠ – ١٠٥٠ < ١٠٥٠ – ١٠٥٠ + ١٠٠س < ١٦٠٠ – ١٠٥٠

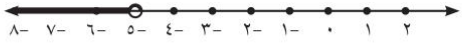
٤٥٠ < ١٠٠س < ٥٥٠

$\frac{٤٥٠}{١٠٠}$ < $\frac{١٠٠}{١٠٠}$ س < $\frac{٥٥٠}{١٠٠}$

٤.٥ < س < ٥.٥ **يلزم ٥ أيام**

١١) أكمل المتباينة ٤ + ٣(١ – ٢س) < ... بحيث يكون حلّها كما هو بيانيًّا.

٤ + ٣(١ – ٢س) < ٣٧



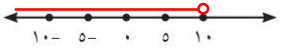
مدرستي الكويتية
school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١ – ٣) أوجد مجموعة حلّ كلّ من المتباينات التالية. مثّل الحل على خط الأعداد.

١) $-٥م > ٧$ ، $م > \frac{٧}{-٥}$ ، م.ح = $(-\frac{٧}{٥}، \infty-)$

٢) $٢(م - ٣) + ٧ > ٢١$ ، $٢م - ٦ > ١٤$ ، $م > ١٠$



$٢م > ٢٠$ ، م.ح = $(١٠، \infty-)$

٣) $-٦(٢ل - ١٠) + ١٢ل \geq ١٨٠$ ، $-١٢ل + ٦٠ + ١٢ل \geq ١٨٠$ ، $ل \geq ١٢٠$ ، م.ح = ح

٤) ما أصغر عددين طبيعيين متتاليين مجموعهما أكبر من ١٦؟ (استخدم المتباينات عند الحل) العددان س ، س+١ ، $س + س + ١ > ١٦$ ، $٢س > ١٥$ ، $س > ٧,٥$

العدد الأول ٨ ، الثاني ٩

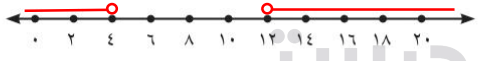
٥) أوجد مجموعة حلّ كل زوج من المتباينات ثمّ مثّل الحل على خط الأعداد.

(أ) $٢س > -١٠$ و $٩س < ١٨$ ، $س > -٥$ ، $س < ٢$

م.ح = $(-٥، \infty) \cap (\infty-، ٢)$

م.ح = $(٥-، ٢)$

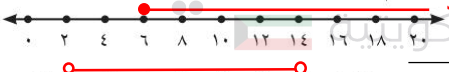
(ب) $٤س < ١٦$ أو $١٢س > ١٤٤$



في التمارين (٦–٨) أوجد مجموعة حلّ كلّ من المتباينات التالية، ثمّ مثّل الحل على خط الأعداد.

٦) $٢ - ٣ت \leq ٧(٨ - ٢ت) + ١٢$ ، $٢ - ت \leq ٦$ ، $١١ت + ١٢ \leq ٦٦$ ، $-٥٦ \leq ٣ت$

م.ح = $(٦، \infty)$

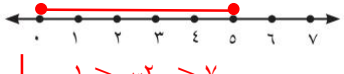


٧) $-٥ < ٢س + ٥ < ٣$ ، $-٥ < ٢س < -٢$ ، $-٥ < س < -١$

م.ح = $(٥-، ١-)$

٨) $-٢٧ \geq ٣(١ - ٢س) \geq ٣$ ، $-٣٠ \leq -٦س \leq ٣$ ، $-٢٧ \geq ٣ - ٣س \geq ٣$

م.ح = $[٥، ٠]$



٩) أوجد قيم س الصحيحة التي تحقق $-٤ \leq ٣ - ٢س \leq ٤$.

$-٧ \leq -٢س \leq ١$ ، $٣,٥ \leq س \leq -٠,٥$

قيم س الصحيحة هي : صفر ، ١ ، ٢ ، ٣

*١٠) يريد أحمد زيارة صديقه في منزله مستخدمًا سيارة أجرة ومن ثم العودة إلى منزله. تعرفة السيارة ١٥٠ فلسًا ثم ٥٠ فلسًا لكل كيلومتر. مع أحمد دينارين (تكفيه للذهاب والعودة). اكتب متباينة وحلها لمعرفة المسافة الممكنة بين منزل أحمد ومنزل صديقه.

عدد الكيلومترات ذهاب وعودة س

$١٥٠ + ٥٠ س \geq ٢٠٠٠$

$٥٠س \geq ١٨٥٠$

$س \geq ٣٧$

عدد الكيلومترات ذهاب وعودة ≥ ٣٧

المسافة بين منزل احمد و صديقه $\geq ١٨,٥$كم

١١) في بداية الصيف كان لدى هشام ٥٠٠ دينار في حساب التوفير. يجب أن يبقى في حسابه ما لا يقل عن ٢٠٠ دينار في آخر الصيف. يسحب هشام أسبوعيًّا ٤٥ دينارًا. **الأسبوع س**

(أ) اكتب متباينة تمثل المسألة. $-٥ - ٤٥س \leq ٢٠٠$ ، $-٤٥س \leq -٣٠٠$ ، $س \geq ٦,٦٧$

(ب) بعد كم أسبوع يجب على هشام أن يتوقف عن السحب؟ **بعد ٦ أسابيع يجب أن يتوقف هشام عن السحب.**

مدرستي الكويتية school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

القيمة المطلقة

Absolute Value

المجموعة ١ تمارين أساسية

في التمارين (١-٦) أوجد مجموعة حلّ كل معادلة.

١) $2|3-2س| = 14$

$3-2س = 7$ أو $3-2س = -7$ ، $2س = -4$ أو $2س = 10$

$س = -2$ أو $س = 5$ م.ح $= \{-2، 5\}$

٢) $|س + 4| + 23 = 17$

$س+4 = 14$ أو $س+4 = -14$ ، $س = 10$ أو $س = -18$

م.ح $= \{10، -18\}$

٣) $|س - 1| = 5س + 10$ **شرط** $5س+10 \geq 0$

$س \geq -2$

$س - 1 = 5س + 10$ أو $س - 1 = -5س - 10$

$4س = -11$ أو $6س = -9$

$س = \frac{-11}{4} \notin [-2، \infty)$ أو $س = \frac{-9}{6} = \frac{-3}{2} \in [-2، \infty)$

م.ح $= \{\frac{-3}{2}\}$

٤) $|2س + 5| = 2س + 5$

$2س + 5 = 2س + 5$ أو $2س + 5 = -2س - 5$

$4س = -10$

$س = \frac{-5}{2}$

شرط $2س + 5 \geq 0$ $س \geq \frac{-5}{2}$

م.ح $= \{\frac{-5}{2}\}$

٥) $|2س - 3| = |س + 1|$

٦) $|4 - 5س| + |3س + 1| = 0$

٧) أعد تعريف كلًّا مما يلي دون استخدام رمز القيمة المطلقة.

(أ) $|س + 2|$

(ب) $|1 - س| + 3$

٨) **السؤال المفتوح:**

(أ) اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة يكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

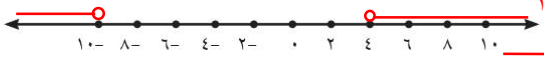
$|س| \geq 0$

(ب) اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة يكون حلها المجموعة الخالية $\varnothing$.

$|س + 5| < -1$

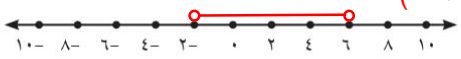
في التمارين (٩-١٢) أوجد مجموعة حلّ كل متباينة، ثمّ مثّل الحل على خط الأعداد.

٩) |م + ٣| > ٧ — م+٣ < ٧ أو م+٣ > ٧- — م < ٤ أو م > -١٠ — (-∞، ١٠) ∪ (٤، ∞)

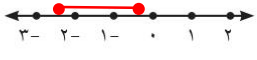


١٠) |ص - ٤| ≥ ١٢ — ص-٤ ≤ ١٢ أو ص - ٤ ≥ ١٢ — ص ≤ ١٦ ، ص ≥ ٨ — (-∞، ٨-] ∪ [١٦، ∞)

١١) |٣ع - ٦| + ٣ > ١٥ — |٣ع - ٦| > ١٢ — ٣ع - ٦ > ١٢ أو ٣ع - ٦ < ١٢- — ع > ٦ أو ع < ٢- — (-∞، ٢-) ∪ (٦، ∞)



١٢) ٤|٢هـ + ٣| ≥ ٩ — |٢هـ + ٣| ≥ ٩/٤ — ٢هـ + ٣ ≥ ٩/٤ أو ٢هـ + ٣ ≤ -٩/٤ — هـ ≥ -٣/٨ أو هـ ≤ -٢١/٨ — (-∞، -٢١/٨] ∪ [-٣/٨، ∞)



١٣) **التفكير المنطقي**: دون حل المتباينة |س - ٣| ≥ ٥، أوجد الأعداد الصحيحة س التي تحقق المتباينة.

-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨

١٤) **الاختيار من متعدد**: أحد حلول المعادلة |س - ٣| = س - ٣ هو:

(أ) -٣ (ب) ٠

(جـ) ١ (د) ٣

مدرستي الكويتية school-kw.com

مدرستي الكويتية
school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٤) أوجد مجموعة حلّ كل معادلة، ثمّ تحقق من إجابتك.

(١) $|٢م - ٥| + ٤ = ٤$ ، $٢م - ٥ = ٠$ ، $٢م = ٥$ ، م.ح $= \{\frac{٥}{٢}\}$

(٢) $|٤م + ٣| = -٣$ ، م.ح $= \emptyset$

(٣) $|٢ز - ٣| = ٤ز - ١$ ، $٢ز - ٣ = ٤ز - ١$ أو $٢ز - ٣ = -٤ز + ١$ ، $٤ز - ١ \geq ٠$ ، $ز \leq \frac{١}{٤}$

(٤) $|٣ل + ٥| = ٥ل + ٢$

في التمارين (٥-٨) أوجد مجموعة حلّ كل متباينة، ثمّ مثّل الحل على خط الأعداد.

(٥) $|٢ب + ١| \leq -٤$

(٦) $٣|٢ص - ١| \leq ٢١$

(٧) $\left|\frac{س - ٤}{٢}\right| + ٢ > ٦$

(٨) $\frac{١}{١١}|٢م - ٤| + ١٠ \geq ١١$

(٩) أوجد مجموعة حل كل معادلة.

(أ) $|٢س - ٣| = |س + ١|$

(ب) $|٤ - ٥س| + |٣س + ١| = ٠$

(جـ) $|٣ص - ٧| = ٢ص - ٥$

(د) $|٤م + ١| = ٤م + ١$

(١٠) مجموعة حل المعادلة $|٣س - ٢| = ٣س - ٢$ هي:

(أ) $[\frac{٢}{٣}، +\infty)$

(ب) $(\frac{٢}{٣}، +\infty)$

(جـ) $(-\infty، \frac{٢}{٣})$

(د) $(-\infty، \frac{٢}{٣}]$

(١١) حل المتباينة $\left|\frac{٣ - س}{٢}\right| < ٤$ هو:

(أ) $-٥ < س < ١١$

(ب) $-١١ < س < -٥$

(جـ) $٥ < س < ١١$

(د) $-١ < س < ١١$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

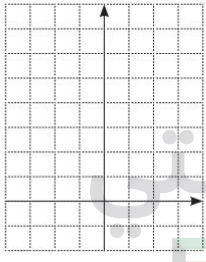
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

دالة القيمة المطلقة
Absolute Value Function

المجموعة ١ تمارين أساسية

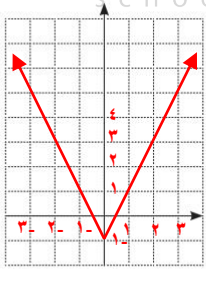
في التمارين (١-٣) ضع جدول قيم لكل دالة، ثم ارسمها بيانيًّا.

(١) ص = |س - ١|



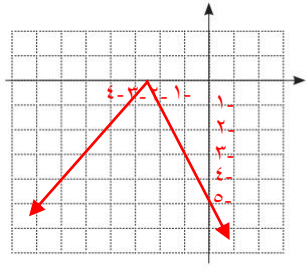
(٢) ص = |٢س| - ١

س	-٢	-١	٠	١	٢
ص	٣	١	-١	١	٣



(٣) ص = -|٢س + ٥|

س	٠	-١	$-\frac{٥}{٢}$	-٣	-٤
ص	-٥	-٣	٠	-١	-٣

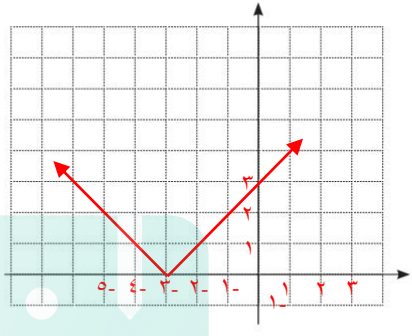


في التمرينين (٤، ٥) اكتب كل دالة دون استخدام رمز القيمة المطلقة، ثم ارسمها بيانيًّا.

٤ ص = |س + ٣|

ص = { س + ٣ ، س ≥ −٣ ؛ −س − ٣ ، س < −٣ }

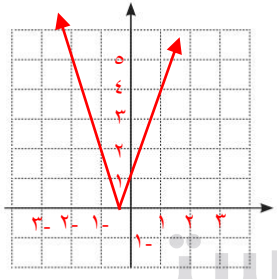
س	−٥	−٤	−٣	−٢	−١
ص	٢	١	٠	١	٢



٥ ص = |٢س + ١|

ص = { ٣س + ١ ، س ≤ −١/٣ ؛ −٣س − ١ ، س > −١/٣ }

س	−٢	−١	−١/٣	٠	١
ص	٥	٢	٠	١	٤



في التمارين (٦ – ٩) اختر الحرف الدال على بيان كل دالة مما يلي:

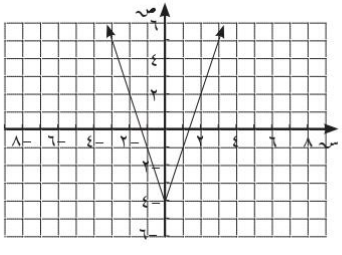
٦ ص = |٣س| − ٤ (أ)

٧ ص = |٣س − ٤| (د)

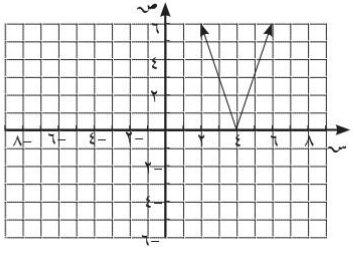
٨ ص = |٣س − ٤| (ب)

٩ ص = |٣س + ١٢| (جـ)

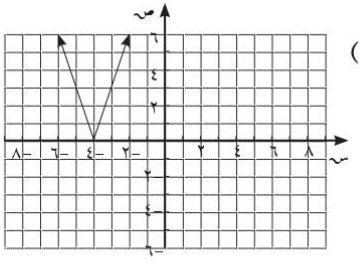
(أ)



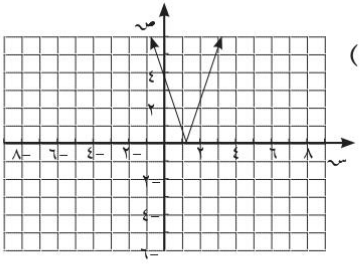
(ب)



(جـ)

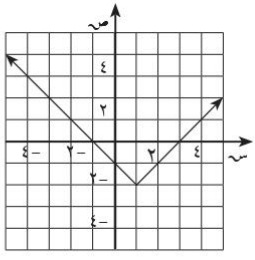


(د)



مدرستي الكويتية school-kw.com

(١٠) الاختيار من متعدد: الدالة التي يمثلها الرسم أدناه هي:



(أ) ص = |٣س - ١| + ٢

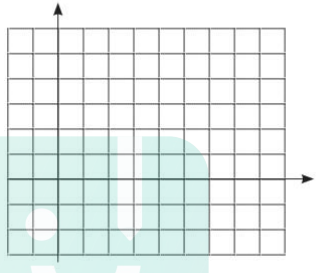
(ب) ص = |س - ١| - ٢

(جـ) ص = |س - ١| + ٢

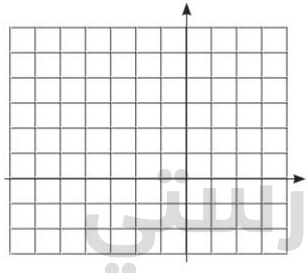
(د) ص = |٣س - ٣| - ٢

في التمارين (١١ - ١٦) استخدم دالة المرجع وارسم كل دالة.

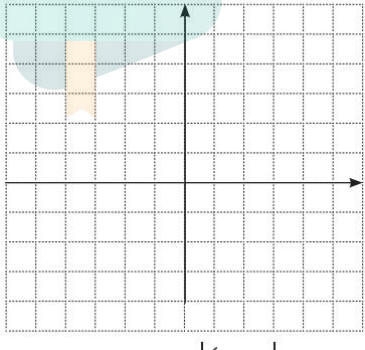
(١١) ص = |س - ٤|



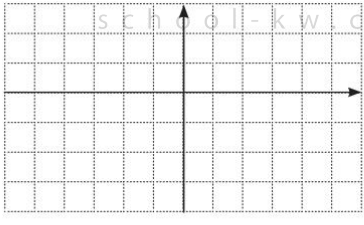
(١٢) ص = |س + ٢|



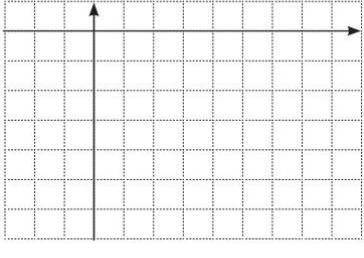
(١٣) ص = |س| - ٤



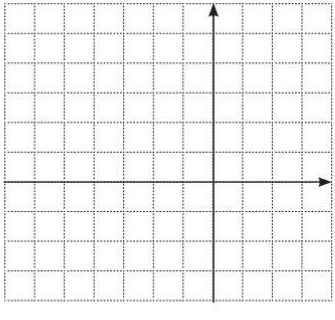
(١٤) ص = ٢ - |س|



(١٥) ص = - |س - ٤|



(١٦) ص = |س + ٢| - ٣



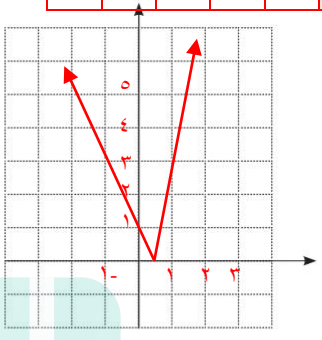
مدرستي الكويتية school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١ – ٣) ضع جدول قيم لكل دالة، ثم ارسمها بيانيًّا.

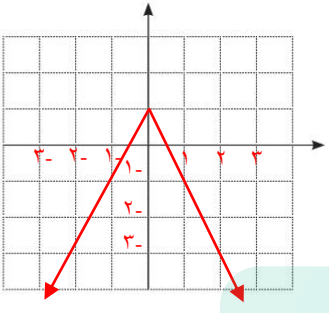
١ ص = |٤س – ١|

س	٢	١	$\frac{١}{٤}$	٠	١-
ص	٧	٣	٠	١	٥



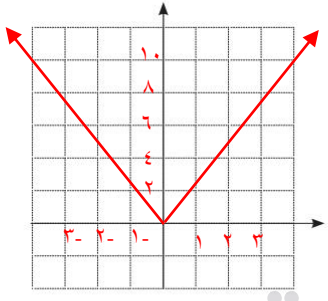
٢ ص = –|٢س| + ١

س	٢	١	٠	١-	٢-
ص	٣-	١-	١	١-	٣-



٣ ص = |٢س| + $\frac{١}{٢}$|س|

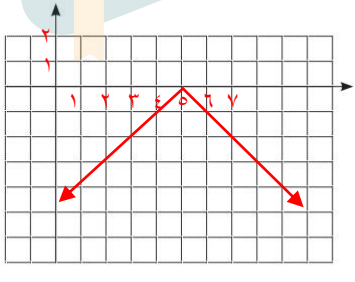
س	٤	٢-	٠	٢	٤-
ص	١٠	٥	٠	٥	١٠



في التمرينين (٤، ٥) اكتب كل دالة دون استخدام رمز القيمة المطلقة، ثم ارسمها بيانيًّا.

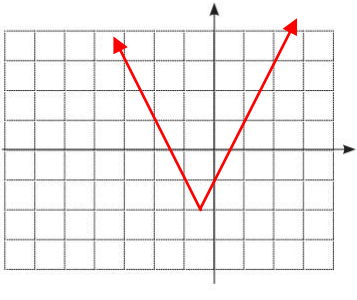
٤ ص = –|س – ٥|

ص = $\begin{cases} -س + ٥ & س \leq ٥ \\ س - ٥ & س > ٥ \end{cases}$



٥ ص = |٢س + ١| – ٢

ص = $\begin{cases} ٢س - ١ & س \leq -\frac{١}{٢} \\ -٢س - ٣ & س > -\frac{١}{٢} \end{cases}$



٦ اشرح كيف تجد تقاطع ص = |٣س – ٦| مع المحور السيني.

ضع ص = ٠

٣س – ٦ = ٠

٣س = ٦

س = ٢

(٢ ، ٠)

تم تحميل الملف من
موقع مدرستي الكويتية

مدرستي
الكويتية
school-kw.com

ننصح بأفضل مذكرة
مذكرات النجاح

حمل تطبيق مدرستي الكويتية

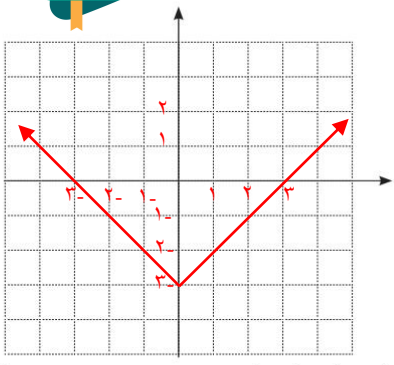
Download on the App Store

GET IN ON Google Play

مدرستي الكويتية school-kw.com

(٧) استخدم دالة المرجع والانسحاب، وارسم بيان الدالة:

ص = |س| − ٣.

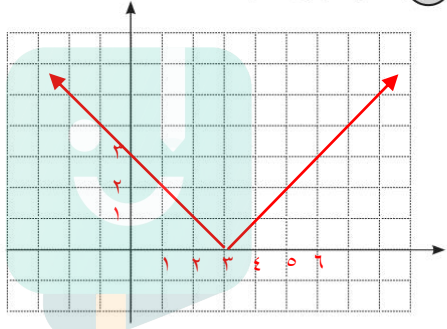


انسحاب دالة ص = |س|

٣ وحدات للأسفل

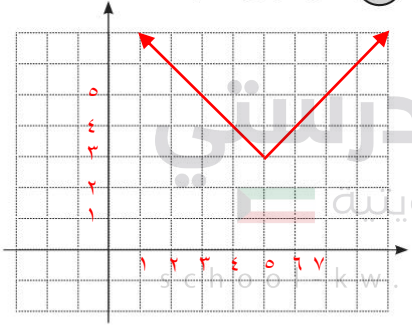
في التمرينين (٨، ٩) صف كل انسحاب للدالة ص = |س| على أنه أفقي أو رأسي أو الاثنين معًا، ثم ارسم بيانيًّا الدالة.

(٨) ص = |س − ٣| انسحاب افقي ٣ وحدات لليمين



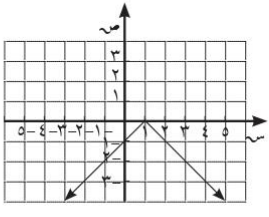
انسحاب افقي ورأسي انسحاب لليمين

(٩) ص = |س − ٥| + ٣ ٥ وحدات وللأعلى ٣ وحدات



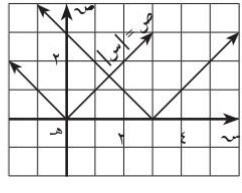
(١٠) اكتب دالة يمثلها الرسم البياني.

ص = - |س - ١|

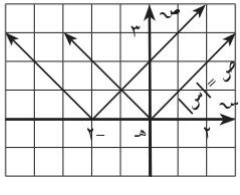


في التمرينين (١١، ١٢) لكل رسم بياني اكتب دالة تكون انسحابًا للدالة ص = |س|.

(١١)



(١٢)



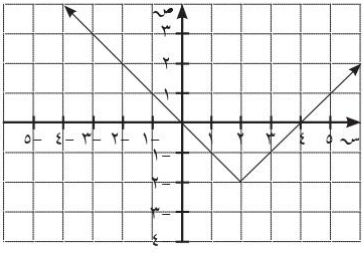
مدرستي الكويتية school-kw.com

في التمرينين (١٣، ١٤) صف كل انسحاب للدالة ص = |س| على أنه أفقي أو رأسي أو الاثنين معًا

(١٣) ص = |س| − ٢

(١٤) ص = |س + ١|

(١٥) اكتب الدالة التي يمثلها بيانيًّا الشكل المقابل:



(١٦) في ما يلي أي دالة لا يمر بيانها بالنقطة (٠، ٥).

(أ) ص = |س| + ٥

(ب) ص = |س − ٥|

(جـ) ص = |س − ٥| + ٥

(د) ص = |س + ٥|

(١٧)* **الاختيار من متعدد:** الانسحاب الذي يحوّل ص = |س + ٢| − ١ إلى ص = |س| + ٢ هو:

(أ) وحدتين إلى اليمين، ٣ وحدات إلى الأعلى. (ب) وحدتين إلى اليمين، ٣ وحدات إلى الأسفل.

(جـ) وحدتين إلى اليسار، ٣ وحدات إلى الأعلى. (د) وحدتين إلى اليسار، ٣ وحدات إلى الأسفل.

(١٨)* الرسم البياني للدالة ص = |س − ١| تم انسحابه ٣ وحدات إلى اليمين ووحدتين إلى الأسفل فإن الدالة الناتجة هي:

(أ) ص = |س + ٢| − ٢

(ب) ص = |س − ٤| − ٢

(جـ) ص = |س + ٤| + ٢

(د) ص = |س − ٤| + ٢

مدرستي الكويتية
school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

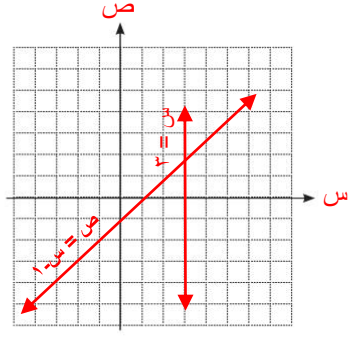
حل نظام معادلتين خطيتين
Solving a System of Two Linear Equations

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١ – ٣) أوجد مجموعة حل كل نظام بيانيًّا. تحقق من إجابتك.

١ $\begin{cases} س = ٣ \\ ص = س - ١ \end{cases}$

ص = س – ١				
س	٠	١	٢	٣
ص	١-	٠	١	٢



م.ح = {(٣،٢)}

التحقق

ص = س – ١

٢ = ٣ – ١

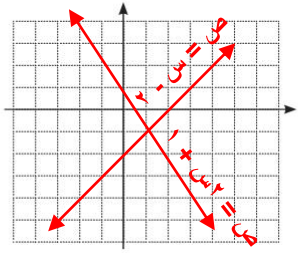
٢ = ٢

٢ $\begin{cases} ص = س - ٢ \\ ص = -٢س + ١ \end{cases}$

ص = س – ٢

ص = س – ٢				
س	٠	١	٢	٣
ص	٢-	١-	٠	١

ص = -٢س + ١				
س	٠	١	٢	٣
ص	١	١-	٣-	٥-

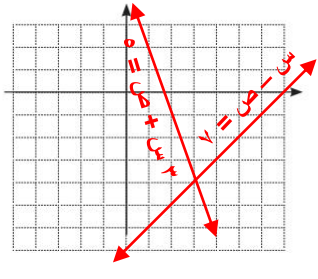


٣ $\begin{cases} ٣س + ص = ٥ \\ س - ص = ٧ \end{cases}$

٣س + ص = ٥

٣س + ص = ٥			
س	٣	١	٢
ص	٤-	٢	١-

س – ص = ٧			
س	٠	١	٢
ص	٧-	٦-	٥-

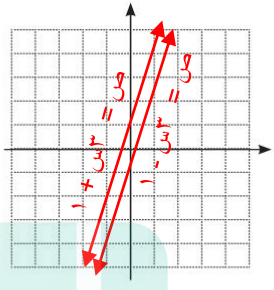


في التمرينين (٤، ٥) ارسم بيان كل نظام ثمّ حدّد إن كان للنظام عدد لانهائي من الحلول أم لا.

٤ $\begin{cases} ص = ٣س - ١ \\ ص = ٣س + ١ \end{cases}$

ص = ٣س − ١			
س	٠	١	١-
ص	١-	٢	٤-

ص = ٣س + ١			
س	٠	١	١-
ص	١	٤	٢-

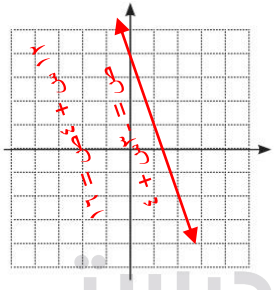


ليس لها حل

٥ $\begin{cases} ص = -٣س + ٤ \\ ١٢س + ٤ص = ١٦ \end{cases}$

ص = −٣س + ٤			
س	٠	١	٢
ص	٤	١	٢-

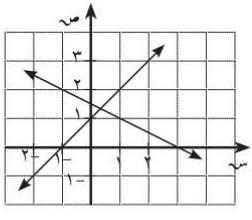
١٢س + ٤ص = ١٦			
س	٠	١	٢
ص	٤	١	٢-



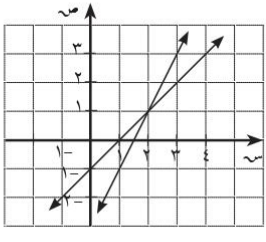
يوجد عدد لا نهائي من الحلول

٦ الرسم البياني الذي يمثّل حل النظام $\begin{cases} ص = ٢س - ٣ \\ ص = س - ١ \end{cases}$ هو:

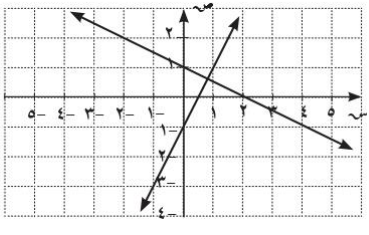
(أ)



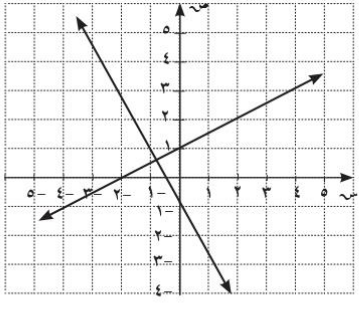
(ب)



(جـ)



(د)



مدرستي الكويتية school-kw.com

مدرستي الكويتية school-kw.com

في التمرينين (٧، ٨) أوجد حل كل نظام مما يلي مستخدمًا طريقة الحذف.

(٧) $\begin{cases} ٥ك - ٢ت = -١٩ & \text{بالضرب} \times ٣ \\ ٢ك + ٣ت = ٠ & \text{بالضرب} \times ٢ \end{cases}$

١٥ ك – ٧ ت = -٥٧

٤ ك + ٦ ت = ٠ **بالجمع**

١٩ ك = -٥٧

ك = -٣ ، ت = ٢

م.ح = {(-٣ ، ٢)}

(٨) $\begin{cases} ٢ر + ب = ٣ \\ ٤ر - ب = ٩ \end{cases}$ (١)

٦ ر = ١٢ ر = ٢ **بالتعويض في ١**

٤ + ب = ٣ ب = -١

م.ح = {(٢ ، -١)}

في التمرينين (٩، ١٠) أوجد مجموعة حل كل نظام مستخدمًا طريقة التعويض.

(٩) $\begin{cases} جـ + ب = ١٢ \\ ٣جـ - ب = ٨ \end{cases}$ (١)

ب = ٣جـ - ٨ **بالتعويض عن ب في ١**

جـ + ٣جـ - ٨ = ١٢

٤ جـ = ٢٠ ، جـ = ٥

٥ + ب = ١٢ ، ب = ٧

م.ح = {(٥ ، ٧)}

(١٠) $\begin{cases} س = ٣ص - ٤ \\ ٢ص = ٣س - ٩ \end{cases}$

٢ص = ٣(٣ص – ٤) – ٩ **بالتعويض عن س في ٢**

٢ص = ٩ص – ١٢ – ٩

٧ ص = ٢١ ، ص = ٣

س = ٣×٣ - ٤ = ٥

م.ح = {(٥ ، ٣)}

في التمارين (١١ – ١٣) لكل نظام مما يلي، اختر طريقة الحل التي تراها الأفضل لإيجاد مجموعة الحل.

التعويض

(١١) $\begin{cases} ٣س - ص = ٥ \\ ص = ٤س + ٢ \end{cases}$

$٣س - ٤س - ٢ = ٥$

$س = -٧ \ ، \ ص = -٢٦$

م.ح $= \{(-٧ ، -٢٦)\}$

الحذف

(١٢) $\begin{cases} ٢س - ٣ص = ٤ \\ ٢س - ٥ص = -٦ \end{cases}$

$٢ص = ١٠ \quad ص = ٥$

$٢س - ١٥ = ٤$

$س = \frac{١٩}{٢}$

م.ح $= \{(\frac{١٩}{٢} ، ٥)\}$

الحذف

(١٣) $\begin{cases} ص = ٣س + ١ \\ ص = س - ٥ \end{cases}$

$٠ = ٢س + ٦$

$س = -٣ ، ص = -٨$

م.ح $= \{(-٣ ، ٨)\}$

(١٤) **التحدي**: إذا كان ميل المستقيم الذي يصل النقطة ب بنقطة الأصل هو $\frac{٢}{٩}$. ميل المستقيم الذي يصل النقطة ب بالنقطة جـ (-٤، ٣) هو ١. أوجد إحداثيات النقطة ب.

ب (س ، ص)

$\frac{ص}{س} = \frac{٢}{٩}$ | $٢س = ٩ص$ | $\frac{ص - ٣}{س + ٤} = ١$ | $س + ٤ = ص - ٣$ | $س = ص - ٧$ | $٢ص - ١٤ = ٩ص$ | $ص = -٢ ، س = -٩$ | ب $= (-٩ ، -٢)$

(١٥) **مواصلات**: يخطط ٢٦ طالبًا للقيام برحلة تزلج مع خمسة إداريين. يقود كل إداري سيارة. هناك نوعان من السيارات: سيارات بخمسة مقاعد وسيارات بسبعة مقاعد. ما عدد السيارات من كل نوع لنقل الطلاب والإداريين؟

س: عدد سيارات خمسة مقاعد ، ص: عدد سيارات سبعة مقاعد

$س + ص = ٥$

$س = ٥ - ص$

$٥س + ٧ص = ٢٦$ بالتعويض

$٢٥ - ٥ص + ٧ص = ٣١$

$٢ص = ٦$

$ص = ٣ ، س = ٢$

٢ سيارة بخمسة مقاعد ، ٣ سيارة بسبعة مقاعد

(١٦) **التحدي**: تربط المعادلة $ف = \frac{٩}{٥} س + ٣٢$ بين درجات الحرارة بالقياس السيليزي (س) وقياس فهرنهايت (ف). هل هناك درجة حرارة هي نفسها بالقياسين؟ في حالة الإيجاب، ما هي؟

$ت = \frac{٩}{٥} س + ٣٢ = س$

$٩س + ١٦٠ = ٥س$

$س = -٤٠$

نعم

الدرجة هي -٤٠

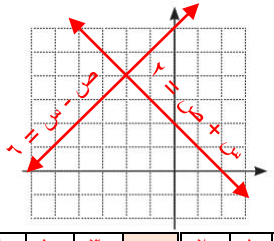
$ف = \frac{٩}{٥} \times -٤٠ + ٣٢ = -٤٠$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١ – ٣) أوجد مجموعة حل كل نظام بيانيًّا.

١ $\begin{cases} س + ص = ٢ \\ ص - س = ٦ \end{cases}$

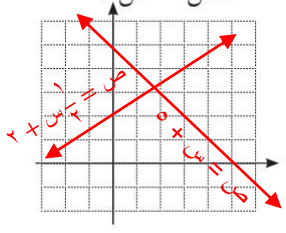


س	٠	١	٢-
ص	٢	١	٤

س	٢-	١-	٣-
ص	٤	٣	٥

م.ح = {(٢- ، ٤)}

٢ $\begin{cases} ص = \frac{١}{٢} س + ٢ \\ ص = -س + ٥ \end{cases}$

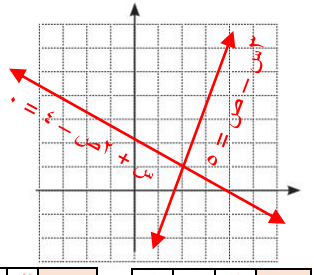


س	٠	٢	٤
ص	٢	٣	٤

س	٠	٢	٤
ص	٥	٣	١

م.ح = {(٢ ، ٣)}

٣ $\begin{cases} س + ٢ص - ٤ = ٠ \\ ٣س - ص = ٥ \end{cases}$



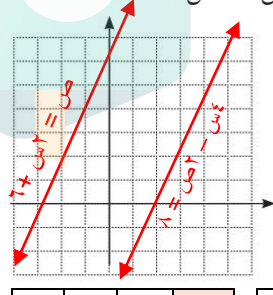
س	٢	٠	٤
ص	١	٢	٠

س	٢	١	٣
ص	١	٢-	٤

م.ح = {(٢ ، ١)}

في التمرينين (٤، ٥) ارسم بيان كل نظام. ثم حدّد إن كان للنظام عدد لانهائي من الحلول أم لا.

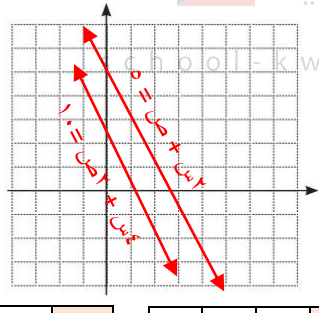
٤ $\begin{cases} ص = ٢س + ٦ \\ ٤س - ٢ص = ٨ \end{cases}$



س	٠	١	٢
ص	٦	٤	٢

س	١	٢	٣
ص	٢-	٠	٢

٥ $\begin{cases} ٢س + ص = ٥ \\ ٤س + ٢ص = ١٠ \end{cases}$



س	٠	١	٢
ص	٥	٣	١

س	٠	٠,٥	١	٢
ص	٢,٥	٢	١,٥	١-

في التمرينين (٦، ٧) أوجد مجموعة حل كل نظام مما يلي مستخدمًا طريقة الحذف.

٦ $\begin{cases} ٤س + ٢ص = ٤ \\ ٦س + ٢ص = ٨ \end{cases}$ ← ١

٢س = ٤ ، س = ٢

بالتعويض في ١

٤ × ٢ + ٢ص = ٤

ص = ٢-

م.ح = {(٢ ، ٢-)}

٧ $\begin{cases} س - ١٤ = -ص \\ س - ص = ٢ \end{cases}$

٢ص = ١٢

ص = ٦+

س = ٨

م.ح = {(٨ ، ٦+)}

في التمرينين (٨، ٩) أوجد مجموعة حل كل نظام مما يلي مستخدمًا طريقة التعويض.

(٨) $\begin{cases} أ + ١٢ب = ٦٨ \\ أ = ٨ب - ١٢ \end{cases}$ ٨ب - ١٢ + ١٢ب = ٦٨

٢٠ب = ٨٠ ب = ٤

أ = ٢٠ م . ح = {(٢٠، ٤)}

(٩) $\begin{cases} ر + س = -١٢ \\ ٢ر - ٣س = ٦ \end{cases}$

ر = -١٢-س

-٢٤-٢س-٣س = ٦

س = -٦

ر = -٦ م . ح = {(-٦،-٦)}

في التمرينين (١٠، ١١) أوجد مجموعة حل كل نظام مما يلي.

(١٠) $\begin{cases} ٢ص = ٢س \\ ٢س + ص = \end{cases}$ $١ + \frac{ص}{٢}$

ص = س

٢س + س = $\frac{س}{٢}$ + ١ س = $\frac{٢}{٥}$

$\frac{٥}{٢}$ س = ١ ص = $\frac{٢}{٥}$ م.ح = {($\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$)}

(١١) $\begin{cases} \frac{١}{٢} س + ص = ٧ \\ ٢س - ٣ص = ٧ \end{cases}$ بالضرب -٤

(١٢) **الهندسة:** في مثلث قائم الزاوية يزيد قياس إحدى الزوايا الحادة ٣٠° عن مثلي قياس الزاوية الحادة الأخرى. أوجد قياسي هاتين الزاويتين.

س + ص = ٩٠ | ٢س + ٣٠ + س = ٩٠ | س = ٢٠°

ص = ٢س + ٣ | ٣س = ٦٠ | ص = ٧٠°

*(١٣) يتسع مسرح لِـ ٤٠٠ مقعد. تبلغ أسعار البطاقات ١٥ دينارًا للمقاعد الأمامية و١٢ دينارًا للمقاعد الباقية. إذا كان المسرح مليئًا فقيمة المبلغ لقاء التذاكر المباعة ٥٣٤٠ دينارًا. ما عدد المقاعد الأمامية وما عدد المقاعد الباقية؟

(١٤) لدى رجل عمره الآن ٤٦ عامًا ابنًا عمره ٢٦ عامًا، وابنة صغيرة. بعد عدة سنوات، يصبح عمر الأب مساويًا لمجموع عمريهما، كذلك يصبح مساويًا لثلاثة أمثال عمر الابنة. ما العمر الحالي للابنة؟

عمر البنت = س | ٣٦ + س = ٢٦ + س + ص + س | ٤٦ + س = ٣ (س + ص) | عمر البنت الحالي = ٦ سنوات

السنوات = ص | ص + س = ٢٠ | س = ١٤ ، ص = ٦

*(١٥) توجه أحمد وفهد إلى مركز تجاري لشراء هدية لصديقهما سلطان. إذا دفع أحمد $\frac{٢}{٥}$ مما يملكه من مال ودفع فهد $\frac{٣}{٤}$ مما يملكه يستطيعان شراء هدية جميلة بقيمة ٢١ دينارًا. عرض عليهم البائع تخفيض السعر ٤ دنانير، فدفع أحمد $\frac{٣}{٥}$ مما يملكه ودفع فهد $\frac{٢}{٥}$ مما يملكه. أوجد المبلغ الذي كان مع كل من أحمد وفهد. مع أحمد س ، مع فهد ص

$\frac{٢}{٥}$ س + $\frac{٣}{٤}$ ص = ٢١ بالضرب ×٢٠

٨ س + ١٥ ص = ٤٢٠ بالضرب ×٣

٢٤ س + ٤٥ ص = ١٢٦٠

٢٤ س + ١٦ ص = ٦٨٠ بالطرح

ص = ٢٠ ، س = ١٥

$\frac{٣}{٥}$ س + $\frac{٢}{٥}$ ص = ١٧ بالضرب × ٥

٣ س + ٢ص = ٨٥ بالضرب ×٨

مدرستي الكويتية school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد
Solving Quadratic Equations in One Variable

المجموعة ١ تمارين أساسية

(١) أي تعبير مما يلي ليس مربعًا كاملًا؟

(أ) ت^{٢} − ١٤ت + ٤٩ (ب) ٩ب^{٢} + ٦٦ب + ١٢١

(جـ) ٤م^{٢} − ٢٤م + ٣٦ (د) ٨١م^{٢} − ١٢٠م + ١٠٠

في التمارين (٢ − ٥)، أوجد مجموعة حل كل معادلة مستخدمًا طريقة إكمال المربع. عند الضرورة قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من المئة.

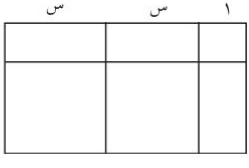
(٢) ب^{٢} + ٨ب = ٤٨ إضافة ١٦ للطرفين / (ب+٤)^{٢} = ٦٤ / (ب+٤) = ± √٦٤ / ب = -١٢ ، ب = ٤ / م.ح = {٤ ، -١٢}

(٣) س^{٢} − ١٠س = ٤٠ إضافة ٢٥ للطرفين / (س-٥)^{٢} = ٦٥ / (س-٥) = ± √٦٥ / ب = -٣,٠٦ ، ب = ١٣,٠٦ / م.ح = {١٣,٠٦ ، -٣,٠٦}

(٤) ك^{٢} + ٢٢ك + ٨٥ = ٠ إضافة ١٢١ للطرفين / (س+١١)^{٢} = ٣٦ / (س+١١) = ± √٣٦ / ب = -١٧ ، ب = -٥ / م.ح = {-٥ ، -١٧}

(٥) و^{٢} + ٣و = ٥ إضافة $\frac{٩}{٤}$ للطرفين / (و+$\frac{٣}{٢}$)^{٢} = $\frac{٢٩}{٤}$ / (ب+٤) = ± $\sqrt{\frac{٢٩}{٤}}$ / ب = -٤,١٩ ، ب = ١,١٩ / م ح = {-٤,١٩ ، ١,١٩}

(٦) (أ) اكتب تعبيرًا جبريًّا يبيّن مساحة النموذج المرسوم.



م = (١ + س) (١ + ٢س) = ٢س^{٢} + ٣س + ١

(ب) إذا كانت مساحة النموذج المرسوم تساوي ٢٨ وحدة مربعة.

فاكتب معادلة تربيعية لإيجاد س بإكمال المربع.

٢س^{٢} + ٣س − ٢٧ = ٠ | إضافة $\frac{٩}{١٦}$ للطرفين

س^{٢} + $\frac{٣}{٢}$س = $\frac{٢٧}{٢}$ | (س + $\frac{٣}{٤}$)^{٢} = $\frac{٢٢٥}{١٦}$

س = $\frac{١٥}{٤}$ − $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{١٢}{٤}$ = ٣ | $\frac{١٥-}{٤}$ − $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{١٨-}{٤}$ مرفوض

س=٣

(٧) **الكتابة في الرياضيّات:** اشرح لأحد زملائك كيف تحل س^{٢} + ٣٠س − ١ = ٠ بإكمال المربع.

إضافة ٢٢٥ للطرفين ، (س + ١٥)^{٢} = ٢٢٦ ، س + ١٥ = ± √٢٢٦

س = ٠,٠٣ أو س = -٣٠,٠٣

في التمارين (٨ – ١١) لكل معادلة مما يلي:

(أ) أوجد قيمة المميز Δ.

(ب) حدّد إن كانت الجذور حقيقية أم غير حقيقية.

(٨) $م^{٢} + ٤م + ٥ = ٠$

أ = ١ ، ب = ٤ ، جـ = ٥

جـ = $ب^{٢}$ – ٤أجـ = ٢٠ – ٤×١×٥ = -٤

للمعادلة جذران غير حقيقيان

(٩) $س^{٢} - ٤س - ٥ = ٠$

جـ = $ب^{٢}$ – ٤أجـ = $-٤^{٢}$ – ٤×١×٥- = ٣٦

للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

(١٠) $٢ص^{٢} + ٧ص = -٦$

جـ = $ب^{٢}$ – ٤أجـ = $٧^{٢}$ – ٤×٢×٦ = ١

للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

(١١) $س^{٢} = ٨س - ١٦$

جـ = $ب^{٢}$ – ٤أجـ = $-٨^{٢}$ – ٤×١×١٦= ٣٦

للمعادلة جذران حقيقيان متساويان

في التمارين (١٢–١٩) أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي:

(١٢) $س^{٢} - ٤س + ٤ = ٠$

م.ح = { ٢ }

(١٣) $٢س^{٢} + ٥س - ٧ = ٠$

م.ح = { ١ ، $\frac{-٧}{٢}$ }

(١٤) $م^{٢} = ٣م$

م.ح = { ٠ ، ٣ }

(١٥) م (٣م – ٤) = ٢

(١٦) $م^{٢} = ٢م - ٦$

ليس للمعادلة جذور حقيقية

(١٧) $-ب^{٢} + ٥ب - ٧ = ٠$

ليس للمعادلة جذور حقيقية

(١٨) $٢س^{٢} + س = \frac{١}{٢}$

م.ح = { ٠,٣١ ، -٠,٨١ }

(١٩) $\frac{س - ٣}{٢} = \frac{٦}{س - ٢}$

م.ح = { ٦ ، -١ }

مدرستي الكويتية school-kw.com

(٢٠) أوجد قيمة ك بحيث يكون كل جذر من جذري المعادلة $س^{٢} + ك\,س - \frac{١}{٥}ك = ٠$ المعكوس الضربي للآخر.

$م ن = \frac{جـ}{أ} = \frac{-ك^{٥}}{١} = ١$ ، $-ك^{٥} = ١$ ، $ك = \frac{-١}{٥}$

(٢١) أوجد عددين مجموعهما ٤ وناتج ضربهما ٢. $س ، س - ٤$

$س = ٣,٤١$ ، $ص = ٠,٥٩$

$س(٤ - س) = ٢$ ، $س^{٢} - ٤س + ٢ = ٠$ أو $س = ٠,٥٩$ ، $ص = ٣,٤١$

(٢٢) بدون حل المعادلة أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة: $س^{٢} + ٨س + ١٢ = ٠$

م.ح = {-٢ ، -٦}

(٢٣) اكتب معادلة تربيعية يكون جذراها:

(أ) ٣، -٢ $س^{٢} - س - ٦ = ٠$

(ب) ٠، $\frac{١}{٤}$ $س^{٢} - \frac{١}{٤}س = ٠ \leftarrow ٤س^{٢} - س = ٠$

(جـ) $\frac{-٢}{٣}$ (جذر مكرر). $س^{٢} + \frac{٤}{٣}س + \frac{٤}{٩} = ٠ \leftarrow ٩س^{٢} + ١٢س + ٤ = ٠$

(٢٤) أوجد مجموعة قيم ب التي تجعل المعادلة: $٨س^{٢} + ب\,س + ٢ = ٠$، ليست لها جذور حقيقية.

$ب^{٢} - ٤ أ جـ < ٠$ ، $ب^{٢} < ٦٤$ ، م.ح = {-٨ ، ٨}

$ب^{٢} - ٤ \times ٨ \times ٢ < ٠$ ، $-٨ < ب < ٨$

(٢٥) لتكن المعادلة $-٣س^{٢} + ٦س + ٥ = ٠$، جذراها ل، م $ل + م = \frac{-٦}{-٣} = ٢$ ، $ل م = \frac{٥}{-٣}$

اكتب معادلة تربيعية يكون جذراها:

(أ) ٢ل، ٢م المجموع = $٢ل + ٢م = ٢(ل+م) = ٢ \times ٢ = ٤$ ، $٢ل \times ٢م = ٤ ل م = -٤ \times \frac{٥}{٣} = \frac{-٢٠}{٣}$

المعادلة $ص^{٢} - ٤ص - \frac{٢٠}{٣} = ٠$

(ب) ل + ١، م + ١ المجموع = $ل + ١ + م + ١ = ل + م + ٢ = ٢ + ٢ = ٤$ ، الضرب $(ل+١)(م+١) = ل م + م ل + ١ = ١ + \frac{-٥}{٣} + ٣ = \frac{٣}{٤}$

المعادلة $ص^{٢} - ٤ص + \frac{٤}{٣} = ٠$

(٢٦)* لتكن المعادلة: $-٤س^{٢} + ٥س + ٧ = ٠$ جذراها ل، م، أوجد قيمة: $ل + م = \frac{٥}{٤}$ ، $ل م = \frac{-٧}{٤}$

(أ) $ل^{٢} + م^{٢}$. $(ل + م)^{٢} - ٢ ل م = (\frac{٥}{٤})^{٢} - ٢ \times \frac{-٧}{٤} = \frac{٨١}{١٦}$

(ب) $(٢ل - ٣)(٢م - ٣)$. $٤ ل م - ٦ ل - ٦ م + ٩ = ٤ ل م - ٦(ل + م) + ٩$

$٤ \times \frac{-٧}{٤} - ٦ \times \frac{٥}{٤} + ٩ = \frac{-١١}{٢}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

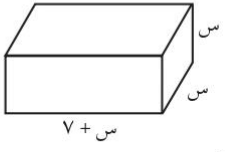
في التمارين (١-٣) أحلّ كل معادلة مستخدمًا طريقة إكمال المربع. عند الضرورة، قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من مئة.

(١) $م^{٢} + ٨م = ٩$ إضافة ١٦ للطرفين / $(م+٤)^{٢} = ٢٥$ / م.ح = {١ ، -٩}

(٢) $ر^{٢} + ٢٠ر = ٢٦١$ إضافة ١٠٠ للطرفين / $(ر+١٠)^{٢} = ٣٦١$ / م.ح = {٩ ، -٢٩}

(٣) $جـ^{٢} - ١٢جـ + ١١ = ٠$ إضافة ٣٦ للطرفين / $(جـ-٦)^{٢} = ٢٥$ / م.ح = {١١ ، ١}

(٤)* **الهندسة:** افرض أن المساحة السطحية لشبه المكعب أدناه تساوي المساحة السطحية لمكعب طول ضلعه ٨ وحدات.



(أ) اكتب تعبيرًا يبيّن المساحة السطحية لشبه المكعب.

$٢س^{٢} + ٢ (س+٧) س + ٢ (س+٧) س = ٦س^{٢} + ٢٨س$

(ب) اكتب معادلة تربط بين المساحة السطحية لكل من شبه المكعب والمكعب.

$٦ س^{٢} + ٢٨ س = ٦ \times ٨^{٢}$ $٦ س^{٢} + ٢٨ س - ٣٨٤ = ٠$ $٣ س^{٢} + ١٤ س - ١٩٢ = ٠$

(جـ) حل المعادلة في (ب) لإيجاد أبعاد شبه المكعب.

$جـ = ١٤^{٢} - ٤ \times ٣ \times ١٩٢ = ٢٥٠٠$ $س = \frac{-١٤ \pm \sqrt{٢٥٠٠}}{٢ \times ٣}$ $س = \frac{-٣٢}{٣}$ أو $س = ٦$

أبعاد شبه المكعب	مرفوض	
٦ سم ، ٦ سم ، ١٣ سم	$س = \frac{-٣٢}{٣}$	$س = ٦$ أو

(٥) ما عدد الجذور المختلفة في كل معادلة مما يلي؟

(أ) $س^{٢} - ٢س - ٣ = ٠$ $جـ = (-٢)^{٢} - ٤ \times ١ \times -٣ = ١٦$ جذران حقيقيان مختلفان

(ب) $(٥س - ١)^{٢} = ٢٥٠$ $٢٥ س^{٢} - ١٠ س + ١ = ٠$ $جـ = (-١٠)^{٢} - ٤ \times ٢٥ \times ١ = ٠$ جذران حقيقيان متساويان

(جـ) $ك^{٢} + ٤ك = -٤٥$ $جـ = ٤^{٢} - ٤ \times ١ \times ٤٥ = -١٦٤$ ليس للمعادلة جذور حقيقية لها جذران غير حقيقيان

في التمارين (٦ - ٨) لكل معادلة مما يلي:

(أ) أوجد قيمة المميز Δ.

(ب) حدّد ما إذا كانت الجذور حقيقة أم غير حقيقية.

(٦) $٢س^{٢} + س + ٢٨ = ٠$ $\Delta = ١^{٢} - ٤ \times ٢ \times ٢٨ = -٢٢٣$ جذران غير حقيقيان

(٧) $٢م^{٢} + ٧م - ١٥ = ٠$ $\Delta = ٧^{٢} \times ٤ \times ٢ \times -١٥ = ١٦٩$ جذران حقيقيان مختلفان

(٨) $٤س^{٢} + ٢٠س + ٢٥ = ٠$ $\Delta = (-٢)^{٢} - ٤ \times ٦ \times ٥ = -١١٦$ جذران غير حقيقيان

في التمارين (٩-١٤) حل كل معادلة مما يلي:

(٩) $٣س^{٢} + ٢س - ١ = ٠$ م.ح = $\{\frac{١}{٣}، -١\}$

(١٠) $س^{٢} + ١٠س = -٢٥$ م.ح = $\{-٥\}$

(١١) $٢س^{٢} + ٣س - ٥ = ٠$ م.ح = $\{-\frac{٥}{٢}، ١\}$

(١٢) $٨ك^{٢} - ٢ك - ٣ = ٠$ م.ح = $\{\frac{٣}{٤}، -\frac{١}{٢}\}$

(١٣) $ك(ك - ٥) = -٤$ م.ح = $\{٤، ١\}$

(١٤) $٩ك^{٢} + ١٢ك - ٥ = ٠$ م.ح = $\{-\frac{٥}{٣}، \frac{١}{٣}\}$

(١٥)* **التفكير المنطقي:** معادلة تربيعية مميزها مربع كامل، فهل جذور المعادلة هي أعداد نسبية أو غير نسبية ؟ فسِّر.

أعداد نسبية

(١٦) **التفكير الناقد:** $س^{٢} + ك س + ٩ = ٠$، أعط قيمة لِـ ك بحيث يكون للمعادلة:

(أ) جذران غير حقيقيين. ك = ٥

(ب) جذران حقيقيان مختلفان. ك = ١٠

(جـ) جذران حقيقيان متساويان. ك = ٦

مدرستي الكويتية school-kw.com

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مراجعة الوحدة الأولى

(١) أي تعبير لا يصف $\sqrt[٧]{٦٢٥}$ فيما يلي: _____

(أ) عدد كلّيّ
(ب) عدد غير نسبي
(جـ) عدد صحيح
(د) عدد نسبي

(٢) حل المتباينة $٨ - ٣س > -٣(١ + س) + ١$ هو: _____

(أ) كل الأعداد الحقيقية
(ب) $س > -\frac{١١}{٦}$
(جـ) $س > \frac{٢}{٣}$
(د) ليس أيًّا مما سبق

(٣) تم انسحاب بيان الدالة $ص = |س|$، ثلاث وحدات إلى الأسفل ووحدتين إلى اليمين.
معادلة الدالة الجديدة هي: _____

(أ) $ص = |س + ٢| + ٣$
(ب) $ص = |س + ٢| + ٣$
(جـ) $ص = |س - ٢| + ٣$
(د) $ص = |س - ٢| - ٣$

(٤) القيمة التي تنتمي لمجموعة حل: $-٤ < -٤س - ٢ < ٨$ و $٣ > ٤س > -١٠$ هي: _____

(أ) -٢
(ب) ١
(جـ) ٢
(د) ٤

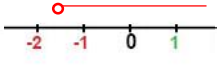
(٥) قطعة أرض مستطيلة الشكل أبعادها ٢٢م، ٥٨م. يراد إقامة منشأة عليها، يتوجب على المالك التراجع س مترًا من كل جهة. الصيغة التي تمثل المساحة القصوى الممكن استخدامها هي: _____

(أ) $ص = ٤س^{٢} - ١٦٠س + ١٢٧٦$
(ب) $ص = ١٢٧٦ - ١٦٠س - ٤س^{٢}$
(جـ) $ص = (٥٨ - س)(٢٢ - س)$
(د) $ص = ١٢٧٦ - س^{٢}$

(٦) حلّ المتباينة: $-٥(٤ص + ١) > ٢٣$ ومثل الحل على خط أعداد.

$-٤ص + ١ > -\frac{٢٣}{٥}$ | $ص > -\frac{٧}{٥}$

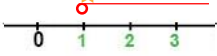
$٤ص > -\frac{٢٨}{٥}$ | م.ح = $(-\frac{٧}{٥}، \infty)$



مدرستي الكويتية school-kw.com

(٧) حلّ: ٢ > ١٠ – ٤ س > ٦. $-٢ - ١٠ < -٤ س < ٦ - ١٠$ | $٢ > س > ١$

$-٨ < -٤ س > -٤$ | م . ح = (١، ٢)



(٨) حلّ المعادلة: $|٣ م ٢ - ٣| = ٥٦$. $٣ م ٢ - ٣ = ٥٦$ أو $٣ م ٢ - ٣ = -٥٦$

$٣ م ٢ = ٥٩$ | $٣ م ٢ = -٥٣$

$م = \frac{٥٩}{٣}$ | $م = -\frac{٥٣}{٣}$

م . ح = $\{\frac{٥٩}{٣}، -\frac{٥٣}{٣}\}$

(٩) حلّ المعادلة: $\frac{١}{٤}|٤ س + ٢| = ١ - ٢ س$.

شرط $٤ - ٨ س \geq ٠$ | $٤ س + ٢ = ٤ - ٨ س$ أو $|٤ س + ٢| = ٤ - ٨ س$

$س \geq -\frac{١}{٢}$ | $١٢ س = ٢$ | $٤ س + ٢ = ٤ - ٨ س$

$س = \frac{١}{٦}$ ∉ $(-\infty، -\frac{١}{٢})$ | $٤ س = ٦$ ، $س = -\frac{٣}{٢}$ ∉ $(-\infty، -\frac{١}{٢})$ ، م . ح = $\{\frac{١}{٦}\}$

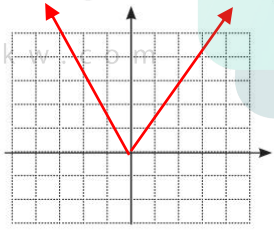
(١٠) حلّ المتباينة: $|ك ٢ + ٣| \geq ١٠$. $ك ٢ + ٣ \geq ١٠$ أو $ك ٢ + ٣ \leq -١٠$

اما $ك ٢ + ٣ \geq ١٠$ ، $ك ٢ \geq ٧$ $ك \geq ٣٫٥$

(١١) ضع جدول قيم، ثم ارسم بيانيًّا الدالة ص = $|٢س| - \frac{١}{٢}|س|$.

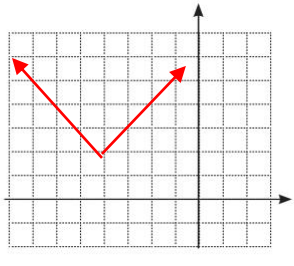
م.ح = $(٢، \infty)$ ، $(-\infty، -٨)$

س	٠	٢	-٢	٤	-٤
ص	٠	٣	٣	٦	٦



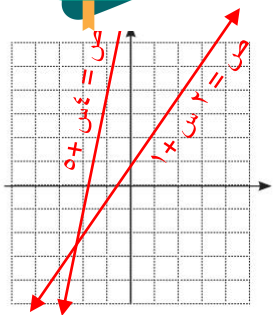
(١٢) استخدم دالة المرجع والانسحاب لرسم بيان الدالة ص = |س + ٤| + ٢.

انسحاب ص = |س| ٤ وحدات لليسار ووحدتين للأعلى



مدرستي الكويتية
school-kw.com

(١٣) أوجد مجموعة حلّ النظام $\begin{cases} ص = ٢س + ١ \\ ص = ٤س + ٥ \end{cases}$ بيانيًّا.



م = ٤ – ن
٣ (٤- ن) + ٢ ن = ٩
١٢ – ٣ ن + ٢ن = ٩
ن = ٣
م = ١
م .ح = { (١ ، ٣) }

(١٤) حلّ النظام $\begin{cases} ٣م + ٢ن = ٩ \\ م + ن = ٤ \end{cases}$ ، مستخدمًا طريقة التعويض.

(١٥) أوجد مجموعة حلّ النظام $\begin{cases} ٤س + ٢ص = ٣ \\ \frac{٣}{٢}ص - ٤س = ٢ \end{cases}$ ، مستخدمًا طريقة الحذف.

٨ س = $\frac{٣}{٢}$ س = $\frac{٣}{١٦}$ ص = $\frac{٩}{٨}$ م .
ح = {($\frac{٣}{١٦}$ ، $\frac{٩}{٨}$)}

(١٦) اكتب معادلة بحيث يكون حل النظام $\begin{cases} ٢س + ص = ١٣ \\ .....؟..... \end{cases}$ هو (٣، ٧).

س + ٢ ص = ١٧

(١٧) أوجد مجموعة حلّ المعادلة مستخدمًا طريقة إكمال المربع: ٣س^{٢} – ٦س + ٢ = ٠

س^{٢} - ٢ س + $\frac{٢}{٣}$ = ٠
اضافة ١ للطرفين / (س-١)^{٢} = $\frac{١}{٣}$ // م . ح = { ١,٥٨ ، ٠,٤٢ }

(١٨) أوجد قيمة المميز وبين نوع الجذور (حقيقية أو غير حقيقية) للمعادلة: س^{٢} + ٣س + ٢ = ٠.

Δ = ٩ – ٤ x ١ x ٢ = ١ | Δ = ب^{٢} - ٤ أ جـ | جذران حقيقيان مختلفان

(١٩) أوجد مجموعة حلّ المعادلة: –٣م^{٢} – ٢م + ٧ = ٠

م . ح = { – ١,٩ ، ١,٢٣ }

(٢٠) أوجد عددين مجموعهما ٢ وناتج ضربهما –٣٥.

العددان هما ٧ و - ٥

(٢١) اكتب معادلة من الدرجة الثانية يكون جذراها –٣، ٦.

م + ن = ٦ + - ٣ = ٣ ٢ ن = ٦ x -٣ = -١٨

المعادلة : س^{٢} - ٣س – ١٨ = ٠

مدرستي الكويتية
school-kw.com

تم تحميل الملف من
موقع مدرستي الكويتية

مدرستي
الكويتية
school-kw.com

ننصح بأفضل مذكرة
مذكرات النجاح

حمل تطبيق مدرستي الكويتية

Download on the App Store

GET IN ON Google Play

مدرستي الكويتية school-kw.com

تمارين إثرائيّة

(١) أوجد مجموعة حل النظام $\begin{cases} |س| < ٤ \\ ٣س + ٣ > \frac{س}{٢} + ٦ \end{cases}$

← $-٤ < س < ٤$ ($-٤ ، ٤$) $\cap$ ($\frac{٦}{٥} ، \infty$)

← $س > \frac{٦}{٥}$

(٢) أوجد أربعة أعداد طبيعية متتالية يكون مجموعها بين ١٩٣٨، ١٩٤٦.

← ٦ س + ٦ > س + ١٢ ← م . ح = ($\frac{٦}{٥} ، ٤$)

٤٨٤ ، ٤٨٥ ، ٤٨٦ ، ٤٨٧

(٣) **التحدي**: قارن بين $أ = \frac{١}{٠,٩٩٩٩٩٩٩٩٧}$ ، ب = ١,٠٠٠٠٠٠٠٠٣.

أ = ب

(٤) أوجد مجموعة حل المتباينة |س − ١| > |س − ٦|. س^{٢} −٢س +١ > س^{٢} −١٢ س +٣٦

(٥) أوجد طول ضلع المربع أ ب جـ د إذا كانت مساحة المثلث أ ن م تساوي $\frac{١}{٤}$ مساحة المربع.

س > $\frac{٧}{٢}$ م . ح = ($\frac{٧}{٢} ، \infty$)

$\frac{١}{٢}$ (س + ٤) (س −٤) = $\frac{١}{٤}$ س^{٢}

٢ س^{٢} − ٣٢ = س^{٢}

س = $\sqrt{٣٢}$ = ٥,٦٦

طول ضلع المربع = $\sqrt{٣٢}$ = ٥,٦٦

(٦) أوجد مجموعة حل المعادلة: ||س| − ١| = ٠. ثم تحقق من الإجابة بيانيًا.

|س| − ١ = ٠ |س| = ١ اما س = ١ او س = −١

م . ح = (١ ، −١)

(٧) أوجد مجموعة حل المعادلة: (س^{٢} + س)^{٢} − ٨(س^{٢} + س) + ١٢ = ٠

(س^{٢} + س − ٦) (س^{٢} + س −٢) = ٠ ، (س+٣) (س-٢) (س+٢) (س-١) = ٠

م ح = (-٣، ٢، -٢، ١)

(٨) أوجد معادلة من الدرجة الثانية يساوي كل من جذريها خمسة أمثال كل من جذري المعادلة ٣س^{٢} + س − ٥ = ٠

ل+م= $-\frac{١}{٣}$ ل م = $-\frac{٥}{٣}$ | ل + م = ٥ x $-\frac{١}{٣}$ = $-\frac{٥}{٣}$

المعادلة : ص^{٢} + $\frac{٥}{٣}$ ص - $\frac{١٢٥}{٣}$ = ٠

(٩) أوجد مجموعة حل المعادلة: س^{٤} − ٧س^{٢} − ١٨ = ٠

(س^{٢} -٩) (س^{٢} + ٢) = ٠ م . ح = {٣ ، -٣}

(١٠) إذا كان أ، ب جذرا المعادلة: س^{٢} + ٢س − ٣ = ٠، أوجد معادلة من الدرجة الثانية جذراها: $أ + \frac{١}{م}$ ، $ب + \frac{١}{ب}$

أ + ب = −٢

أ ب = −٣

أ^{٢} + ب^{٢} = (أ+ب)^{٢} -٢ أ ب = ١٠

أ + $\frac{١}{أ}$ + ب + $\frac{١}{ب}$ = أ + ب + $\frac{أ+ب}{أب}$

= −٢ + $\frac{-٢}{-٣}$ = −$\frac{٤}{٣}$

(أ + $\frac{١}{أ}$)+ (ب + $\frac{١}{ب}$) = أ ب + $\frac{أ}{ب}$ + $\frac{ب}{أ}$ + $\frac{١}{أب}$

= −٣ + $\frac{١٠}{-٣}$ = $\frac{١}{-٣}$ = −٦

مدرستي الكويتية school-kw.com

الزوايا وقياساتها
Angles and their Measures

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) أوجد كلًّا مما يلي بالقياس الستيني (بالدرجات والدقائق) .

(أ) $\frac{٣}{٨}$ الزاوية القائمة ٣٣° ٤٥′

(ب) $\frac{٧}{١٦}$ الزاوية المستقيمة ٧٨° ٤٥′

(٢) أوجد كلًّا مما يلي بالقياس الستيني (بالدرجات والدقائق والثواني) مستخدمًا الآلة الحاسبة.

(أ) $\frac{٤}{٧}$ الزاوية القائمة ٥١° ٢٥′ ٤٢″،٨٦

(ب) $\frac{٥}{١٣}$ الزاوية المستقيمة ٦٩° ١٣′ ٥٠″،٧٧

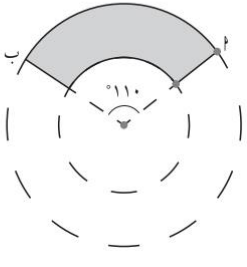
في التمارين (٣-٥) اكتب بالقياس الدائري قياس كل من الزوايا التالية: (مستخدمًا π).

(٣) ١٥٠° $\frac{٥}{٦}\pi$ (٤) ٣٠° $\frac{\pi}{٦}$ (٥) ٢٤٠° $\frac{٤}{٣}\pi$

في التمارين (٦-٨) اكتب قياسات الزوايا التالية بالقياس الستيني:

(٦) $\frac{٣\pi}{٤}$ ١٣٥° (٧) $\frac{١١\pi}{٦}$ ٣٣٠° (٨) $\frac{٣\pi}{٢}$ ٢٧٠°

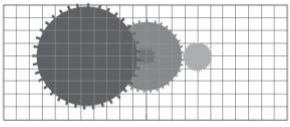
(٩) على افتراض أن طول ذراع مسّاحة المياه على الزجاج الأمامي لإحدى السيارات يساوي تقريبًا ٥٦ سم وأثناء حركتها على الزجاج تصنع قوسًا $\overset{\frown}{أب}$ يقابل زاوية قياسها ١١٠°. أوجد طول هذا القوس.



هـ^{ج} = ١١٠° × $\frac{\pi}{١٨٠}$ = ١,٩٢^{ج}

ل = هـ^{ج} × نق = ١,٩٢^{ج} × ٥٦ = ١٠٧,٥٢ سم

في التمرينين (١٠، ١١) إذا علمت أن طول نصف قطر أحد التروس (س) والزاوية التي يدوّرها الترس [illegible] فاحسب الطول الذي يتركه طرف الترس المقابل للزاوية علمًا بأن:



(١٠) س = ١٠ سم، $\theta = \frac{\pi ٧}{٨}$.

ل = نق × θ = ١٠ × $\frac{٧}{٨}\pi$ = ٢٧.٤٩ سم

(١١) س = ٢٠ سم، $\theta = \frac{\pi ١١}{٨}$.

ل = نق × θ = ٢٠ × $\frac{١١}{٨}\pi$ = ٨٦.٣٩ سم

(١٢) عندما يفرد الطاووس جناحيه يصنع زاوية مركزية في أعلى رأسه قياسها ٢٢٥° ويتشكل تقريبًا جزء من دائرة في الأطراف النهائية حيث طول نصف قطر الدائرة يساوي حوالى ٦٠ سم.

أوجد طول القوس الذي يقابل هذه الزاوية.

هـ = ٢٢٥° × $\frac{\pi}{١٨٠}$ = π ٤.٤٥ د

(١٣) أوجد القياس الدائري للزاويتين التاليتين مقربًا الناتج لأقرب جزء من مئة.

(أ) ٥٢° ١٦′ ٢٤″ ٠,٩١ د

(ب) ١٠١° ٤′ ١٣″ ١.٧٤ د

مدرستي الكويتية school-kw.com

في التمارين (١٤-١٦) أجب بصح أو خطأ.

(١٤) ٠,٦٢٥ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني ١١٢° ٣٠′.

(١٥) الزاوية المركزية ع وَ د قياسها ٠,٧٥ ° في دائرة طول قطرها ٨ سم. فإن طول القوس $\overset{\frown}{ع د}$ الذي تحصره هذه الزاوية يساوي ٣ سم.

(١٦) الزاوية التي قياسها $\frac{\pi ١١}{٩}$ تقع في الربع الرابع.

مدرستي الكويتية school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزيّة

في التمارين (١-٣) اكتب بالقياس الدائري قياس كل من الزوايا التالية: (مستخدمًا π).

(١) $90°$ $\frac{\pi}{2}$ (٢) $300°$ $\frac{5}{3}\pi$ (٣) $270°$ $\frac{3\pi}{2}$

في التمارين (٤-٦) اكتب قياسات الزوايا التالية بالقياس الستيني:

(٤) 2π $360°$ (٥) $\frac{7\pi}{6}$ $210°$ (٦) $\frac{\pi}{6}$ $30°$

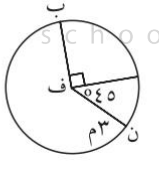
في التمرينين (٧، ٨) إذا علمت أن طول نصف قطر أحد التروس (س) والزاوية التي يدوّرها الترس (θ)، فاحسب الطول الذي يتركه طرف الترس المقابل للزاوية علمًا بأن:

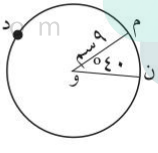
(٧) س = ١,٢ مم، $\theta = \frac{3\pi}{2}$ ل = نقθ $= 1.2 \times \frac{3}{2}\pi = 5.65$ مم

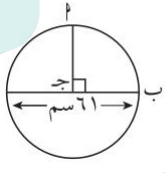
(٨) س = ١٦ سم، $\theta = \frac{\pi}{6}$ ل = نقθ $= 4 \times \frac{5}{6}\pi = 10.47$ سم

(٩) أوجد طول القوس.

(أ) $\overset{\frown}{أب}$ (ب) $\overset{\frown}{مدن}$ (جـ) $\overset{\frown}{نب}$







$= \frac{\pi}{2} \times 30.5 = 47.91$ سم $= \frac{16}{9}\pi \times 9 = 50.27$ سم $= \frac{3}{4}\pi \times 3 = 7.07$ م

(١٠) إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث هي: ١٣:٦:٥ فأوجد قياس كلّ زاوية بالقياس الستيني.

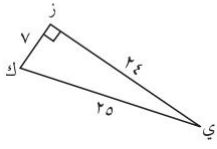
(١١) زاويتان مجموع قياسيهما $148°17'$، والفرق بين قياسيهما $\frac{1}{16}$ من القائمة. أوجد القياس الستيني لكل منهما.

مدرستي الكويتية
school-kw.com

النسب المثلثية: الجيب وجيب التمام ومقلوباتهما
Trigonometric Ratios and their Reciprocals
Sine, Cosine, Secant and Cosecant

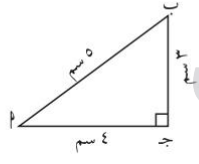
المجموعة أ تمارين أساسية

(١) في الشكل المقابل أوجد: جتاي، جاي، جتاك ، جاك.



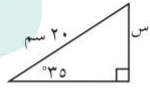
(٢) في المثلث أ ب جـ القائم في جـ ،أوجد:

(أ) ق(∠أ) = $\frac{٥}{٤}$ (ب) ق(∠ب) = $\frac{٥}{٤}$



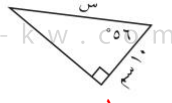
(٣) أوجد قيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ)



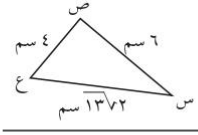
جا ٣٥° = $\frac{\text{س}}{٢٠}$ ، س = ٢٠ جا ٣٥ = ١١,٥ سم

(ب)



جا ٥٦° = $\frac{١٠}{\text{س}}$ ، س = $\frac{١٠}{\text{جتا}٥٦}$ = ١٧.٩ سم

(٤) أثبت أن المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص.



(س ص)^{٢} + (ص ع)^{٢} = ٦^{٢} + ٤^{٢} = ٥٢

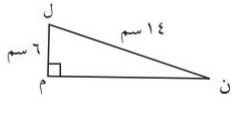
(س ع)^{٢} = (٢ $\sqrt{١٣}$)^{٢} = ٥٢

المثلث قائم الزاوية في ص

أوجد جاس، جتاس، قاس ، قتاس.

جاس = $\frac{٢}{\sqrt{١٣}}$ جتا س = $\frac{٣}{\sqrt{١٣}}$ قاس = $\frac{\sqrt{١٣}}{٣}$ قتاس = $\frac{\sqrt{١٣}}{٢}$

(٥) Δ ل م ن قائم في مْ . أوجد كلاً من:



م ن ، جا ن ، جتا ن ، جال، جتال. ماذا تستنتج؟

(م ن)^{٢} = ١٤^{٢} − ٦^{٢} = ١٦٠ ∴ م ن = ٤ $\sqrt{١٠}$

جا ن = جتا ل

جان = $\frac{٣}{٧}$ جتان = $\frac{٢\sqrt{١٠}}{٧}$ جال = $\frac{٢\sqrt{١٠}}{٧}$ جتال = $\frac{٣}{٧}$

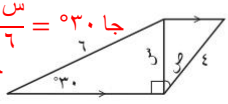
جتا ن = جا ل

مدرستي الكويتية school-kw.com

٦ منحدر التزلج المائي يشكل زاوية مع سطح الماء قياسها ١٥° وارتفاعه يساوي ١,٥٢٤ متر. كم طول منحدر التزلج المائي؟

جا ١٥° = ١.٥٢٤ / س س = ١.٥٢٤ / جا ١٥° س = ٥.٩ متر

٧ أوجد قياس الزاوية ص، وقيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ) 

جا ٣٠° = س / ٦

(ب)

جا ص = ٦ / ١٠ ، ص = ٣٧.٩°

جتا ص = ٦ / س

س = جتا ص س = ٧,٥

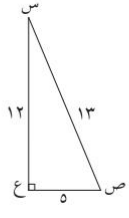
٨ **تطبيق حياتي:** أطول سلم كهربائي متحرك في العالم موجود في إحدى محطات مترو الأنفاق في روسيا. إذا كان ارتفاع قمة السلم عن قاعدته ٦,٣ أمتار وكان السلم يميل على الأفقي بزاوية قياسها ١٠,٤°. فأوجد طول السلم إلى أقرب متر.

في التمرينين (٩، ١٠) اختر الإجابة الصح.

٩ إذا كان ∆ أ ب جـ مثلث قائم في ب، فإن قيمة جتا $\left(\frac{\pi}{٢} - \text{جـ}\right)$ هي:

(أ) $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$ (ب) $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ ب}}$ (جـ) $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}}$ (د) $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$

١٠ في الشكل المقابل: المثلث س ص ع قائم في ع، فإن جتا٢س + جا٢س يساوي:

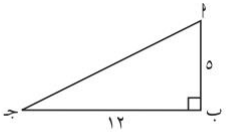


(أ) −١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) $\frac{١٧}{١٣}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

١ في الشكل المقابل: أب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، حيث أب = ٥ سم، ب جـ = ١٢ سم.

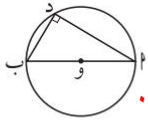


أجـ = ١٣سم جتا ج = $\frac{١٢}{١٣}$ جا ج = $\frac{٥}{١٣}$

احسب قيمة: $\frac{\text{جتاجـ + جاجـ}}{\text{جتاجـ − جاجـ}}$.

$= \frac{\frac{١٧}{١٣}}{\frac{٧}{١٣}} = \frac{١٧}{٧}$

٢ في الشكل المقابل: $\overline{أب}$ قطر في الدائرة حيث: و أ = ٥ سم، ب د = ٦ سم. احسب قيمة:



أد = ٨ سم

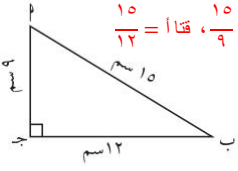
جا أ = ٠,٦

جتا ب = ٠,٦

(أ) جا أ + جتاب. ٠,٦ + ٠,٦ = ١,٢

(ب) جا^{٢}أ + جتا^{٢}ب. ٠,٣٦ + ٠,٣٦ = ٠,٧٢

٣ في الشكل المقابل، أوجد: قاب، قتاب، قاأ، قتاأ.

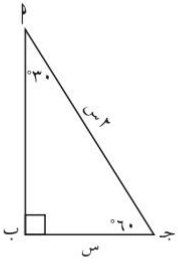


قاب = $\frac{١٥}{١٢}$ ، قتاب = $\frac{١٥}{٩}$ ، قاأ = $\frac{١٥}{٩}$ ، قتاأ = $\frac{١٥}{١٢}$

٤ Δأب جـ فيه: ق(أ) = ٣٠°، ق(جـ) = ٦٠°.

إذا كان ب جـ = س، فإن أجـ = ٢ س (نظرية).

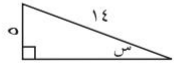
احسب كلًّا من: أب، جا ٣٠°، جتا ٣٠°، جا ٦٠°، جتا ٦٠°.



مدرستي الكويتية
school-kw.com

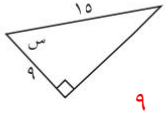
٥ أوجد قياس الزاوية س إلى أقرب درجة.

(أ)



جا س = $\frac{٥}{١٤}$ س = ٢١°

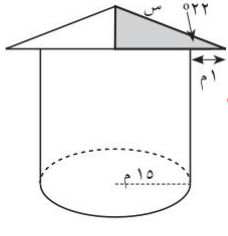
(ب)



جتا س = $\frac{٩}{١٥}$ س = ٥٣°

٦ **تطبيق في الزراعة:** مخزن غلال طول نصف قطر قاعدته ١٥ مترًا، ويميل الغطاء على الخط الأفقي بزاوية قياسها ٢٢°، يزيد طول نصف قطر قاعدة الغطاء المخروطي مترًا واحدًا عن طول نصف قطر القاعدة.

احسب قيمة س.



جا ٢٢° = $\frac{١٦}{\text{س}}$ س = $\frac{١٦}{\text{جا}٢٢°}$ = ٤٢.٧م

مدرستي الكويتية school-kw.com

٧ (أ) اختر ثلاث قيم لقياس زاوية س تقع بين ٠°، ٩٠°.

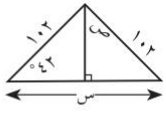
٣٠°، ٤٥°، ٦٠

(ب) احسب قيمة جا٢س + جتا٢س عند كل قيمة اخترتها. أثبت صحة العلاقة التي حصلت عليها لأي قيمة للمتغير س بين ٠°، ٩٠°.

جا٢س + جتا٢س = ١

٨ أوجد قياس الزاوية ص، وقيمة س إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ)



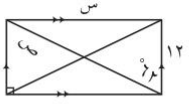
جتا٤٢ = أب / ١٠٢

ب = ٧٥,٩ سم

س = ١٥١,٨ سم

ص = ١٨٠ − (٩٠+٤٢) = ٤٨

(ب)



ص = ٦٢°

جتا ٦٢ = ١٢ / ب جـ

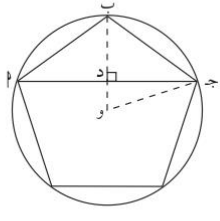
ب جـ = ٢٥,٦ سم

جا٦٢ = س / ٢٥,٦ = ٢٢,٦ سم

٩ **الكتابة في الرياضيات:** يقول أحمد أنه في مثلث قائم الزاوية، إذا كان قياس زاوية حادة معطى وطول أحد أضلاعه معطى فيمكنه إيجاد قياس بقية الزوايا وطول بقية الأضلاع. هل توافقه الرأي؟ اشرح إجابتك.

نعم : مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠° نحسب الزوايا من جا س و جتا س نحسب الأضلاع

*١٠ خماسي منتظم مرسوم داخل دائرة مركزها و. إذا كان طول نصف قطر الدائرة ١٠ سم:



(أ) أوجد ق(وَ). ٣٦٠ ÷ ٥ = ٧٢°

(ب) أوجد طول كل من جـ د، أجـ. جا٧٢ = جـ د / ١٠ ∴ جـ د = ٩.٥ سم ، أ جـ = ١٩ سم

(جـ) أوجد ق(وَب جـ). (١٨٠ − ٧٢) / ٢ = ٥٤°

(د) أوجد طول أي ضلع في الخماسي المنتظم.

جا٥٤° = ٩.٥ / ب جـ ∴ ب جـ = ٩.٥ / جا ٥٤°

طول ب جـ = ١١,٧ سم

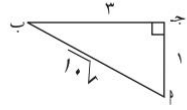
مدرستي الكويتية school-kw.com

ظل الزاوية ومقلوبه
Tangent and Cotangent of an Angle

المجموعة ١ تمارين أساسية

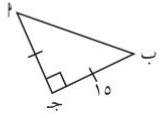
١ من الشكل اكتب ظ$\hat{أ}$، ظ$\hat{ب}$ كنسب في كل مما يلي:

(أ)



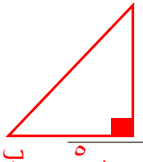
ظ$\hat{أ}$ = $\frac{٣}{١}$ ظ$\hat{ب}$ = $\frac{١}{٣}$

(ب)



ظ$\hat{أ}$ = $\frac{١٥}{١٥}$ = ١ ظ$\hat{ب}$ = $\frac{١٥}{١٥}$ = ١

٢ في Δأب جـ القائم في جـ، إذا كان ظ$\hat{ب}$ = $\frac{٤}{٥}$ فأوجد: جا$\hat{أ}$، جتا$\hat{أ}$، ظ$\hat{أ}$.



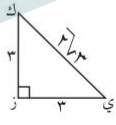
أب^{٢} = ٤^{٢} + ٥^{٢} = ٤١

أب = $\sqrt{٤١}$

جتا$\hat{أ}$ = $\frac{٤}{\sqrt{٤١}}$ ظ$\hat{أ}$ = $\frac{٥}{٤}$ جا$\hat{أ}$ = $\frac{٥}{\sqrt{٤١}}$

٣ أوجد الظل ومقلوب الظل لكل من الزاويتين الموضحتين:

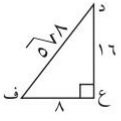
(أ) ك$\hat{}$، ي$\hat{}$.



ظ ك = ١

ظ ي = ١

(ب) د$\hat{}$، ف$\hat{}$.



ظ د = $\frac{٨}{١٦}$ = $\frac{١}{٢}$

ظ ف = $\frac{١٦}{٨}$ = $\frac{٢}{١}$

٤ أوجد قياس الزاوية التي يصنعها كل مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة:

(أ) ص = ٢س − ١.

ظθ = ٢

θ = °٦٣.٤

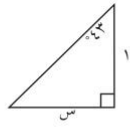
(ب) ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٥.

ظθ = $\frac{١}{٢}$

θ = °٢٦.٦

٥ أوجد قيمة س مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

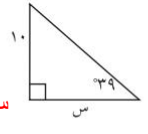
(أ)



ظ°٤٣ = $\frac{س}{١٢}$

س = ١٢ ظ٤٣ = ١١.٥سم

(ب)



ظ°٣٩ = $\frac{١٠}{س}$

س = $\frac{١٠}{ظ ٣٩}$ = ١٢.٣سم

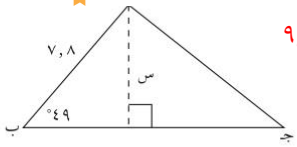
٦ إذا كانت أطوال قطري معيّن هي: ٢ سم، ٥ سم. فأوجد قياسات زوايا المعيّن إلى أقرب درجة.

ظ(أ ب م) = $\frac{٢.٥}{١}$

ق(أ ب م) = °٦٨ ∴ ق(أ ب جـ) = ق(أ د جـ) = °١٣٦ ق(أ) = ق(جـ) = ١٨٠ − ١٤٦ = °٤٤

مدرستي الكويتية
school-kw.com

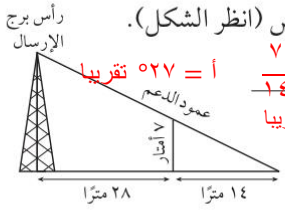
(٧) في الشّكلِ المجاورِ



(أ) أوجد س إلى أقرب جزء من عشرة. ظا٤٩° = $\frac{\text{س}}{٧.٨}$ ∴ س = ٩سم

(ب) إذا كانَتْ ب جـ = ٨,١٠ أوجد مساحة Δأب جـ إلى أقرب جزء منْ مئةٍ. م = $\frac{١}{٢}$ق × ع = $\frac{١}{٢}$ × ١٠.٨ × ٩ = ٤٨.٦سم

(٨) يستند سلك لبرج إرسال على عمود دعم ارتفاعه ٧ أمتار عن سطح الأرض (انظر الشكل).



(أ) أوجد قياس الزاوية التي يصنعها السلك مع سطح الأرض. ظا أ = $\frac{٧}{١٤}$ أ = ٢٧° تقريبا

(ب) أوجد ارتفاع برج الإرسال. ظا أ = $\frac{\text{س}}{٤٢}$ إرتفاع البرج = ٢١.٤° تقريبا

في التمرينين (٩، ١٠) أجب بصح أو خطأ.

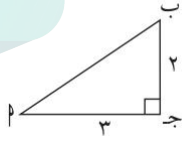
(٩) إذا كان Δأب جـ مثلث قائم في بَ فإن جتاجـ × ظاجـ = جاجـ. _____

(١٠) قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم ص + س = ٦ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات هي ٤٥°. _____

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) اكتب ظاأ، ظاب كنسب:

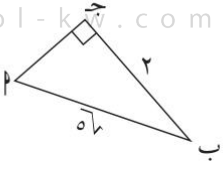
(أ)



ظا أ = $\frac{٢}{٣}$

ظا ب = $\frac{٣}{٢}$

(ب)



ظا أ = $\frac{٢}{١}$

ظا ب = $\frac{١}{٢}$

(٢) أوجد قيمة المجهول إلى أقرب جزء من عشرة:

ظا(س) = ٥,٣، ظا(٤٣°) = ص، ظا(٢°) = ع، ظا(ل) = ٢٩,٥٧.

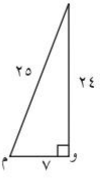
س = ٧٤.١° ، ص = ٠.٩° ، ع = ٠.٠٣° تقريبا صفر ، ل = ٨٩°

(٣) في Δأب جـ القائم في (جـ)، إذا كان ظا أ = $\frac{٢}{٣}$ فأوجد: جتاأ، ظاب، جاأ.

(أب)^{٢} = ٣^{٢} + ٢^{٢} = ١٣ أب = $\sqrt{١٣}$ جتاأ = $\frac{٣}{\sqrt{١٣}}$ ، ظاب = $\frac{٣}{٢}$ ، جاأ = $\frac{٢}{\sqrt{١٣}}$

(٤) أوجد ظل وظل تمام كل من الزاويتين الموضحتين:

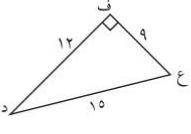
(أ) مَ ، نَ



ظا م = $\frac{٢٤}{٧}$

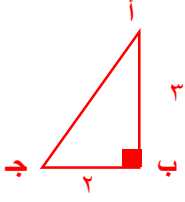
ظا ن = $\frac{٧}{٢٤}$

(ب) دَ ، عَ



ظا د = $\frac{٥}{١٢}$

ظا ع = $\frac{١٢}{٥}$



مدرستي الكويتية
school-kw.com

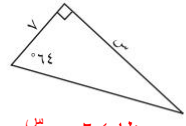
٥ أوجد قياس الزاوية التي يصنعها كل مستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة:

(أ) ص = $\frac{٣}{٤}$ س + ٢. ٣٦.٩°

(ب) ٢ص − ٢√٣ س = ١. ٦٠°

٦ أوجد قيمة س طول القطعة المستقيمة مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة أو قيمة س قياس الزاوية مقربًا إلى أقرب درجة.

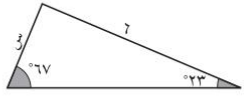
(أ)



ظا ٦٤° = $\frac{س}{٧}$

س = ١٤.٤ سم

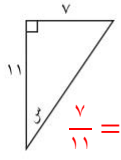
(ب)



ظا ٢٣° = $\frac{س}{٦}$

س = ٢.٥ سم

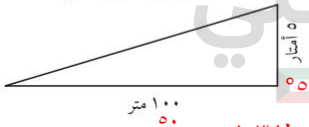
(جـ)



ظا س = $\frac{٧}{١١}$

ق(س) = ٣٢°

٧ في **هندسة الطرق**: ميل طريق أو خط سكة حديد يعرف بأنه النسبة بين ارتفاع أعلى نقطة في الطريق وبين طول المسقط الأفقي للطريق، ويعبر عنه عادة بنسبة مئوية. فمثلًا إذا كان ميل خط سكة حديد ٥٪، فإن ذلك يعني أن كل ارتفاع قدره ٥ أمتار يكون طول مسقطه الأفقي ١٠٠ متر، وأيضًا إذا كان طريق يميل على الأفقي بزاوية هـ، فإن ميل هذا الطريق يساوي ظا هـ.



أوجد قياس زاوية ميل طريق جبل إذا كان ميله يساوي ١,٢٥، هـ = ٥١.٣°

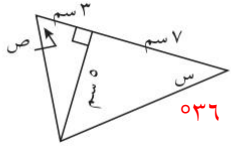
ظا ٥١.٣ = $\frac{٥٠}{س}$

ثم أوجد طول المسقط الأفقي لجزء من هذا الطريق عند نقطة على ارتفاع ٥٠ مترًا عن الأفقي.

س = ٤٠ متر تقريبا

٨ أوجد قيمة س، ص مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة أطوال القطع المستقيمة، وإلى أقرب درجة قياسات الزوايا.

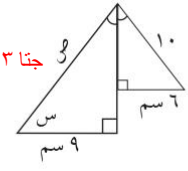
(أ)



ظا س = $\frac{٥}{٧}$ س ≈ ٣٦°

ظا ص = $\frac{٥}{٣}$ ص ≈ ٥٩°

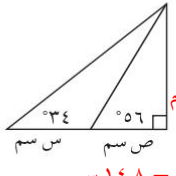
(ب)



جتا س = $\frac{٦}{١٠}$ س = ٥٣°

جتا ٥٣° = $\frac{٩}{ص}$ ص = ١٥ سم تقريبا

(جـ)

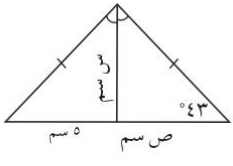


ظا ٥٦° = $\frac{١٠}{ص}$ ص = ٦,٧ سم

ظا ٣٤° = $\frac{١٠}{ص + س}$ س + ص = ١٤,٨ سم

س = ١٤,٨ − ٦,٧ = ٨,١ سم

(د)



ظا ٤٣° = $\frac{س}{٥}$

س = ٤.٧ سم

ص = ٥ سم

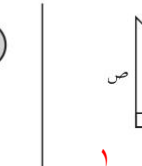
مدرستي الكويتية school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة
Trigonometric Ratios for Some Particular Angles

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣)، أوجد قيمة كل متغيّر.

١) 

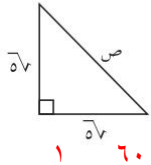
جتا٤٥° = $\frac{٨}{\text{ص}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، س = ٨

ص = ٨ $\sqrt{٢}$

٢)

جتا٤٥° = $\frac{\text{س}}{٢\sqrt{١٥}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

ص = ١٥ ، س = ١٥

٣) 

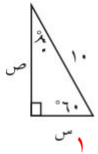
جا٤٥° = $\frac{٦٠}{\text{ص}} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

ص = ٦٠ $\sqrt{٢}$

٤) تشكل الشفرات الأربع لمروحة طائرة زوايا قائمة ولهذه الشفرات الطول نفسه. تبلغ المسافة بين طرفي شفرتين متجاورتين ١١ مترًا. ما طول كل شفرة؟

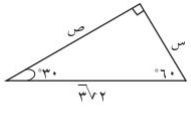
جتا٤٥° = $\frac{\text{س}}{١١} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ∴ س = $\frac{١١}{٢}$ $\sqrt{٢}$ ≈ ٧.٨متر

في التمارين (٥-٧) أوجد قيمة كل متغيّر.

٥) 

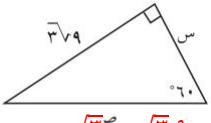
جتا٦٠° = $\frac{\text{س}}{١٠} = \frac{١}{٢}$ س = ٥

جا٦٠° = $\frac{\text{ص}}{١٠} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ص = ٥ $\sqrt{٣}$

٦) 

جتا٣٠° = $\frac{\text{ص}}{٣\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ص = ٣

جا٣٠° = $\frac{\text{س}}{٣\sqrt{٢}} = \frac{١}{٢}$ س = $\sqrt{٣}$

٧) 

جا٦٠° = $\frac{\text{ص}}{٣\sqrt{٩}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ص = ١٨سم

س = ٩ سم

٨) أوجد مساحة مثلث متطابق الأضلاع، طول ضلعه ١٠ سم.

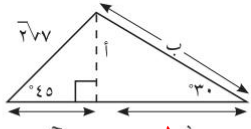
٢١,٧ سم^٢ تقريبا

٩) أوجد مساحة معيّن طول ضلعه ٥ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠°.

١٠,٨ سم^٢ تقريبا

في التمرينين (١٠، ١١) أوجد قيمة كل متغيّر.

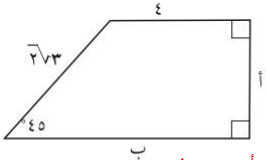
(١٠)



جتا ٤٥ = $\frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{٧}{\sqrt{٢}\,٧}$ جـ = ٧ ، أ = ٧

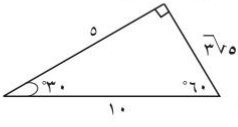
جا ٣٠ = $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ = $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٧}{\text{ب}}$ ب = ١٤ جا ٣٠ = $\frac{\text{د}}{١٤}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د = ٧ √٣

(١١)



جا ٤٥ = $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{\text{أ}}{\sqrt{٢}\,٣}$ أ = ٣ ، ب = ٤ + ٣ = ٧

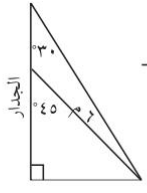
(١٢) **تحليل الخطأ**: رسمت سلوى المثلث المقابل. قالت هند إن قياسات الأضلاع لا يمكن أن تكون صحيحة. من منهما توافقه الرأي؟ وضّح إجابتك.



أوافق على رأي هند جتا ٦٠ = $\frac{١}{٢}$ و لكن بالرسم جتا ٦٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\frac{\sqrt{٣}\,٥}{١٠}$

(١٣) **السؤال المفتوح**: اكتب مسألة حياتية يمكن حلها باستخدام مثلث ثلاثيني ستيني، طول وتره ١٢ مترًا ثم حلّها. سلم يستند على حائط طول السلم ١٢ متر والسلم يميل بزاوية ٦٠° . أوجد البعد بين الحائط وقاعدة السلم . (الإجابة ٦ متر)

(١٤) لدرء خطر العواصف الرملية قررت إحدى المزارع دعم جدار المزرعة. وضعت دعامتان (انظر الشكل التالي). كونت الدعامة الصغرى وطولها ٦ أمتار زاوية قياسها ٤٥° مع الجدار والدعامة الكبرى زاوية قياسها ٣٠°.



جا ٤٥ = $\frac{\text{س}}{٦}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ∴ س = ٣√٢

(أ) ما طول الدعامة الكبرى؟

جا ٣٠ = $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٣\sqrt{٢}}{\text{ص}}$ ص = ٦√٢

جتا ٣٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\frac{٤}{٦\sqrt{٢}}$ ع = ٣√٦

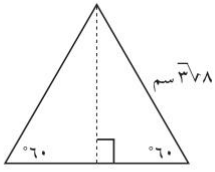
(ب) كم يزيد ارتفاع رأس الدعامة الكبرى عن رأس الدعامة الصغرى؟

مقدار الزيادة = ٣√٦ − ٣√٢ = ٣ متر تقريبا

مدرستي الكويتية school-kw.com

في التمارين (١٥-١٧) أوجد مساحة كل شكل.

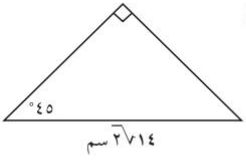
(١٥)



س = ٤√٣ ، جا ٦٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\frac{ع}{\sqrt{٣}\times٨}$

ع = ١٢ ، م = $\frac{١}{٢}$ × ٨√٣ × ١٢ ≈ ٨٣ م^{٢}

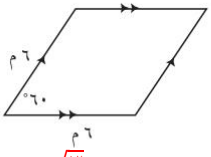
(١٦)



جتا٤٥ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = $\frac{ق}{\sqrt{٢}\times١٤}$ ق = ١٤

م = $\frac{١}{٢}$ × ١٤ × ١٤ = ٩٨ م^{٢}

(١٧)

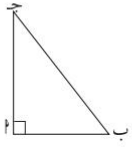


جا ٦٠ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\frac{ع}{٦}$ ع = ٣√٢

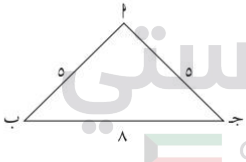
م = ٦ × ٣√٢ = ١٨√٢ م^{٢}

في التمارين (١٨-٢٢) أجب بصح أو خطأ.

(١٨) في المثلث المقابل، جا ب = جتا جـ. (✓) ق (ب) + ق (جـ) = ٩٠°



(١٩) في المثلث المقابل، جا ب = $\frac{٥}{٨}$. (x) مثلث غير قائم الزاوية



(٢٠) يوجد مثلث أب جـ قائم في أ حيث جا ب = $\frac{٢٤}{١٩}$. (x) لأن طول الضلع لا يجوز أن يكون أكبر من طول الوتر

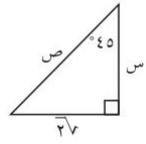
(٢١) يوجد مثلث أب جـ قائم في أ حيث ظا ب = $\frac{٤٥}{٢٦}$. (✓)

(٢٢) جتا ٩٠° جتا ١٨٠° + جا ٢٧٠° ظا ٤٥° = −١.

مدرستي الكويتية
school-kw.com

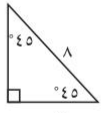
المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) أوجد قيمة كل متغيّر.

١) 

$\sqrt{٢}$ = س

$\frac{١}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٢}}{ص}$ = جتا٤٥°

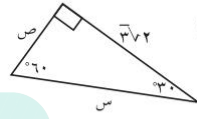
٢) 

$\frac{١}{\sqrt{٢}} = \frac{س}{٨}$ = جتا٤٥°

$\sqrt{٢}$ ٤ = س

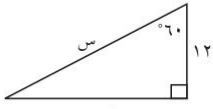
(٣) أوجد مساحة مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٢ سم وقياس إحدى زواياه ٤٥°.

في التمارين (٤-٧) أوجد قيمة كل متغيّر.

٤) 

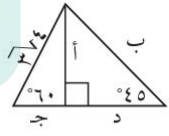
$\frac{\sqrt{٣}\ ٢}{س}$ = جتا٣٠°

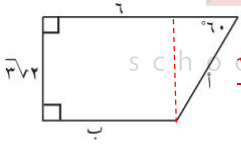
س = ٤ ، ص = ٢

٥) 

س = ٢٤

$\frac{\sqrt{٣}}{١} = \frac{ص}{١٢}$ ص = $\sqrt{٣}$١٢

٦) 

٧) 

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{\sqrt{٣}\ ٢}{أ}$ = جا٦٠°

أ = ٤ ، ص = ٢ ، ب = ٦ − ٢ = ٤

*٨) تستخدم إحدى المزارع حزامًا كهربائيًّا متحركًا لنقل حزم القش من الأرض إلى قمة المخزن. يبلغ ارتفاع قمة المخزن ٧ أمتار ويشكل الحزام المتحرك مع الأرض زاوية قياسها ٦٠°.

(أ) ما طول الحزام من الأرض حتى قمة المخزن؟

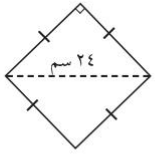
$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{٧}{س}$ = جا٦٠° ∴ س = ٨.١ متر تقريبا

(ب) يتحرك الحزام بسرعة ٣٠ م في الدقيقة. ما الزمن اللازم لنقل حزمة قش من الأرض حتى قمة المخزن؟

السرعة = $\frac{ف}{ز}$ $\frac{٨.١}{ز}$ = ٣٠ الزمن = ٠.٢٧ دقيقة

في التمارين (٩-١١)، أوجد مساحة كل شكل مما يلي:

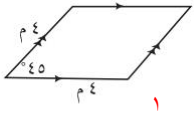
٩



م = $\frac{١}{٢}$ × ق × ق

= $\frac{١}{٢}$ × ٢٤ × ٢٤ = ٢٨٨ سم^{٢}

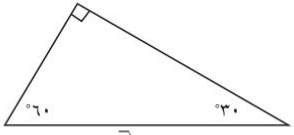
١٠



جا ٤٥ = $\frac{ع}{٤}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

ع = ٢ $\sqrt{٢}$ م = ٤ × ٢ $\sqrt{٢}$ = ٨ $\sqrt{٢}$ سم^{٢}

١١



$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\frac{ص}{\sqrt{٣}٦}$ = $\frac{٦\sqrt{٣}}{جا ٦٠°}$

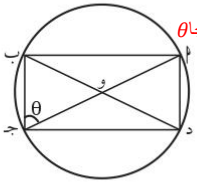
س = ٣ $\sqrt{٣}$

ص = ٩ م = $\frac{١}{٢}$ × ٣ $\sqrt{٣}$ × ٩ ≈ ٢٣.٤ سم تقريبا

١٢ احسب من دون استخدام الآلة الحاسبة: جا ٤٥° × جتا ٤٥° + جتا ٤٥° × جا ٤٥° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ + $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = ١

١٣ احسب من دون الآلة الحاسبة: جا ٦٠° × جتا ٣٠° + جا ٣٠° × جتا ٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ = ١

***١٤** يبيّن الشكل المقابل مستطيلًا أ ب جـ د محاطًا بدائرة مركزها و وطول نصف قطرها نق .



جا θ = $\frac{ص}{٢ نق}$ ، ص = ٢ نق جا θ

جتا θ = $\frac{س}{٢ نق}$ ، س = ٢ نق جتا θ

المساحة = س × ص = ٢ نق جا θ × ٢ نق جتا θ

أثبت أن مساحة المستطيل تساوي ٤ نق^{٢} جا θ جتا θ .

المساحة = ٤ نق^{٢} جا θ جتا θ

***١٥** يلعب عبد العزيز كرة القدم في أحد النوادي. للحفاظ على لياقته البدنية يمارس يوميًّا رياضة الهرولة.

انطلق عبد العزيز من النقطة أ على الشاطئ بزاوية قياسها ٣٠°، سار على الرمل حتى وصل إلى الطريق المعبدة عند النقطة د. أكمل الهرولة على الطريق المعبّدة حتى وصل إلى النقطة جـ. انعطف عن الطريق بزاوية قياسها ٣٠° حتى وصل إلى النقطة ب. (انظر الشكل المقابل). تبلغ سرعة هرولة عبد العزيز على الرمل ٤,٨ كم/ ساعة وعلى الطريق المعبدة ١٢,٨ كم/ ساعة.

(أ) أوجد المسافة التي قطعها عبد العزيز على الطريق المعبدة.

(ب) ما الزمن الذي استغرقه عبد العزيز في الهرولة؟

أد = ٣.٢ كم السرعة = $\frac{ف}{ز}$ على الرمل

ظا ٣٠° = $\frac{١.٦}{س}$ س ≈ ٢.٨ كم تقريبا

طول الطريق = ١٢ − ٢ × ١٨^{٢} = ٦.٤ كم تقريبا

$\frac{٣.٢}{ز}$ = ٤.٨ ز(رمل) = ٠.٧ ساعة

$\frac{٦.٤}{ز}$ = ١٢.٨ ز(طريق) = ٠.٥ ساعة

الزمن = ٠.٥ + ٢ × ٠.٧ ≈ ١.٩ ساعة

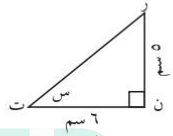
مدرستي الكويتية school-kw.com

حل المثلث قائم الزاوية
Solving Right Triangle

المجموعة أ تمارين أساسية

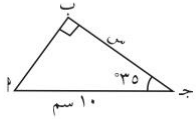
في التمرينين (١، ٢) أوجد في كل مثلث، قيمة س.

١



ظا س = $\frac{٥}{٦}$ ٢٠″ ٤٨′ ٣٩°

٢



جتا ٣٥ = $\frac{\text{س}}{١٠}$ س ≈ ٨.٢ سم تقريبا

٣ حل المثلث أ ب جـ القائم في جـ. قرّب الأطوال إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ) ق(ب) = ١٢′ ٤٧°، ب جـ = ١٨ سم. ق(أ) = ٤٨″ ٤٢° أ جـ = ١٩.٤ أ ب = ٢٦.٥

(ب) ب جـ = ٥ , ٨ سم، أ جـ = ١٤ , ٧ سم.

٤ يستند سلم أ ب طوله ٥ , ٨ أمتار بطرفه (أ) على حائط عمودي وبطرفه (ب) على أرض أفقيّة، إذا كان الطرف (ب) يبعد مترًا واحدًا عن الحائط، فأوجِدْ:

(أ) بعد الطرف أ عن الأرض. (أ جـ)^{٢} = ٨,٥^{٢} − ١^{٢} = ٧١,٢ أ جـ = ٢٦,٥

(ب) قياس زاوية ميل السلّم على الأرض. جتا ب = $\frac{١}{٨.٥}$ ب = ٨٣.٢°

(جـ) قياس زاوية ميل السلم على الحائط. ٦.٨°

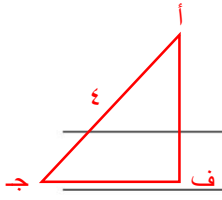
مدرستي الكويتية school-kw.com

٥ أ جـ ك مثلث قائم في أ حيث: أ جـ = ٨ سم، أ ك = ٦ سم.

أوجد قياس كل من الزاويتين جـ، كـ .

ق(جـ) = ٥٣.٥° ق(ك) = ٣٦.٥°

٦ في كل حالة مما يلي، خطط مثلثًا أ ف جـ قائم في فـ.



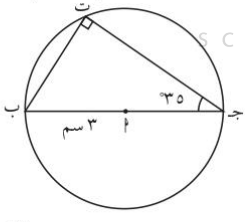
(أ) أوجد جـ ف إذا كان: أ جـ = ٤ سم، جتا جـ = ٠,٧

جا جـ = جـف / ٤ = ٠.٧ جـ ف = ٢.٨ سم

(ب) أوجد جـ ف إذا كان: أ ف = ٤ سم، ق(ف أ جـ) = ٧٥°

ظا ٧٥ = جـف / ٤ جـ ف = ١٤.٩ سم

٧ في الشكل المقابل، أوجد محيط المثلث ب جـ ت ومساحته إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي ٣ سم.

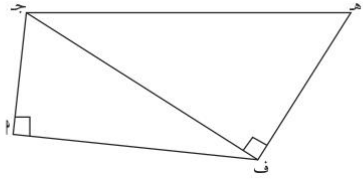


جتا ٣٥ = س/٦ س = ٤.٩ سم | المساحة = ١/٢ × ٤.٩ × ٣.٤ = ٨.٣٣ سم٢

جا ٣٥ = ص/٦ ص = ٣.٤ سم | المحيط = ٦ + ٤.٩ + ٣.٤ = ١٤.٣ سم

في التمرين (٨) استخدم الشكل المقابل.

٨ بفرض أن ق(أ فـ جـ) = ٢٠°، ف جـ = ١٣ سم، هـ جـ = ١٥ سم.



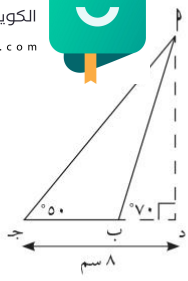
أوجد: أ ف، أ جـ، ف هـ، ق(ف جـ هـ) ، ق(أ جـ ف).

أف = ١٢ سم أجـ = ٤,٤ سم ف هـ = ٧,٥ سم

ق(أ جـ ف) = ٧٠° ق(ف جـ هـ) = ٢٩.٩°

مدرستي الكويتية school-kw.com

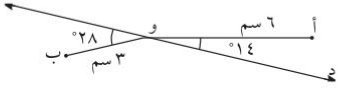
(٩)* في الشكل المجاور، أوجد مساحة المثلث أ ب جـ إلى أقرب جزء من عشرة. علمًا بأن جـ د = ٨ سم.



ظا٥٠° = أد / ٨ ، أد = ٩.٥ سم ، ظا٧٠° = ٩.٥ / دب ، د ب = ٣.٥ سم

ب جـ = ٨ − ٣.٥ = ٤.٥ سم ، المساحة = ١/٢ × ٤.٥ × ٩.٥ = ٢١.٣٧٥ سم٢

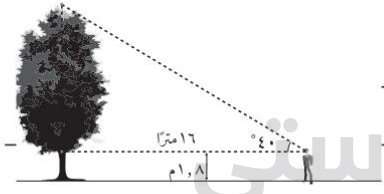
(١٠) **التفكير الناقد:** أيهما أقرب إلى المستقيم وَدَ؟ النقطة أ أو النقطة ب؟



جا١٤° = أد / ٦ ، أد = ١.٤٥ سم

جا٢٨° = ب هـ / ٣ ، ب هـ = ١.٤ سم ، النقطة ب هي الأقرب

(١١) مستخدمًا معطيات الرسم، أوجد ارتفاع الشجرة.



ظا٤٠° = س / ١٦ ، س = ١٣.٤ متر

إرتفاع الشجرة = ١٣,٤ + ١,٨ = ١٥,٢ متر

(١٢) **التحدي:** أ ب جـ د مستطيل مركزه و. ق(أوَد) = ١٠٠°، ود = ٣ سم

(أ) أوجد ق(أوَب)

١٨٠ − ١٠٠ = ٨٠°

(ب) أوجد محيط المستطيل

جا٤٠° = أب / ٦ ، أب = ٣.٩ سم ، جتا٤٠° = أد / ٦ ، أد = ٤.٦ سم

المحيط = ٢ × ٣.٩ + ٢ × ٤.٦ = ١٧ سم تقريبا

مدرستي الكويتية school-kw.com

مدرستي الكويتية
school-kw.com

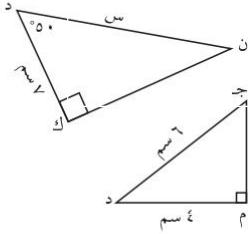
المجموعة ب تمارين تعزيزية

١ حل المثلث أ ب جـ القائم في جـ. قرّب الأطوال إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ) ق(ب) = ٣٩°، ب جـ = ٢٨ سم ق(أ) = ٥١° / أ ب = ٣٦ سم / أ جـ = ٣٤.٦ سم

(ب) أ جـ = ٢,٨٤، أ = ٣٨° ٥٢° / أ ب = ١٠٦.٩ / ب جـ = ٦٥.٨

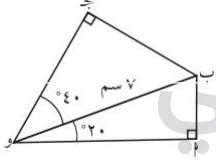
٢ في المثلث ك ن د المقابل، أوجد قيمة س. جتا ٥٠° = ٧ / س س = ١٠.٩ سم



٣ في المثلث م جـ د المقابل أوجد قياس كل من الزاويتين جـ، د.

جتا د = ٤ / ٦ (د) = ٤٨.٢° ق(جـ) = ٤١.٨°

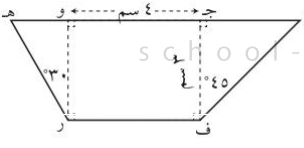
٤ من الشكل المقابل: (أ) أوجد أطوال الأضلاع التالية (قيم تقريبية): ب جـ، أ ب، وجـ، وأ. جا ٤٠° = ب جـ / ٧ ب جـ = ٤.٥ سم



جا ٢٠° = أ ب / ٧ أ ب = ٢.٤ سم، جتا ٤٠° = و جـ / ٧ و جـ = ٥.٤ سم، جتا ٢٠° = وأ / ٧ وأ = ٦.٦ سم

(ب) صح أم خطأ: ب جـ = ٢ أ ب.

٥ (أ) أوجد مساحة شبه المنحرف المقابل: ٣ × (٤ + ٨.٧) / ٢ = ١٩.٠٥ سم٢ تقريبا



(ب) أوجد محيط شبه المنحرف المقابل.

٣,٥+٤,٢+٤+٨,٧ = ٢٠,٤ سم تقريبا

٦ أ ب جـ د متوازي أضلاع. أ ب = ٨ سم، أ د = ٦ سم، ق(ب أ د) = ١٠٠°.

أوجد مساحة متوازي الأضلاع. جا ٨٠ = ع / ٦ ع = ٥,٩ سم المساحة = ٨ × ٥.٩ = ٤٧.٢ سم٢

٧ أ ب جـ د معين مركزه و بحيث يكون أ ب = ٦ سم، ق(د أ ب) = ١٠٠°. جا ٤٠° = أ م / ٦ أ م = ٣.٩ سم

أوجد طولي قطري هذا المعين. أ جـ = ٧.٨ سم، جتا ٤٠° = ب م / ٦ ب م = ٤.٦ سم، ب د = ٩.٢ سم

٨ **التفكير العلمي**: أ ب جـ مثلث متطابق الضلعين (أ ب = أ جـ)، حيث ب جـ = ٤ سم،

ق(ب أ جـ) = ١٠٠°.

(أ) أوجد محيط هذا المثلث. جا ٥٠° = ٢ / أ ب ∴ أ ب = ٢.٦

(ب) أوجد مساحة هذا المثلث. ظا ٥٠° = ٢ / أ هـ ∴ أ هـ = ١.٧

المحيط = ٤ + ٢,٦ + ٢,٦ = ٩,٢ سم

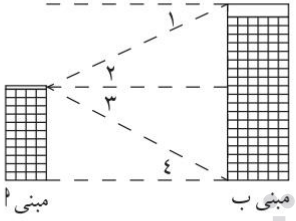
المساحة = ١/٢ × ٤ × ١.٧ = ٣.٤ سم٢

مدرستي الكويتية
school-kw.com

زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض
Angles of Elevation and Angles of Depression

المجموعة أ تمارين أساسية

١ صف الزوايا المبيّنة في الشكل من حيث كونها زاوية ارتفاع أو زاوية انخفاض:



(أ) $\hat{١}$ زاوية انخفاض

(ب) $\hat{٢}$ زاوية ارتفاع

(جـ) $\hat{٣}$ زاوية انخفاض

(د) $\hat{٤}$ زاوية ارتفاع

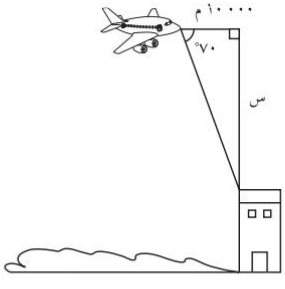
٢ من نقطة على سطح الأرض تبعد ٣٠٠ م عن قاعدة برج عمودي وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج هي ١٣°، أوجد ارتفاع البرج عن سطح الأرض.

ظا١٣° = $\frac{ع}{٣٠٠}$ ع ≈ ٦٩ متر تقريبا

٣ من نقطة على سطح الأرض قيست زاوية ارتفاع طائرة، فوجد أنها ١٢′ ٥٤°، إذا كان بعد النقطة عن موقع الطائرة ٣١٠ م، فما ارتفاع الطائرة إلى أقرب متر؟

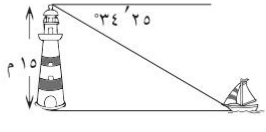
جا ١٢′ ٥٤° = $\frac{ع}{٣١٠}$ ع ≈ ٢٥١ متر تقريبا

٤ في الشكل المقابل أوجد قيمة س مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



ظا٧٠° = $\frac{س}{١٠٠٠٠}$ س = ٢٧٤٧٤.٨ م

٥ رُصد قارب من قمة فنار ارتفاعه ١٥ م، فوجد أن قياس زاوية انخفاضه ٣٤′ ٢٥°. أوجد إلى أقرب متر البعد بين القارب وقاعدة الفنار.



ظا ٢٥′ ٣٤° = $\frac{١٥}{س}$ البعد بين القارب و قاعدة الفنار ≈ ٢٢ متر تقريبا

مدرستي الكويتية school-kw.com

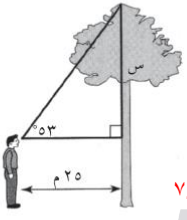
٦ قاس بحّار زاوية انخفاض سفينة من أعلى نقطة في فنار ارتفاعه ٢٠٠ م، فوجد أنها ٣٩°. أوجد بعد السفينة عن قاعدة الفنار.

ظا٣٩° = $\frac{٢٠٠}{س}$ ، البعد بين السفينة و قاعدة الفنار ≈ ٢٤٧ متر

٧* من قاعدة برج قيست زاوية ارتفاع قمة منزل فكانت ٣٠°، ومن قمة البرج قيست زاوية انخفاض قمة المنزل نفسه فوجد أنها ٤٥° أوجد إلى أقرب متر ارتفاع البرج علمًا بأن قاعدتي البرج والمنزل في مستوى واحد، وأن ارتفاع المنزل ٥٠ م. ظا٣٠° = $\frac{٥٠}{ص}$ ص = ٨٦.٦ متر ≈ ٨٧ متر

س = ٨٦.٦ ≈ ٨٧ متر ارتفاع البرج = ٨٧ + ٥٠ = ١٣٧ متر تقريبا

المجموعة ب تمارين تعزيزية



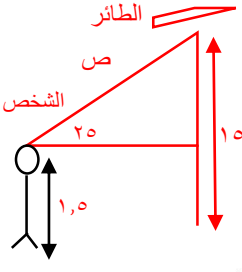
١ في الشكل المقابل، أوجد قيمة س مقربًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

ثم أوجد ارتفاع الشجرة إذا كان طول الرجل ١٧٠ سم.

جتاθ = $\frac{٦}{١٠}$ قθ ≈ ٥٣°

جا٥٣° = $\frac{٦}{س}$ س = ٧.٥ متر

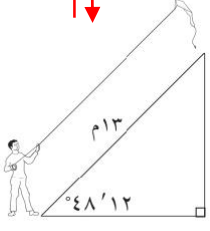
٢ رصد شخص واقف على سطح الأرض طائرًا يرتفع عن سطح الأرض مسافة ١٥ م، وكانت زاوية ارتفاع الطائر ٢٥°. إذا كانت عين الشخص على ارتفاع ١,٥ م عن سطح الأرض:



(أ) ارسم الشكل. س = ١٥ − ١.٥ = ١٣.٥ متر جا٢٥° = $\frac{١٣.٥}{ص}$ ص ≈ ٣٢ متر

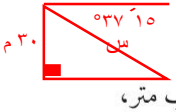
(ب) أوجد بعد الطائر عن عين الشخص مقربًا الإجابة إلى أقرب متر. ٣٢ متر تقريبا

٣ من نقطة على سطح الأرض وجد أن قياس زاوية ارتفاع طائرة ورقية ٤٨′١٢°. إذا كانت الطائرة مربوطة بخيط مشدود طوله ١٣ م، أوجد ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض إلى أقرب متر.



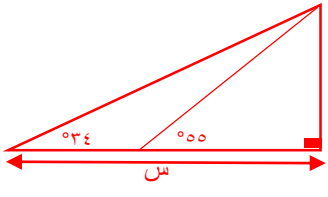
جا ٤٨′١٢° = $\frac{س}{١٣}$ س ≈ ١٠ متر تقريبا

٤ رصد شخص من نافذة منزله على ارتفاع ٣٠ م سيارة في الطريق، فوجد أن قياس زاوية انخفاضها ٣٧′١٥°. أوجد بعد السيارة عن هذا الشخص.



جا ٣٧′١٥° = $\frac{٣٠}{س}$ س = ٤٩.٦ متر تقريبا

٥ إذا كانت زاوية ارتفاع الشمس ٥٥°، وكان طول ظل منزل عندئذ ٧ م، أوجد ارتفاع المنزل إلى أقرب متر، ثم أوجد طول ظل المنزل عندما تكون زاوية ارتفاع الشمس ٣٤°.



ظا٥٥° = $\frac{ع}{٧}$ ع ≈ ١٠ متر تقريبا ظا٣٤° = $\frac{١٠٠}{س}$ س = ١٥ متر تقريبا

مدرستي الكويتية school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

القطاع الدائري والقطعة الدائريّة
Circular Sector and Circular Segment

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) قطاع دائري طول قوسه ١٣,٦ سم، وطول قطر دائرته ١٦ سم. أوجد مساحته.

م = $\frac{1}{2}$ ل نق

$\frac{1}{2} \times 13.6 \times 8 = 54.4$ سم^2

(٢) قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٢٠ سم، وزاوية رأسه ١٠٠°. أوجد مساحته.

هـ^د = $\frac{\pi}{180} \times 100 = 1.7$ م = $\frac{1}{2}$ هـ^د نق^2 = $\frac{1}{2} \times 1.7 \times 20^2 = 340$ سم^2

(٣) قطاع دائري محيطه ٥٣ سم، وطول قوسه ٦,٢ سم. أوجد مساحته.

نق = $\frac{53}{2 \times 3.14} = 8.4$ سم

م = $\frac{1}{2} \times 6.2 \times 8.4 = 26.04$ سم^2

(٤) قطاع دائري مساحته ٨٥ سم^2، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم. احسب طول قوسه.

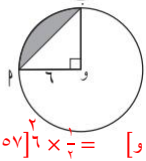
$\frac{85}{10} = \frac{1}{2}$ ل ، ل = ١٧ سم

جاθ = $\frac{12}{16}$ ، θ = ٤٨.٥° ، الزاوية المركزية = ٩٧° ، هـ = ١.٦٩ ، م = $\frac{1}{2} \times 16^2$ [١.٦٩ – جا ٩٧]

(٥) أوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ٢٠ سم، وطول قوسها ١٠ سم.

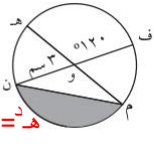
هـ^د = $\frac{\text{ل}}{\text{نق}} = \frac{10}{20} = 0.5$ م = $\frac{1}{2}$ نق^2 [هـ^د – جا هـ] = ٤.٢ سم^2

(٦) أوجد مساحة القطعة المظللة إلى أقرب جزء من عشرة. حيث و هي مركز الدائرة



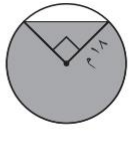
م = $\frac{1}{2}$ × نق[هـ^د – جا و] = $\frac{1}{2} \times 6^2$ [١.٥٧ – جا ٩٠]

≈ ١٠.٢٦ سم هـ = $\frac{\pi}{180} \times 90 = 1.57$

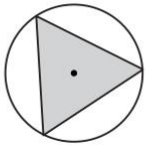


هـ^د = ٢,٠٩

م = $\frac{1}{2} \times 3^2 \times$ [١٢٠ جا – ٢.٠٩] ≈ ٥.٥ سم



(٧) حوض للزرع على شكل دائرة طول نصف قطرها ٤ م، قسّم إلى أربعة أجزاء بواسطة مثلث متطابق الأضلاع تقع رؤوسه على الدائرة. احسب مساحة إحدى القطع الدائرية الصغرى.



الزاوية المركزية = ١٢٠ | م = $\frac{1}{2}$ × نق^2 × [هـ – جا هـ]

هـ^د = ٢,٠٩ | = $\frac{1}{2} \times 4^2 \times$ [١٢٠ جا – ٢.٠٩] = ٩.٨ سم

(٨) قطاع دائري طول قطر دائرته ١٠ سم ومساحته ١٥ سم^2 فإن طول قوسه يساوي:

(أ) ٦ سم (ب) ٣ سم (جـ) ١٢ سم (جـ) ٤ سم

مدرستي الكويتية
school-kw.com

١- ٤٨ = نق + نق + ل

ل = ٣٢,٤ سم

م = $\frac{١}{٢}$ × ل × نق

نق = $\frac{١}{٢}$ × ٣٢,٤ × ٧,٨ = ١٢٦,٣٦ سم^{٢}

٢- جتا أوب = $\frac{٢٠}{٤٠}$ أوب = ٦٠° هـ$_{د}$ = ١,٠٥

م = $\frac{١}{٢}$ هـ$_{د}$ نق^{٢} = $\frac{١}{٢}$

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ وب × أو × جا٦٠ = ٣٤٦.٤ سم^{٢} مساحة الجزء١

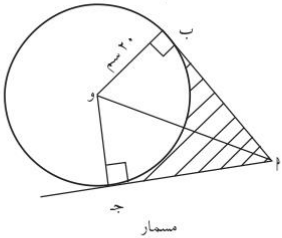
مساحة الجزء المظلل = ١٣٦.٤ × ٢ = ٢٦٢.٨ سم^{٢}

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) حوض زهور على شكل قطاع دائري محيطه ٤٨ سم، وطول نصف قطر دائرته ٧,٨ سم. أوجد مساحته.

(٢) في الشكل المقابل، $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماسان للدائرة، وب = ٢٠ سم، وأ = ٤٠ سم.

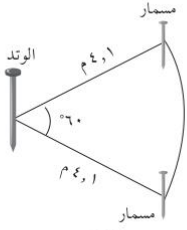
أوجد مساحة الجزء المظلل.



(٣) قطاع دائري زاوية رأسه ٦٠°، وطول نصف قطر دائرته ١٠ سم.

أوجد محيطه.

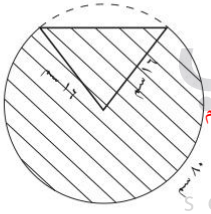
(٤) وتد مثبّت في الأرض ربط به طرف حبل طوله ٤,١ أمتار، وثبّت في الطرف الآخر من الحبل مسمار كبير لشدّه ثم تحريكه، فرسم طرفه الذي فيه المسمار على الأرض قوسًا يقابل زاوية مركزية عند الوتد مقدارها ٦٠°. أوجد طول القوس المرسوم ومساحة القطاع الناتج.



هـ$_{د}$ = ١,٠٥ ل = ١ × هـ$_{د}$ × نق^{٢} = ١,٠٥ × ٤,١ = ٤,٣٠٥ سم

م = $\frac{١}{٢}$ × ل × نق = $\frac{١}{٢}$ × ٤,٣٠٥ × ٤,١ = ٨,٨٣ سم^{٢}

(٥) في الشكل المقابل، قطعة من الورق على شكل قطعة دائرية الشكل طول قوسها ٨٠ سم، وطول نصف قطر دائرتها ١٦ سم. احسب مساحتها.

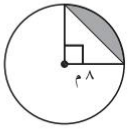


هـ$_{د}$ = $\frac{ل}{نق}$ = $\frac{٨٠}{١٦}$ = ٥ ،

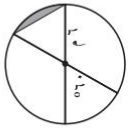
م = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} [هـ$_{د}$ − جا هـ] = ٧٦٢.٧ سم

(٦) قطعة دائريّة طول وترها ٢٤ سم وطول نصف قطر دائرتها ١٦ سم. احسب مساحتها.

(٧) أوجد مساحة المنطقة المظللة، واكتب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

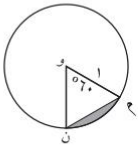


١٩,٢ سم^{٢}

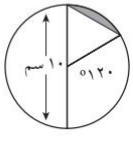


٣,٢ م^{٢}

(٨) أوجد مساحة القطعة المظللة إلى أقرب جزء من عشرة.



٠,٠٩



٢,٣

٩ − ١ − مساحة المربع = ٢٨ = ٧٨٤

مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} هـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٤^{٢} × $\frac{\pi}{٢}$ = π٤٩

المساحة المظللة = ٧٨٤ − ٤ × π٤٩ = ٧٨٤ − π١٩٦

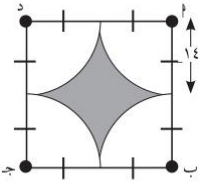
٩ − ٢ − مساحة المربع = ١٥^{٢} = ٢٢٥

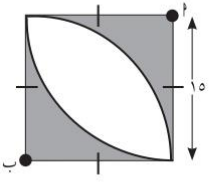
مساحة القطعة = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} [هـ − جا هـ] = $\frac{١}{٢}$ × ١٥^{٢} × [١ − $\frac{\pi}{٢}$]

= ١١٢.٥ − π٥٦.٢٥

المساحة المظللة = ٢٢٥ − ٢ × [١١٢.٥ − π٥٦.٢٥] = ٤٥٠ − π١١٢.٥

(٩)* أوجد مساحة الأجزاء المظللة في كل شكل بدلالة π حيث كل من: أ، ب، جـ، د تمثل مركز دائرة.





مساحة الدائرة = π نق^{٢} = π × ٧^{٢} = π٤٩

مساحة القطعة =

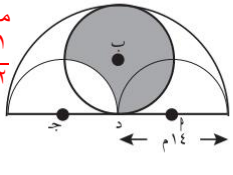
$\frac{١}{٢}$ نق^{٢} [هـ$_{د}$ − جا هـ] =

$\frac{١}{٢}$ × ٧^{٢} [١ − $\frac{\pi}{٢}$] =

٢٤,٥ - π١٢.٢٥

المساحة المظلمة = ٢ − π٤٩ [٢٤.٥ − π١٢.٢٥]

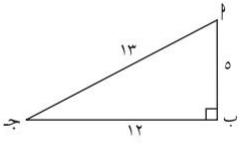
= ٤٩ − π٢٤.٥



مدرستي الكويتية
school-kw.com

مراجعة الوحدة الثانية

في التمارين (١ – ٩) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:



١ في الشكل المقابل جا(٩٠° – أ) تساوي:

(أ) $\frac{١٢}{١٣}$ (ب) $\frac{٥}{١٣}$ (جـ) $\frac{١٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{١٢}$

٢ جا جـ قاجـ تساوي:

(أ) ظتاجـ (ب) ١ (جـ) جا^{٢} جـ (د) ظاجـ

٣ قاجـ جتاجـ تساوي:

(أ) قتا^{٢} جـ (ب) ١ (جـ) $\frac{\text{جاجـ}}{\text{ظاجـ}}$ (د) جتا^{٢}جـ

٤ جاجـ ظتاجـ تساوي:

(أ) جتاجـ (ب) $\frac{\text{جا}^{٢}\text{جـ}}{\text{قاجـ}}$ (جـ) ظتا^{٢}جـ ظاجـ (د) ظاجـ

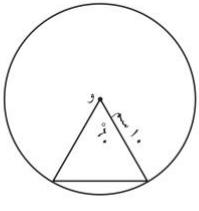
٥ ظا ٤٥° تساوي:

(أ) بين ٠،١ (ب) أكبر من ١ (جـ) ١ (د) ٠

٦ أ ب جـ مثلث قائم في ب فإن أجـ تساوي:

(أ) أ ب جتاجـ (ب) أ ب ظاجـ (جـ) أ ب قتاجـ (د) أ ب جاجـ

٧ في الشكل المقابل، مساحة القطاع الأصغر تساوي:



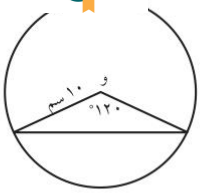
(أ) $\frac{\pi ٥٠}{٣}$ سم^{٢} (ب) $\frac{\pi ١٠٠}{٣}$ سم^{٢}

(جـ) $\frac{\pi ٥٠٠}{٣}$ سم^{٢} (د) $\frac{١٠٠}{٣}$ سم^{٢}

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
school-kw.com

(٨) في الشكل المقابل مساحة القطعة الدائرية الصغرى (بوحدات المساحة) تساوي:



(أ) $٥٠\left(\frac{٤١\sqrt{٣}}{٢}-١٢٠\right)$ (ب) $٥٠\left(\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}-\frac{\pi ١٢٠}{١٨٠}\right)$

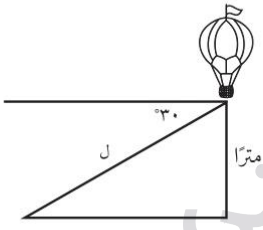
(جـ) $١٠٠\left(\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}-\frac{\pi ١٢٠}{١٨٠}\right)$ (د) $١٠٠\left(\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}-١٢٠\right)$

(٩) قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ٤٠ سم، ومساحته ٥٠٠ سم^{٢}، فإن طول قوس القطاع (بالسنتيمترات) يساوي:

(أ) ٥٠ (ب) ٢٥ (جـ) ١٠٠ (د) ٧٥

(١٠) يرتفع منطاد في الفضاء ويصنع اتجاه المنطاد مع خط أفقي على سطح الأرض زاوية قياسها ٣٠°.

ما المسافة التي سوف يجتازها إذا وصل إلى ارتفاع ١٥٢٤ مترًا عن سطح الأرض.

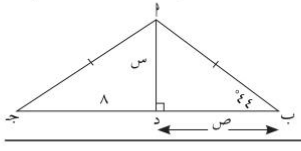


جا هـ = $\frac{١٥٢٤}{ل}$ ∴ ل = $\frac{١٥٢٤}{\text{جا}٣٠}$ = ٣٠٤٨ مترا

(١١) أ ب جـ مثلث قائم في ب. فيه أ ب = ٦ سم، ب جـ = ٨ سم، أوجد كلاً من:

(أ) أجـ. ١٠ سم (ب) جا جـ. $\frac{٦}{١٠}=\frac{٣}{٥}$ (جـ) قياس جـ. ٣٦.٩°

(١٢) في الشكل المقابل، احسب كلًّا من س، ص.



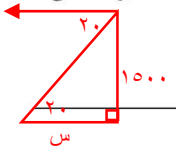
ظا ٤٤° = $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ ∴ س = ٨ × ظا ٤٤° = ٧.٧ سم

(١٣) حل المثلث أ ب جـ القائم في جـ:

(أ) أ ب = ٦٠ سم، ق(ب) = ٧٠° ق(أ) = ٢٠°، ب جـ = ٢٠.٥ سم، أ جـ = ٥٦.٤ سم

(ب) ب جـ = ١٧ سم، أ جـ = ١٥ سم. أ ب = ٢٢.٧ سم، ب = ٤١.٤°، جـ = ٤٨.٦°

(١٤) بينما كان أحد مهندسي الزراعة يحلق على ارتفاع ١٥٠٠ م بطائرة عمودية لرش المبيدات شاهد موقعًا على سطح الأرض بزاوية انخفاض قياسها ٢٠°. احسب بعد الموقع عن الطائرة.



جا ٢٠° = $\frac{١٥٠٠}{\text{س}}$ ∴ س = ٤٣٨٥.٧ م

مدرستي الكويتية school-kw.com

(١٥) يقف رجل إنقاذ في برج مراقبة ارتفاعه ٨ م عن سطح البحر. شاهد شخصًا متعثرًا في العوم ويحتاج لمن يعرض. رصد موقعه فكانت زاوية انخفاض الشخص ١٨°. احسب المسافة التي سيقطعها رجل الإنقاذ ليصل إلى الشخص المتعثر بدءًا من قاعدة برج المراقبة.

ظا ١٨° = $\frac{٨}{س}$ ، س = ٢٤.٦ متر

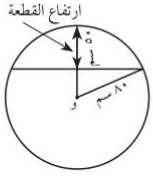
---

(١٦) قطاع دائري مساحته ١٢ , ٦٤ سم^{٢}، وقياس زاويته ٧٥°. أوجد طول قوس القطاع.

هـ^{د} = ١.٣٠٩ ، المساحة = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} هـ^{د}، ٦٤.١٢ = $\frac{١}{٢}$ × نق^{٢} × ١.٣٠٩ ، نق = ٩.٩ ، ل = نق هـ^{د}، ل ≈ ١٣ سم تقريبا

---

(١٧) لوح من الخشب دائري الشكل طول نصف قطره يساوي ٨٠ سم يراد تقسيمه إلى قطعتين، ارتفاع إحداهما ٥٠ سم. أوجد مساحة سطح القطعة الدائرية الكبرى.



جتا و = $\frac{٣٠}{٨٠}$ ، ق(و) ≈ ٧٠° ، ق(أ و ب) = ١٤٠° ، ق(أ و ب)المنعكسة = ٢٢٠° ، هـ = ٣.٨

م = $\frac{١}{٢}$ × نق^{٢}[هـ − جا هـ] = $\frac{١}{٢}$ × ٨٠^{٢} × [٣.٨ − جا٢٢٠] = ١٤٣٤٥ سم^{٢}

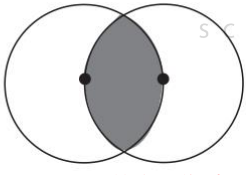
---

(١٨) سلم إطفاء طوله ٢٨ م. يستند بطرفه العلوي إلى قمة حائط عمودي وبطرفه السفلي إلى أرض أفقية بحيث يبعد طرفه السفلي عن الحائط العمودي بمقدار ١٠ م. احسب قياس زاوية ميل السلم على الأرض وارتفاع الحائط العمودي.

جتا(ب) = $\frac{١٠}{٢٨}$ ، ∴ ق(ب) = ٥٩°، (أجـ)^{٢} = ٢٨^{٢} − ١٠^{٢} = ٦٨٤ ، أجـ = ٢٦.٢ م تقريبا

---

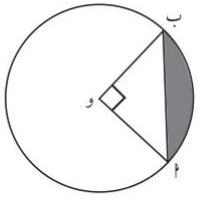
(١٩)* في الشكل المقابل، يقع مركز كل دائرة على الدائرة الثانية، وطول نصف قطر كل من الدائرتين يساوي ١٠ سم. أوجد محيط المنطقة المظللة.



الزاوية المركزية = ١٢٠° ، هـ = ٢.٠٩ ، ل = هـ × نق ، ل = ٢.٠٩ × ١٠ = ٢٠.٩ ، محيط المنطقة = ٢ × ٢٠.٩ = ٤١.٨ سم

---

(٢٠) في الشكل المقابل، أوجد محيط ومساحة المنطقة المظللة إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي ٤ سم.



هـ = ١.٥٧ ، المساحة = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢}[هـ − جا هـ] = ٤.٥٦ سم^{٢}

ل = هـ نق ، ل = ١.٥٧ × ٤ = ٦.٢٨ ، أب^{٢} = ٤^{٢} + ٤^{٢} = ٣٢

أب = $\sqrt{٣٢}$ = ٥.٦٥ ، المحيط = ٥.٦٥ + ٦.٢٨ = ١١.٩٣ سم

تم تحميل الملف من
موقع مدرستي الكويتية

مدرستي
الكويتية
school-kw.com

ننصح بأفضل مذكرة
مذكرات النجاح

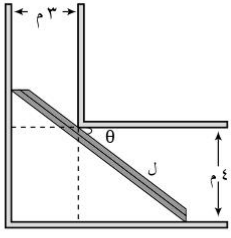
حمل تطبيق مدرستي الكويتية

Download on the App Store

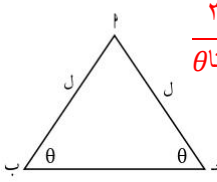
GET IN ON Google Play

مدرستي الكويتية school-kw.com

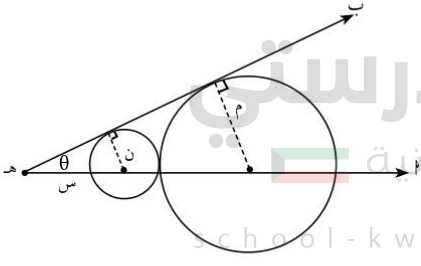
تمارين إثرائيّة



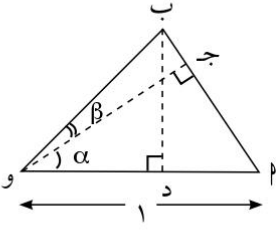
١ يبيّن الشكل المقابل سلمًا بوضع أفقي يُراد نقله بين ممرّين.
عرض أحد الممرين ٣ أمتار وعرض الآخر ٤ أمتار.
أوجد طول السلم ل بدلالة θ. جا $\theta = \frac{٤}{ل}$ ، ل $= \frac{٤}{\text{جا}\theta}$
جتا$\theta = \frac{٣}{ل}$ ، ل $= \frac{٣}{\text{جتا}\theta}$ ، ل $=$ ل + ل $= \frac{٣}{\text{جتا}\theta} + \frac{٤}{\text{جا}\theta}$



٢ Δ أ ب جـ متطابق الضلعين.
أثبت أن مساحة هذا المثلث تساوي ل^{٢} جاθ جتاθ.
جا$\theta = \frac{٤}{ل}$ ، ل $= \frac{٤}{\text{جا}\theta}$ ، جتا$\theta = \frac{٣}{ل}$ ، ل $= \frac{٣}{\text{جتا}\theta}$ ، ل $=$ ل + ل $= \frac{٣}{\text{جتا}\theta} + \frac{٤}{\text{جا}\theta}$



٣ في الشكل المقابل أثبت أن:
جاθ $= \frac{م - ن}{م + ن}$ ، جاθ $= \frac{ن}{س + ن}$ ، ن + س $= \frac{ن}{\text{جا}\theta}$
س $= \frac{ن}{\text{جا}\theta} - ن \leftarrow ١$ ، جاθ $= \frac{م}{م + ٢ن + س}$ ، م $= \frac{م}{\text{جا}\theta} - ن - ٢ن \leftarrow ٢$
$\frac{ن}{\text{جا}\theta} - ن = \frac{م}{\text{جا}\theta} - م - ٢ن$ ، $\frac{م - ن}{\text{جا هـ}} = ن + م$ ∴ جا هـ $= \frac{م - ن}{ن + م}$



٤ في الشكل المقابل، أثبت أن:
(أ) مساحة Δ وأ جـ $= \frac{١}{٢}$ جاα جتاα.
(ب) مساحة Δ وجـ ب $= \frac{١}{٢} \times$ (وب)$^{٢} \times$ جاβ $\times$ جتاβ
(جـ) مساحة Δ وأب $= \frac{١}{٢} \times$ وب $\times$ جا ($\beta + \alpha$)
(د) وب $= \frac{\text{جتا}\alpha}{\text{جتا}\beta}$
*(هـ) جا($\beta + \alpha$) $=$ جاα جتاβ + جتاα جاβ.

٥ إذا كان جتاα = ظاβ ، جتاβ = ظاα حيث α، β هما قياسا زاويتين حادتين، فأثبت أن جاα = جاβ.
جتاα = جاβ ∴ جاβ = جتاα جتاβ ، جتاβ $\leftarrow$ ١ ، $\frac{\text{جا}\alpha}{\text{جتا}\alpha}$ = جاα ، جتاβ جتاα $\leftarrow$ ٢ من ١ ، ٢ ∴ جاα − جاβ

مدرستي الكويتية
school-kw.com

النسبة والتناسب

Ratio and Proportion

المجموعة أ تمارين أساسية

(١) إذا كان (٥س − ١): (س + ٤) = ٥:٤، أوجد س.

$\frac{٥س - ١}{س + ٤} = \frac{٤}{٥}$ ، ٢٥س − ٥ = ٤س + ١٦ ، ٢١س = ٢١ ، س = ١

(٢) ما العدد الذي يطرح من حدي النسبة ٢٣:٤٣ ليكون الناتج مساويًا للنسبة $\frac{١}{٣}$ ؟

$\frac{٢٣ - س}{٤٣ - س} = \frac{١}{٣}$ ، ٦٩ − ٣س = ٤٣ − س ، ٢س = ٢٥ ، س = ١٣

(٣) أوجد قيمة الرابع المتناسب لكل مما يلي: ١، ٣، ٩.

$\frac{١}{٣} = \frac{٩}{س}$ س = ٢٧

(٤) أكمل الحد الناقص لتكون الأعداد الأربعة متناسبة: ٤، ٧، ... ، ٣٥.

$\frac{س}{٣٥} = \frac{٤}{٧}$ س = ٢٠

(٥) إذا كان $\frac{أ + ٢ب}{٩أ - ب} = \frac{٥}{٧}$ ، أوجد أ:ب.

٧أ + ١٤ب = ٤٥أ − ٥ب ∴ ٣٨أ = ١٩ب $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٢}$

(٦) إذا كانت أ، ب جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد ٤، ٥، ٩ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{أ + ب}{جـ - ب}$

(٧)* إذا كانت أ، ب، جـ، د أعدادًا متناسبة أثبت أن: $\frac{٢٧أ + ٢جـ}{٧ب + ٢د} = \frac{أ - ٤جـ}{ب - ٤د}$، حيث المقام ≠ ٠.

$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$ الأيمن $= \frac{٧ب م + ٢د م}{م ب + ٢د} = م$ الأيسر $= \frac{ب م - د م}{ب - ٤د} = م$ الطرفان متساويان

(٨)* إذا كانت أ، ب، جـ تكون تناسبًا (متسلسلًا) أثبت أن: $\frac{أ + ٢ب}{ب + ٢جـ} = \frac{أ - ب}{ب - جـ}$ حيث المقام ≠ ٠.

$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$ الأيمن $= \frac{ب م + ٢ جـ م}{ب + ٢ جـ} = م$ الأيسر $= \frac{ب م - جـ م}{ب - جـ} = م$ الطرفان متساويان

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٩ **تفكير ناقد:** أي من أزواج النسب التالية لا تكوّن تناسبًا؟

(أ) $\frac{٦}{٨}$ ، $\frac{١٥}{٢٠}$

(ب) $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٩}{١٢}$

(جـ) $\frac{٠,٤}{٠,٥}$ ، $\frac{٠,١٢}{٠,١٥}$

(د) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٢٠}{٢٤}$

١٠ إذا كان قلب طائر الكناري يدق ١٢٠ دقة كل ١٢ ثانية، استخدم التناسب لإيجاد عدد دقات قلب الكناري في ٤٠ ثانية.

$\frac{١٢٠}{١٢} = \frac{س}{٤٠}$ س = ٤٠٠ دقة

١١ **الكتابة في الرياضيات:** اكتب مسألة من تأليفك يمكن أن تحلها باستخدام التناسب $\frac{س}{٩} = \frac{٢}{٥}$ ثم حل المسألة.

إذا كان ثمن ٥ أقلام هو ٢ دينار فما ثمن ٩ أقلام ؟ س= ٣,٦ دينار

١٢ إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$ أجب بصح أو خطأ.

(أ) ٤أ = ٣ب (✓)

(ب) $\frac{٤}{ب} = \frac{ب}{أ}$ (x)

(جـ) أب = ٣ × ٤ (x)

(د) $\frac{أ + ب}{ب} = \frac{٣ + ٤}{٤}$ (✓)

١٣ إذا كان $\frac{س}{١٠} = \frac{١٥}{٢٢}$. فإن قيمة س هي:

(أ) $\frac{٧٥}{١١}$

(ب) $\frac{٤٤}{٣}$

(جـ) $\frac{٣}{٤٤}$

(د) $\frac{١١}{٧٥}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) ما العدد الذي يضاف إلى حدي النسبة ٣٧:٧ ليكون الناتج مساويًا للنسبة $\frac{١}{٣}$ ؟ $\frac{١}{٣} = \frac{٧ + س}{٣٧ + س}$

(٢) أوجد الرابع المتناسب لكل مما يلي: ٣٧ + س = ٢١ + ٣س ، ٢ س = ١٦ ، س = ٨

(أ) ٥، ٨، ٢٠، [٣٢] $س = \frac{٨ \times ٢٠}{٥}$

(ب) ٨، ١٣، ١٦، [٢٦] $س = \frac{١٣ \times ١٦}{٨}$

(٣) أكمل الحد الناقص لتكون الأعداد الأربعة متناسبة.

(أ) ٧، ..٨.، ٢١، ٢٤

(ب) ..٤.، ٥، ٢٠، ٢٥

(٤) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٥}{٨}$ ، بيّن أي العبارات الآتية صحيحة، وأيها خطأ.

(أ) ٥ب = ٨أ (✓)

(ب) $\frac{٨}{ب} = \frac{٥}{٨}$ (x)

(جـ) $\frac{أ + ب}{أ - ب} = \frac{٨ + ٥}{٨ - ٥}$ (✓)

(٥) أوجد س إذا كان $\frac{س + ٧}{٧} = \frac{١٣}{٥}$. ٥ س + ٣٥ = ٩١ ، ٥ س = ٥٦ ، س = ١١.٢

(٦)* إذا كانت أ، ب، جـ، د أعدادًا متناسبة أثبت أن: $\frac{أ + ٨ب}{جـ + ٨د} = \frac{٢٤أ + ب}{٤جـ + د}$ حيث المقام ≠ ٠ الطرفان متساويان

$\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$ الأيمن $= \frac{ب م + ٨ ب}{د م + ٨ د} = \frac{ب(م + ٨)}{د(م + ٨)} = \frac{ب}{د}$ ، الأيسر $= \frac{٤ م ب + ب}{٤ م د + د} = \frac{ب(٤ م + ١)}{د(٤ م + ١)} = \frac{ب}{د}$

(٧)* إذا كانت الأعداد أ، ب، جـ تكون تناسبًا (متسلسلًا) أثبت أن: $\frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢ + جـ^٢} = \frac{أ}{جـ}$.

$= \frac{ب}{جـ} = م$ الأيمن $= \frac{ب^٢ م^٢ + ب^٢}{جـ^٢ م^٢ + جـ^٢} = \frac{ب^٢}{جـ^٢} = \frac{أجـ}{جـ^٢} = \frac{أ}{جـ}$

(٨) قبض ثلاثة إخوة لقاء عملهم معًا مبلغًا من المال قيمته ٦٤٨ دينارًا، وقد قسم هذا المبلغ عليهم حصصًا تتناسب مع الزمن الذي أمضاه كل منهم في العمل. إذا كان مروان قد عمل مدة ٥ ساعات، أحمد ٦ ساعات، يوسف ٧ ساعات. احسب نصيب كل منهم.

نصيب مروان $= \frac{٥}{١٨} \times ٦٤٨ = ١٨٠$ دينار

نصيب أحمد $= \frac{٦}{١٨} \times ٦٤٨ = ٢١٦$ دينار

نصيب يوسف $= \frac{٧}{١٨} \times ٦٤٨ = ٢٥٢$ دينار

مدرستي الكويتية school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

التغير الطردي
Direct Variation

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣) هل كل معادلة في ما يلي تمثل تغيرًا طرديًّا؟ إذا كان كذلك أوجد ثابت التغير.

١) ص = $\frac{٢}{٣}$ س تغير طردي ، ثابت التغير $\frac{٢}{٣}$

٢) ٧س + ٤ص = ٢ لا تمثل تغير طردي

٣) -س + ٢ص = ٠ تغير طردي ، ثابت التغير $\frac{١}{٢}$

٤) إذا كانت المسافة (ف) التي يقطعها شخص في رحلة تتناسب مع الزمن (ن) في حالة ثبوت السرعة وإذا كانت تلزمه ساعتان ليقطع ١٠٠ كم. ف = ٥٠ ن

(أ) اكتب المعادلة التي تمثل العلاقة بين المسافة والزمن. ف = ك ن ، ١٠٠ = ٢ ك ، ك = ٥٠

(ب) احسب المسافة التي يقطعها الشخص بعد $\frac{١}{٢}$ ٣ ساعات. ف = $\frac{٧}{٢}$ × ٥٠ = ١٧٥ كم

كل جدول مما يلي يمثل العلاقة بين س، ص. اختبر ما إذا كانت العلاقة تمثل تغيرًا طرديًّا أم لا. وإذا كانت كذلك فاكتب هذه العلاقة.

٥)

س	ص
٢	٦
٥	١٣,٥
٨	٢١

لا تمثل تغير طردي

٦)

س	ص
٣	٥,٧
٥	٩,٥
٩	١٧,١

تمثل تغير طردي ، ص = ١,٩ س

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين أ، ب يمثل تغيرًا طرديًّا أوجد ص:

٧) أ (٢، ١) ، ب (٦، ص) $\frac{ص_٢}{س_٢} = \frac{ص_١}{س_١} = \frac{١}{٢} = \frac{ص}{٦}$ ص = ٣

٨) أ (٥، ص) ، ب (١٥، ١٢) $\frac{ص}{٥} = \frac{١٢}{١٥}$ ص = ٤

٩) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين أ، ب حيث أ (٨، ٢)، ب (س، -٣) يمثل تغيرًا طرديًّا فإن س تساوي:

(أ) ١٢ (ب) -١٢ (جـ) $\frac{١٦}{٣}$ (د) $\frac{-١٦}{٣}$

مدرستي الكويتية school-kw.com

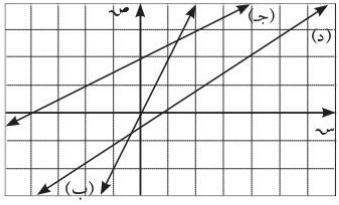
(١٠)* طبقًا لقانون شارل إذا كان حجم كمية محدودة من الغاز (ح) يتناسب طرديًّا مع درجة الحرارة (د) بالكلفن عند ثبوت الضغط (ρ)؛ وإذا كان الحجم = ٢٥٠ مل عندما درجة الحرارة = ٣٠٠ ك:

(أ) أُكتب العلاقة بين الحجم ودرجة الحرارة. ٢٥٠ = ك × ٣٠٠ ، ك = $\frac{٥}{٦}$ ، ح = $\frac{٥}{٦}$ د

(ب) أوجد الحجم إذا ازدادت درجة الحرارة إلى ٤٢٠ ك. ح = $\frac{٥}{٦}$ × ٤٢٠ = ٣٥٠ مل

(١١) أي من المستقيمات في الرسم البياني التالي يمثل تغيّرًا طرديًّا حيث ثابت التغيّر > ٠؟ علّل إجابتك.

(ب)



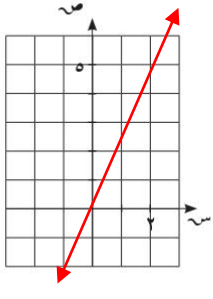
(١٢) في ما يلي، هل المستقيم الذي يمر بالنقطتين م، ن يمثل تغيّرًا طرديًّا بين س ، ص؟ اشرح إجابتك.

١. م (٢،٥) ، ن (٤،١٠) $\frac{ص}{س} = \frac{٥}{٢}$ ، $\frac{ص}{س} = \frac{١٠-٥}{٤-٢} = \frac{٥}{٢}$ تغير طردي

٢. م (٣،٤) ، ن (٦،١٢) $\frac{٤}{٣} \neq \frac{١٢}{٦}$ ، $\frac{٢}{١} = \frac{١٢-٤}{٦-٣}$ ليست تغير طردي

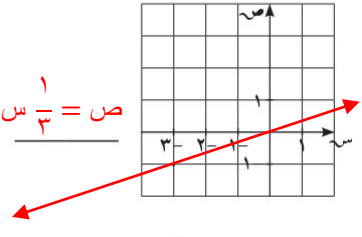
(١٣) ارسم الخط المستقيم الذي يمثل علاقة التغير الطردي والذي يمر بالنقطة المعطاة ثم اكتب معادلته:

(أ) (٢، ٥)



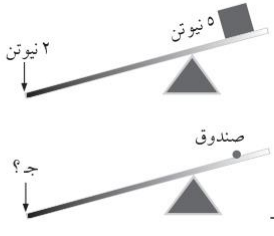
ص = $\frac{٥}{٢}$ س

(ب) (−٣، −١)



ص = $\frac{١}{٣}$ س

(١٤) **الفيزياء**: يتغير الوزن (و) الذي يمكن أن ترفعه الرافعة المبينة طرديًّا مع القوة المستخدمة (ق). إذا كانت القوة ٢ نيوتن هي التي تحتاج إليها لرفع صندوق وزنه ٥ نيوتن، فأوجد القوة (جـ) التي تحتاج إليها لرفع صندوق وزنه ٤٠ نيوتن.



و = $\frac{٥}{٢}$ ق ، ٤٠ = $\frac{٥}{٢}$ ق ∴ ق = ١٦ نيوتن

مدرستي الكويتية school-kw.com

(١٥) **تفكير ناقد:** أوجد قيمة جـ التي تجعل العلاقة أس − ب ص = جـ علاقة تغير طردي.

ب ص = أ س − جـ ، ص = $\frac{أ}{ب}$ س − $\frac{جـ}{ب}$ جـ = صفر

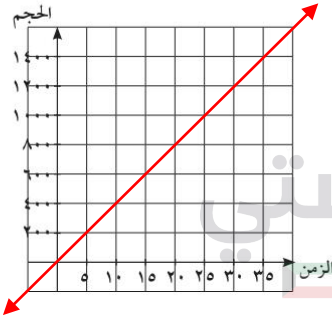
(١٦) لدينا خزان ماء فارغ نريد ملأه. يبيّن الجدول أدناه حجم الخزان وزمن التعبئة.

الحجم باللتر (ح)	٤٠٠	٤٠٠	١٤٠٠
الزمن بالدقائق (ن)	١٠	١٥	٣٠

(أ) هل العلاقة بين الحجم (ح) والزمن (ن) علاقة تغير طردي؟ فسر إجابتك.

علاقة طردية لأن $\frac{ص_١}{س_١} = \frac{ص_٢}{س_٢} = \frac{ص_٣}{س_٣} = \frac{١}{٤٠}$

(ب) مثّل العلاقة بيانيًّا.



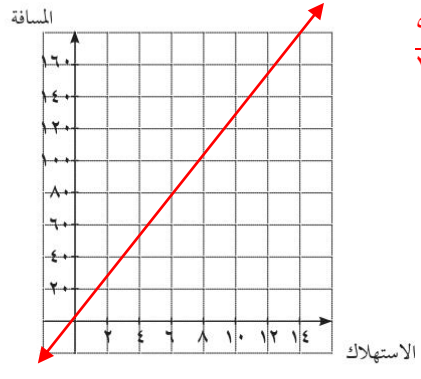
(١٧) يبيّن الجدول أدناه، استهلاك سيارة للوقود وفق المسافة المقطوعة.

الاستهلاك باللتر (س)	٤,٨	٨	١٢
المسافة بالكيلومتر (ص)	٦٠	١٠٠	١٥٠

(أ) هل العلاقة بين الاستهلاك باللتر (س) والمسافة المقطوعة بالكيلومتر (ص) علاقة طردية؟ فسر إجابتك.

علاقة طردية لأن $\frac{ص_١}{س_١} = \frac{ص_٢}{س_٢} = \frac{ص_٣}{س_٣} = \frac{٥}{٢}$

(ب) مثّل العلاقة بيانيًّا.



مدرستي الكويتية school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمارين (١-٣) هل كل معادلة تمثل تغيّرًا طرديًا؟ إذا كانت كذلك فأوجد ثابت التغير.

١) ٥س - ٢ص = ٠ ص = $\frac{٥}{٢}$ س تغير طردي ، الثابت $\frac{٥}{٢}$

٢) ٦س - ٩ص = ٣ ليست تغير طردي

٣) ٦س = ٩ص ص = $\frac{٦}{٩}$ س ، ص = $\frac{٢}{٣}$س تغير طردي ، الثابت $\frac{٦}{٩}$

٤) إذا كان لديك حديقة فيها أشجار من الرمان، وكان المبلغ (م) الذي تربحه يتناسب طرديًا مع عدد أشجار الرمان (ش). وإذا كنت تحصل على ٣٦ دينارًا لجني محصول ٣ أشجار:

(أ) اكتب العلاقة بين الربح وعدد أشجار الرمان.

م = ١٢ ش

(ب) ما المبلغ الذي تربحه من جني ٩٠ شجرة؟

م = ١٢ × ٩٠ = ١٠٨٠ دينار

في التمرينين (٥، ٦) كل جدول يمثل العلاقة بين س، ص. اختبر ما إذا كانت العلاقة تمثل تغيّرًا طرديًا أم لا. وإذا كانت كذلك فاكتب هذه العلاقة.

٥)

ص/س	س	ص
$\frac{١}{٢}$	٤	٢
$\frac{١}{٢}$	٨	٤
$\frac{١}{٢}$	١٤	٧

تغير طردي ص = $\frac{١}{٢}$س

٦)

ص/س	س	ص
$\frac{٥}{٢}$	-٢	-٥
١	٤	٤
$\frac{١٠}{٨}$	٨	١٠

ليست تغير طردي

في التمارين (٧-٩) إذا كانت الأزواج المرتبة في كل تمرين تمثل تغيّرًا طرديًا أوجد س أو ص:

٧) (١، ٢) ، (س، ٣) $\frac{١}{٢} = \frac{٣}{س}$ س = ٦

٨) (س، ٢) ، (٦، ٤) $\frac{٢}{س} = \frac{٤}{٦}$ س = ٣

٩) (٣، ص) ، (٦، ٨) $\frac{ص}{٣} = \frac{٨}{٦}$ ص = ٤

١٠) إذا كانت درجتك في امتحان (د) تتناسب مع عدد الأسئلة التي قمت بالإجابة عنها بطريقة صحيحة (جـ)؛ وإذا حصلت على ٨٠ درجة في مادة الرياضيات وكنت قد أجبت عن ٢٠ سؤالًا إجابة صحيحة.

(أ) أُكتب العلاقة بين الدرجة التي حصلت عليها وعدد الإجابات الصحيحة. د = ٤ جـ

(ب) ما الدرجة التي تحصل عليها عند إجابتك عن ٢٤ سؤالًا إجابة صحيحة؟ د = ٤ × ٢٤ = ٩٦

مدرستي الكويتية school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

التغير العكسي
Inverse Variation

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمارين (١-٣) أوجد ثابت التغير لكل من التغيرات العكسية التالية:

(١) ن = ٦ عندما ب = ٩ ك = ٥٤

(٢) ص = ١٣ عندما س = ٧ ك = ٩١

(٣) س = ٨ عندما ص = ٩,٥ ك = ٧٦

في التمرينين (٤، ٥) أوجد قيمة م لكي تمثل الأزواج التالية في كل مسألة تناسبات عكسية.

(٤) (٨،٥) ، (٤، م) $\frac{٥}{٤} = \frac{م}{٨}$ م = ١٠

(٥) (٨،٤) ، (م، ٢) $\frac{٤}{٨} = \frac{٢}{م}$ م = ١٦

(٦) إذا كان حجم الغاز (ح) الموجود في إناء يتناسب عكسيًّا مع الضغط (ض)، وكان الحجم (ح) = ٢٠ م^٣ عندما الضغط (ض) = ١ جوي. ح ض = ٢٠

(أ) أوجد الحجم عندما يكون الضغط = ٤ جوي. ح × ٤ = ٢٠ ح = ٥ م^٣

(ب) أوجد الحجم عندما يكون الضغط = ٣٦ جوي. ح × ٣٦ = ٢٠ ح = $\frac{٥}{٩}$ م^٣

في التمرينين (٧، ٨) في البيانات الموجودة في كل جدول، اختبر في ما إذا كانت العلاقة بين س، ص تمثل تغيّرًا طرديًّا أم تغيّرًا عكسيًّا. اُكتب المعادلة التي تمثّل نوع التغيّر.

(٧)

س	ص
٢	٤
٤	٨
١٠	٢٠
١٢,٥	٢٥

تغير طردي

ص = ٢ س

(٨)

س	ص
١	٤٠
٢	٢٠
٤	١٠
٥	٨

تغير عكسي

س ص = ٤٠

مدرستي الكويتية school-kw.com

(٩) (أ) إذا أردت أن تكسب ٨٠ دينارًا، فكم ساعة تعمل في كل مما يلي:

١. إذا كنت تكسب في الساعة ٥ دنانير.

٥ × س = ٨٠ س = ١٦ ساعة

٢. إذا كنت تكسب في الساعة ٨ دنانير.

٨٠ = ٨ × س س = ١٠ ساعات

٣. إذا كنت تكسب في الساعة ١٠ دنانير.

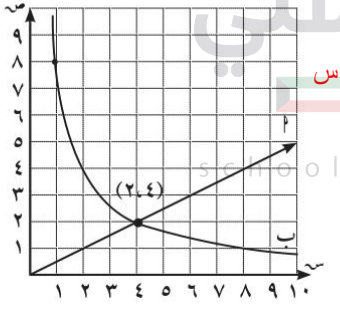
٨٠ = ١٠ × س س = ٨ ساعات

(ب) ما المتغير في (أ)؟ عدد الساعات

(جـ) اكتب المعادلة التي تمثل هذا الموقف.

ص = ك س

(١٠) **تفكير ناقد:** الرسمان البيانيان (أ)، (ب) أحدهما يمثل تغيّرًا طرديًّا والآخر يمثل تغيّرًا عكسيًّا.



اكتب معادلة كل من المتغيرين.

التغير الطردي ص/س = ٢/٤ ص = ١/٢ س

التغير العكسي س ص = ٨

(١١) إذا كانت شدة التيار (ش) في موصل تتغيّر عكسيًّا مع المقاومة (م) لذلك الموصل، وإذا كانت شدة التيّار ١/٣ أمبير عندما كانت المقاومة ٣٦٠ أوم، فاكتب العلاقة بين شدة التيّار والمقاومة لذلك الموصل.

ش = ك/م ١/٣ = ك/٣٦٠ ك = ١٢٠

ش = ١٢٠/م ش م = ١٢٠

(١٢)* إذا كان حجم الأسطوانة الدائرية القائمة (ح) يُعطى بالعلاقة ح = π نق٢ ع، حيث (نق) طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة، (ع) ارتفاعها. وإذا كان حجم الأسطوانة: ٢٠π سم٣:

(أ) اكتب (ع) كدالة في (نق) ح = π نق٢ ع ٢٠π = π نق٢ ع ع = ٢٠/نق٢

(ب) أوجد قيمة تقريبية لـ (ع) عندما نق = ٢,٥ سم. ع = ٢٠/٢,٥٢ = ٣,٢ سم

مدرستي الكويتية school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) أوجد (ن) لكي تمثل الأزواج التالية في كل مسألة على تناسبات عكسية.

١) (ن، ٧) ، (١٤، ٢) $\frac{ن}{٢} = \frac{١٤}{٧}$ ن = ٤

٢) $\left(\frac{٣}{٤}، ن\right)$ ، $\left(١٨، \frac{٢}{٣}\right)$ $\frac{\frac{٣}{٤}}{٢} = \frac{١٨}{ن}$ ن = ١٦

اختبر ما إذا كانت العلاقة بين س، ص تمثل تغيّرًا طرديًا أم تغيّرًا عكسيًا. أُكتب المعادلة التي تمثّل نوع التغيّر.

٣)

س	ص
١	٨
٢	٤
٤	٢
٨	١

عكسي : س ص = ٨

٤)

س	ص
٠,٠١	٩
٠,٩	٠,١
٠,١	٠,٩
٣	٠,٠٣

عكسي : س ص = ٠,٠٩

٥)

س	ص
١٤,٤	١,٢
١٢	١
٩	٠,٧٥
٣,٦	٠,٣

طردي $\frac{ص}{س} = \frac{١}{١٢}$ $ص = \frac{س}{١٢}$

٦) أي التناسبات التالية تمثل تغيّرًا عكسيًا؟

(أ) $\frac{س_٢}{ص_٢} = \frac{ص_١}{س_١}$

(ب) $\frac{س_١}{ص_٢} = \frac{ص_١}{س_٢}$

(جـ) $\frac{س_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{ص_١}$

٧) الزمن اللازم (ن) لقطع مسافة معينة (ف) يتناسب عكسيًا مع السرعة. بفرض أنك تستغرق $٢\frac{١}{٢}$ ساعة للسفر بين مدينتين عندما يكون متوسط سرعة السيارة ٩٠ كم/ ساعة.

(أ) احسب ثابت التغير. ماذا يمثل هذا الثابت؟ ف = ع × ن ف = ٩٠ × ٢.٥ = ٢٢٥

(ب) كم تستغرق سيارة «ميكرو باص» لقطع المسافة نفسها إذا كان متوسط سرعتها ٧٥ كم/ ساعة؟

٢٢٥ = ٧٥ × ن ن = ٣ ساعات

٨) خصصت قطعتا أرض لهما المساحة نفسها لبناء مجمعين سكنيين، كل منهما على شكل مستطيل. أبعاد القطعة الأولى ٣٤ × ٢١ م. إذا كان طول القطعة الثانية ٥٢,٥ م فهل تتوقع أن عرضها يزيد عن عرض القطعة الأولى أم يقل عنه؟ ولماذا؟ احسب ذلك العرض لتتأكد من صحة توقعك.

يقل لأنه تغير عكسي ٣٤ × ٢١ = ٥٢.٥ × س س = ١٣.٦ متر

٩) إذا كان بإمكان فريق مؤلف من ٤ عمال طلاء صفوف المدرسة خلال ٦ أيام. فكم يومًا يلزم فريق مؤلف من ٦ عمال للقيام بالعمل نفسه؟

س × ص = ٢٤ ٦ × ص = ٢٤ ص = ٤ أيام

مدرستي الكويتية school-kw.com

مراجعة الوحدة الثالثة

اختر الإجابة الصحيحة.

١ إذا كان ٢س − ٥ص = ٠ فإن $\frac{س}{ص}$ تساوي:

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٢}$

٢ إذا كان $\frac{س}{ص}$ = ٧ فإن س + ٧ص تساوي:

(أ) ٧س (ب) ٨س (جـ) ٢س (د) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

٣ إذا كان أ ∝ ب، $\frac{١}{جـ}$ ∝ ب فإن جـ تساوي:

(أ) $\frac{\text{مقدار ثابت}}{أ}$ (ب) أ × مقدار ثابت

(جـ) ب × مقدار ثابت (د) $\frac{\text{مقدار ثابت}}{أب}$

٤ إذا كانت $\frac{س}{٨}$ = $\frac{١}{ص}$ فإن إحدى الإجابات الصحيحة هي:

(أ) س = $\frac{١}{٤}$ ، ص = $\frac{١}{٢}$ (ب) س = ٢ ، ص = −٤

(جـ) س = ٢ ، ص = ٤ (د) س = −١ ، ص = ٨

٥ إذا كانت ٦، ٩، س، ١٥ في تناسب فإن س تساوي:

(أ) ٣٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

٦ العدد الذي إذا طرح من كل من الأعداد ١٦، ١٠، ١١، ٧ بالترتيب نفسه صارت متناسبة هو:

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٧ إذا كانت ٤٢ب، س، ٧ب، ٢أ أربع كميات متناسبة فإن س تساوي:

(أ) ١٤أ (ب) $\frac{١}{٣}$أ (جـ) ٣أ (د) ١٢أ

٨ إذا كانت ٢٠، س، ٣٢ في تناسب متسلسل فإن س تساوي:

(أ) $\pm\sqrt{٧٢}$ (ب) $\pm\sqrt{٧٤}$ (جـ) $\pm\sqrt{٧٨}$ (د) $\pm\frac{١}{\sqrt{٧٨}}$

٩ إذا كانت $\frac{س}{٢ص}$ = $\frac{٣}{٥}$ فإن $\frac{س + ٢ص}{٢س - ص}$ تساوي:

(أ) $\frac{١٥}{٩}$ (ب) $\frac{١٦}{٧}$ (جـ) $\frac{٧}{١٦}$ (د) $\frac{٩}{١٥}$

مدرستي الكويتية school-kw.com

(١٠) إذا كان $٢س^{٢} - ٧س ص + ٣ص^{٢} = ٠$ حيث ص، س موجبان فإن $\frac{س}{ص}$ يمكن أن تساوي:

(أ) $\frac{٣}{١}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{-٣}{١}$ (د) $\frac{-١}{٣}$

(١١) الوسط المتناسب بين $٤أ^{٢}ب^{٣}$، $٩أ^{٤}ب$ يساوي:

(أ) $\pm ٦أ^{٣}ب^{٢}$ (ب) $\pm ٦أ^{٢}ب^{٢}$ (جـ) $\pm ٦أب$ (د) $\pm ٦أ^{٢}ب$

(١٢) إذا كانت $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإن $\frac{أ + ب}{ب}$ تساوي:

(أ) $\frac{أ + جـ}{ب + جـ}$ (ب) $\frac{جـ + د}{ب}$ (جـ) $\frac{أ + جـ}{ب}$ (د) $\frac{جـ + د}{د}$

(١٣) إذا كان ص $\propto \frac{١}{س}$ ، ص = ٥ عندما س = ١٠ فإن س ص تساوي:

(أ) ١٠٠ (ب) ٢٥٠ (جـ) ٥٠ (د) ١٥٠

(١٤) إذا كانت $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ فإن $\frac{س + ص}{٢ص}$ تساوي:

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٦}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

(١٥) إذا كانت أ، ٣س، ٢ب، ٤س في تناسب فإن $\frac{أ}{ب}$ تساوي:

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

(١٦) الرابع المتناسب للمقادير $(أ + ب)^{٢}$، $(أ^{٢} - ب^{٢})$، $(أ - ب)$ يساوي:

(أ) $\frac{ب - أ}{(أ + ب)^{٢}}$ (ب) $\frac{٢(ب - أ)}{أ + ب}$ (جـ) $\frac{(أ + ب)^{٢}}{أ - ب}$ (د) $\frac{(أ - ب)^{٢}}{أ + ب}$

(١٧) إذا كانت ص = $\frac{٥}{س}$ فإن:

(أ) ص $\propto \frac{١}{س^{٢}}$ (ب) ص $\propto س^{٢}$ (جـ) ص $\propto \frac{١}{س}$ (د) ص $\propto$ س

(١٨) إذا كان ص $\propto$ س وكانت ص = ٨ عندما س = ٤، فإنه عندما ص = ٦ فإن س تساوي:

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) ٣ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٨}$

(١٩) إذا كانت $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإن $\frac{٢أ - ٣جـ}{٢ب - ٣د}$ تساوي:

(أ) $\frac{ب}{د}$ (ب) $\frac{أ}{جـ}$ (جـ) $\frac{ب}{أ}$ (د) $\frac{أ}{ب}$

(٢٠)* إذا كانت ص = أ + ب حيث أ ثابت، ب $\propto$ س وكانت ص = ١٣ عندما س = ٢، ص = ١ عندما س = ١ فإن قيمة ص عندما س = −٥ تساوي:

(أ) −٧١ (ب) −٦٠ (جـ) −١١ (د) ١٢

(٢١) مساحة سطح الكرة م = $٤\pi نـ^{٢}$ فإن المساحة م تتناسب طرديًّا مع:

(أ) نـ (ب) π نـ (جـ) نـ^{٢} (د) π

مدرستي الكويتية school-kw.com

(٢٢) مثلث طول قاعدته س وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ص، إذا كانت مساحته ١٢ سم^{٢} فإن:

(أ) ص − س = ١٢ (ب) س + ص = ٢٤

(جـ) ص $\propto \frac{١}{س}$ (د) ص $\propto$ س

(٢٣) إذا كان ٩س + ٦س = ٥ (٥س − ص) فإن

(أ) س $\propto$ ص (ب) س $\propto$ ص^{٢}

(جـ) س $\propto \frac{١}{ص}$ (د) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

(٢٤) إذا كان $\frac{٩}{١٣} = \frac{٣س + ص}{٢س + ٣ص}$، فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{س + ٣ص}{٣س + ٢ص}$.

١٨ س + ٢٧ ص = ٣٩ س + ١٣ ص ، ١٤ ص = ٢١ س ∴ س = $\frac{٢}{٣}$ ص

المقدار = $\frac{\frac{٢}{٣}ص + ٣ص}{٢ص + ٢ص} = \frac{\frac{١١}{٣}ص}{٤ص} = \frac{١١}{١٢}$

(٢٥) تتناسب مقاومة سلك كهربائي (م) عكسيًّا مع مربع طول نصف قطر مقطعه (نق^{٢})، إذا كانت مقاومة السلك = ٠,٤ (أوم) عندما يكون طول نصف قطر مقطعه نق = ٠,٣ سم، فأوجد العلاقة بين م، نق، ثم احسب مقاومة السلك عندما يكون نق = ٠,٢ سم.

م × نق^{٢} = ك ، ٠,٤ × ٠,٣^{٢} = ك ، ∴ ك = ٠,٠٣٦ ، م × نق^{٢} = ٠,٠٣٦ م × ٠,٢^{٢} = ٠,٠٣٦ ، م = ٠,٩ أوم

(٢٦) إذا كانت العلاقة بين حجم الأسطوانة (ح) وطول نصف قطر قاعدتها (نق) وارتفاعها (ع) هي ح = π نق^{٢} ع، فبيّن نوع العلاقة في الحالات التالية:

(أ) بين ح، نق^{٢} بفرض ثبوت ع. طردي ح $\propto$ نق^{٢}

(ب) بين ح، ع عند ثبوت نق. طردي ح $\propto$ ع

(٢٧) (أ) إذا كانت أ، ب، جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد ٣، ٥، ٢ فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{٥أ + ب}{٣ب + جـ}$.

$\frac{أ}{٣} = \frac{ب}{٥} = \frac{جـ}{٢} = م$ $\frac{٥أ + ب}{٣ب + جـ} = \frac{١٥م + ٥م}{١٥م + ٢م} = \frac{٢٠م}{١٧م} = \frac{٢٠}{١٧}$

(ب) إذا أنتج ٢٠ عاملًا في مصنع ٣٠٠٠ آلة في ١٢ يوم عمل، فما المدة التي سوف يستغرقها ١٥ عاملًا لإنتاج ٣٠٠٠ آلة؟

س ص = ك ك = ٢٠ × ١٢ = ٢٤٠ ١٥ × ص = ٢٤٠ ص = ١٦ يوم

١- نسبة التغير المئوية = ٩٥٪ - ٩٠٪ = ٥ %

مقدار التغير = $\frac{٥}{١٠٠} \times ١٠٠ = ٥$ كجم أصبح وزن العنب = ١٠٠ − ٥ = ٩٥ كجم

تمارين إثرائيّة

(١) وضع ١٠٠ كيلوجرام من العنب للتجفيف للحصول على الزبيب. يحتوي هذا العنب على ٩٥٪ ماء. بعد ٣ أسابيع من التجفيف، انخفضت نسبة الماء فيه إلى ٩٠٪. فكم أصبح وزن العنب؟

(٢) (أ) إحداثيات النقطتين أ، ب هي: (−١، −٢) ، (٥، ١٣٢، ٢٦٥).

أ ، ب ، و على استقامة واحدة لأنها تمثل دالة طردي لأن $\frac{ص_١}{س_١} = \frac{ص_٢}{س_٢} = ٢$

هل يمكن معرفة ما إذا كانت النقاط أ، ب، و نقطة الأصل على استقامة واحدة؟ كيف؟

(ب) كرر نفس السؤال في (أ) بالنسبة لأزواج النقاط:

$\frac{ص}{س} = \frac{١ + \sqrt{٢}}{١ - \sqrt{٢}} \times \frac{١ + \sqrt{٢}}{١ + \sqrt{٢}} = ٣ + ٢\sqrt{٢}$ $\frac{ص}{س} = ٣ + ٢\sqrt{٢}$

م، ن حيث م $(-١ ، ٢\sqrt{٢} + ١)$ ، ن $(١ ، ٣ + ٢\sqrt{٢})$

∴ النقاط على استقامة واحدة دالة تغير طردي

ك، ل حيث ك $(٠,٥ ، ٠)$ ، ل $(٢,٥ ، ٣)$ $\frac{ص_١}{س_١} = \frac{٠,٥}{١} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{ص_٢}{س_٢} = \frac{٣}{٢}$ ∴ $\frac{٣}{٢} = \frac{٣,٥}{٢\frac{١}{٣}}$

النقاط على استقامة واحدة دالة تغير طردي

(٣) ارتفع سعر عدسة آلة تصوير تلفزيونية ٤,٣٪ ثم ارتفع السعر الجديد ٦,١٦٪ ليصبح سعرها الحالي ١٦,٤٨ دينارًا. فكم كان سعر العدسة قبل الزيادات؟

(٤) هل توجد دالة تغير طردي في كل مما يلي:

السعر النهائي = السعر الأصلي × (١٠٠٪ + النسبة المئوية للزيادات)

(أ) س سعر سلعة بالدولار، ص سعرها بالدينار. ١٦,٤٨ = س × ١,١٦٦ ∴ س = ١٤,١٣٤

١٤,١٣٤ = ص × ١,٠٣٤ ، السعر قبل الزيادات ≈ ١٣,٦٦٩ دينار

نعم دالة تغير طردي

(ب) س طول ضلع مكعب، ص حجم هذا المكعب. لا توجد دالة تغير طردي

(جـ) س ارتفاع أسطوانة طول نصف قطرها ٥سم، ص حجم هذه الأسطوانة بالسنتيمترات المكعبة. نعم توجد دالة تغير طردي

(٥) يعمل طلال في إحدى الشركات، ويتألف راتبه الشهري من راتب ثابت قيمته ٩٧٠ دينارًا وعمولة قدرها ٤٪ على مجمل مبيعاته الشهريّة. إذا بلغ راتب طلال في نهاية هذا الشهر ١٥٠٠ دينار، فما مجمل مبيعاته خلاله؟

(٦) يقبض صالح راتبًا شهريًّا قدره ٩٠٠ دينار مقابل ٦٠ ساعة عمل، فيدفع منه ١٥٪ لشراء بعض حاجياته. وقد اضطر هذا الشهر إلى العمل ساعات إضافية من أجل تسديد دين قيمته ١٢٠٠ دينار، على أن يقبض أجرة ساعة ونصف لقاء كل ساعة عمل إضافية. فكم ساعة عمل إضافية عليه أن يعمل؟

٥ − مقدار العمولة = ١٥٠٠ − ٩٧٠ = ٥٣٠ دينار

$\frac{٤}{١٠٠}س = ٥٣٠$ س = $٥٣٠ \times \frac{١٠٠}{٤} = ١٣٢٥٠$ دينار المبيعات = ١٣٢٥٠ دينار

٦ − أجرة الساعة = ٩٠٠ ÷ ٦٠ = ١٥ دينار

ما يدفعه لشراء حاجياته = $\frac{١٥}{١٠٠} \times ٩٠٠ = ١٣٥$ دينار ، الباقي ٧٦٥ دينار ما يحتاجه لتسديد الدين = ١٢٠٠ − ٧٦٥ = ٤٣٥ دينار

سعر ساعة العمل الإضافي = ١٥ + ٧,٥ = ٢٢,٥ دينار عدد الساعات العمل الإضافي = ٤٣٥ ÷ ٢٢,٥ = $١٩\frac{٢}{٣}$ ساعة

مدرستي الكويتية
school-kw.com

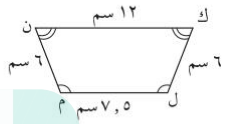
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

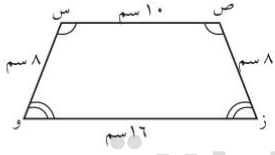
المضلعات المتشابهة
Similar Polygons

المجموعة ١ تمارين أساسية

١ تمارين **هندسية**: في كل من الأشكال التالية: ابحث تشابه المضلعين، فإذا كان المضلعان متشابهين، اكتب عبارة التشابه ونسبة التشابه، وإذا لم يكن المضلعان متشابهين اشرح السبب.

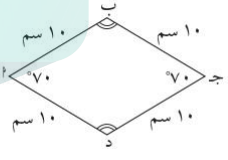
(أ)

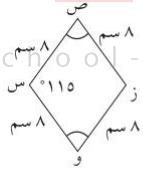




المضلعان متشابهان ك ل م ن ~ ز ص س و $\frac{\text{ك ل}}{\text{ز ص}} = \frac{\text{ك ن}}{\text{ز و}} = \frac{\text{ن م}}{\text{و س}} = \frac{\text{م ل}}{\text{س ص}}$ نسبة التشابه $\frac{٣}{٤}$

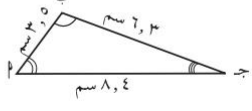
(ب)

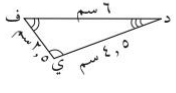




ق(ب) = $\frac{٣٦٠ - (٧٠ + ٧٠)}{٢}$ = ١١٠° ق(ز) = ١١٥° المضلعان غير متشابهان

(جـ)



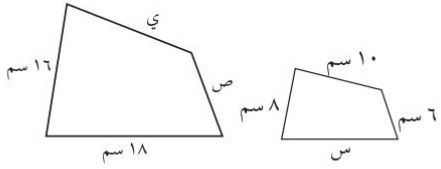


Δ جـ ب أ ~ Δ د ي ف نسبة التشابه $\frac{١.٤}{١}$

مدرستي الكويتية school-kw.com

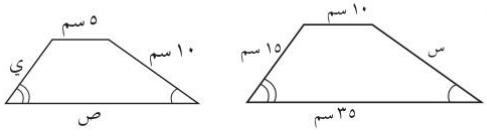
(٢) احسب س، ص، ي في الحالات التالية علمًا بأن المضلعان متشابهان:

(أ)



س = ٩ سم ، ص = ١٢ سم ، ي = ٢٠ سم

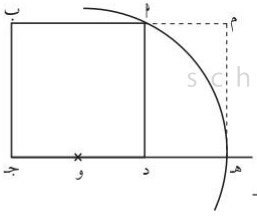
(ب)



ص = ٨ سم ، ي = ١٠ سم ، س = ٦ سم

(٣)* أ ب جـ د مربع طول ضلعه ١ سم. و منتصف دجـ. الدائرة التي مركزها و المارة بالنقطة أ تقطع جـ د في هـ. أكمل المستطيل ب جـ هـ م.

أثبت أن ب جـ هـ م مستطيل ذهبي.



(و أ)^{٢} = ١^{٢} + ٢^{٢} = ٥ ∴ جـ أ = $\sqrt{٥}$ ∴ و هـ = $\sqrt{٥}$

∴ هـ جـ = $\sqrt{٥}$ + $\frac{١}{٢}$ ∴ $\frac{\text{هـ جـ}}{\text{ب جـ}}$ = $\frac{\frac{١}{٢} + \sqrt{٥}}{١}$ = $\frac{١ + ٢\sqrt{٥}}{٢}$: ١ ∴ ب جـ هـ م مستطيل ذهبي

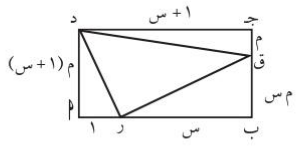
(٤) قاست لولوة أبعاد لوحة فنية معلقة في صالة الاستقبال في منزلها فتبيّن لها أن النسبة بين طول اللوحة وعرضها تساوي النسبة الذهبية.

إذا كان عرض اللوحة يساوي ٧٠ سم، فأوجد طول هذه اللوحة:

$\frac{\text{الطول}}{٧٠}$ = $\frac{١.٦١٨}{١}$ الطول = ١١٣.٢٦ سم

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٥ أ ب جـ د مستطيل أبعاده ١ + س ، م (١ + س) بالسم.



حيث س هي النسبة الذهبية وتحقق المعادلة:

$س = \frac{١ + س}{س}$ ،

م عدد صحيح نسبي بين الصفر والواحد.

(أ) أوجد مساحة المثلثات ق جـ د، ق ب ر، د أ ر. $م\Delta ق جـ د = \frac{١}{٢} \times م \times (١ + \emptyset)$

$م\Delta ق جـ د = \frac{١}{٢} \times م \times (١ + \emptyset)$ ، $م\Delta ق ب ر = \frac{١}{٢} \times م \emptyset \times \emptyset = \frac{١}{٢} م \emptyset^{٢} = \frac{١}{٢} م (١ + \emptyset)$

(ب) أثبت أن المساحات الثلاث متساوية.

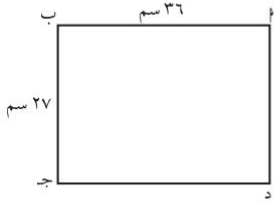
∴ المساحات الثلاثة متساوية

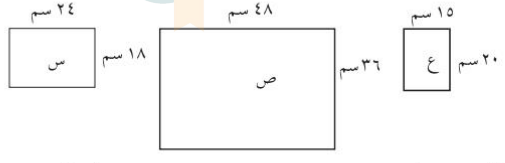
٦ عام ٢٠٠٤ في مهرجان بورتسموث في إنكلترا، أطلق فريق كويتي طائرة ورقية على شكل علم الكويت. بلغ طول الطائرة ٤٢ مترًا وعرضها ٢٥ مترًا. هل المستطيل الذي تكونه الطائرة هو مستطيل ذهبي؟

$\frac{\text{الطول}}{\text{العرض}} = \frac{٤٢}{٢٥} = \frac{١.٦٨}{١}$ ليس مستطيل ذهبي

مدرستي الكويتية
school-kw.com

٧ المستطيلات المشابه للمستطيل أ ب جـ د هي:





(أ) س فقط
(ب) ص فقط
(جـ) س، ص فقط
(د) س، ص، ع

تم تحميل الملف من
موقع مدرستي الكويتية

مدرستي
الكويتية
school-kw.com

ننصح بأفضل مذكرة
مذكرات النجاح

حمل تطبيق مدرستي الكويتية

Download on the App Store

GET IN ON Google Play

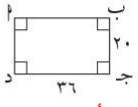
مدرستي الكويتية school-kw.com

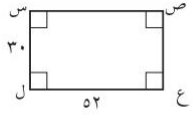
المجموعة ب تمارين تعزيزية

(١) من الأبراج الشهيرة في العالم برج بيزا في إيطاليا، وهو برج مائل يبلغ طوله حوالى ٥٤ مترًا، ويبلغ طول صورته ٨ سم على بطاقة تذكارية. أوجد نسبة التشابه بين الطول في الصورة والطول الحقيقي.

(٢) **تمارين هندسية:** في كل من الأشكال التالية: ابحث تشابه المضلعين، فإذا كان المضلعان متشابهين، اكتب منطوق التشابه ونسبة التشابه، وإذا لم يكن المضلعان متشابهين اشرح السبب.

(أ)

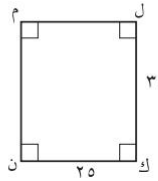


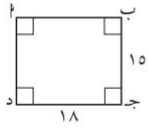


غير متشابهان لأن

$\frac{\text{ب جـ}}{\text{س ل}} = \frac{٢}{٣}$ $\quad \frac{٢}{٣} \neq \frac{٩}{١٣}$ $\quad \frac{\text{جـ د}}{\text{ع ل}} = \frac{٩}{١٣}$

(ب)

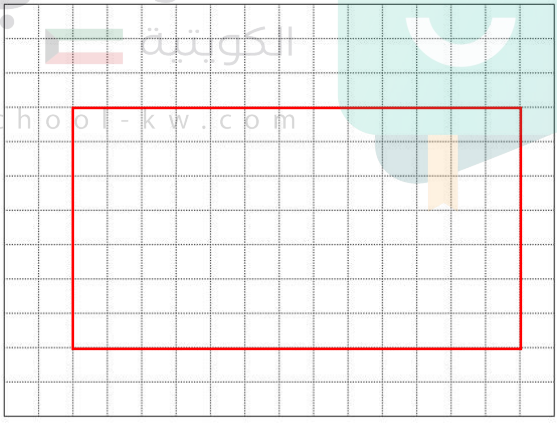




المستطيل ل ك ن م ~ المستطيل جـ د أ ب نسبة التشابه $\frac{٥}{٣}$

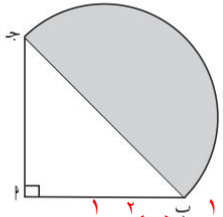
(٣) أراد محلّ تصوير تكبير بطاقة على شكل مستطيل ٤ سم × ٨ سم بحيث يكون أقصى طول لها ٣٦ سم. ما أكبر عرض للبطاقة المكبرة؟

$\frac{٣٦}{٨} = \frac{\text{س}}{٤}$ ، $\text{س} = \frac{٣٦ \times ٤}{٨} = ١٨$ سم



(٤) أبعاد ملعب كرة السلة هي ٢٦٠٠ سم، ١٥٠٠ سم.
اختر مقياس رسم، وارسم شكلًا يمثل ملعب كرة السلة بمقياس الرسم الذي اخترته. ١ سم : ٢٠٠ سم

(٥)* أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ متطابق الضلعين. هل نسبة مساحة نصف الدائرة إلى مساحة المثلث تساوي النسبة الذهبية؟ وضح ذلك.



مساحة المثلث $= \frac{١}{٢}(\text{أ ب}) \times (\text{أ جـ}) = \frac{١}{٢}(\text{أ ب})^{٢} \leftarrow ١$ ب جـ $= \sqrt{٢}$ أ ب $\therefore$ نق $= \frac{\sqrt{٢}}{٢}$ أ ب

مساحة الدائرة $= \pi$ نق$^{٢} = ٣.١٤ \times \left(\frac{\sqrt{٢}}{٢} \times \text{أ ب}\right)^{٢}$

$\frac{\text{مساحة نصف الدائرة}}{\text{مساحة المثلث}} = \frac{\frac{١}{٢} \times ٣.١٤ \times \frac{١}{٢} \times (\text{ب})^{٢}}{\frac{١}{٢}(\text{أ ب})^{٢}} = \frac{١.٥٧}{١}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

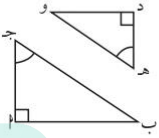
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

تشابه المثلثات
Similar Triangles

المجموعة ١ تمارين أساسية

١ بيِّن سبب تشابه كلّ مثلثين، واكتب النظرية التي استخدمتها.

(أ)

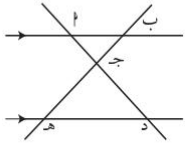


ق (و) = ق (أ)

ق (هـ) = ق (جـ)

تطابقت زاويتين في احدهما مع نظائرها في المثلث الثاني

(ب)



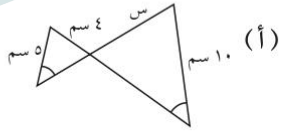
ق (ب جـ أ) = ق (هـ جـ د) بالتقابل بالرأس

ق (ب) = ق (هـ) بالتبادل

تطابقت زاويتين في احدهما مع نظائرها في المثلث الثاني

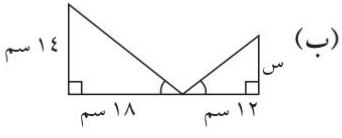
٢ استخدم التشابه لإيجاد قيمة س.

(أ)



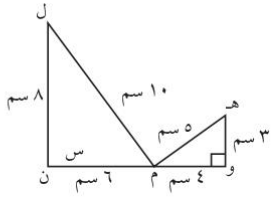
$\frac{س}{٤} = \frac{١٠}{٥}$ س = ٨ سم

(ب)



$\frac{س}{١٤} = \frac{١٢}{١٨}$ س = ٩.٣

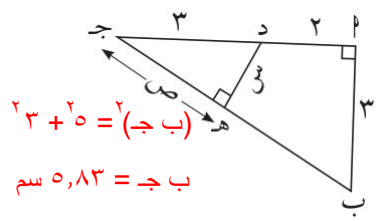
٣ أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمة س في ما يلي:



$\frac{هـو}{مـن} = \frac{١}{٢}$ $\frac{وم}{لن} = \frac{١}{٢}$ $\frac{هـم}{لم} = \frac{١}{٢}$ س = ٥٩٠

في التمارين (٤-٦)، أوجد قيم المجهولين س، ص مستخدمًا المثلثات المتشابهة.

٤



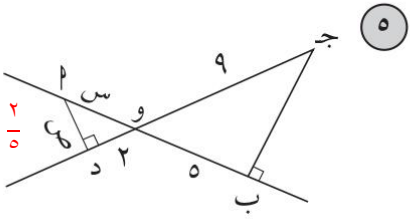
(ب جـ)^{٢} = ٥^{٢} + ٣^{٢}

ب جـ = ٥,٨٣ سم

$\frac{٣}{٥,٨٣} = \frac{ص}{٥}$ ∴ ص = ٢,٥٧ سم

$\frac{٣}{٥,٨٣} = \frac{س}{٣}$ ∴ س = ١,٥٤ سم

٥



$\frac{ص}{٩} = \frac{٢}{٥}$ ∴ س = ٣,٦

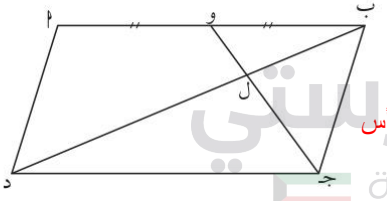
(جـ ب)^{٢} = ٩^{٢} − ٥^{٢} = ٥٦

جـ ب = ٧,٥ سم

$\frac{ص}{٧,٥} = \frac{٢}{٥}$ ، ص = ٣

٦ أ ب جـ د متوازي أضلاع. و منتصف $\overline{أب}$.

(أ) أثبت تشابه المثلثين ل و ب، ل جـ د.



Δ ل و ب ، Δ ل جـ د فيها ق(ب ل و) = ق(جـ ل د) بالتقابل بالرأس

ق(و ب ل) = ق(ل د جـ) وبالتبادل التوازي ∴ Δ ل و ب ~ Δ ل جـ د

(ب) أوجد نسبة التشابه.

نسبة التشابه = $\frac{ب و}{جـ د} = \frac{١}{٢}$

٧ التفكير الناقد:

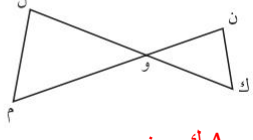
(أ) هل كل مثلثين متطابقي الضلعين متشابهان؟ فسِّر.

لا ، لعدم توافر شروط تشابه المثلثين

(ب) هل كل مثلثين قائمي الزاوية ومتطابقي الضلعين متشابهان؟ فسِّر.

نعم ، لأن كلاهما قياسات زواياه ٩٠°، ٤٥°، ٤٥°

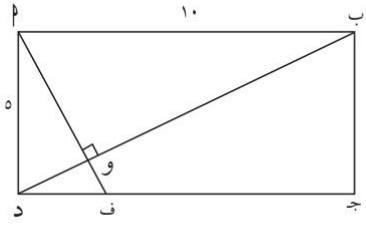
٨ في الشكل المقابل، إذا كانت ل و × وك = و م × و ن أثبت أن المثلثين ل و م ، ك و ن متشابهان.



ل و × و ك = و م × و ن ، $\frac{ل و}{و ن} = \frac{و م}{و ك}$ ، ق(ن و ك) = ق(ل و م) ∴ Δ ل و م ~ Δ ك و ن

مدرستي الكويتية
school-kw.com

(٩)* أ ب جـ د مستطيل.



(أ) أوجد طول $\overline{ب د}$.

$(ب د)^{٢} = ٥^{٢} + ١٠^{٢} = ١٢٥$ ، $ب د = ١١,٢$

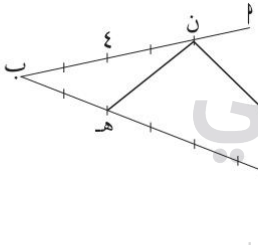
(ب) أثبت تشابه المثلثين أ ب د، و ب أ.

ب زاوية مشتركة ، $ق(ب أ د) = ق(ب و أ) = ٩٠°$ ∴ Δ أ ب د ~ Δ و ب أ

(جـ) أوجد طول القطعة $\overline{أ و}$.

$\frac{أ و}{أ د} = \frac{أ ب}{ب د}$ ، $\frac{أ و}{٥} = \frac{١٠}{١١,٢}$ ∴ $أ و = ٤,٤٦$

(١٠) من الشكل المقابل: أثبت أن المثلثين ب ن هـ ، ب د ن متشابهان.



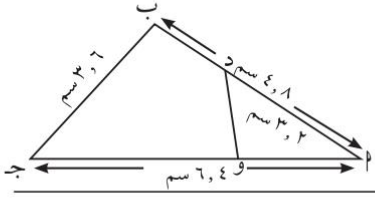
ب زاوية مشتركة

$\frac{ب ن}{ب د} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{ب هـ}{ب ن} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$ ∴ Δ ب ن هـ ~ Δ ب د ن

(١١) أ ب جـ مثلث، أطوال أضلاعه: أ ب = ٤,٨ سم، ب جـ = ٣,٦ سم، أ جـ = ٦,٤ سم.

ضع النقطة د على القطعة $\overline{أ ب}$ بحيث يكون أ د = ٣,٢ سم، والنقطة و على القطعة $\overline{أ جـ}$ بحيث يكون أ و = ٢,٤ سم.

(أ) قارن بين النسبتين $\frac{أ ب}{أ جـ}$ ، $\frac{أ و}{أ د}$.



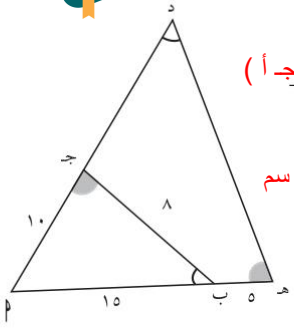
$\frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{٤,٨}{٦,٤} = \frac{٣}{٤}$ ، $\frac{أ و}{أ د} = \frac{٢,٤}{٣,٢} = \frac{٣}{٤}$ ∴ $\frac{أ ب}{أ جـ} = \frac{أ و}{أ د}$

(ب) استنتج تشابه المثلثين أ ب جـ ، أ و د.

أ زاوية مشتركة ، $\frac{أ ب}{أ و} = \frac{أ جـ}{أ د}$ ∴ Δ أ ب جـ ~ Δ أ و د

مدرستي الكويتية
school-kw.com

(١٢) (أ) استخدم معطيات الرسم لإيجاد مثلثين متشابهين.



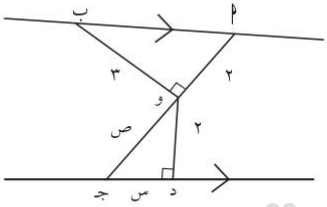
Δ د هـ أ ~ Δ ب جـ أ ق (د) = ق (جـ ب أ) ، ق (هـ) = ق (ب جـ أ)

(ب) أوجد محيط المثلث أدهـ.

$\frac{٨}{د هـ} = \frac{١٠}{٢٠}$ ، د هـ = ١٦ سم ، $\frac{١٥}{د أ} = \frac{١٠}{٢٠}$ ، د أ = ٣٠ سم ، ∴ د جـ = ٢٠ سم

محيط المثلث أ د هـ = ٢٠ + ١٦ + ٣٠ = ٦٦ سم

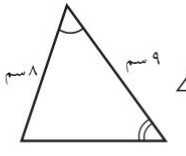
(١٣) من الشكل المقابل قيمة س هي:



(أ) ٣ (ب) ٢

(جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

(١٤) في الشكل المقابل قيمة س تساوي:



(أ) $٥\frac{١}{٣}$ سم (ب) ٦ سم

(جـ) ٦,٧٥ سم (د) ٧ سم

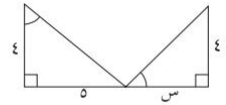
مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

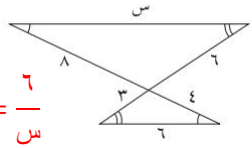
١ استخدم التشابه لإيجاد قيمة س.

(أ)



$\frac{س}{٤} = \frac{٤}{٥}$ $\quad س = ٣.٢$

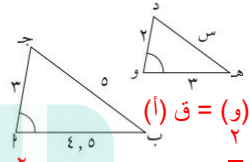
(ب)



$\frac{٣}{٦} = \frac{٦}{س}$ $\quad س = ١٢$

٢ أثبت أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد قيمة س في كل مما يلي:

(أ)



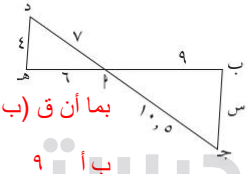
البرهان : بما أن ق (و) = ق (أ)

$\frac{هـو}{بأ} = \frac{٣}{٤.٥} = \frac{٢}{٣}$

$\frac{ود}{أجـ} = \frac{٢}{٣}$ $\quad \therefore \Delta$ د هـ و ~ Δ جـ ب أ

$\frac{س}{٥} = \frac{٢}{٣}$ $\quad س = ٣.٣$

(ب)



البرهان :

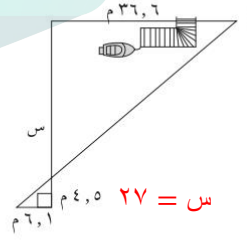
بما أن ق (ب أ جـ) = ق (هـ أ د) بالتقابل بالرأس

$\frac{بأ}{أهـ} = \frac{٩}{٦} = \frac{٣}{٢}$ $\quad \therefore \Delta$ ب أ جـ ~ Δ هـ أ د

$\frac{جـأ}{أد} = \frac{١٠.٥}{٧} = \frac{٣}{٢}$ $\quad \frac{س}{٤} = \frac{٣}{٢}$ $\quad س = ٦$

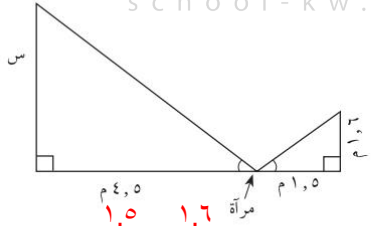
٣ **قياس غير مباشر**: أوجد المسافة (س) في كل من الحالات التالية:

(أ)



$\frac{٤.٥}{س} = \frac{٦.١}{٣٦.٦}$ $\quad س = ٢٧$ م

(ب)



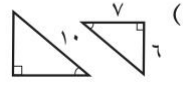
$\frac{١.٥}{٤.٥} = \frac{١.٦}{س}$ $\quad س = ٤.٨$ م

٤* ارسم مثلثًا أب جـ. استخدم المسطرة والفرجار لإنشاء المثلث م ك ل بحيث يكون: Δ م ك ل ~ Δ أب جـ

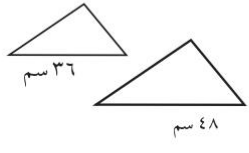
نسبة التشابه ١:٣.

٥ في كل من أزواج الأشكال المتشابهة، أوجد النسبة بين محيطي الشكلين، وكذلك النسبة بين مساحتيهما.

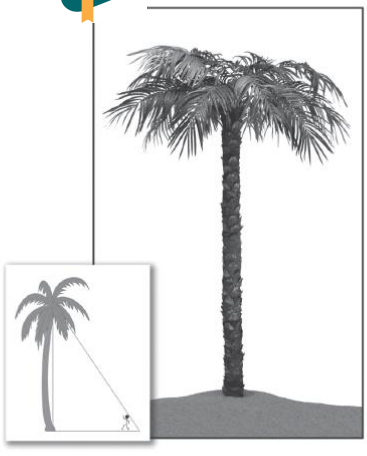
(أ)



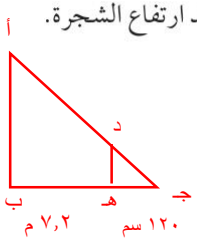
(ب)



مدرستي الكويتية
school-kw.com



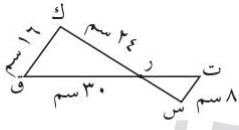
٦ بفرض أن شخصًا طوله ١٨٠ سم يقف بطريقة تنطبق فيها نقطة طرف ظله على نقطة طرف ظل الشجرة.
إذا كان الشخص يبعد ١٢٠ سم عند ملتقى طرفي الظلين وعلى بعد ٧,٢ م من قاعدة الشجرة، فأوجد ارتفاع الشجرة.



$\frac{\text{د هـ}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{جـ هـ}}{\text{جـ ب}}$ ، $\frac{١٨٠}{\text{أ ب}} = \frac{١٢٠}{٨٤٠}$

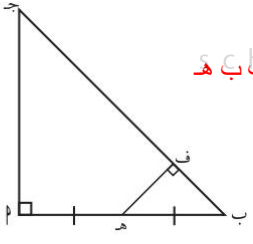
أ ب = ١٢٦٠ سم = ١٢٠ متر

٧ في الشكل المقابل، Δق ك ر ~ Δت س ر، أوجد طول $\overline{\text{رت}}$.



$\frac{\text{ت ر}}{\text{ق ر}} = \frac{\text{ت س}}{\text{ك ن}}$ $\frac{٨}{١٦} = \frac{\text{ت ر}}{٣٠}$ ر ت = ١٥ سم

٨ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ. هـ منتصف القطعة $\overline{\text{أ ب}}$. هـ ف ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$.



(أ) أثبت تشابه المثلثين أ ب جـ، ف ب هـ.

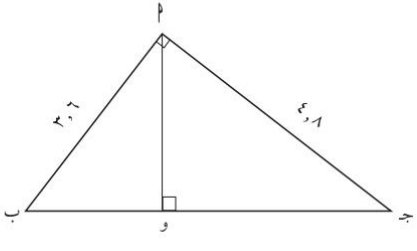
ق(ب أ جـ) = ق(ب ف هـ) = ٩٠° ∴ Δ أ ب جـ ~ Δ ف ب هـ

(ب) مستخدمًا نسبة التشابه، أثبت أن ب جـ × ب ف = $\frac{١}{٢}$ (أ ب)^{٢}.

$\frac{\text{ب جـ}}{\text{ب هـ}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ف ب}}$

∴ ب جـ × ف ب = أ ب × $\frac{١}{٢}$ أ ب ب جـ × ف ب = $\frac{١}{٢}$ (أ ب)^{٢}

٩ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ.



(أ) أوجد طول القطعة ب جـ.

(ب جـ)^{٢} = ٤,٨^{٢} + ٣,٦^{٢} = ٣٦ ، ب جـ = ٦ سم

(ب) استخدم تشابه المثلثات لإيجاد طول $\overline{\text{أ و}}$.

المثلثان أ جـ ب ، و جـ أ فيهما جـ زاوية مشتركة

ق(أ و) = ق(و) = ٩٠° ∴ Δ أ جـ ب ~ Δ و جـ أ

$\frac{\text{أ و}}{\text{أ ب}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ب جـ}}$ $\frac{\text{أ و}}{٣,٦} = \frac{٤,٨}{٦}$ ∴ أ و = ٢,٨٨ سم

مدرستي الكويتية
school-kw.com

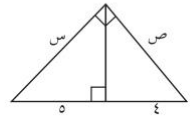
التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

التشابه في المثلثات قائمة الزاوية
Similarity in Right Triangles

المجموعة ١ تمارين أساسية

١ أوجد قيمة كل من س، ص في كل مما يلي:

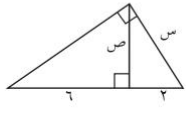
(أ)



ص^{٢} = ٤ × ٩ = ٣٦ ، ص = ٦

س^{٢} = ٥ × ٩ = ٤٥ ، س = $٣\sqrt{٥}$

(ب)

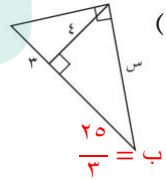


س^{٢} = ٢ × ٨ س = ٤٦

ص^{٢} = ٢ × ٦ ، ص = $٣\sqrt{٢}$

٢ أوجد قيمة س في كل مما يلي:

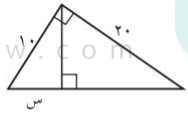
(أ)



= ٣ × أ ب ، أ ب = $\frac{٢٥}{٣}$

= $\left(\frac{٢٥}{٣} - ٣\right) \times \frac{٢٥}{٣}$ ، س = $\frac{٢٠}{٣}$

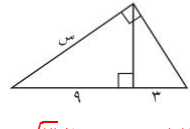
(ب)



١٠^{٢} = س × ١٠ $\sqrt{٥}$ س = $٢\sqrt{٥}$

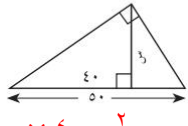
٣ احسب س لأبسط صورة بحسب المعطيات في كل شكل:

(أ)



س^{٢} = ٩ × ١٢ ، س = $٣\sqrt{٦}$

(ب)



س^{٢} = ٤٠ × ١٠ س = ٢٠

مدرستي الكويتية school-kw.com

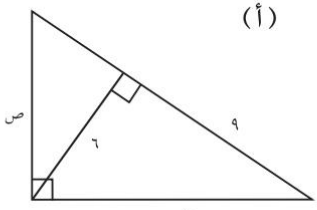
(٤)* إذا كان العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في المثلث قائم الزاوية يقسم الوتر إلى قطعتين النسبة بين طوليهما ١:٢، وإذا كان طول العمود يساوي $٢\sqrt{٧}$ ٤، فأوجد طول الوتر، ثم أوجد طولي الضلعين الآخرين للمثلث.

$ع^{٢} = ٢ \times ٨ = ١٦$ ع = ٤ سم

---

(٥) أوجد قيم س ، ص ، ع في أبسط صورة في كل من الحالات التالية:

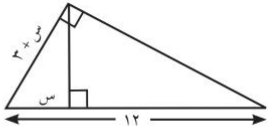
(أ)



$ع^{٢} = ٦^{٢} + ٩^{٢}$ ، ع = $٣\sqrt{١٣}$

$\frac{ص}{ع} = \frac{٦}{٩}$ ، ص = $٢\sqrt{١٣}$

(ب)



$(س + ٣)^{٢} = ١٢ س$

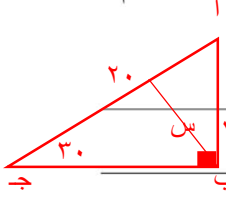
$س^{٢} + ٦ س + ٩ - ١٢ = ٠$ س = ٣

---

(٦) أب جـ مثلث ثلاثيني ستيني. إذا كان طول أقصر ضلع فيه يساوي ١٠ سم، فأوجد طول العمود المرسوم من رأس القائمة إلى الوتر.

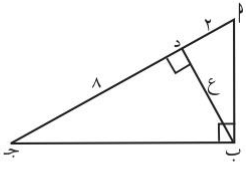
أ جـ = ٢٠ ، ب جـ = $\sqrt{٣٠٠} = ١٠\sqrt{٣}$

س × ٢٠ = $١٠ \times ١٠\sqrt{٣}$ س = $٥\sqrt{٣}$



---

(٧) في الشكل المقابل فإنّ ع =



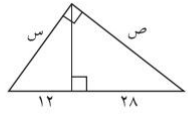
(أ) ١٦ (ب) ٦

(جـ) ١٠ (د) ٤

المجموعة ب تمارين تعزيزية

١ أوجد قيمة كل من س، ص في كل مما يلي:

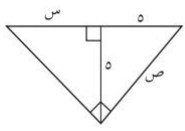
(أ)



ص^{٢} = ٢٨ × ٤٠ ص = ٤ $\sqrt{٧٠}$

س^{٢} = ١٢ × ٤٠ س = ٤ $\sqrt{٣٠}$

(ب)



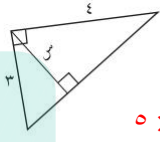
٢٥ = ٥ × س ، س = ٥

ص^{٢} = ٥ × ١٠ = ٥٠

ص = ٥ $\sqrt{٢}$

٢ أوجد قيمة س في كل مما يلي:

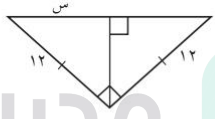
(أ)



٣ × ٤ = س × ٥

س = ٢,٤

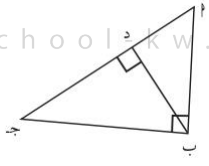
(ب)



١٤٤ = س × ١٢ $\sqrt{٢}$

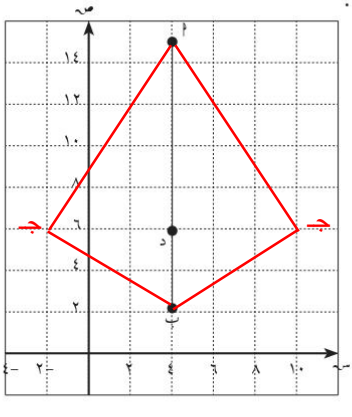
س = ٦ $\sqrt{٢}$

٣ انظر إلى الشكل وأكمل:



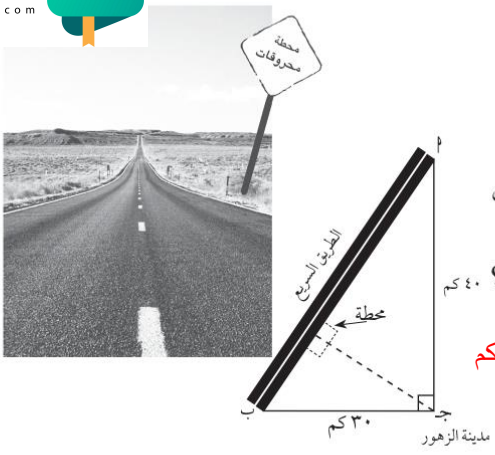
Δ ب د جـ ~ Δ أ د ب ~ Δ أ ب جـ

٤* **هندسة إحداثية:** إذا كان $\overline{\text{جـ د}}$ هو العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في المثلث قائم الزاوية أ ب جـ، وكانت إحداثيات النقاط: ب ، د ، أ هي على الترتيب: (٤، ٢)، (٤، ٦)، (٤، ١٥)، فأوجد كل الإحداثيات الممكنة للنقطة جـ.



جـ (١٠ ، ٦) أو جـ (-٢ ، ٦)

مدرستي الكويتية
school-kw.com



٥ **هندسة مدنية:** الخريطة التي في الشكل، تبيّن محطة خدمة للمحروقات يراد إقامتها على الطريق السريع (المار بالمدينتين أ، ب) عند تقاطعه مع طريق جانبي يؤدي إلى مدينة الزهور. كم ينبغي أن تبعد المحطة عن المدينة ب إذا أردنا أن يكون الطريق من مدينة الزهور عموديًّا على الطريق السريع بفرض أن: أجـ ⊥ ب جـ؟

أ ب الطريق السريع = ٥٠ كم $٣٠^{٢} = س \times ٥٠$ س = ١٨ كم

٦ أوجد قيم س ، ص ، ع في أبسط صورة في كل من الحالات التالية:

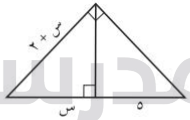
(أ)

$س^{٢} = ٧ \times ١٦ = ١١٢$ س = $٤\sqrt{٧}$

$ع^{٢} = ١٦ \times ٩$ ع = ١٢

$ص^{٢} = ٧ \times ٩$ ص = $٣\sqrt{٧}$

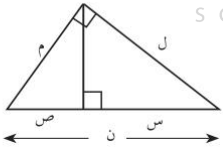
(ب)



$(س + ٢)^{٢} = س \times (س + ٥)$

$س^{٢} + ٤ س + ٤ = س^{٢} + ٥ س$ س = ٤

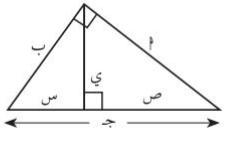
٧* أثبت نظرية فيثاغورث من النظرية (١).



$ل^{٢} = س \times ن$ $م^{٢} = ص \times ن$

$ل^{٢} + م^{٢} = ن(س + ص)$ $ل^{٢} + م^{٢} = ن^{٢}$

٨ أكمل التناسبات التالية مستعينًا بالشكل:



(أ) $\frac{أ}{ص} = \frac{جـ}{أ}$

(ب) $\frac{ي}{س} = \frac{ص}{ي}$

(جـ) $\frac{ب}{جـ} = \frac{س}{ب}$

(د) $\frac{ي}{أ} = \frac{س}{ب}$

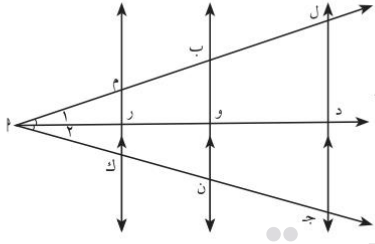
مدرستي الكويتية
school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

التناسبات والمثلثات المتشابهة
Proportions and Similar Triangles

المجموعة ١ تمارين أساسية

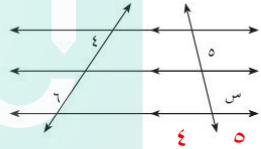
١ أكمل بحسب الشكل المبيّن علمًا بأن: ق(∠أ) = ق(∠ؤ).



(أ) $\frac{\text{جـ ك}}{\text{ك أ}} = \frac{\text{م ل}}{\text{م أ}}$ (ب) $\frac{\text{ن جـ}}{\text{ب ل}} = \frac{\text{ك ن}}{\text{م ب}}$ (جـ) $\frac{\text{أ ل}}{\text{د ل}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{جـ د}}$

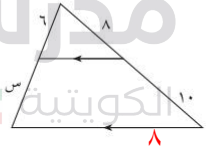
٢ أوجد قيمة س.

(أ)



$\frac{٥}{س} = \frac{٤}{٦}$ ، س = ٧.٥

(ب)



$\frac{٦}{س} = \frac{٨}{١٠}$ ، س = ٧.٥

(جـ)

$\frac{\text{س}}{٥} = \frac{١٢}{١٠}$ ، س = ٦

٣ طولا ضلعي القائمة في مثلث قائم الزاوية ٦٠ سم، ٨٠ سم. أوجد طولي القطعتين اللتين ينقسم إليهما الوتر بمنصف الزاوية القائمة.

$\frac{\text{س}}{١٠٠ - \text{س}} = \frac{٦٠}{٨٠}$ ، ٨٠ س = ٦٠٠٠ − ٦٠ س

س ≈ ٤٣ سم ، ص ≈ ٥٧ سم

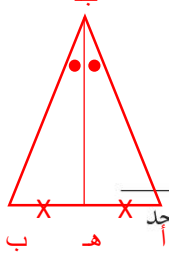
٤* رسم كريم المثلث أ ب جـ فوجد أن منصف الزاوية جـ ينصف الضلع المقابل لهذه الزاوية.

(أ) ارسم مثلثًا له مواصفات مثلث كريم نفسه.

أ جـ = جـ ب

(ب) ما نوع هذا المثلث؟ فسّر إجابتك.

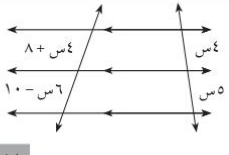
مثلث متطابق الضلعين لأن $\frac{\text{أ هـ}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{جـ ب}} = ١$



٥ منصف إحدى زوايا مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين طولها ٥ سم ، ٣ سم. إذا كان طول أحد ضلعي المثلث يساوي ٧,٥ سم. فأوجد كل الأطوال الممكنة للضلع الآخر.

$\frac{٥}{٣} = \frac{٧.٥}{\text{س}}$ ، س = ٤.٥ سم ، $\frac{٥}{٣} = \frac{\text{ص}}{٧.٥}$ ، ص = ١٢.٥ سم

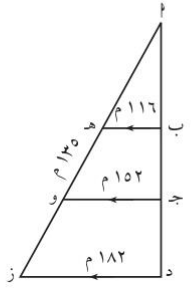
٦ في الشكل أوجد قيمة س.



$\frac{٤ \text{ س}}{٥ \text{ س}} = \frac{٤ \text{ س} + ٨}{٦ \text{ س} - ١٠}$ ، س = ٢٠

مدرستي الكويتية
school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية



١ في الشكل المقابل، أوجد:

(أ) أهـ

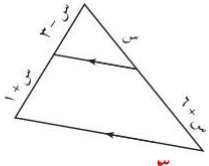
$\frac{\text{أهـ}}{\text{أهـ} + 135} = \frac{116}{152}$ ، ١٥٢ أهـ = ١١٦ أهـ + ١٥٦٦ ، أهـ = ٤٣٥ م

(ب) وز

$\frac{570}{570 + \text{وز}} = \frac{152}{182}$ ، ٨٦٦٤٠ + ١٥٢ وز = ١٠٣٧٤٠ ، وز = ١١٢.٥م

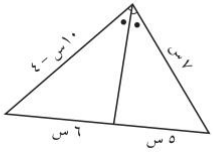
٢ أوجد قيمة س.

(أ)



$\frac{\text{س}}{\text{س} + 6} = \frac{\text{س} - 3}{\text{س} + 1}$ ، س = ٩

(ب)

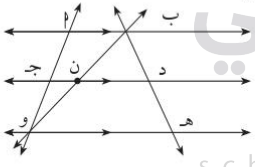


$\frac{\text{س}7}{\text{س}10 + 4} = \frac{\text{س}5}{\text{س}6}$ ، $\text{س} = \frac{5}{2} = 2.5$

٣* أثبت صحة النتيجة التالية: (مستخدمًا نظرية المستقيم الموازي لقاعدة المثلث).

إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أب}} // \overleftrightarrow{\text{جـ د}} // \overleftrightarrow{\text{وهـ}}$ ، فإن $\frac{\text{أجـ}}{\text{جـ و}} = \frac{\text{ب د}}{\text{د هـ}}$.

إرشاد: ارسم $\overleftrightarrow{\text{ب و}}$ يقطع $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ في نقطة ن.



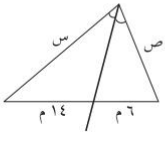
$\frac{\text{ب ن}}{\text{ن و}} = \frac{\text{ب د}}{\text{و هـ}}$ ← ٢ من ١ ، ٢

$\frac{\text{أجـ}}{\text{جـ و}} = \frac{\text{ب د}}{\text{و هـ}}$ ← ١

٤ **مساح الأراضي:** قطعة أرض على شكل مثلث محيطها ٦٠ م.

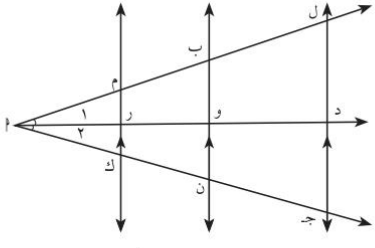
إذا كان شريط المساح (الذي يقيس الأرض) ينصف إحدى زوايا المثلث كما في الشكل.

فأوجد طولي الضلعين: س، ص.



$\frac{6}{14} = \frac{\text{ص}}{60 - \text{ص}}$ ، ص = ١٨ م ، س = ٤٢م

٥ أكمل بحسب الشكل المبيّن علمًا بأن: ق(أ) = ق(ب).



(أ) $\frac{\text{أم}}{\text{م ب}} = \frac{\text{أك}}{\text{ك ن}}$

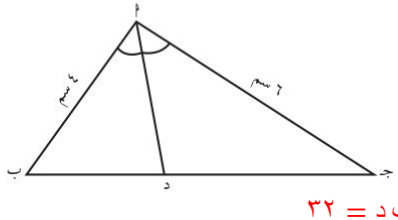
(ب) $\frac{\text{ب و}}{\text{أب}} = \frac{\text{ون}}{\text{أ ن}}$

(جـ) $\frac{\text{أل}}{\text{أب}} = \frac{\text{أجـ}}{\text{أ ن}}$

٦ في المثلث أب جـ، $\overline{\text{أد}}$ منصف $\hat{\text{أ}}$.

إذا كان أب = ٤ سم، أجـ = ٦ سم، ب جـ = ٨ سم.

فأوجد دجـ، دب.



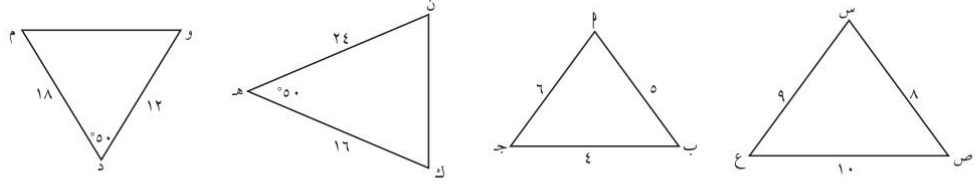
$\frac{4}{\text{د}} = \frac{6}{8 - \text{ب د}}$ ، ٦ ب د = ٣٢ − ٤ ب د ، ١٠ ب د = ٣٢

ب د = ٣.٢ سم ، د جـ = ٤.٨ سم

مدرستي الكويتية school-kw.com

مراجعة الوحدة الرابعة

(١) أي زوج من المثلثات متشابه؟

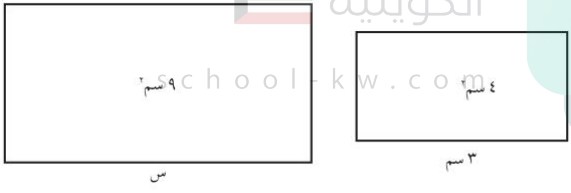


(أ) (ب) (جـ) (د)

(٢) إذا نصفت زاوية أ بالمنصف $\overleftrightarrow{أد}$ في Δأب جـ، فإنّ التناسب الصحيح فيما يلي هو:

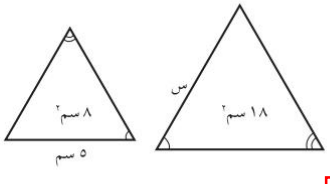
(أ) $\frac{أب}{جد} = \frac{أجـ}{ب د}$ (ب) $\frac{أب}{ب جـ} = \frac{أجـ}{جـ د}$ (جـ) $\frac{أب}{أجـ} = \frac{ب د}{جـ د}$ (د) $\frac{أب}{أجـ} = \frac{ب جـ}{جـ د}$

(٣) إذا علمت أن المستطيلين التاليين متشابهين فإن س تساوي:



(أ) ٤ سم (ب) ٥ سم (جـ) $\frac{٩}{٢}$ سم (د) $\frac{٩}{٤}$ سم

(٤) في الشكل المقابل قيمة س هي:

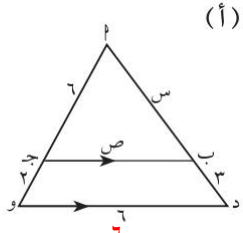


(أ) ٧ سم (ب) ٨ سم (جـ) $\frac{١٥}{٢}$ سم (د) $\frac{١٥}{٤}$ سم

مدرستي الكويتية
school-kw.com

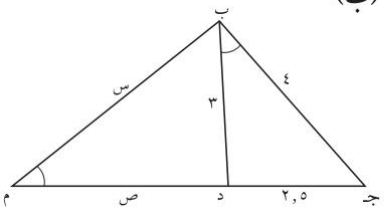
٥ أوجد س، ص.

(أ)



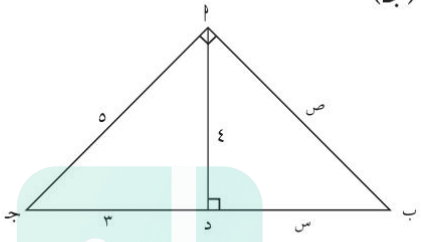
$\frac{س}{٣} = \frac{٦}{٢}$ ، س = ٩ $\quad \frac{ص}{٦} = \frac{٦}{٨}$ ، ص = ٤.٥

(ب)



$\frac{س}{٢.٥} = \frac{ص}{٣}$ ، ص = ٣.٦ $\quad \frac{س}{٤} = \frac{٣}{٢.٥}$ ، س = ٤.٨

(جـ)

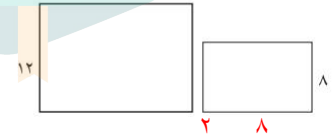


$٢٥ = ٣ \times (س + ٣)$ ، $س = \frac{١٦}{٣}$

$ص^{٢} = \frac{١٦}{٣} \times \frac{٢٥}{٣}$ ، $ص = \frac{٢٠}{٣}$

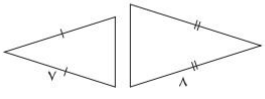
٦ أوجد النسبة بين مساحتي الشكلين المتشابهين في كل مما يلي:

(أ)



نسبة التشابه $= \frac{٨}{١٢} = \frac{٢}{٣}$ النسبة بين المساحتين $= \frac{٤}{٩}$

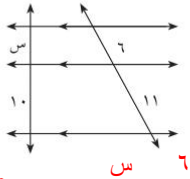
(ب)



نسبة التشابه $= \frac{٧}{٨}$ النسبة بين المساحتين $= \frac{٤٩}{٦٤}$

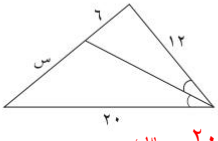
٧ أوجد س.

(أ)



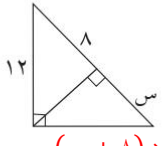
$\frac{س}{١٠} = \frac{٦}{١١}$ ، س ≈ ٥.٤٥

(ب)



$\frac{٢٠}{١٢} = \frac{س}{٦}$ ، س = ١٠

(جـ)

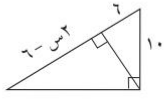


$١٢^{٢} = ٨ \times (٨ + س)$

١٤٤ = ٦٤ + ٨ س

٨ س = ٨٠ $\quad$ س = ١٠

(د)



$١٠^{٢} = ٦ \times (٦ + ٢ س - ٦)$

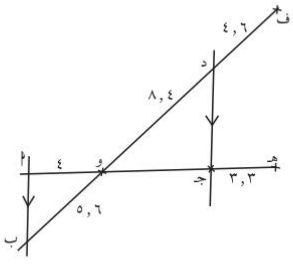
١٠٠ = ١٢ س $\quad$ س = ٨,٣٣

مدرستي
الكويتية
school-kw.com

تمارين إثرائيّة

١ في الشكل المقابل، $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{دجـ}$

هل المستقيمان $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{فهـ}$ متوازيان؟

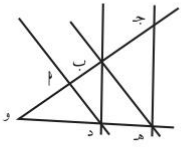


٢ و، أ، ب، جـ على استقامة واحدة.

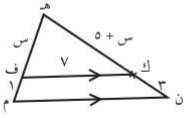
و، د، هـ على استقامة واحدة.

$\overleftrightarrow{أد} // \overleftrightarrow{بهـ}$ ، $\overleftrightarrow{بد} // \overleftrightarrow{جـهـ}$

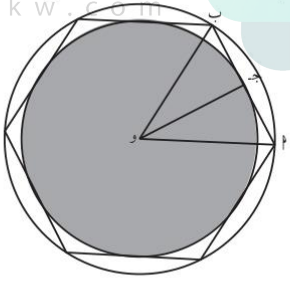
أثبت أن: $(وب)^{٢} = وأ \times وجـ$



٣ في الشكل المقابل، أوجد قيمة س. ثم وضح هل المثلث هـ ف ك قائم الزاوية.



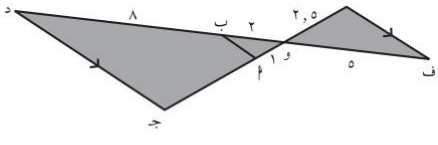
٤ هل يمكن إيجاد النسبة بين مساحتي الدائرتين، علمًا أن المضلع السداسي هو مضلع منتظم؟



٥ المعطيات: $\overleftrightarrow{فهـ} // \overleftrightarrow{جـد}$

ب د = ٤ × ب و.

السؤال: هل جـ د = ٤ أ ب؟

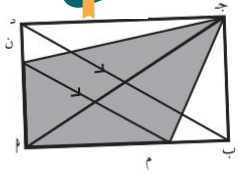


مدرستي الكويتية
school-kw.com

$\frac{\text{مساحة } \triangle \text{ أ جـ م}}{\text{مساحة } \triangle \text{ أ جـ ن}} = \frac{\frac{1}{2} \times \text{أ م} \times \text{أ جـ} \times \text{جا س}}{\frac{1}{2} \times \text{أ ن} \times \text{أ جـ} \times \text{جا ص}} = \frac{\text{أ م}}{\text{أ ن}} \times \frac{\text{جـ}}{\text{جـ}}$

(٦) في المستطيل أ ب جـ د، $\overline{\text{ن م}} \parallel \overline{\text{ب د}}$.

قارن بين مساحتي المثلثين أ جـ م، أ جـ ن.



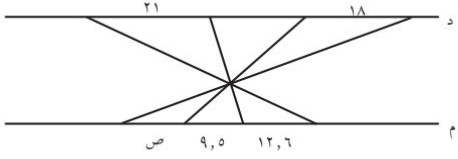
بما أن $\frac{\text{أ م}}{\text{أ ن}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ د}}$

∴ النسبة بين المساحتين $= \frac{\text{أ ب} \times \text{ظا س}}{\text{أ د}}$

بما أن ظا س $= \frac{\text{جـ ب}}{\text{أ ب}}$ النسبة بين المساحتين $= \frac{\text{أ ب}}{\text{أ د}} \times \frac{\text{جـ ب}}{\text{أ ب}} = ١$

(٧) المستقيمان: د، م متوازيان.

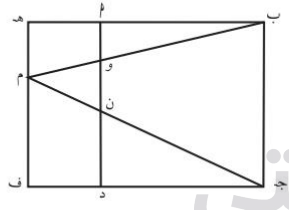
أوجد قيمة ص.



$\frac{١٨}{\text{ص}} = \frac{٢١}{١٢.٦}$ ص $= ١٠.٨$

(٨) في الشكل، أ ب جـ د مربع، ب جـ ف هـ مستطيل.

أثبت أن مساحة المثلث م ن و لا تتغير عندما يتغير موقع م على $\overline{\text{ف هـ}}$.



$\triangle$ م و ن ~ $\triangle$ م ب جـ نسبة التشابه $= \frac{\text{م و}}{\text{م ب}}$

لكن $\frac{\text{م و}}{\text{م ب}} = \frac{\text{هـ أ}}{\text{هـ ب}}$

النسبة $\frac{\text{هـ أ}}{\text{هـ ب}}$ ثابته لا توقف على موقع م على $\overline{\text{ف هـ}}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

مدرستي الكويتية
school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

الأنماط الرياضيّة والمتتاليات (المتتابعات)
Mathematical Patterns and Sequences

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١، ٢) اكتشف النمط ثم اكتب الحدين التاليين.

(١) ٨٠، ٧٧، ٧٤، ٧١، ٦٨، ...

٦٥ ، ٦٢

(٢) ٤، ٨، ١٦، ٣٢، ٦٤، ...

١٢٨ ، ٢٥٦

في التمرينين (٣، ٤) اكتب صيغة ارتداديّة لكل متتالية، ثم أوجد الحد التالي.

(٣) (-٢، -١، ٠، ١، ٢، ...) $ح_ن = ح_{ن-١} + ١$ ، $ح_١ = -٢$ ، الحد التالي ٣

(٤) $(١٤٤، ٣٦، ٩، \frac{٩}{٤}، ...)$ $ح_ن = ح_{ن-١} \div ٤$ ، $ح_١ = ١٤٤$ ، الحد التالي $= \frac{٩}{١٦}$

مدرستي الكويتية
school-kw.com

في التمرينين (٥، ٦) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية. ثم أوجد $ح_{١٢}$.

(٥) (٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ...) $ح_ن = ٣ + ن$ $ح_{١٢} = ١٥$

(٦) (٤، ٧، ١٠، ١٣، ١٦، ...) $ح_ن = ٣ن + ١$ $ح_{١٢} = ٣٧$

في التمارين (٧-٩) حدّد ما إذا كان كل مما يلي صيغة ارتداديّة أو صيغة صريحة. ثم أوجد الحدود الثلاثة الأولى.

(٧) $ح_ن = ٢ح_{ن-١} + ٣$، $ح_١ = ٣$ ارتدادية $ح_١ = ٣$ ، $ح_٢ = ٩$ ، $ح_٣ = ٢١$

(٨) $ب_ن = \frac{١}{٢} ن (ن - ١)$ صريحة $ح_١ = ٠$ ، $ح_٢ = ١$ ، $ح_٣ = ٣$

(٩) $ك_ن = ٢ن^٢ + ١$ صريحة $ح_١ = ٣$ ، $ح_٢ = ٩$ ، $ح_٣ = ١٩$

مدرستي الكويتية school-kw.com

(١٠) **الكتابة في الرياضيّات:** اشرح الفرق بين الصيغة الارتداديّة والصيغة الصريحة.

الصيغة الصريحة لا تعتمد على الحدود السابقة وتعتمد على رتبة الحد فقط أما الصيغة الارتدادية تعتمد على الحدود السابقة .

(١١) **السؤال المفتوح**

(أ) اكتب أربعة حدود من متتالية حقيقية يمكن وصفها بأنها ارتداديّة وصريحة معًا.

١٠ ، ٢٠ ، ٤٠ ، ٨٠

(ب) اكتب صيغة ارتداديّة وصيغة صريحة للمتتالية التي اخترتها.

$ح_{ن} = ١٠ \times ٢^{ن-١}$ $ح_{ن} = ٢ ح_{ن-١}$ $ح_{١} = ١٠$

(جـ) أوجد الحد السادس باستخدام كلًّا من الصيغتين.

$ح_{٦} = ١٠ \times ٢^{٥} = ٣٢٠$، $ح_{٦} = ١٠ + ٢٠ + ٤٠ + ٨٠ + ١٦٠ = ٣٢٠$

(١٢)* **الهندسة:** تشكل الأعداد المثلثة متتالية. يمثّل المخطط

أوّل ٣ أعداد مثلثة: ١، ٣، ٦

(أ) أوجد العدد المثلث السادس.

$ح_{١} = ١$ $ح_{٢} = ٣$ $ح_{٣} = ٦$ $ح_{٤} = ١٠$ $ح_{٥} = ١٥$ $ح_{٦} = ٢١$

(ب) هل الصيغة الصريحة: $ح_{ن} = \frac{١}{٢}(ن^{٢} + ن)$ تصلح لهذه المتتالية؟ اشرح.

$ح_{ن} = ح_{ن-١} + ن$

(١٣)* **تفكير ناقد:** في الصيغة $ح_{ن} = ح_{ن-١} + ٣$، هل يمكنك إيجاد الحد الرابع $ح_{٤}$؟ اشرح.

لا يمكن إلا إذا وجد الحد الأول في المعطيات

مدرستي الكويتية school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) اكتشف النمط ثم اكتب الحدين التاليين.

(١) ٤، -٨، ١٦، -٣٢، ٦٤، ... -١٢٨ ، ٢٥٦

(٢) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{١٦}$ ، $\frac{١}{٣٢}$ ، $\frac{١}{٦٤}$ ، $\frac{١}{١٢٨}$

في التمرينين (٣، ٤) اكتب صيغة ارتداديّة لكل متتالية. ثم اكتب الحد التالي.

(٣) (٤٣، ٤١، ٣٩، ٣٧، ٣٥، ...)
$ح_ن = ح_{ن-١} - ٢$ ، $ح_١ = ٤٣$ الحد التالي = ٣٣

(٤) (٤٠، ٢٠، ١٠، ٥، $\frac{٥}{٢}$، ...)
$ح_ن = ح_{ن-١} \div ٢$ ، $ح_١ = ٤٠$ الحد التالي = $\frac{٥}{٤}$

في التمرينين (٥، ٦) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية. ثم أوجد $ح_٨$.

(٥) $(\frac{١}{٢}، \frac{١}{٣}، \frac{١}{٤}، \frac{١}{٥}، \frac{١}{٦}، ...)$ $ح_ن = \frac{١}{ن+١}$ ، $ح_٨ = \frac{١}{٩}$

(٦) (٣، ٧، ١١، ١٥، ١٩، ...) $ح_ن = ٤ن - ١$ ، $ح_٨ = ٣١$

في التمارين (٧-٩) حدّد ما إذا كانت كل صيغة ارتداديّة أم صريحة. ثم أوجد الحدود الثلاثة الأولى.

(٧) $ح_ن = (ن - ٥)(ن + ٥)$ صريحة $ح_١ = -٢٤$ ، $ح_٢ = -٢١$ ، $ح_٣ = -١٦$

(٨) $ل_ن = -٣ل_{ن-١}$ ، $ل_١ = -٢$ ارتدادية $ح_١ = -٢$ ، $ح_٢ = ٦$ ، $ح_٣ = -١٨$

(٩) $ح_ن = -٤ن^٢ - ٢$ صريحة $ح_١ = -٦$ ، $ح_٢ = -١٨$ ، $ح_٣ = -٣٨$

في التمرينين (١٠-١١) استخدم الصيغة المعطاة لكتابة الحدين الرابع والخامس في كل متتالية.

(١٠) $ح_١ = -١$ ، $ح_ن = (ح_{ن-١})^٢ + ١$ $ح_٤ = ح_٣^٢ + ١ = ٢٦$ ، $ح_٥ = ح_٤^٢ + ١ = ٦٧٧$

(١١) $ح_ن = (ن + ١)^٢$ $ح_٤ = ٥^٢ = ٢٥$ ، $ح_٥ = ٦^٢ = ٣٦$

في التمرينين (١٢، ١٣) أجب بصح أو بخطأ.

(١٢) الحد النوني للمتتالية (٦، ٨، ١٢، ...) هو $ح_ن = ٢ن$

(١٣) الحد العاشر للمتتالية (٢، ٤، ٨، ١٦، ...) هو ١٠٢٤

(١٤)* ناتج جمع الحد الثاني لمتتالية صيغتها الارتداديّة $ح_ن = ٢ح_{ن-١} + ١$ ، $ح_١ = -٥$ مع الحد الثاني لمتتالية صيغتها الارتداديّة $ح_ن = -ح_{ن-١} + ٣$ ، $ح_١ = -٣$ هو:

(أ) ١٥ (ب) ٢ (جـ) +٣ (د) -٣

(١٥)* الصيغة الارتداديّة للمتتالية التي صيغتها الصريحة $ح_ن = (ن + ١)^٢$ هي:

(أ) $ح_ن = (ح_{ن-١} + ١)^٢$ ، $ح_١ = ١$

(ب) $ح_ن = (ح_{ن-١} + ١)^٢$ ، $ح_١ = ٤$

(جـ) $ح_ن = ح_{ن-١} + ٤$ ، $ح_١ = ٤$

(د) $ح_ن = (ح_{ن-١})^٢ + ١$ ، $ح_١ = ٤$

مدرستي الكويتية school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

المتتالية الحسابيّة
Arithmetic Sequence

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١، ٢) هل المتتالية المعطاة حسابيّة؟ إذا كانت كذلك حدّد الأساس.

(١) (١، ٤، ٩، ١٦، ...) ليست حسابية

(٢) (-٢١، -١٨، -١٥، -١٢، ...) حسابية د = ٣

في التمرينين (٣، ٤) في كل متتالية حسابيّة أوجد الحد الثاني والثلاثون.

(٣) (٣٤، ٣٧، ٤٠، ٤٣، ...) $ح_{٣٢} = ٣٤ + ٣١ \times ٣ = ١٢٧$

(٤) (٢١٣، ٢٠١، ١٨٩، ١٧٧، ...) $ح_{٣٢} = ٢١٣ + ٣١ \times ٣ = ٥٠٣$

في التمرينين (٥، ٦) أوجد س في كل متتالية حسابيّة.

(٥) (-١٦، س، ١، ...) $س = \frac{١ - ١٦}{٢} = -٧.٥$

(٦) $(\frac{١٣}{٢}، س، \frac{٥١}{٢}، ...)$ $س = (\frac{١٣}{٢} + \frac{٥١}{٢}) \div ٢ = ١٦$

في التمرينين (٧، ٨) أوجد الوسط الحسابي.

(٧) $ح_{ن-١} = ٧، ح_{ن+١} = ١$ الوسط $= \frac{٧ + ١}{٢} = ٤$

(٨) $ح_{ن-١} = \frac{٣}{٥}، ح_{ن+١} = ١$ الوسط $= (\frac{٣}{٥} + ١) \div ٢ = \frac{٤}{٥}$

(٩) تحليل الخطأ:

قال خالد أن الحد التالي في المتتالية (٠، ٢، ٤، ...) هو ٨. ما الخطأ الذي اقترفه؟

الحد التالي = ٦

(١٠) أوجد الحد السابع عشر من المتتالية الحسابية:

(أ) $ح_{١٦} = ١٨، س = ٥$ $ح_{١٧} = ١٨ + ٥ = ٢٣$

(ب) $ح_{١٨} = ١٨، س = -٤$ $ح_{١٧} = ١٨ - (-٤) = ٢٢$

في التمرينين (١١، ١٢)، لكل متتالية اكتب الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية.

(١١) (٠، ٦، ١٢، ١٨، ٢٤، ...)

الصريحة : $ح_ن = ٦ن$ الارتدادية $ح_ن = ح_{ن-١} + ٦$ $ح_١ = ٠$

(١٢) (-٤، -٨، -١٢، -١٦، ...)

الصريحة : $ح_ن = -٤ن$ الارتدادية $ح_ن = ح_{ن-١} - ٤$ $ح_١ = -٤$

في التمرينين (١٣، ١٤)، في كل متتالية حسابيّة أوجد الحد الأول $ح_١$ والأساس $د$.

(١٣) $ح_٣ = ٥$، $ح_٥ = ١١$، ... $ح_١ + ٢د = ٥$ $ح_١ + ٤د = ١١$ $٢د = ٦$ $د = ٣$ $ح_١ = -١$

(١٤) $ح_{١٠} = ١٧$، $ح_{١٤} = ٣٤$، ... $ح_١ + ٩د = ١٧$ $ح_١ + ١٣د = ٣٤$ $٤د = ١٧$ $د = \frac{١٧}{٤}$ $ح_١ = \frac{٥١}{٤}$

(١٥)* المتتالية الحسابيّة التي لا تتضمن حدًّا قيمته ٣٣ في ما يلي:

(أ) (١، ٥، ٩، ١٣، ...)

(ب) (١، ١١، ٢١، ...)

(جـ) (٣، ٩، ١٥، ...)

(د) (٨٥، ٧٢، ٥٩، ...)

(١٦) متتالية حسابيّة فيها الحد الأول يساوي ٢ والحد العاشر يساوي ٢٠ فإن مجموع الحدود العشرة الأولى منها يساوي:

(أ) ٢٢

(ب) ٥٥

(جـ) ١١٠

(د) ٢٢٠

في التمرينين (١٧، ١٨) أوجد مجموع حدود كل متتالية مما يلي: $ح_ن = ح_١ + (ن-١)د$، $جـ_ن = \frac{ن}{٢}(ح_١ + ح_ن)$، $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢ح_١ + (ن-١)د]$

(١٧) $(\frac{١}{٢}، \frac{٣}{٢}، \frac{٥}{٢}، ...، \frac{١٥}{٢})$ $جـ_٨ = \frac{٨}{٢}(\frac{١}{٢} + \frac{١٥}{٢}) = ٣٢$

(١٨) (-٣,٥، -٢,٥، -١، ...، ١٢,٢٥) $ن = ٨$ $جـ_٨ = \frac{٨}{٢}(-٣,٥ + ١٢,٢٥) = ٣٥$

(١٩) (أ) ما عدد حدود المتتالية: (١٠، ١٣، ١٦، ...، ٣١)؟ اشرح. $٣١ = ١٠ + (ن-١)٣$ $ن = ٨$

(ب) أوجد مجموع هذه الحدود. $جـ_٨ = \frac{٨}{٢}(١٠ + ٣١) = ١٤٦$

(٢٠) في متتالية حسابيّة $جـ_٨ = ٤٤٠$، الأساس $د = ٦$، أوجد $ح_١$.

$جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢ح_١ + (ن-١)د]$، $٤٤٠ = \frac{٨}{٢}[٢ح_١ + ٧ \times ٦]$، $١١٠ = ٢ح_١ + ٤٢$، $٢ح_١ = ٦٨$، $ح_١ = ٣٤$

(٢١) أوجد مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الحسابيّة (٥، ٧، ٩، ...).

$جـ_{١٠} = \frac{١٠}{٢}[٢ \times ٥ + ٩ \times ٢] = ١٤٠$

(٢٢) أوجد الحد الأربعون $ح_{٤٠}$ في المتتالية الحسابيّة حيث $ح_١ = ٤$، $جـ_{٣٠} = ٦٠٨٠$. ثم أوجد $ح_{٣٠}$.

$جـ_{٣٠} = \frac{٤٠}{٢}[٢ \times ٤ + ٣٩ \times د]$، $٦٠٨٠ = ٢٠(٨ + ٣٩د)$، $د = \frac{٢٩٦}{٣٩}$، $ح_{٣٠} = ٤ + ٢٩ \times \frac{٢٩٦}{٣٩} = \frac{٨٧٤٠}{٣٩}$

مدرستي الكويتية school-kw.com

$جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢ ح_١ + (ن - ١)د] = ٢٠ - [\frac{ن}{٢}[٢ \times ١٦ + (ن - ١) \times (-٤)]$

(٢٣) كم حدًّا يلزم أخذها بدءًا من الحدّ الأول من المتتالية الحسابيّة (١٦، ١٢، ٨، ...) ليكون مجموعها = ١٠ ؟

$-٤٠ = ن(٣٦ - ٤ن)$ ، $-٤٠ = ٣٦ن - ٤ن^٢$ ، $ن^٢ - ٩ن - ١٠ = ٠$ ، $(ن - ١٠)(ن + ١) = ٠$ ، $ن = ١٠$

(٢٤) مسرح مدرسي فيه ١٥ مقعدًا في الصف الأول وكان كل صف آخر يتسع لعدد من المقاعد يزيد عن الصف الذي يسبقه مباشرة بمقدار ٤ مقاعد. كم عدد المقاعد في هذا المسرح إذا كان يتسع لعدد ١٤ صفًا؟

$ح_١ = ١٥$ ، $د = ٤$ ، $جـ_ن = \frac{ن}{٢}[٢ ح_١ + (ن - ١) \times د]$ ، $جـ_{١٤} = \frac{١٤}{٢}(٢ \times ١٥ + ١٣ \times ٤) = ٥٧٤$ مقعد

(٢٥)* **التحدي:** $(ح_ن)$ متتالية حيث $جـ_ن = ح_١ + ح_٢ + ... + ح_ن = ٣ن^٢ + ٥ن$

(أ) أثبت أن $(ح_ن)$ متتالية حسابيّة.

(ب) أوجد $ح_{٢٠١٢}$

$\frac{ن}{٢}(ح_١ + ح_ن) = ٣ن^٢ + ٥ن$ ، $ح_ن = ٦ن + ١٠$ ، $ح_{ن+١} = ٦ن + ١٦$ ، $ح_{ن+١} - ح_ن = ٦$ ثابت

∴ $ح_ن$ متتالية حسابية ، $ح_١ = ٦ \times ١ + ١٠ - ٢$ ، $ح_١ = ١٦$ ، $ح_١ = ٨$

$ح_{٢٠١٢} = ٨ + ٢٠١١ \times ٦ = ١٢٠٧٤$

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) هل المتتالية المعطاة حسابيّة؟ إذا كانت كذلك حدّد الأساس.

(١) (١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨) ليست حسابية

(٢) (٣، ٧، ١١، ١٥، ١٩) حسابية د=٤

في التمرينين (٣، ٤) في كل متتالية حسابيّة أوجد الحد الثاني والثلاثون.

(٣) (١٠١، ١٠٥، ١٠٩، ١١٣، ...) ٢٢٥

(٤) (٣، ١، -١، -٣، ...) -٥٩

في التمرينين (٥، ٦) أوجد الحد الناقص في كل متتالية حسابيّة.

(٥) (١٠١، ٢٧، -١٥٥) $\frac{١٠١ + ١٥٥}{٢} = -٢٧$

(٦) (١٤، ٢١، ٢٨) $\frac{١٤ + ٢٨}{٢} = ٢١$

في التمرينين (٧، ٨) أوجد الوسط الحسابي.

(٧) $ح_{ن-١} = ١٠٠$ ، $ح_{ن+١} = ١٤٠$ $\frac{١٠٠ + ١٤٠}{٢} = ١٢٠$

(٨) $ح_{ن-١} = ر$ ، $ح_{ن+١} = ر + ز$ $\frac{ر + ر + ز}{٢} = \frac{٢ر + ز}{٢} = ر + \frac{ز}{٢}$

(٩) أوجد الحد السابع عشر من المتتالية: $ح_{١٨} = ١٨$ ، $ع = -١١$ ٢٩

مدرستي الكويتية school-kw.com

في التمرينين (١٠، ١١)، لكل متتالية حسابيّة اكتب الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية.

(١٠) (-٥، -٤، -٣، -٢، ...) الصريحة : ح$_ن$ = ن – ٦ ، الارتدادية : ح$_ن$ = ح$_{ن-١}$ + ١ ، ح$_١$ = -٥

(١١) (-٢، ٥، ١٢، ١٩، ...) الصريحة : ح$_ن$ = ٧ ن – ٩ ، الارتدادية : ح$_ن$ = ح$_{ن-١}$ + ٧ ، ح$_١$ = -٢

في التمرينين (١٢، ١٣) في كل متتالية حسابيّة أوجد الحد الأول ح$_١$ والأساس ء وفقًا للمعطيات التالية:

(١٢) ح$_٤$ = ٨ ، ح$_٧$ = ٢٠ ٨ = ح$_١$ + ٣ د ، ٢٠ = ح$_١$ + ٦ د ، ١٢ = ٣ د ، د = ٤ ح$_١$ = -٤

(١٣) ح$_٣$ = ٣٢ ، ح$_٧$ = -٨ ٣٢ = ح$_١$ + ٢ د ، -٨ = ح$_١$ + ٦ د ، ٤٠ = -٤ د ، د = -١٠ ح$_١$ = ٥٢

في التمرينين (١٤، ١٥) مجموع لحدود متتالية حسابيّة، أوجد هذا المجموع.

(١٤) ٥ + ١٣ + ٢١ + ... + ٦١

(١٥) (-١٣) + (-١٤,٥) + (-١٦) + ... + (-٢٣,٥)

(١٦) إذا كان ح$_١$ = -٦ ، جـ$_{٥٠}$ = -١٥٠ ٥ في متتالية حسابيّة. فأوجد ح$_{٥٠}$.ثم أوجد ح$_{٣٢}$

(١٧) في متتالية حسابيّة جـ$_{٣٠}$ = ٢٤٠ ، الأساس ء = -٢، أوجد ح$_١$

(١٨) أوجد مجموع العشرين حدًّا الأولى من المتتالية الحسابيّة (٢٠، ١٦، ١٢، ...) جـ$_{٢٠}$ = $\frac{٢٠}{٢}$ [٢ × ٢٠ + ١٩ × -٤] = -١٨٠

*(١٩) إذا كان مجموع ن حدًّا الأولى من متتالية حسابيّة هو $\frac{ن}{٢}$ (٤٩ – ٣ن)، أوجد المتتالية ثم احسب قيمة ن التي تجعل هذا المجموع يساوي ٣٠

(٢٠) أدخل ثمانية أوساط حسابيّة بين العددين ٥، ٣٢.

ح$_١$ = ٣٢ ، ٥ + ٩ × د = ٣٢ ، د = ٣ ، المتتالية (٥ ، ٨ ، ١١ ، ١٤ ، ١٧ ، ٢٠ ، ٢٣ ، ٢٦ ، ٢٩ ، ٣٢ ...)

(٢١) أدخل ستة أوساط حسابيّة بين العددين -٣، $\frac{١}{٢}$.

ح$_٨$ = ٠.٥ ، -٣ + ٧ د = ٠.٥ ، د = ٠.٥ ، المتتالية (-٣ ، -٢.٥ ، -٢ ، -١.٥ ، -١ ، -٠.٥ ، ٠ ، $\frac{١}{٢}$ ، ...)

الاختيار من متعدد: في التمرينين (٢٢، ٢٣) اختر الإجابة الصحيحة:

(٢٢) في المتتالية الحسابية (٤، ١، -٢، ...) رتبة الحد الذي قيمته -٢٣ هي:

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٠ (د) ١٢

(٢٣) إذا أدخلنا ثلاثة أوساط حسابية بين العددين ٥، ٢١ فإن هذه الأوساط هي:

(أ) ١٠، ١٤، ١٨ (ب) ٩، ١٣، ١٧

(جـ) ٨، ١٢، ١٦ (د) ٩، ١٤، ١٩

١٤ – ٦١ = ٥ + (ن – ١) × ٨ ، ن = ٨ ، جـ$_ن$ = $\frac{ن}{٢}$ (ح$_١$ + ح$_ن$) = $\frac{٨}{٢}$ (٥ + ٦١) = ٢٦٤

١٥ – ن = ٨ ، جـ$_٨$ = -١٤٦

١٧ – جـ$_ن$ = $\frac{ن}{٢}$ [٢ح$_١$ + (ن – ١) د] ، ٢٤٠ = $\frac{٣٠}{٢}$ [٢ ح$_١$ + ٢٩ × -٢] ، ح$_١$ = ٣٧

مدرستي الكويتية school-kw.com

التاريخُ الهجريُّ: ..... التاريخُ الميلاديُّ: .....

المتتالية الهندسيّة
Geometric Sequence

المجموعة أ تمارين أساسية

في التمرينين (١، ٢) هل المتتاليات الآتية هندسيّة؟ إذا كانت كذلك أوجد الأساس.

١) (١، ٢، ٤، ٨، ١٦) متتالية هندسية ر = ٢

٢) (١، -١، ١، -١، ١) متتالية هندسية ر = -١

في التمرينين (٣-٤) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية هندسيّة. ثم اكتب الحدود الأربعة الأولى.

٣) $ح_١ = ٥$، $ر = -٣$ $ح_ن = ٥ \times (-٣)^{ن-١}$، $ح_٢ = ٥ \times (-٣) = -١٥$، $ح_٣ = ٥ \times (-٣)^٢ = ٤٥$، $ح_٤ = ٥ \times (-٣)^٣ = -١٣٥$

٤) $ح_١ = \frac{١}{٢}$، $ر = \frac{٢}{٣}$ $ح_ن = \frac{١}{٢} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن-١}$، $ح_٢ = \frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣} = \frac{١}{٣}$، $ح_٣ = \frac{١}{٢} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^٢ = \frac{٢}{٩}$، $ح_٤ = \frac{١}{٢} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^٣ = \frac{٤}{٢٧}$

في التمرينين (٥، ٦) أوجد قيمة س في المتتالية الهندسيّة.

٥) $(\frac{٢}{٥}، س، \frac{٨}{٤٥}، \frac{١٦}{١٣٥})$ $س = \frac{٢}{٥} \times \frac{٨}{٤٥} = \sqrt{\frac{١٦}{١٣٥}} = \frac{٤}{١٥}$

٦) (٩١٨٠، س، ٢٥٥، ...) $س = \sqrt{٢٥٥ \times ٩١٨٠} = ١٥٣٠$

في التمارين (٧-٩) حدّد ما إذا كانت المتتالية حسابيّة أم هندسيّة. ثم أوجد الحد التالي.

٧) (٤٥، ٩٠، ١٨٠، ٣٦٠، □) هندسية الحد التالي ٧٢٠

٨) (٣٠، ٣٥، ٤٠، ٤٥، □) حسابية الحد التالي ٥٠

٩) (١٥، ١١، ٧، ٣، □) حسابية الحد التالي ١ -

في التمرينين (١٠، ١١) في المتتالية الهندسيّة (٣، ١٢، ٤٨، ١٩٢، ...) أوجد:

١٠) الحد الخامس. $ح_٥ = ٣ \times ٤^٤ = ٧٦٨$

١١) الحد النوني. $ح_ن = ٣ \times ٤^{ن-١}$

في التمرينين (١٢، ١٣) أوجد الحد العاشر في كل متتالية هندسيّة.

(١٢) $ح_٩ = ٨$، $ر = \frac{١}{٢}$ $\quad ح_{١٠} = ٨ \times \frac{١}{٢} = ٤$

(١٣) $ح_٩ = -٥$، $ر = -\frac{١}{٢}$ $\quad ح_{١٠} = -٥ \times \frac{-١}{٢} = \frac{٥}{٢}$

(١٤) **الكتابة في الرياضيّات:** صف التشابه والاختلاف بين أساس المتتالية الحسابيّة وأساس المتتالية الهندسيّة.

التشابه كلاهما ثابت الاختلاف، $د = ح_{ن+١} - ح_{ن}$، لكن $ر = ح_{ن+١} \div ح_{ن}$

(١٥) أوجد الحد الأول $ح_١$ للمتتالية الهندسيّة حيث $ح_٥ = ١١٢$، $ح_٧ = ٤٤٨$. $\quad ر = \pm ٢$ ، $ح_١ = ٧$

في التمرينين (١٦، ١٧) أوجد مجموع حدود المتتاليات الهندسيّة حيث:

(١٦) $ح_١ = ٣$، $ر = \frac{١}{٢}$ عدد الحدود = ٥ $\quad جـ_{ن} = ١٧ \times \frac{١ - ٠.٩^{٥}}{١ - ٠.٩} = ٦٩.٦١٦٧$

(١٧) $ح_١ = ٥٠$، $ر = ٠,٨$ عدد الحدود = ٩ $\quad جـ_{ن} = ٥٠ \times \frac{١ - ٠.٨^{٥}}{١ - ٠.٨} = ٢١٦.٤٤٥٥٦٨$

في التمارين (١٨-٢٠) أجب بصح أو خطأ.

(١٨) $(١، \frac{١}{٢}، \frac{١}{٣}، \frac{١}{٤}، \frac{١}{٥})$ متتالية هندسية

(١٩) متتالية هندسية فيها $ح_٩ = ٨$، $ر = \frac{١}{٢}$ فإن $ح_{١٠} = ٤$

(٢٠) في المتتالية الهندسية الموجبة الحدود (١٢، س، ٣، ...) تكون قيمة س هي ٦

الاختيار من متعدد: في التمارين (٢١-٢٣) اختر الإجابة الصحيحة:

(٢١) لتكن (٢٤٣، أ، ب، جـ، ١٩٦٨٣) متتالية هندسية فإن $ر =$

(أ) ٣ فقط (ب) ٣ أو -٣ (جـ) $\frac{١}{٣}$، $-\frac{١}{٣}$ (د) $-\frac{١}{٣}$ فقط

(٢٢) المتتالية الهندسية التي لا تتضمن حدًّا قيمته ١٠٠ هي:

(أ) (٥، ١٠، ٢٠، ...) (ب) (٥، ٣٣٧,٥، ٢٢٥، ١٥٠، ...)

(جـ) $ح_١ = ٥$ ، $ح_ن = ٢ ح_{ن-١}$ (د) $ح_ن = ٤ \times ٥^{ن}$

(٢٣) ناتج ضرب الوسط الهندسيّ السالب للعددين ٢، ٣٢ والوسط الهندسي السالب للعددين ١، ٤ هو:

(أ) -١٦ (ب) ١٦ (جـ) ٣٢ (د) ٢٥٦

مدرستي الكويتية
school-kw.com

المجموعة ب تمارين تعزيزية

في التمرينين (١، ٢) متتاليات هندسيّة أوجد الأساس والحد التالي.

(١) (١٠، ٤، ١,٦، ٠,٦٤، ...) ر = ٠,٤ الحد التالي : ٠,٢٥٦

(٢) (٧، ٧,٠، ٠,٠٧، ٠,٠٠٧، ...) ر = ٠,١ الحد التالي : ٠,٠٠٧

في التمرينين (٣، ٤) اكتب صيغة صريحة لكل متتالية هندسيّة وفقًا للمعطيات. ثم اكتب الحدود الأربعة الأولى.

(٣) $ح_١ = ١$ $ر = ٠,٥$ $ح_ن = ١ \times ٠,٥^{ن-١}$ $ح_٢ = ٠,٥$ $ح_٣ = ٠,٢٥$ $ح_٤ = ٠,١٢٥$

(٤) $ح_١ = ١٠٢٤$ $ر = ٠,٥$ $ح_ن = ١٠٢٤ \times ٠,٥^{ن-١}$ $ح_٢ = ٥١٢$ $ح_٣ = ٢٥٦$ $ح_٤ = ١٢٨$

في التمارين (٥-٧) حدّد ما إذا كانت المتتالية هندسيّة أو حسابيّة. ثم أوجد الحد التالي □ .

(٥) (٢٥، ٥٠، ٧٥، ١٠٠، □) حسابية د = ٢٥ ، الحد التالي ١٢٥

(٦) (-٥، ١٠، -٢٠، ٤٠، □) هندسية ر = -٢ ، الحد التالي -٨٠

(٧) (٢، ٢، ٢، □) هندسية اساسها ١ او حسابية اساسها ٠ ، الحد التالي ٢

في التمرينين (٨، ٩) في كل متتالية هندسيّة أوجد الحدود الناقصة □ علمًا بأن الأساس موجب.

(٨) (٥، ١٢، □، □، ٧٢، ...) ١٠ ، ٨ ، ٦,٤

(٩) (-٤، □، □، □، -٣٢٤، ...) -١٢ ، -٣٦ ، -١٠٨

في التمرينين (١٠، ١١) لديك المتتالية الهندسيّة (٣، ١٢، ٤٨، ١٩٢، ...) أوجد:

(١٠) الحد السابع ١٢٢٨٨

(١١) الحد السابع عشر $١,٣ \times ١٠^{١٠}$

في التمرينين (١٢، ١٣) أوجد الحد العاشر في كل متتالية هندسيّة.

(١٢) $ح_{١١} = ٨$، $ر = \frac{١}{٢}$ ١٦

(١٣) $ح_{١١} = -\frac{١}{٣}$، $ر = \frac{١}{٢}$ $\frac{-٢}{٣}$

(١٤) أوجد الحد الأول من المتتالية الهندسيّة حيث $ح_٩ = \frac{١}{٢}$ ، $ح_{١٢} = \frac{١}{١٦}$ $\frac{١}{٢} = ح_١ ر^٨$ $\frac{١}{٨} = ر^٣$ $ح_١ = ١٢٨$

$\frac{١}{١٦} = ح_١ ر^{١١}$ $ر = \frac{١}{٢}$

في التمرينين (١٥، ١٦) أوجد مجموع حدود المتتاليات الهندسيّة حيث:

(١٥) $ح_١ = ٤$ ، $ر = \frac{١}{٢}$ ، عدد الحدود = ٦ $ح_٦ = ٤ \times \frac{١-٤}{١-\frac{١}{٢}} = ٧,٨٧٥$

(١٦) $ح_١ = ٢٠$ ، $ر = ٠,٤$ ، عدد الحدود = ٧ $ح_٧ = ٢٠ \times \frac{١-٤}{١-٠,١} = ٦,٦٥٥٧٤٤$

تم تحميل الملف من
موقع مدرستي الكويتية

مدرستي
الكويتية
school-kw.com

ننصح بأفضل مذكرة
مذكرات النجاح

حمل تطبيق مدرستي الكويتية

Download on the App Store

GET IN ON Google Play

مدرستي الكويتية school-kw.com

مراجعة الوحدة الخامسة

في التمرينين (١، ٢) اكتب صيغة صريحة وصيغة ارتداديّة لكل متتالية ثم أوجد الحدّ التالي.

(١) (٧، ١٣، ١٩، ٢٥، ٣١، ☐)
ح$_{ن}$ = ح$_{ن-١}$ + ٦
ح$_{ن}$ = ٦ن + ١
الحد التالي : ٣٧

(٢) (١٠، ٢٠، ٤٠، ٨٠، ١٦٠، ☐)
ح$_{ن}$ = ٢× ح$_{ن-١}$
ح$_{ن}$ = ١٠ × ٢$^{ن-١}$

في التمارين (٣-٥) حدّد ما إذا كانت كل متتالية حسابيّة أو هندسيّة. ثم أوجد الحد العاشر، ج$_{١٠}$ الأولى.

(٣) (٢٣، ٢٧، ٣١، ٣٥، ٣٩، ...)
حسابية ح$_{١٠}$ = ٥٩ ح$_{١٠}$ = ٤١٠

(٤) (-١٢، -٥، ٢، ٩، ١٦، ...)
حسابية ح$_{١٠}$ = ١٢٠- ح$_{١٠}$ = ٦٦٠-

(٥) (-٥، ١٥، -٤٥، ١٣٥، -٤٠٥، ...)
هندسية ح$_{١٠}$ = -٥ × -٣ = ٩٨٤١٥ ح$_{١٠}$ = -٧٣٨١٢،٥

في التمرينين (٦، ٧) أوجد الوسط الحسابيّ.

(٦) ح$_{ن-١}$ = ٤ ، ح$_{ن+١}$ = ١٢ ☐ ٨

(٧) ح$_{٨}$ = -١١ ، ح$_{١٠}$ = ٢٣ ☐ ٦

(٨) **السؤال المفتوح**: اكتب متتالية حسابيّة. ثم اكتب صيغة صريحة لها.

في التمرينين (٩، ١٠) اكتب الحدود الخمسة الأولى في المتتالية الهندسيّة.

(٩) ح$_{١}$ = ٢، ر = -٢ ٢ ، -٤ ، ٨ ، -١٦ ، ٣٢

(١٠) ح$_{١}$ = ١٠٠، ر = $\frac{١}{٥}$ -١٠٠ ، ٢٠ ، -٤ ، ٠,٨ ، -٠,١٦

في التمرينين (١١، ١٢) اكتب الحدود الخمسة الأولى في المتتالية الحسابيّة.

(١١) ح$_{١}$ = ٣، ء = ٧ ٣ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٩ ، ٢٢

(١٢) ح$_{١}$ = ١٩، ء = -٤ ١٩ ، ١٥ ، ١١ ، ٧ ، ٣

في التمرينين (١٣، ١٤) أوجد الحد الناقص في ☐ للمتتالية الهندسيّة.

(١٣) (٢، ☐١، ٠,٥، $\frac{١}{٤}$)

(١٤) (٢، ☐٤، ٨، ١٦)

في التمرينين (١٥، ١٦) مجموع لحدود متتالية حسابيّة أو هندسيّة. أوجد المجموع.

(١٥) ٢ + ٧ + ١٢ + ... + ح$_{٨}$

(١٦) ٥٠٠٠ + ١٠٠٠ + ٢٠٠ + ... + ح$_{١٥}$
جـ$_{١٥}$ = $\frac{١-٠.٢}{١-٠.٢}$ × ٥٠٠٠ = ٦٢٥٠

(١٧)* إذا كانت ٦، س، ...، ٤س - ٣، ٣٦ متتالية حسابيّة فإن س تساوي:
جـ$_{٨}$ = $\frac{٨}{٢}$ [٢ × ٧ + ٥] = ١٥٦

(أ) ٣٣ (ب) ١٢ (جـ) ٩ (د) ٢١

(١٨) أدخل خمسة أوساط هندسيّة بين العددين $\frac{١}{٣}$، ٢٤٣
ر = ٣
الاوساط هي : ١ ، ٣ ، ٩ ، ٢٧، ٨١

(١٩) أدخل ستة أوساط هندسيّة بين العددين -$\frac{١}{٢}$، -٦٤ ر = ٢
الاوساط هي : -١ ، ٢- ، ٤- ، ٨- ، ١٦- ، ٣٢-

مدرستي الكويتية
school-kw.com

تمارين إثرائيّة

(١) $(ح_ن)$ متتالية حسابيّة حيث إن: $ح_{١٠} + ح_{١٢} + ح_{١٤} = ٣٣$، $ح_{١٠٠} = ٥٥$.
أوجد الحد الأول $ح_١$ والأساس $د$.
$٣ ح_١ + ٣٣ د = ٣٣$
$ح_١ + ٩٩ د = ٥٥$
$د = ٠,٥$ $ح_١ = ٥,٥$

(٢) $(ح_ن)$ متتالية هندسيّة جميع حدودها قيم سالبة وأساسها قيمة موجبة حيث
إن: $ح_١ \times ح_٣ = \frac{٤}{٩}$، $ح_١ + ح_٢ + ح_٣ = -\frac{١٩}{٩}$ $\quad -\frac{٤}{٩}$، $-\frac{٢}{٣}$، -١ $\quad ح_١ = \frac{-٤}{٩}$ $\quad ل = \frac{٣}{٢}$
أوجد الحد الأول $ح_١$ والأساس $ر$.

(٣) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية $أ$، ب، جـ تشكل على الترتيب متتالية حسابيّة حيث إن:
$أ + ب + جـ = ٣٩$ ؛ $أ^٢ + ب^٢ + جـ^٢ = ٥٢٥$ $\quad ١٠ ، ١٣ ، ١٦$

(٤) أوجد ثلاثة أعداد حقيقية $أ$، ب، جـ تشكل على الترتيب متتالية هندسيّة حيث إن:
$أ + ب + جـ = ٢١$ ؛ $أ + ب - جـ = ٢٧$ $\quad \frac{ب}{أ} = \frac{جـ}{ب} = م$ $\quad جـ = ٥م^٢$ $\quad ب = أ م$

(٥) $(ح_ن)$ متتالية معرفة بصيغة ارتدادية كما يلي: لكل $ن \geq ١$ $\quad \frac{أ(١+م+م^٢)}{أ(٢+م-م^٢)} = \frac{٢١}{٢٧}$ $\quad أ = ١٢$ ، $ب = ٦$ ، $جـ = ٣$
$ح_{ن+١} = ٢ح_ن + ٦$، $ح_١ = ٢$.
(أ) أوجد قيم $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، $ح_٤$ $\quad ح_٢ = ١٠$ ، $ح_٣ = ٢٦$ ، $ح_٤ = ٥٨$
(ب) لكل $ن \geq ١$ نأخذ المتتالية $(ع_ن)$ معرفة بصيغة ارتدادية كما يلي: $ع_ن = ح_ن + ٦$
١. أوجد قيم $ع_١$ ، $ع_٢$ ، $ع_٣$ ، $ع_٤$ $\quad ح_١ + ٦ = ٨$ ، $ح_٢ + ٦ = ١٦$ ، $ح_٣ + ٦ = ٣٢$ ، $ح_٤ + ٦ = ٦٤$
٢. أثبت أن $\frac{ع_{ن+١}}{ع_ن}$ قيمة ثابتة لكل قيم $ن \geq ١$، استنتج أن $(ع_ن)$ هي متتالية هندسيّة حدها الأول $ع_١$ وأساسها قيمة ثابتة. $\quad \frac{ع_{ن+١}}{ع_ن} = \frac{٢ ح_ن + ٦ + ٦}{ح_ن + ٦} = \frac{٢(ح_ن + ٦)}{ح_ن + ٦} = ٢$ ثابت
(جـ) أوجد الحد النوني $ع_ن$ بدلالة ن فقط.
(د) استنتج الحد النوني $ح_ن$ بدلالة ن فقط. الأساس $= ٢$ ، $\frac{ع_{ن+١}}{ع_ن}$ هي متتالية هندسية حدها الأول $ع_١$
جـ - $ع_ن = ٨ \times ٢^{ن-١}$
د - $ح_ن = ٨ \times ٢^{ن-١} - ٦$