(2 – 1) الأسس النسبية

الأمثلة

حاول أن تحل

الفهرس

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

a $-\sqrt[4]{81} = -\sqrt[4]{3^4} = -3$

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

b $\sqrt[4]{-81} =$ لا تنتمي إلى ح

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

c

$$\sqrt[4]{36\times108}=\sqrt[4]{2^2\times3^2\times2^2\times3^3}=$$

$$\sqrt[4]{2^4\times3^5}=\sqrt[4]{2^4\times3^4\times3}=$$

$$2\times3\sqrt[4]{3}=6\sqrt[4]{3}$$

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

d

$$\frac{\sqrt[5]{256}}{\sqrt[5]{8}}=\sqrt[5]{\frac{256}{8}}=\sqrt[5]{32}=\sqrt[5]{2^5}=2$$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

الفهرس

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

e $\sqrt[5]{32y^{10}} = \sqrt[5]{2^5(y^2)^5} = 2y^2$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

f $\sqrt[5]{-x^{20}} = -\sqrt[5]{(x^4)^5} = -(x^4) = -x^4$

الفهرس

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

g $\sqrt[5]{0.01024} = \sqrt[5]{\frac{1024}{100000}} = \sqrt[5]{\frac{2^{10}}{10^5}} =$

$$\sqrt[5]{\frac{(2^2)^5}{10^5}} = \frac{2^2}{10} = \frac{4}{10} = 0.4$$

1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

h $\sqrt[4]{81}+\sqrt[4]{729}=\sqrt[4]{3^4}+\sqrt[4]{3^6}$

$=\sqrt[4]{3^4}+\sqrt[4]{3^4\times3^2}$

$=3+3\sqrt[4]{3^2}$

$=3(1+\sqrt[4]{3^2})$

$=3(1+\sqrt{3})$

729	3
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

81	3
27	3
9	3
3	3
1	

(1) بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن

$$\sqrt[4]{\frac{16x^{25}}{y^{12}}} : x, y > 0$$

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$$\sqrt[4]{\frac{2^4(x^{24})(x)}{y^{12}}} = \sqrt[4]{\frac{2^4(x^6)^4(x)}{(y^3)^4}}$$

$$= 2\left|\frac{x^6}{y^3}\right|\sqrt[4]{x} = 2\frac{x^6}{y^3}\sqrt[4]{x}$$

(2) أكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية

a $$x^{\frac{1}{6}}, x \geq 0 = \sqrt[6]{x}, x \geq 0$$

b $$x^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{x^2}$$

c $$y^{-\frac{9}{8}}, y > 0 = \left(\frac{1}{y}\right)^{\frac{9}{8}} = \frac{1}{y^{\frac{9}{8}}} = \frac{1}{\sqrt[8]{y^9}} = \frac{1}{\sqrt[8]{(y^8)(y)}}$$

$$= \frac{1}{y\sqrt[8]{y}} : y > 0$$

(2) أكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية

d $$x^{1.5}, x \geq 0 = x^{\frac{3}{2}} = \sqrt{x^3} = \sqrt{(x^2)(x)} = x\sqrt{x} : x \geq 0$$

e $$x^{\frac{3}{4}}, x \geq 0 = \sqrt[4]{x^3}, x \leq 0$$

f $$7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2}$$

(2) أكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية

g $y^{3.2} = y^{\frac{32}{10}} = y^{\frac{16}{5}} = \sqrt[5]{y^{16}} = \sqrt[5]{(y^{15})(y)} = y^3 \sqrt[5]{y}$

h $x^{-\frac{2}{3}}, x \neq 0 = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} : x \neq 0$

(3) بسط كل من الأعداد التالية دون استخدام الحاسبة

a $64^{\frac{2}{3}} = \left(2^6\right)^{\frac{2}{3}} = 2^{6\times\frac{2}{3}} = 2^4 = 16$

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

b $(-32)^{-\frac{4}{5}} = \left(-2^5\right)^{-\frac{4}{5}} = \left(-2\right)^{5\times-\frac{4}{5}} =$

$$\left(-2\right)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

c $4^{1.5} = 4^{\frac{3}{2}} = \left(2^2\right)^{\frac{3}{2}} = 2^{2\times\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$

الفهرس

(4) أكتب كل عدد بالصورة الأسية :.

a $\sqrt{7x^3}, x \geq 0 = (7x^3)^{\frac{1}{2}}$

b $\sqrt{(7x)^3}, x \geq 0 = ((7x)^3)^{\frac{1}{2}} = (7x)^{\frac{3}{2}}$

c $(\sqrt{7x})^3, x \geq 0 = \sqrt{(7x)^3}, x \geq 0 = ((7x)^3)^{\frac{1}{2}} = (7x)^{\frac{3}{2}}$

(4) أكتب كل عدد بالصورة الأسية :.

d $$\sqrt[3]{(5xy)^6} = (5xy)^{\frac{6}{3}} = (5xy)^2$$

e $$\sqrt[4]{81x^3} = \sqrt[4]{3^4 x^3} = 3x^{\frac{3}{4}}$$

f $$\sqrt{0.0049t^{52}} = \sqrt{\frac{49}{10000}t^{52}} = \sqrt{\frac{7^2}{10^4}t^{52}} =$$

$$\frac{7}{10^2}\left|t^{26}\right| = \frac{7}{10^2}t^{26}$$

(4) أكتب كل عدد بالصورة الأسية :.

g $\sqrt[5]{(1024)^3} = \sqrt[5]{(2^{10})^3} = \sqrt[5]{2^{30}} =$

$2^{\frac{30}{5}} = 2^6$

1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

(5) بسط كلاً مما يلي:.

a

$$2\sqrt[4]{16^3} = 2\sqrt[4]{(2^4)^3} = 2\sqrt[4]{2^{12}} =$$

$$2 \times 2^{\frac{12}{4}} = 2 \times 2^3 = 2^4 = 16$$

16	2
8	2
4	2
2	2
1	

b

$$\sqrt[3]{(-27)^{-4}} = \sqrt[3]{\left((-3)^3\right)^{-4}} = \sqrt[3]{\left((-3)\right)^{-12}} =$$

$$(-3)^{\frac{-12}{3}} = (-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4}$$

$$\frac{1}{(3)^4} = \frac{1}{81}$$

27	3
9	3
3	3
1	

(5) بسط كلاً مما يلي:.

c $\sqrt[5]{-243} = -\sqrt[5]{3^5} = -3$

243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

d $(x^{\frac{2}{7}})(x^{\frac{3}{14}}), x \geq 0$

$$(x^{\frac{2}{7}})(x^{\frac{3}{14}}) = x^{\frac{2}{7}+\frac{3}{14}} = x^{\frac{4}{14}+\frac{3}{14}} = x^{\frac{7}{14}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

(5) بسط كلاً مما يلي:.

e

$$x^{\frac{3}{5}} \div x^{\frac{1}{10}}, x \geq 0$$

$$x^{\frac{3}{5}} \div x^{\frac{1}{10}} = x^{\frac{3}{5}-\frac{1}{10}} = x^{\frac{6}{10}-\frac{1}{10}} = x^{\frac{5}{10}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

f

$$\frac{(x^{\frac{2}{3}})(y^{-\frac{1}{4}})}{(x^{\frac{1}{2}})(y^{-\frac{1}{2}})}, x, y \geq 0$$

$$x^{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}} \bullet y^{-\frac{1}{4}-(-\frac{1}{2})} = x^{\frac{4}{6}-\frac{3}{6}} \bullet y^{-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{6}} \bullet y^{\frac{1}{4}}$$

$$= \sqrt[6]{x} \bullet \sqrt[4]{y}$$

(5) بسط كلاً مما يلي:.

g $\dfrac{x^{\frac{1}{2}} \bullet y^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{3}{4}} \bullet y^{-\frac{1}{2}}}, x, y \geq 0$

$$x^{\frac{1}{2}-(-\frac{3}{4})} \bullet y^{-\frac{1}{3}-(-\frac{1}{2})} = x^{\frac{2}{4}+\frac{3}{4}} \bullet y^{-\frac{2}{6}+\frac{3}{6}} = x^{\frac{5}{4}} \bullet y^{\frac{1}{6}} =$$

$$\sqrt[4]{x^5} \bullet \sqrt[6]{y} = x\sqrt[4]{x} \bullet \sqrt[6]{y} =$$

(5) بسط كلاً مما يلي:.

h $\left(\left(3^{\frac{3}{2}}x^{-\frac{1}{2}}\right)^{2}\right)^{\frac{1}{3}}, x>0$

$$\left(3^{\frac{3}{2}\times 2}x^{-\frac{1}{2}\times 2}\right)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{2}\times 2\times\frac{1}{3}}x^{-\frac{1}{2}\times 2\times\frac{1}{3}} = 3\ x^{-\frac{1}{3}}$$

$$= 3\times\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = 3\times\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$$

(5) بسط كلاً مما يلي:.

i $\left(\dfrac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12}, t>0$

$$\left(\frac{(9t)^{\frac{1}{2}}}{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}\right)^{-12}=\left(\frac{(27t^2)^{\frac{1}{3}}}{(9t)^{\frac{1}{2}}}\right)^{12}=\frac{(27t^2)^{\frac{1}{3}\times 12}}{(9t)^{\frac{1}{2}\times 12}}=$$

$$\frac{(27t^2)^4}{(9t)^6}=\frac{(3^3t^2)^4}{(3^2t)^6}=\frac{3^{12}t^8}{3^{12}t^6}=t^2$$

الصورة الآسية	الصورة الجذرية
$25^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{25} = \sqrt[2]{25}$
$27^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{27}$
$64^{\frac{1}{4}}$	$\sqrt[4]{64}$

الفهرس

مثال (1)

بسّط كل عدد من الأعداد التالية مستخدمًا الصورة الجذرية:

a $125^{\frac{1}{3}}$ b $5^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}}$ c $10^{\frac{1}{3}} \times 100^{\frac{1}{3}}$

a $125^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

b $5^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$

c $10^{\frac{1}{3}} \times 100^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{10} \times \sqrt[3]{100} = \sqrt[3]{1000} = 10$

الفهرس

حاول أن تحل

1 بسّط كل عدد من الأعداد التالية مستخدمًا الصورة الجذرية:

a $64^{\frac{1}{3}}$ b $(2^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$ c $(8^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$

a $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 5$

b $2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

c $8^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$

الفهرس

مثال (2)

اكتب العدد $25^{\frac{3}{2}}$ بالصورة الجذرية.

$$25^{\frac{3}{2}} = 25^{3\times\frac{1}{2}} = (25^3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25^3}$$

حاول أن تحل

2 اكتب العدد $64^{\frac{4}{3}}$ بالصورة الجذرية.

$$64^{\frac{4}{3}} = 64^{4\times\frac{1}{3}} = (64^{4})^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64^{4}}$$

إذا كان a عددًا حقيقيًّا، $n \geq 2 , n \in \mathbb{Z}^+$:

فإن الجذر النوني للعدد a يرمز له بالرمز $\sqrt[n]{a}$ ويساوي عددًا حقيقيًّا b حيث $a = b^n$

المجذور ← $\sqrt[n]{x}$ → دليل الجذر

إذا كان الجذر النوني لعدد x هو عددًا حقيقيًّا، m عددًا صحيحًا، n عددًا طبيعيًّا $n \geq 2$ ، $n \in \mathbb{Z}^+$ فإن:

1. $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$
2. $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m} = \left(\sqrt[n]{x}\right)^m$
3. $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} |x| & \text{إذا كان } n \text{ عددًا زوجيًّا} \\ x & \text{إذا كان } n \text{ عددًا فرديًّا} \end{cases}$

مثال (3)

a اكتب بالصورة الجذرية كلًّا من:

1 $x^{\frac{2}{5}}$

2 $y^{-2.5}$, $\forall y > 0$

b اكتب بالصورة الأسية كلًّا من:

1 $(\sqrt[5]{y})^2$

2 $\sqrt{b^3}$, $\forall b \geq 0$

a 1 $x^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^2} = (\sqrt[5]{x})^2$

2 $y^{-2.5} = y^{-\frac{5}{2}} = (\frac{1}{y})^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{y^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{y^5}}$

b 1 $(\sqrt[5]{y})^2 = \sqrt[5]{y^2} = y^{\frac{2}{5}}$

2 $\sqrt{b^3} = b^{\frac{3}{2}}$

الفهرس

حاول أن تحل

3 a اكتب بالصورة الجذرية كلًّا من:

1 $x^{0.4}$

2 $y^{\frac{3}{8}}$, $\forall\ y \geq 0$

b اكتب بالصورة الأسية كلًّا من:

1 $\sqrt[3]{x^2}$

2 $(\sqrt{y})^3$, $\forall\ y \geq 0$

a 1 $x^{0.4} = x^{\frac{4}{10}} = x^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^2} = (\sqrt[5]{x})^2$

2 $y^{\frac{3}{8}} = \sqrt[8]{y^3} = (\sqrt[8]{y})^3$

b 1 $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$

2 $(\sqrt{y})^3 = \sqrt{y^3} = y^{\frac{3}{2}}$

الفهرس

مثال (4)

إن عدم شعور رائد الفضاء بانعدام التوازن في رحلة فضائية يعود إلى دوران جهاز يجلس فيه ويشعره بجاذبية وهمية تحاكي الجاذبية الأرضية.

يدور الجهاز وفق المعادلة الرياضية: $n = \frac{g^{0.5}}{2 \cdot \pi \cdot r^{0.5}}$

حيث n هي السرعة الدورانية وتقاس بالدورة في الثانية(s).

r هو طول نصف قطر جهاز الدوران ويقاس بالمتر (m).

g هي الجاذبية الوهمية التي تحاكي الجاذبية الأرضية.

احسب سرعة دوران جهاز، طول نصف قطره 1.7 m يدور ليحاكي الجاذبية الأرضية التي تساوي $9.8\ m/s^2$

$$n = \frac{g^{0.5}}{2 \times \pi \times r^{0.5}}$$

$$n = \frac{9.8^{0.5}}{2 \times 3.14 \times 1.7^{0.5}} \approx 0.382$$

مثال (4)

إن عدم شعور رائد الفضاء بانعدام التوازن في رحلة فضائية يعود إلى دوران جهاز يجلس فيه ويشعره بجاذبية وهمية تحاكي الجاذبية الأرضية.

يدور الجهاز وفق المعادلة الرياضية: $n = \frac{g^{0.5}}{2 \cdot \pi \cdot r^{0.5}}$

حيث n هي السرعة الدورانية وتقاس بالدورة في الثانية(s).

r هو طول نصف قطر جهاز الدوران ويقاس بالمتر (m).

g هي الجاذبية الوهمية التي تحاكي الجاذبية الأرضية.

احسب سرعة دوران جهاز، طول نصف قطره 1.7 m يدور ليحاكي الجاذبية الأرضية التي تساوي $9.8\ m/s^2$

حاول أن تحل

4 احسب السرعة الدورانية المطلوبة للجهاز في المثال (4) ليحاكي جاذبية تحاكي نصف مقدار الجاذبية الأرضية.

$$n = \frac{g^{0.5}}{2 \times \pi \times r^{0.5}}$$

$$n = \frac{4.9^{0.5}}{2 \times 3.14 \times 1.7^{0.5}} \approx 0.270$$

Laws of Rational Exponents
قوانين الأسس النسبية

ليكن m , n عددين نسبيين، a , b عددين حقيقيين حيث b^m , b^n , a^m , a^n أعدادًا حقيقية.

القانون	المثال
$b^m \cdot b^n = b^{m+n}$	$8^{\frac{1}{3}} \times 8^{\frac{2}{3}} = 8^{\frac{3}{3}} = 8^1 = 8$
$(b^m)^n = b^{m \cdot n}$	$(5^{\frac{1}{2}})^4 = 5^{\frac{1}{2} \times 4} = 5^2 = 25$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(4 \times 5)^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}} = 2 \times 5^{\frac{1}{2}}$
$b^{-n} = \frac{1}{b^n}, b \neq 0$	$9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{9^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{3}$
$\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}, b \neq 0$	$\frac{9^{\frac{3}{2}}}{9^{\frac{1}{2}}} = 9^{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} = 9^1 = 9$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$	$\left(\frac{-125}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{-125^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} = \frac{-5}{3}$

مثال (5)

بسّط كلًّا مما يلي مستخدمًا قوانين الأسس:

a $(-32)^{\frac{3}{5}}$

b $(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}}, \quad x > 0$

a

$$(-32)^{\frac{3}{5}} = (-2^5)^{\frac{3}{5}} = (-2)^3 = -8$$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
	1

b

$$(x^{\frac{1}{2}} \bullet x^{\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{1}{2}+\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}} = (x^{\frac{4}{3}}) \div x^{\frac{2}{3}} =$$

$$x^{\frac{4}{3}-\frac{2}{3}} = \quad x^{\frac{2}{3}}$$

الفهرس

حاول أن تحل

5 بسِّط كلًّا من الأعداد التالية مستخدمًا قوانين الأسس:

a $25^{-\frac{3}{2}}$ b $(-32)^{\frac{4}{5}}$ c $\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}}$, $x \geq 0$, $y > 0$

a $$25^{-\frac{3}{2}} = (5^2)^{-\frac{3}{2}} = 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

b $$(-32)^{\frac{4}{5}} = (-2^5)^{\frac{4}{5}} = (-2)^4 = 16$$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
	1

c $$\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2^4 x^{14}}{3^4 y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2^2 x^7}{3^2 y^9} = \frac{4x^7}{9y^9}$$

لضرب أو لقسمة $\sqrt[n]{y}$, $\sqrt[n]{x}$ يمكن استخدام الصورة الأسية لكل منهما وتطبيق قوانين الأسس أو تطبيق قوانين الجذور النونية.

قوانين الجذور النونية

إذا كان: $\sqrt[n]{y}$, $\sqrt[n]{x}$ عددين حقيقيين، فإن:

1. $\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$
2. $\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}} \quad , \quad y \neq 0$
3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}$

مثال (6)

بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{7}$

b $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$

c $\sqrt{\sqrt[4]{256}}$

d $\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} \quad x, y \in \mathbb{Q}^+$

a

$$\sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{7} = \sqrt[4]{5 \times 7} = \sqrt[4]{35}$$

b

$$\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

c

$$\sqrt{\sqrt[4]{256}} = \sqrt[8]{256} = \sqrt[8]{2^8} = 2$$

256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

مثال (6)

بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

a $\sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{7}$

b $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$

c $\sqrt{\sqrt[4]{256}}$

d $\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} \quad x, y \in \mathbb{Q}^+$

d $\left[\left(\sqrt{x^3y^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[\left(\sqrt{(xy)^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[\left(\left((xy)^3\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} =$

$\left[(xy)^{3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}\right]^{-1} = \left[(xy)^{\frac{1}{2}}\right]^{-1} = [(xy)]^{-\frac{1}{2}} =$

$\frac{1}{(xy)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{xy}}{xy} =$

كراس التمارين P.15

① حل كلاً من المعادلات التالية

(a) $3\sqrt{x}+3=15 \Rightarrow 3\sqrt{x}=15-3 \Rightarrow$

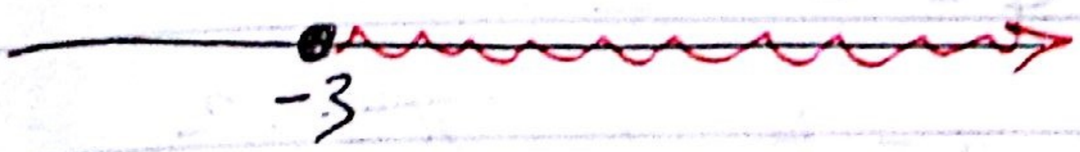
شرط الحل $x \geq 0$

$3\sqrt{x}=12 \Rightarrow \sqrt{x}=4 \Rightarrow x=16 \geq 0$

$\{16\} = ح.ص$

(b) $\sqrt{x+3}=5$

شرط الحل: $x+3 \geq 0 \Leftarrow x \geq -3$



$x \in [-3, \infty)$

$(\sqrt{x+3})^2 = (5)^2 \Rightarrow x+3=25 \Rightarrow x=22$

$22 \in [-3, \infty)$

$\{22\} = ح.ح$

(c) $(x+5)^{\frac{2}{3}} = 4$

$\left[(x+5)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{3}{2}} = \left[4\right]^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x+5 = (\sqrt{4})^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow x+5=8 \Rightarrow x=3$

$\{3\} = ح.ص$

(d) $(x+1)^{\frac{3}{2}} - 2 = 2$

$(x+1)^{\frac{3}{2}} = 4$

شرط الحل: $4>0$ ، $x+1 \geq 0$

$x \geq -1$

$x \in [-1, \infty)$

$\left[(x+1)^{\frac{3}{2}}\right]^{\frac{2}{3}} = \left[4\right]^{\frac{2}{3}} \Rightarrow x+1 = 2.52$

$x = 2.52 - 1$

$x = 1.52 \in [-1, \infty)$

$\{1.52\} = ح.ص$

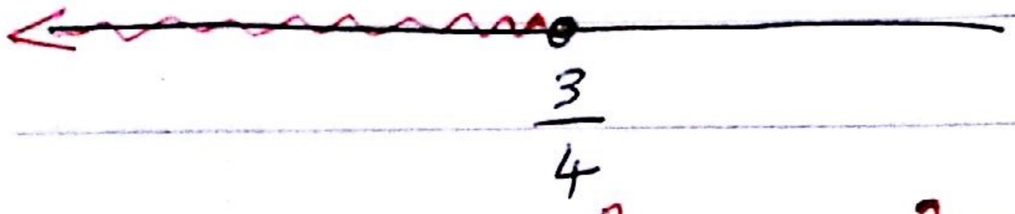
(e) $\sqrt{3-4x} - 2 = 0$

$\sqrt{3-4x} = 2$

شرط الجذر: $3-4x \geq 0 \Leftarrow 3 \geq 4x$

$4x \leq 3 \Rightarrow x \leq \frac{3}{4}$

$x \in (-\infty, \frac{3}{4}]$



$\left[\sqrt{3-4x}\right]^2 = [2]^2$

$3-4x = 4 \Rightarrow -4x = 4-3$

$-4x = +1 \Rightarrow x = \frac{1}{-4} \in (-\infty, \frac{3}{4}]$

$\left\{\frac{-1}{4}\right\} = ق.ح$

(f) $\frac{2(2x+4)^{\frac{3}{4}}}{2} = \frac{16}{2}$

$(2x+4)^{\frac{3}{4}} = 8$

شرط الجذر: $2x+4 \geq 0$

$2x \geq -4$

$x \geq -2$

$x \in [-2, \infty)$

$\left[(2x+4)^{\frac{3}{4}}\right]^{\frac{4}{3}} = [8]^{\frac{4}{3}}$

$2x+4 = 16 \Rightarrow 2x = 16-4 \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$

$\Rightarrow x = 6 \in [-2, \infty)$

$\{6\} = ق.ح$

(g) $(5-3x)^{\frac{3}{2}} + 4 = 3$

$(5-3x)^{\frac{3}{2}} = 3-4$

$(5-3x)^{\frac{3}{2}} = -1$

$\not\exists = ق.ح$

IBC

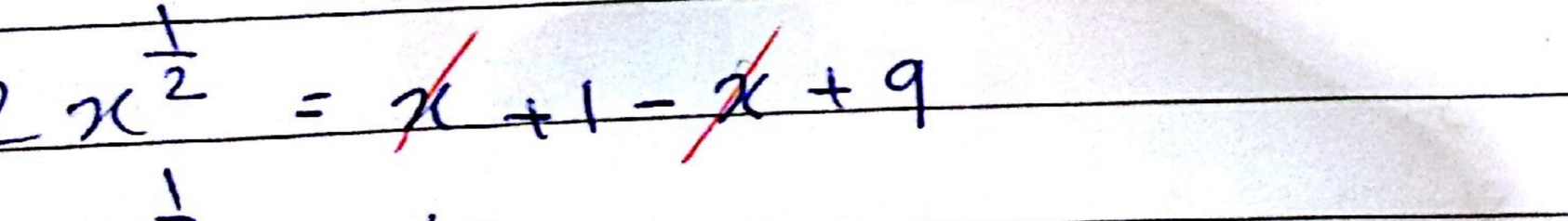
$$(x-9)^{\frac{1}{2}} + 1 = x^{\frac{1}{2}}$$

$$(x-9)^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}} - 1$$

$x-9 \geq 0$ and $x \geq 0$ and $x^{\frac{1}{2}} - 1 \geq 0$

$x \geq 9$ and $x \geq 0$ and $x^{\frac{1}{2}} \geq 1$

$x \geq 1$



$x \in [9, \infty)$ المجال

$$\left[(x-9)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = \left[x^{\frac{1}{2}} - 1\right]^2$$

$$x - 9 = x - 2x^{\frac{1}{2}} + 1$$

$$2x^{\frac{1}{2}} = x + 1 - x + 9$$

$$2x^{\frac{1}{2}} = 10$$

$$x^{\frac{1}{2}} = 5$$

$$\left[x^{\frac{1}{2}}\right]^2 = [5]^2$$ بتربيع الطرفين

$x = 25 \in [9, \infty)$

$\{25\}$ = ح.ص

(3) حل كلاً من المعادلات الآتية

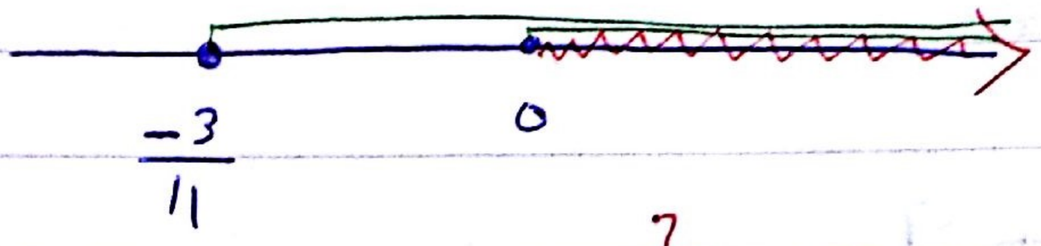
(a) $\sqrt{11x+3} - 2x = 0$

$\sqrt{11x+3} = 2x$

شرط الجذر: $11x+3 \geq 0$ ، $x \geq 0$

$11x \geq -3$

$x \geq \frac{-3}{11}$ ، $x \geq 0$



$x \in [0, \infty)$ المجال

$\left[\sqrt{11x+3}\right]^2 = [2x]^2$

$11x+3 = 4x^2 \Rightarrow 4x^2 - 11x - 3 = 0$

$x = 3 \in$ ، $x = \frac{-1}{4} \notin [0, \infty)$

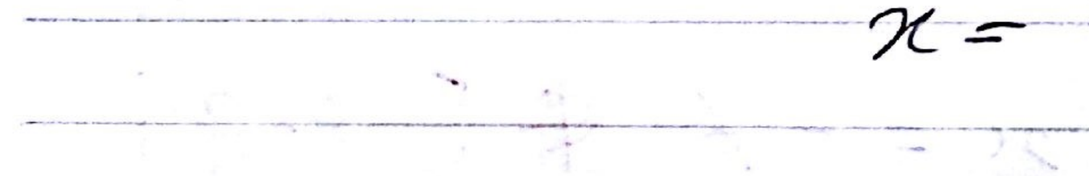
$\{3\} = ح.ص$

(b) $\sqrt{3x+13} - 5 = x$

$\sqrt{3x+13} = x+5$

$3x+13 \geq 0$ ، $x+5 \geq 0$ الشرط

$x \geq \frac{-13}{3}$ ، $x \geq -5$



$x \in [\frac{-13}{3}, \infty)$ المجال

$\left[\sqrt{3x+13}\right]^2 = [x+5]^2 \Rightarrow 3x+13 = x^2+10x+25 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+7x+12 = 0 \Rightarrow (x+3)(x+4) = 0$

$x = -3 \in$ ، $x = -4 \in$

$\{-3, -4\} = ح.ص$

ⓒ $\sqrt{-3x-5} = x+3$

شرط الجذر:

$-3x-5 \geq 0$ ، $x+3 \geq 0$

$-3x \geq 5$ ، $x \geq -3$

$x \leq \frac{5}{-3}$

شرط الجذر: $x \in [-3, \frac{5}{-3}]$

$\left[\sqrt{-3x-5}\right]^2 = [x+3]^2$

$-3x-5 = x^2+6x+9$

$x^2+6x+3x+9+5=0$

$x^2+9x+14=0$

$(x+2)(x+7)=0$

$x=-2 \in [-3, \frac{5}{-3}]$ ، $x=-7 \notin [-3, \frac{5}{-3}]$

$\{-2\}$ = مجموعة الحل

ⓓ $(x+3)^{\frac{1}{2}} - 1 = x$

$(x+3)^{\frac{1}{2}} = x+1$

شرط الجذر: $x+3 \geq 0$ ، $x+1 \geq 0$

$x \geq -3$ ، $x \geq -1$

$x \in [-1, \infty)$

$\left[(x+3)^{\frac{1}{2}}\right]^2 = (x+1)^2$

$x+3 = x^2+2x+1$

$x^2+2x+1-x-3=0$

$x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$x=-2 \notin$ ، $x=1 \in [-1, \infty)$

$\{1\}$ = مجموعة الحل

ⓔ $x+8=(x^2+16)^{\frac{1}{2}}$

شرط الحل

* $x^2+16>0$ محققة دوماً
* $x+8\geq 0 \Rightarrow x\geq -8 \Rightarrow$

$x\in[-8,+\infty)$

$$[x+8]^2=\left[(x^2+16)^{\frac{1}{2}}\right]^2$$ بالتربيع

$$x^2+16x+64=x^2+16$$
$$x^2-x^2+16x+64-16=0$$
$$16x+48=0$$
$$16x=-48$$
$$x=\frac{-48}{16} \Rightarrow x=-3\in[-8,\infty)$$

$\{-3\}$ = ح.ك

ⓕ $\sqrt{10x}-2\sqrt{5x-25}=0$

$$\sqrt{10x}=2\sqrt{5x-25}$$

شرط الحل:

$10x\geq 0$ و $5x-25\geq 0$

$x\geq 0$ $\quad 5x\geq 25$

$x\geq 5$

$x\in[5,\infty)$

$$[\sqrt{10x}]^2=[2\sqrt{5x-25}]^2$$

$$10x=4(5x-25)$$
$$10x=20x-100$$
$$10x-20x=-100$$
$$-10x=-100 \Rightarrow x=\frac{-100}{-10}=10\in[5,\infty)$$

$\{10\}$ = مجموعة الحل

(g) $(3x+2)^{\frac{1}{2}} - (2x+7)^{\frac{1}{2}} = 0$

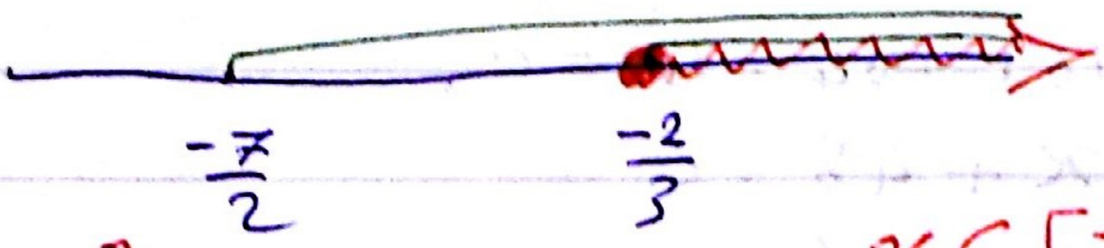
$\sqrt{3x+2} = \sqrt{2x+7}$

شرط الجذر:

$3x+2 \geq 0$ و $2x+7 \geq 0$

$3x \geq -2$ $\quad$ $2x \geq -7$

$x \geq \frac{-2}{3}$ $\quad$ $x \geq \frac{-7}{2}$



$x \in [\frac{-2}{3}, \infty)$

$\left[\sqrt{3x+2}\right]^2 = \left[\sqrt{2x+7}\right]^2$

$3x+2 = 2x+7$

$3x-2x = 7-2$

$x = 5 \in [\frac{-2}{3}, \infty)$

$\{5\} = ق.ح$

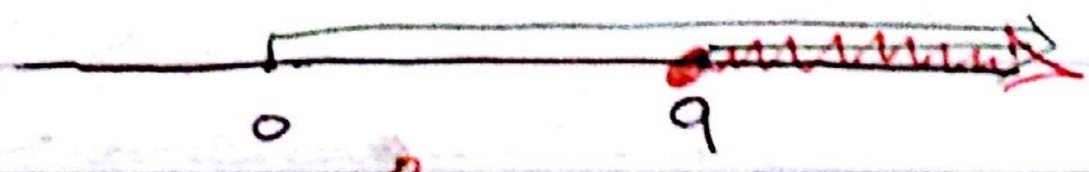
(h) $\underbrace{(x-9)^{\frac{1}{2}}}_{+} + 1 = \underbrace{x^{\frac{1}{2}}}_{+}$

شرط الجذر:

$x-9 \geq 0$ $\quad$ $x \geq 0$

$x \geq 9$

$x \in [9, \infty)$



$\left[\sqrt{x-9}+1\right]^2 = \left[\sqrt{x}\right]^2$

$x-9+2\sqrt{x-9}+1 = x$

$2\sqrt{x-9} = x-x+9-1$

$2\sqrt{x-9} = 8$

$\sqrt{x-9} = 4$

$x-9 = 16$ بالتربيع

$x = 16+9$

$x = 25 \in [9, \infty)$

$\{25\} = ق.ح$

① $(2x+3)^{\frac{3}{4}} - 3 = 5$

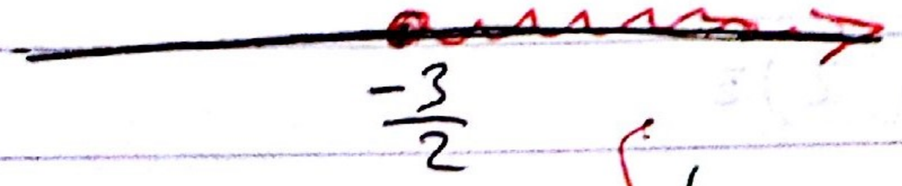
$(2x+3)^{\frac{3}{4}} = 5+3$

$(2x+3)^{\frac{3}{4}} = 8$

شرط الجذر

$2x+3 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq -3$

$\Rightarrow x \geq \frac{-3}{2} \Rightarrow x \in [\frac{-3}{2}, \infty)$



$\left[(2x+3)^{\frac{3}{4}}\right]^{\frac{4}{3}} = \left[8\right]^{\frac{4}{3}}$

$2x+3 = 16$

$2x = 16-3 \Rightarrow 2x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{2} \in$

$x = \frac{13}{2} \in [\frac{-3}{2}, \infty) \Rightarrow \{\frac{13}{2}\} = S.S$

② $2(x-1)^{\frac{4}{3}} + 4 = 36$

$2(x-1)^{\frac{4}{3}} = 36-4 \Rightarrow \frac{2(x-1)^{\frac{4}{3}}}{2} = \frac{32}{2}$.

$\Rightarrow (x-1)^{\frac{4}{3}} = 16$

$\left[(x-1)^{\frac{4}{3}}\right]^{\frac{3}{4}} = \left[16\right]^{\frac{3}{4}}$

شرط الجذر $x \in \mathbb{R}$

$x-1 = 8 \Rightarrow x = 8+1 \Rightarrow x = 9$

$\{9\} = S.S$

(K) $(3x+2)^{\frac{1}{2}} = 8\,(3x+2)^{-\frac{1}{2}}$

طريقة الحل:

$3x+2 \geq 0$

$3x \geq -2$

$x \geq \frac{-2}{3}$

$x \in [\frac{-2}{3}, \infty)$

$$(3x+2)^{\frac{1}{2}} = \frac{8}{(3x+2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$(3x+2)^{\frac{1}{2}} \cdot (3x+2)^{\frac{1}{2}} = 8$$

$$(3x+2)^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 8$$

$$3x+2 = 8 \Longrightarrow 3x = 8-2$$

$$3x = 6$$

$$x = 2 \in [\tfrac{-2}{3}, \infty)$$

$\{2\} = $ مجموعة الحل

(L) $(2x+1)^{\frac{1}{3}} = (3x+2)^{\frac{1}{3}}$

مجموعة الحل $= x \in R$

$$\left[(2x+1)^{\frac{1}{3}}\right]^3 = \left[(3x+2)^{\frac{1}{3}}\right]^3$$

$$2x+1 = 3x+2$$

$$2x-3x = 2-1$$

$$-x = 1 \Longrightarrow x = -1$$

$\{-1\} = $ مجموعة الحل

(m) $(2x-1)^{\frac{1}{3}} = (x+1)^{\frac{1}{6}}$ ← زوجي

شرط الجذر

$2x-1 \geq 0 \rightarrow x+1 \geq 0$

$2x \geq 1 \qquad x \geq -1$

$x \geq \frac{1}{2}$

$x \in [\frac{1}{2}, \infty)$

$\left[(2x-1)^{\frac{1}{3}}\right]^6 = \left[(x+1)^{\frac{1}{6}}\right]^6$

$(2x-1)^2 = x+1$

$4x^2 - 4x + 1 = x + 1$

$4x^2 - 4x - x + 1 - 1 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 5x = 0 \Rightarrow$

$x(4x-5) = 0$

$x = 0 \quad \text{or} \quad 4x - 5 = 0$

$x = 0 \notin [\frac{1}{2}, \infty) \qquad 4x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{4} \in [\frac{1}{2}, \infty)$

$\{\frac{5}{4}\} = S.S$

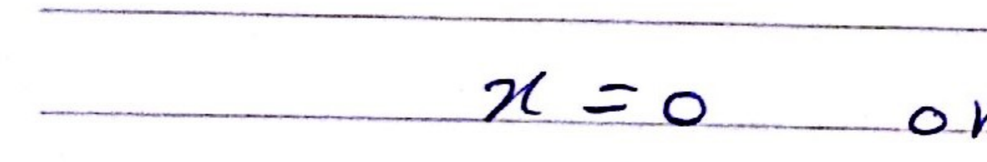
(n) $(x+5)^{\frac{1}{2}} - (5-2x)^{\frac{1}{4}} = 0 \Rightarrow (x+5)^{\frac{1}{2}} = (5-2x)^{\frac{1}{4}}$

شرط الجذر

$x+5 \geq 0 \rightarrow 5-2x \geq 0$

$x \geq -5 \qquad -2x \geq -5$

$x \leq \frac{+5}{-2}$



$x \in [-5, \frac{5}{2}]$

$\left[(x+5)^{\frac{1}{2}}\right]^4 = \left[(5-2x)^{\frac{1}{4}}\right]^4 \Rightarrow (x+5)^2 = 5-2x \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 + 10x + 25 + 2x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 12x + 20 = 0 \Rightarrow$

$(x+2)(x+10) = 0$

$x = -2 \in \qquad x = -10 \notin [-5, \frac{5}{2}]$

$\{-2\} = S.S$

IBC

(1 – 2) مجال الدالة

1 , 2 , 3

4 , 5 ,6

7 | 8 | 9

10 | 11 | 12

13 | 14 | 15

البنود الموضوعية

1 , 2 | 3,4,5 | 6 , 7

8 | 9 | 10 | 11

الفهرس

تمرّنْ
2–1

التطبيق:

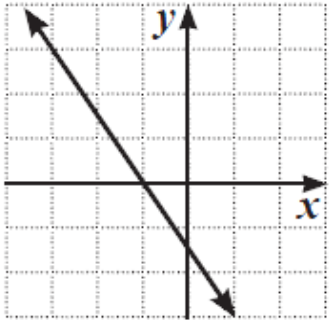
مجال الدالة

Domain of the Function

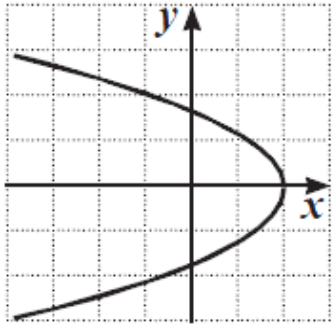
المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (6–1)، استخدم اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كان بيان كل علاقة مما يلي يمثل بيان دالة أم لا.

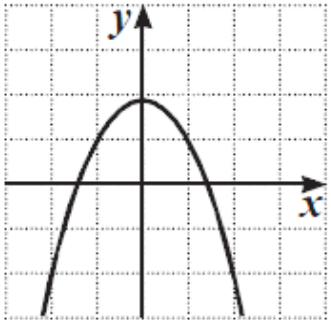
(1)



(2)

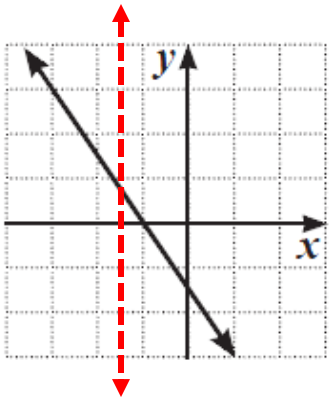


(3)

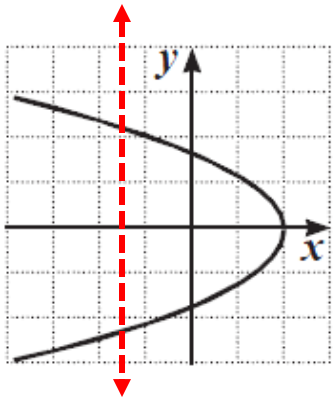


في التمارين (6–1)، استخدم اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كان بيان كل علاقة مما يلي يمثل بيان دالة أم لا.

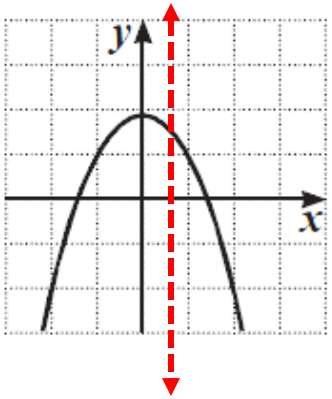
(1)



(2)



(3)

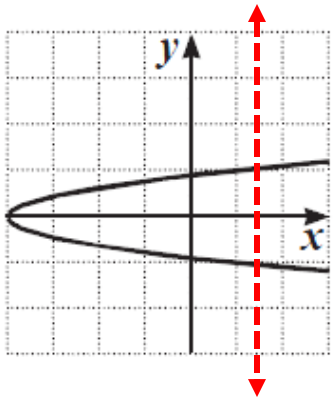


1 كل مستقيم رأسي يقطع بيان العلاقة في نقطة واحدة على الأكثر ∴ البيان يمثل دالة

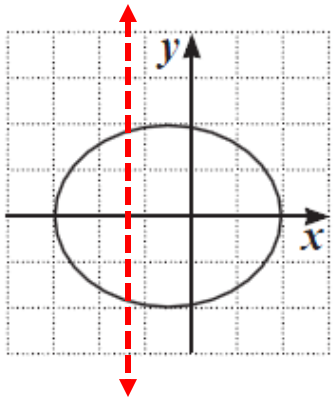
2 يوجد على الأقل مستقيم رأسي واحد يقطع بيان العلاقة بأكثر من نقطة واحدة ∴ البيان لا يمثل دالة

3 كل مستقيم رأسي يقطع بيان العلاقة في نقطة واحدة على الأكثر ∴ البيان يمثل دالة

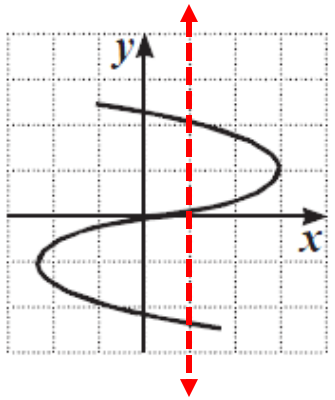
(4)



(5)



(6)



4 يوجد على الأقل مستقيم رأسي واحد يقطع بيان الدالة بأكثر من نقطة واحدة ∴ البيان لا يمثل دالة

5 يوجد على الأقل مستقيم رأسي واحد يقطع بيان الدالة بأكثر من نقطة واحدة ∴ البيان لا يمثل دالة

6 يوجد على الأقل مستقيم رأسي واحد يقطع بيان الدالة بأكثر من نقطة واحدة ∴ البيان لا يمثل دالة

في التمارين (7-16) حدد مجال كل من الدوال التالية :

7 $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x^2 - 1$

الدالة f دالة كثيرة الحدود ،
مجال الدالة f هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

التطبيق:

في التمارين (7-16) حدد مجال كل من الدوال التالية :

7 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+x^2-1$

الدالة f دالة كثيرة الحدود ،
مجال الدالة f هو مجموعة الأعداد الحقيقية r

11 $u(x)=\sqrt[3]{7-5x}$

الدالة u مجالها هو r
لأنها دالة جذر تكعيبي لكثيرة حدود

في التمارين (7-16) حدد مجال كل من الدوال التالية :

8 $g(x)=\sqrt{3x-7}+2$

لنفرض أن

$b(x)=\sqrt{3x-7}$ $\quad a(x)=2$

فيكون $f(x)=b(x)+a(x)$

الدالة a دالة ثابتة ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

الدالة b هي دالة جذرية دليلها زوجي ، المجال هو قيم x التي تجعل المجذور صفر أو عدد موجب

$$3x-7\geq 0 \Rightarrow 3x\geq 7 \Rightarrow x\geq \frac{7}{3}$$

$$[\frac{7}{3},\infty)$$

أي أن مجال الدالة b هو

مجال g=مجال a ∩مجال b:

$$R\cap[\frac{7}{3},\infty)=[\frac{7}{3},\infty)$$

الفهرس

9 $t(x)=\dfrac{\sqrt{-2x+3}}{x-1}$

لنفرض أن

$a(x)=3$ $b(x)=\sqrt{-2x}$ $c(x)=x-1$

$t(x)=\dfrac{b(x)+a(x)}{c(x)}$

فيكون

1) مجال دالة البسط

الدالة a دالة ثابتة ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

لتعيين مجال الدالة b :

$-2x\geq 0 \Rightarrow x\leq 0$

مجال الدالة b هو $(-\infty,0]$

مجال دالة البسط هو $(-\infty,0]\cap R=(-\infty,0]$

2) مجال دالة المقام

الدالة c دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة c هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

3) أصفار المقام

$x-1=0\Rightarrow x=1$

أي أن مجال الدالة t =

(مجال دالة البسط ط مجال دالة المقام) / مجموعة اصفار دالة المقام

$((-\infty,0]\cap R)/\{1\}=(-\infty,0]$

الفهرس

10

في التمارين (7-16) حدد مجال كل من الدوال التالية :

$$h(x) = -\frac{3x-1}{5-2x}$$

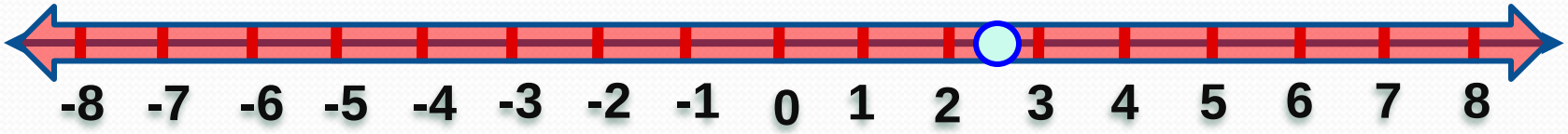
الدالة h هي حدودية نسبية

إيجاد مجموعة أصفار المقام

$$5-2x=0 \Rightarrow -2x=-5 \Rightarrow x=\frac{5}{2}$$

$$R-\{\frac{5}{2}\}=(-\infty,\frac{5}{2})\cup(\frac{5}{2},\infty)$$

أي أن مجال الدالة h هو



10

في التمارين (7-16) حدد مجال كل من الدوال التالية :

$$h(x)=\frac{3x-1}{5-2x}$$

لنفرض أن $a(x)=3x-1$ و $b(x)=5-2x$

فيكون $h(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$

1) مجال دالة البسط

الدالة a دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

2) مجال دالة المقام

الدالة b دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة b هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

3) أصفار دالة المقام

$$5-2x=0 \Rightarrow -2x=-5 \Rightarrow x=2.5$$

مجموعة أصفار المقام = { 2.5 }

أي أن مجال الدالة h =

(مجال دالة البسط ط مجال دالة المقام) / مجموعة اصفار دالة المقام

$$(R\cap R)-\{2.5\}=R-\{2.5\}$$

11

في التمارين (7-16) حدد مجال كل من الدوال التالية :

$$u(x)=\sqrt[3]{7-5x}$$

الدالة u مجالها هو R
لأنه جذر تكعيبي لكثيرة حدود

12

$$v(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{3+x}}$$

لنفرض أن

$$a(x)=2x-1$$

$$b(x)=\sqrt{3+x}$$

فيكون

$$v(x)=\frac{a(x)}{b(x)}$$

1) مجال دالة البسط

الدالة a دالة كثيرة حدود ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

2) مجال دالة المقام

لتعيين مجال الدالة b

$$3+x\geq 0 \Rightarrow x\geq -3$$

أي أن مجال الدالة b هو

$$[-3,\infty)$$

3) أصفار دالة المقام

$$x+3=0\Rightarrow x=-3$$

مجموعة أصفار المقام = {-3}

أي أن مجال الدالة V =

(مجال دالة البسط ط مجال دالة المقام) / مجموعة اصفار دالة المقام

$$\left([-3,\infty)\cap R\right)/\{-3\} \Rightarrow (-3,\infty)$$

13

$$h(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{5+\sqrt{2x-1}}$$

لنفرض أن

$a(x)=\sqrt{x-2}$ $b(x)=5$ $c(x)=\sqrt{2x-1}$

$$h(x)=\frac{a(x)}{b(x)+c(x)}$$

فيكون

1) مجال دالة البسط

لتعيين مجال الدالة a:

$$x-2\geq 0\Rightarrow \quad x\geq 2$$

$$[2,\infty)$$

مجال دالة البسط a هو

2) مجال دالة المقام

الدالة b دالة ثابتة ، مجال الدالة b هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

لتعيين مجال الدالة c :

$$2x-1\geq 0\Rightarrow 2x\geq 1\Rightarrow x\geq 0.5$$

$$[0.5,\infty)$$

مجال الدالة c هو

$$R\cap[0.5,\infty)=[0.5,\infty)$$

مجال دالة المقام هو

3) أصفار دالة المقام

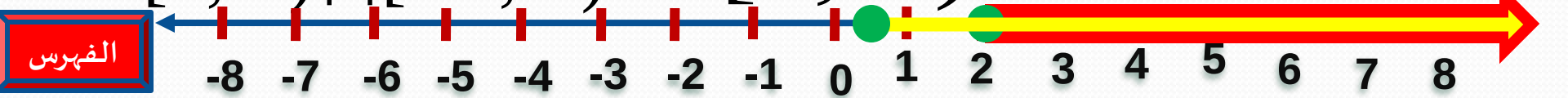
$$5+\sqrt{2x-1}=0\Rightarrow\sqrt{2x-1}=-5$$

لا يوجد أصفار للمقام

أي أن مجال الدالة h =

(مجال دالة البسط ط مجال دالة المقام) / مجموعة اصفار دالة المقام

$$[2,\infty)\cap[0.5,\infty)=\quad[2,\infty)$$



الفهرس

14

$$u(x)=\frac{\sqrt{3+4x}-3}{25-9x^2}$$

لنفرض أن

$a(x)=\sqrt{3+4x}$ $b(x)=3$ $c(x)=25-9x^2$

$$u(x)=\frac{a(x)-b(x)}{c(x)}$$

فيكون

1) إيجاد مجال دالة البسط

لتعيين مجال الدالة a:

$$3+4x\geq 0\Rightarrow x\geq\frac{-3}{4}$$

مجال دالة a هو

$$[-\frac{3}{4},\infty)$$

الدالة b دالة ثابتة ، مجال الدالة b هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

مجال دالة البسط هو:

$$R\cap[-\frac{3}{4},\infty)=[-\frac{3}{4},\infty)$$

2) إيجاد مجال دالة المقام

الدالة c دالة كثيرة الحدود ، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

3) أصفار دالة المقام

$$25-9x^2=0\Rightarrow(5-3x)(5+3x)=0$$

إما $5-3x=0\Rightarrow x=\frac{5}{3}$ أو $5+3x=0\Rightarrow x=\frac{-5}{3}$

أي أن مجال الدالة u هو :

$$([-0.75,\infty)\cap R)/\{\frac{-5}{3},\frac{5}{3}\}=[-0.75,\infty)/\{\frac{5}{3}\}$$

15

$$v(x)=\frac{3}{x+1}-\frac{2}{x^2-1}$$

لنفرض أن :

$$d(x)=\frac{3}{x+1}$$

$$f(x)=\frac{2}{x^2-1}$$

فيكون :

$$v(x)=d(x)+f(x)$$

إيجاد مجال الدالة d

دالة نسبية d

مجموعة أصفار المقام

$$x+1=0\Rightarrow x=-1$$

مجال الدالة d هو

$$R/\{-1\}$$

إيجاد مجال الدالة f

دالة نسبية f

مجموعة أصفار المقام

$$x^2-1=0\Rightarrow (x-1)(x+1)=0$$

إما $x-1=0\Rightarrow x=1$

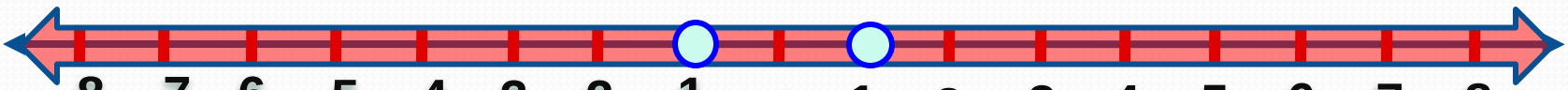
أو $x+1=0\Rightarrow x=-1$

مجال الدالة f هو

$$R/\{1,-1\}$$

إيجاد مجال الدالة v

$$\left(R/\{-1\}\right)\cap\left(R/\{1,-1\}\right)=\left(R/\{1,-1\}\right)$$



16

$$w(x)=\sqrt[3]{x^2-2}(\sqrt{2x-3})$$

لنفرض أن $a(x)=\sqrt[3]{x^2-2}$ $b(x)=\sqrt{2x-3}$

فيكون $w(x)=a(x)\bullet b(x)$

الدالة a هي دالة جذر تكعيبي لدالة كثيرة الحدود، مجال الدالة a هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

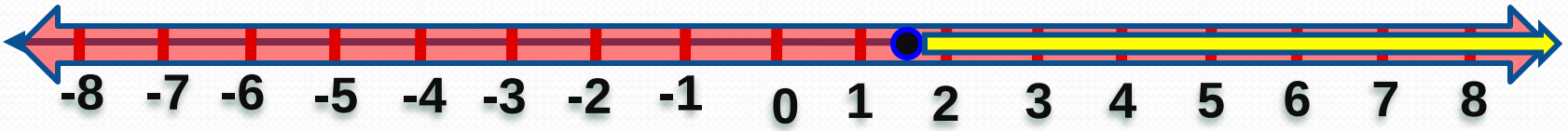
لتعيين مجال الدالة b:

$$2x-3\geq 0\Rightarrow 2x\geq 3\Rightarrow x\geq \frac{3}{2}$$

مجال دالة b هو $[1.5,\infty)$

$$R\cap[1.5,\infty)=[1.5,\infty)$$

أي أن مجال الدالة W =



المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(a) (b)

(1) مجال الدالة $f(x)=\sqrt{(x-2)^2}$ هو $\mathbb{R}$

$$(x-2)^2 \geq 0$$

(a) (b)

(2) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{2x-6}}$ هو $[3,\infty)$

مجال دالة البسط r

مجال دالة المقام هو :

أصفار المقام

مجال دالة f

$$2x-6 \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 6 \Rightarrow x \geq 3 \qquad [3\ ,\infty)$$

$$2x-6=0 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3$$

$$\left(R \cap [3,\infty)\right)/\{3\} = (3\ ,\infty)$$

a b

(3) مجال الدالة $f(x)=\sqrt{-x}$ هو $(-\infty,0]$

$-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$ $(-\infty\ ,0]$ مجال دالة f

a b $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2}$

(4) مجال الدالة $f(x)=\frac{1}{x^2}\sqrt{x+3}$ هو $[-3,\infty)$

$x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$ $[-3\ ,\infty)$ مجال دالة البسط

مجال دالة المقام r

$x^2=0 \Rightarrow x=0$ أصفار المقام

$(R \cap [-3,\infty))/\{0\}=[-3,\infty)/\{0\}$ مجال دالة f

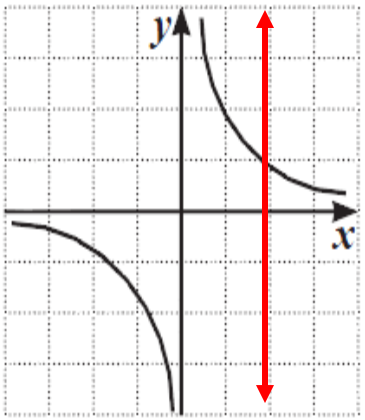
a b

(5) مجال الدالة $f(x)=|x|-2$ هو $\mathbb{R}$

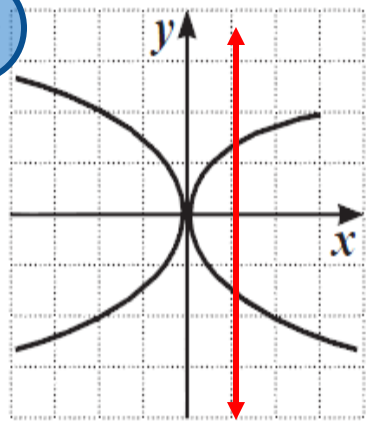
في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) أيًّا مما يلي لا يمثل بيان دالة:

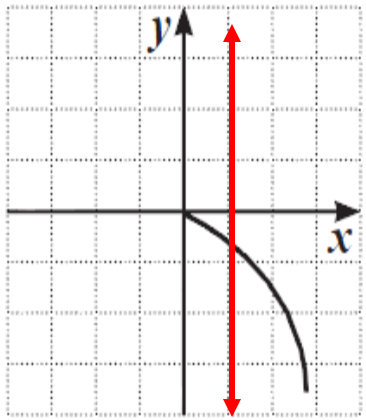
a



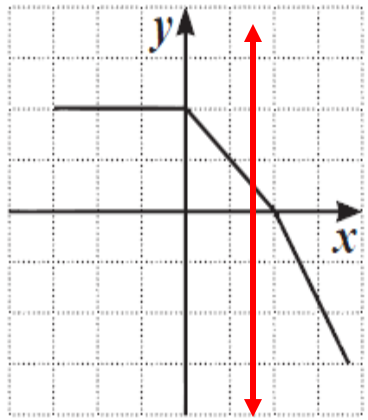
b



c



d



(7) مجال الدالة $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+2x+1}$ هو:

a $\mathbb{R}$ b $\mathbb{R}/\{1\}$ c $\mathbb{R}/\{-1,1\}$ d $\mathbb{R}/\{-1\}$

$$x^2+2x+1\geq 0\Rightarrow (x+1)^2\geq 0$$

أصفار المقام = T

في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(8) مجال الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x^2}}{x}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{0\}$ (b) $[0,\infty)$ (c) $(-\infty,0)$ (d) $(0,\infty)$

تعيين مجال دالة البسط :

مجال دالة البسط هو r

$x^2 \geq 0$

مجال دالة المقام هو r

تعيين أصفار المقام :

$x = 0$

مجال دالة f

$(R \cap R)/\{0\} = R/\{0\}$

في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(9) مجال الدالة $f(x)=\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{1\}$ (b) $\mathbb{R}/\{0,1\}$ (c) $\mathbb{R}-\{0\}$ (d) $(0,\infty)/\{1\}$

$a(x)=x-1$ $b(x)=x$ $c(x)=\sqrt{x}$ $t(x)=\frac{a(x)}{b(x)+c(x)}$ فيكون

1) إيجاد مجال دالة البسط

مجال الدالة a هو r لأنها دالة كثيرة حدود

2) إيجاد مجال دالة المقام

مجال الدالة b هو r لأنها دالة كثيرة حدود

لتعيين مجال الدالة c :

$x\geq 0$

مجال الدالة c هو :

$[0,\infty)$

مجال دالة المقام هو :

$R\cap[0,\infty)=[0,\infty)$

3) إيجاد أصفار دالة المقام

$x-\sqrt{x}=0\Rightarrow x=\sqrt{x}$

$x^2=x\Rightarrow x^2-x=0\Rightarrow x(x-1)=0$

إما $x=0$ $x=1$ أو $x-1=0\Rightarrow x=1$

$(R\cap[0,\infty))/\{0,1\}=[0,\infty)/\{0,1\}=(0,\infty)/\{1\}$

أي أن مجال الدالة f =

في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(10) مجال الدالة $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ هو:

(a) $(0,\infty)$ (b) $[1,\infty)$ (c) $(-1,\infty)$ (d) $[-1,\infty)/\{0\}$

فيكون $t(x)=\frac{a(x)}{b(x)+c(x)}$

$a(x)=x$ $b(x)=\sqrt{x-1}$ $c(x)=1$

1) إيجاد مجال دالة البسط

مجال الدالة a هو r

2) إيجاد مجال دالة المقام

لتعيين مجال الدالة b :

$x+1\geq 0 \Rightarrow x\geq -1$

مجال الدالة b هو :

$[-1,\infty)$

الدالة c دالة ثابتة ، مجال الدالة c هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

مجال دالة المقام هو

$R\cap[1,\infty)=[1,\infty)$

3) إيجاد أصفار دالة المقام

$\sqrt{x+1}-1=0 \Rightarrow \sqrt{x+1}=1$

$x+1=1 \Rightarrow x=0$

$(R\cap[-1,\infty))/\{0\}=[-1,\infty)/\{0\}$

أي أن مجال الدالة f =

في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(11) لتكن $g:[-2,2]\to\mathbb{R}, g(x)=x^2$, $f(x)=x\sqrt{x}$. فإن مجال الدالة $f\bullet g$ هو:

(a) $[-2,2]$

(b) $[0,2]$

(c) $(0,2)$

(d) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

لتعيين مجال الدالة f $x\geq 0$

مجال الدالة f هو : $[0,\infty)$

مجال الدالة g هو : $[-2,2]$

مجال الدالة $g\ .\ f$ هو : $[-2,2]\cap[0,\infty)=[0,2]$

(2 – 2) الدالة التربيعية ونمذجتها

1 , 2

3 , 4

5 , 6 , 7

8 , 9 , 10

11 , 12

13

14, 15

البنود الموضوعية

1 ,2 ,3 ,4 ,5

6 , 7 , 8

9 , 10

الفهرس

في التمارين (1-4)أوجد ناتج كل مما يلي

1 $(x-2)(7-x)+(7-2x)^2=$

$= 7x - x^2 - 14 + 2x + 49 - 28x + 4x^2$

$= 3x^2 - 19x + 35$

2 $(x-4)(7x-8)-(x-4)(x+2)=$

$= 7x^2 - 8x - 28x + 32 - (x^2 - 2x - 8)$

$= 6x^2 - 34x + 40)$

في التمارين (1-4)أوجد ناتج كل مما يلي

3 $(x-4)(2x+1)+(x+4)^2=$

$=2x^2-7x-4+(x^2+8x+16)$

$3x^2+x+12$

4 $(x+13)(x-1)-4(-x-2)^2=$

$x^2-x+13x-13-4(x^2+4x+4)=$

$x^2-x+13x-13-4x^2-16x-16=$

$-3x^2-14x-39$

في التمارين (5-12)أي من الدوال التالية خطية ؟ وايها تربيعية

5 $y = x + 4$

دالة خطية

6 $f(x) = x^2 - 7$

دالة تربيعية

7 $y = 3(x-1)^2 + 4$

$y = 3(x^2 - 2x + 1) + 4$

$y = 3x^2 - 6x + 3 + 4$

$y = 3x^2 - 6x + 7$

دالة تربيعية

في التمارين (5-12)أي من الدوال التالية خطية ؟ وايها تربيعية

8 $r(x) = -7x$

دالة خطية

9 $f(x) = \frac{1}{2}(4x+10)^2$

دالة تربيعية

10 $y = 3x(x-2)$

$y = 3x^2 - 6x$

دالة تربيعية

في التمارين (5-12)أي من الدوال التالية خطية ؟ وايها تربيعية

11

$$y=(2x+1)(x-2)+4-2x^2$$

$$y=2x^2+4x+x-2+4-2x^2$$

$$y=5x+2$$

دالة خطية

12

$$y=(3x+7)^2-(9x^2-49)$$

$$y=9x^2+42x+49-9x^2+49$$

$$y=42x+98$$

دالة خطية

في التمارين (14-16)أوجد معادلة لكل مجموعة من البيانات

(14)

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	4	-3	-6	-5	0

الصورة العامة للدالة التربيعية

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

بالتعويض بالأزواج المرتبة (1,-6),(0,-3),(-1,4)ينتج النظام التالي

$$f(-1)=a(-1)^2+b(-1)+c \qquad 4=a-b+c \quad (1)$$

$$f(0)=a(0)^2+b(0)+c \qquad -3=c \quad (2)$$

$$f(1)=a(1)^2+b(1)+c \qquad -6=a+b+c \quad (3)$$

$$4=a-b-3 \Rightarrow \quad 7=a-b \quad (4)$$

$$-6=a+b-3 \Rightarrow -3=a+b \quad (5)$$

بالتعويض عن c في ①②

بجمع ④+⑤

$$4=2a \Rightarrow a=2$$

بالتعويض عن a في ②

$$-3=2+b \Rightarrow b=-5$$

$$f(x)=2x^2-5x-3$$

في التمارين (14-15)أوجد معادلة لكل مجموعة من البيانات

(15)

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-1	0	3	8	15

الصورة العامة للدالة التربيعية

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

بالتعويض بالأزواج المرتبة (1,3),(0,0),(-1,-1)ينتج النظام التالي

$$f(-1)=a(-1)^2+b(-1)+c \qquad -1=a-b+c \quad (1)$$

$$f(0)=a(0)^2+b(0)+c \qquad 0=c \quad (2)$$

$$f(1)=a(1)^2+b(1)+c \qquad 3=a+b+c \quad (3)$$

$$-1=a-b \quad (4)$$

$$3=a+b \quad (5)$$

بالتعويض عن c في ①②

بجمع ④+⑤

$$2=2a \Rightarrow \quad a=1$$

بالتعويض عن a في ②

$$3=1+b \Rightarrow \quad b=2$$

$$f(x)=x^2+2x$$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $f(x) = kx^2 + x - 3 \ , \ k \in \mathbb{Z}$ يمكن أن تكون دالة خطية. (a) (b)

(2) الدالة $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$ هي دالة خطية. (a) (b)

(3) النقطة $A(1, 6)$ تنتمي إلى منحنى الدالة: $f(x) = (3x)(2x) + 6$ (a) (b)

(4) الدالة $y = x(1-x) - (1-x^2)$ هي دالة خطية. (a) (b)

(5) الدالة $f(x) = \pi^2 - x$ هي دالة تربيعية. (a) (b)

في التمارين (6–10)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة التربيعية التي حدها الثابت يساوي 3− هي:

(a) $y = (3x + 1)(-x - 3)$

(b) $y = x^2 - 3x + 3$

(c) $f(x) = (x - 3)(x - 3)$

(d) $y = -3x^2 + 3x + 9$

(7) أي دالة مما يلي **ليست** دالة تربيعية:

(a) $y = (x - 1)(x - 2)$

(b) $y = x^2 + 2x - 3$

(c) $y = 3x - x^2$

(d) $y = -x^2 + x(x - 3)$

(8) أي نقطة مما يلي تنتمي إلى منحنى دالة $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ ؟

(a) $(3, 12)$

(b) $(-1, -1)$

(c) $(2, 3)$

(d) $(-2, 22)$

(9) تكون الدالة $f(x)=(a^2-4)x^2-(a-2)x+5$ دالة تربيعية لكل a تنتمي إلى:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}-\{-2,2\}$ (c) $\mathbb{R}-\{2\}$ (d) $\mathbb{R}-\{-2\}$

(10) يمكن نمذجة العلاقة بين x, y في الجدول التالي بالدالة:

x	-1	1	2
y	-1	3	8

(a) $f(x)=x^2+x+1$ (b) $f(x)=x^2+2x-1$

(c) $f(x)=-x^2+2x+2$ (d) $f(x)=x^2+2x$

(3 – 2) الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

1 2 3 4

5 6 7 8 9 10

11 12 13 14

15 16 17 18

19 , 20 21 22 23 24 25

البنود الموضوعية

1,2,3,4,5

6 , 7 8 , 9 10 , 11

الفهرس

المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (4–1)، كل نقطة تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل. اكتب معادلة هذا القطع المكافئ، واذكر ما إذا كان الرسم البياني مفتوحًا إلى أعلى أم إلى أسفل.

(1) $F(3, 2)$ **(2)** $F(8, -12)$ **(3)** $H(-6, -2)$ **(4)** $G(-2, 5)$

1

نعوض عن (x, y) بالنقطة $f(3,2)$

$$y = ax^2$$

$$2 = a(3)^2 \Rightarrow a = \frac{2}{3^2} = \frac{2}{9}$$

$$y = \frac{2}{9}x^2$$

$$\frac{2}{9} > 0$$

القطع المكافئ مفتوح لأعلى

المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (4–1)، كل نقطة تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل. اكتب معادلة هذا القطع المكافئ، واذكر ما إذا كان الرسم البياني مفتوحًا إلى أعلى أم إلى أسفل.

(1) $F(3, 2)$ **(2)** $F(8, -12)$ **(3)** $H(-6, -2)$ **(4)** $G(-2, 5)$

2

$y = ax^2$

نعوض عن (x, y) بالنقطة $f(8,-12)$

$$-12 = a(8)^2 \Rightarrow a = \frac{-12}{8^2} = \frac{-12}{64} = \frac{-3}{16}$$

$$y = \frac{-3}{16}x^2$$

$\frac{-3}{16} < 0$

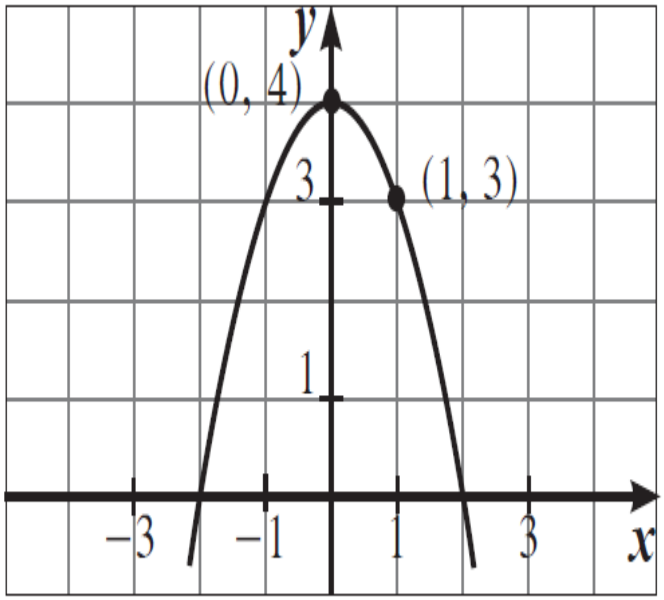
القطع المكافئ مفتوح لآسفل

معادلة القطع المكافئ بدلالة راسه (h , K)

$$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$$

في التمارين (10–5)، اكتب معادلة كل قطع مكافئ بدلالة إحداثيات رأسه.

(5)



$$y = a(x)^2 + 4$$

h=0, k=4

$$3 = a(1)^2 + 4$$

x =1, y=3

$$3 - 4 = a$$

$$a = -1$$

$$y = -(x)^2 + 4$$

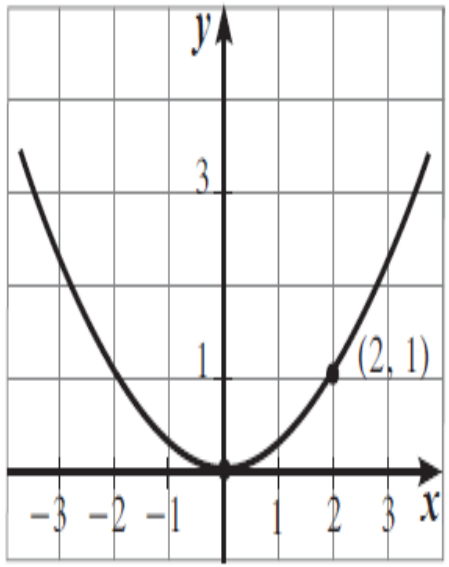
معادلة القطع المكافئ بدلالة راسه (h , K)

$$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$$

رأس المنحنى نقطة الأصل

في التمارين (10–5)، اكتب معادلة كل قطع مكافئ بدلالة إحداثيات رأسه.

(6)

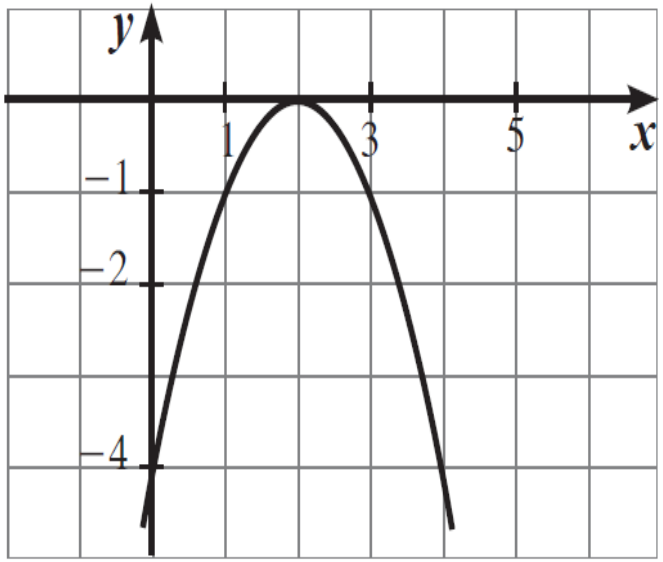


$$y = a\ x^2$$
$$1 = a\ (2)^2$$
$$a = \frac{1}{4}$$
$$y = \frac{1}{4}\ x^2$$

معادلة القطع المكافئ بدلالة راسه (h , K)

$$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$$

(7)



$$y = a(x-2)^2 + 0$$

h=2, k=0

$$-4 = a(0-2)^2$$

x =0, y=-4

$$-4 = 4a$$

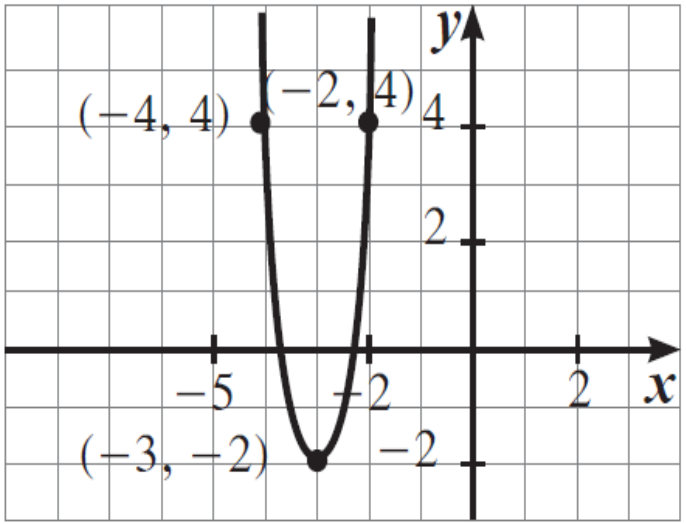
$$a = -1$$

$$y = -(x-2)^2$$

معادلة القطع المكافئ بدلالة راسه (h , K)

$$y = a(x-h)^2 + k, a \neq 0, h, k \in R$$

(10)



$$y = a(x+3)^2 - 2$$

h=-3 , k=-2

$$4 = a(-2+3)^2 - 2$$

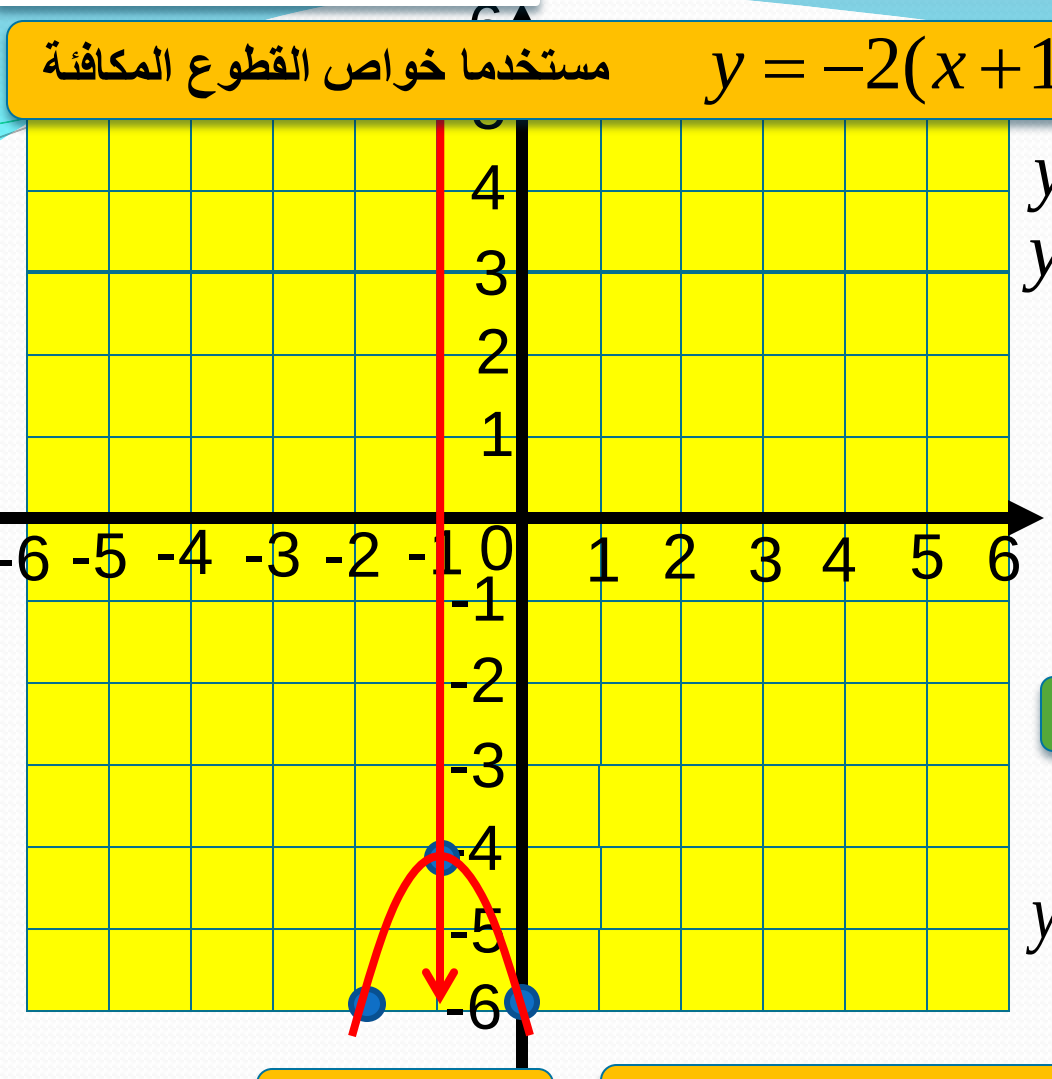
x=-2 , y=4

$$4 + 2 = a$$

$$a = 6$$

$$y = 6(x+3)^2 - 2$$

18) ارسم منحنى الدالة $y=-2(x+1)^2-4$ مستخدما خواص القطوع المكافئة



$y=a(x-h)^2+k, a\neq 0, h,k\in R$

$y=-2(x+1)^2-4$

h =-1, K =-4

رأس المنحنى (-1,-4)

معادلة محور التماثل

X=-1 | X=h

فتحة المنحنى لأسفل | a = -2 <0

نوجد نقطة اخرى تنتمي لمنحنى الدالة

عندما X=0 $y=-2(0+1)^2-4=-6$

(0 , -6)تنتمي لمنحنى الدالة

صورة النقطة (0 , -6) بالإنعكاس في محور التماثل X = 2

(-2 , -6)

عندما X=1 $y=-2(1-3)^2-1=-9$

(1, -9)تنتمي لمنحنى الدالة

صورة النقطة (1, -9) بالإنعكاس في محور التماثل X = 2

(-3, -9)

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ. (a) (b)

(2) القطع المكافئ $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ فتحته إلى الأعلى. (a) (b)

(3) المعادلة $y = 2(x-1)^2 + 2$ يكون بيانها أكثر اتساعًا من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ (a) (b)

(4) توجد عند رأس منحنى الدالة $y = -(x-3)^2 - 2$ قيمة عظمى. (a) (b)

(5) منحنى القطع المكافئ $y = (-x+2)^2 + 3$ يمر بالنقطة $P(2, 3)$ (a) (b)

في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة $y = a(3-x)^2 - 2$ يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة $y = -2x^2$ إذا كان:

(a) $|a| = 2$ (b) $|a| > 2$ (c) $a < 2$ (d) $|a| < 2$

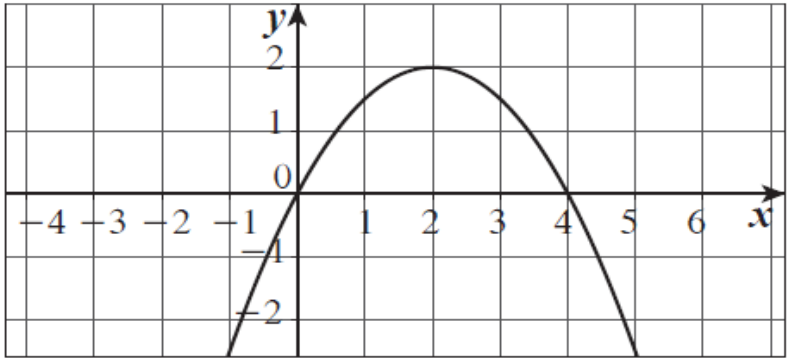
(7) معادلة القطع المكافئ $y = 2x^2$ الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يسارًا و4 وحدات لأعلى هي:

(a) $y = (2x+2)^2 + 4$ (b) $y = 2(x-2)^2 + 4$

(c) $y = 2(x+2)^2 + 4$ (d) $y = 2(x+2)^2 - 4$

في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(8) الشكل أدناه يمثل منحنى قطع مكافئ معادلته هي:



(a) $y = (x-2)^2 + 2$

(b) $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

(c) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$

(d) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

(9) القطع المكافئ $y = a(x-h)^2 + k$ يقطع المحورين على الأكثر في:

(a) نقطة

(b) نقطتين

(c) 3 نقاط

(d) 4 نقاط

في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(10) القيمة الصغرى للدالة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي عند النقطة:

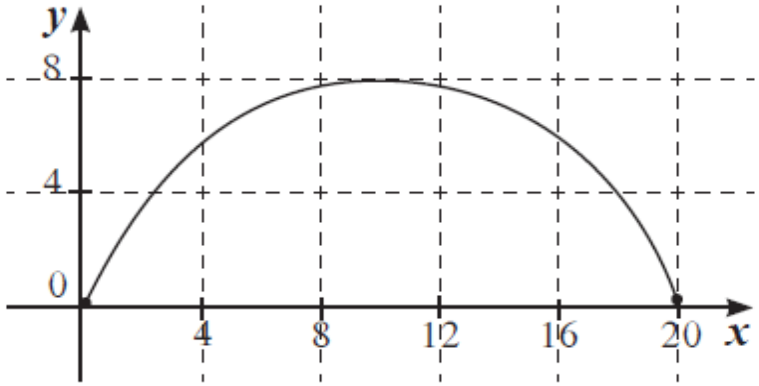
(a) $(3, -2)$

(b) $(-3, 2)$

(c) $(-3, -2)$

(d) $(3, 2)$

(11) يقع جسر على شكل قطع مكافئ فوق نهر. يبلغ البعد بين قاعدتيه 20 m وارتفاعه الأقصى 8 m معادلة القطع المكافئ هي:



(a) $y = 0.08(x-10)^2 + 8$

(b) $y = -0.08(x-10)^2 + 8$

(c) $y = -0.08(x-20)^2 + 8$

(d) $y = 0.08(x+10)^2 + 8$

كراسة التمارين P.27

اكتب كلاً من الدوال التالية بدلالة احداثيات الرأس

② $y = x^2 + 2x + 5$

$a = 1 \qquad b = 2 \qquad c = 5$

$$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(1)} = -1$$

$$k = (-1)^2 + 2(-1) + 5 = 4$$

∴ الرأس $(-1, 4)$

الفتحة نحو الأعلى ، محور التماثل $x = -1$

$$y = a(x-h)^2 + k$$

$$y = 1(x-(-1))^2 + 4$$

$$y = (x+1)^2 + 4$$

---

④ $f(x) = -2x^2 + 35$

$a = -2 \qquad b = 0 \qquad c = 35$

$$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-0}{2(-2)} = 0$$

$$k = -2(0)^2 + 35 = 35$$

الرأس $(0, 35)$ الفتحة نحو الأسفل

وتكون المعادلة

$$y = a(x-h)^2 + k$$

$$= -2(x-0)^2 + 35$$

كراسة التمارين P.27

أكتب كلاً من الدوال التالية بدلالة احداثيات الرأسي

(3) $y = 4x^2 + 7x$

الحل

$a = 4 \qquad b = 7 \qquad c = 0$

$$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-7}{2(4)} = \frac{-7}{8}$$

$$k = 4\left(\frac{-7}{8}\right)^2 + 7\left(\frac{-7}{8}\right) = \frac{-49}{16}$$

∴ الرأس $\left(\frac{-7}{8}, \frac{-49}{16}\right)$

الفتحة نحو الأعلى ، محور التماثل $x = \frac{-7}{8}$

وتكون بصورة

$$y = a(x-h)^2 + k$$

$$y = 4\left(x + \frac{7}{8}\right)^2 + \frac{-49}{16}$$

---

(7) $y = -3x^2 - 2x + 1$

الحل:

$a = -3 \qquad b = -2 \qquad c = 1$

$$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(-3)} = \frac{-1}{3}$$

$$k = -3\left(\frac{-1}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{-1}{3}\right) + 1 = \frac{4}{3}$$

الرأس $\left(\frac{-1}{3}, \frac{4}{3}\right)$

الفتحة نحو الأسفل ، محور التماثل $x = \frac{-1}{3}$

$$y = a(x-h)^2 + k$$

$$y = -3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}$$

اكتب معادلة القطع المكافئ في الصور الآتية

(8) $M = (x+3)^2 - 4$

$= x^2 + 6x + 9 - 4$

$= x^2 + 6x + 5$

---

(10) $f(x) = -(x-7)^2 + 10$

$= -(x^2 - 14x + 49) + 10$

$= -x^2 + 14x - 49 + 10$

$= -x^2 + 14x - 39$

---

* منحنى الدالة $M = 3x^2 - 8x + c$ له رأس عند النقطة $(1, -3)$ أو حدفيه)

$(1,-3) \in$ للقطع $\Rightarrow -3 = 3(1)^2 - 8(1) + c$

$-3 = 3 - 8 + c$

$-3 - 3 + 8 = c \Rightarrow c = 2$

---

* منحنى الدالة $M = ax^2 + bx + 3$ له رأس عند $(2,4)$ أو حد فيه a, b

$(2,4) \in$ لـ $\Rightarrow 4 = a(2)^2 + b(2) + 3$

$4 = 4a + 2b + 3$

$4a + 2b = 1$ ... (1)

$h = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 2 = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 4a = -b \Rightarrow 4a + b = 0$ ... (2)

$4a + 2b = 1$

$\ominus\ 4a \ominus\ b = 0$

$0 \quad b = 1 \Rightarrow 4a = -1 \Rightarrow a = \frac{-1}{4}$

$a = \frac{-1}{4} \qquad b = 1$

⑨ اكتب معادلة كل قطع مكافئ في الصورة العامة

$f(x) = 2(x-2)^2 + 5$

$y = 2(x^2 - 4x + 4) + 5$

$= 2x^2 - 8x + 8 + 5$

$= 2x^2 - 8x + 13$

⑫ $f(x) = -(3x-4)^2 + 6$

$y = -(9x^2 - 24x + 16) + 6$

$= -9x^2 + 24x - 16 + 6$

$= -9x^2 + 24x - 10$

⑬ $f(x) = -2x(x+7) + 8x$

$y = -2x^2 - 14x + 8x$

$= -2x^2 - 6x$

⑪ $y = (5x+6)^2 - 9$

$y = 25x^2 + 60x + 36 - 9$

$y = 25x^2 + 60x + 27$

(15) منحنى الدالة $y = 2x^2 - 12x + c$ يمر بالنقطة $(3,5)$ ما قيمة c ؟

الحل:

$(3,5) \in$ المنحنى $\Rightarrow 5 = 2(3)^2 - 12(3) + c$

$5 = -18 + c$

$c = 23$

---

(16) منحنى الدالة $y = ax^2 + bx + 8$ يمر بالنقطة $(2,-4)$ أوجد قيمة a, b

الحل:

$(2,-4) \in$ المنحنى $\Rightarrow -4 = a(2)^2 + b(2) + 8$

$-4 = 4a + 2b + 8$

$4a + 2b = -12 \Rightarrow 2a + b = -6$ ... ①

$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 2 = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 4a = -b \Rightarrow 4a + b = 0$ ... ②

$\ominus \; 2a \ominus b = \oplus -6$ ... ①

$4a + b = 0$ ... ②

$2a \quad 0 = 6 \Rightarrow \boxed{a = 3}$

بالتعويض في ②

$4a + b = 0$

$4(3) + b = 0$

$12 + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = -12}$

(5 – 2) مجال الدالة

1 2 3

4,5,6,7

8,9,10

11 12 13 14

15 16 17

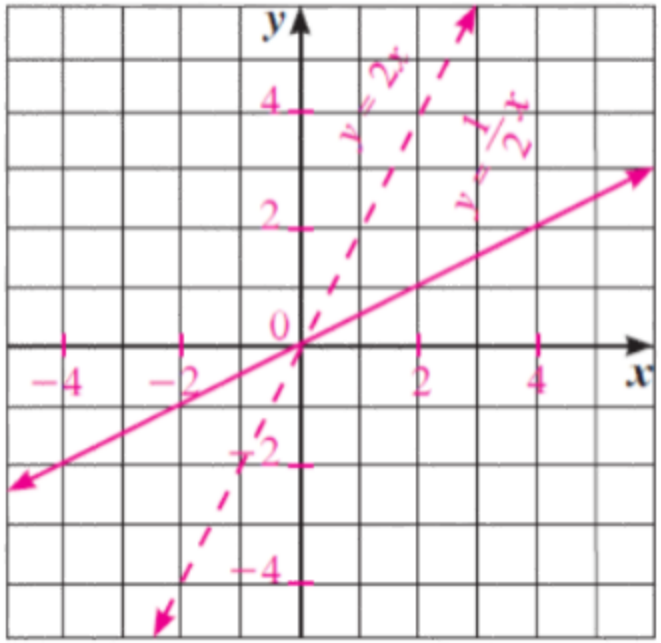
البنود الموضوعية

1,2,3,4,5 6,7,8 9 ,10

الفهرس

في التمارين (3–1)، ارسم بيانيًّا الدالة المعطاة ومعكوسها على محاور الإحداثيات نفسها. ثم اكتب معادلة المعكوس.

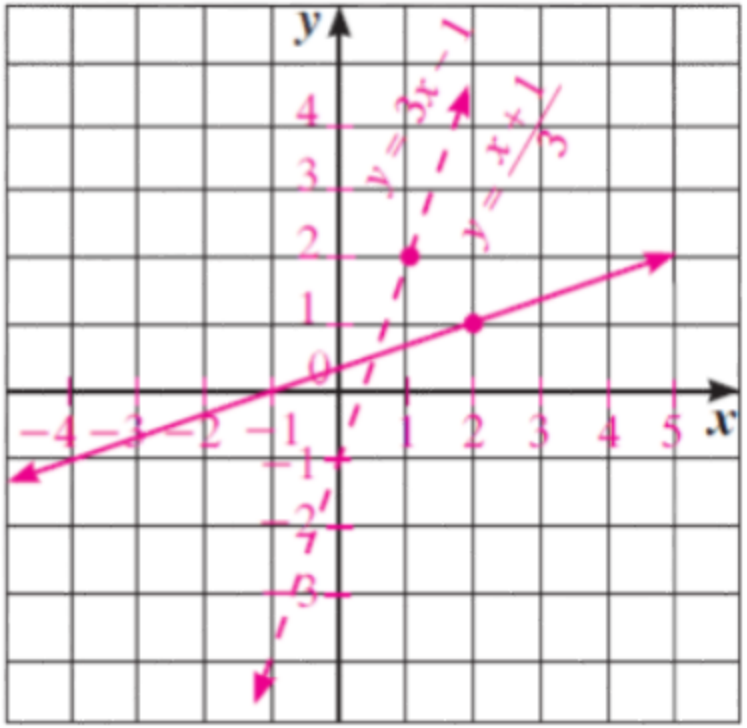
(1) $y = \frac{1}{2}x$



$y = 2x$

في التمارين (3–1)، ارسم بيانيًّا الدالة المعطاة ومعكوسها على محاور الإحداثيات نفسها. ثم اكتب معادلة المعكوس.

(2) $y = \frac{x+1}{3}$

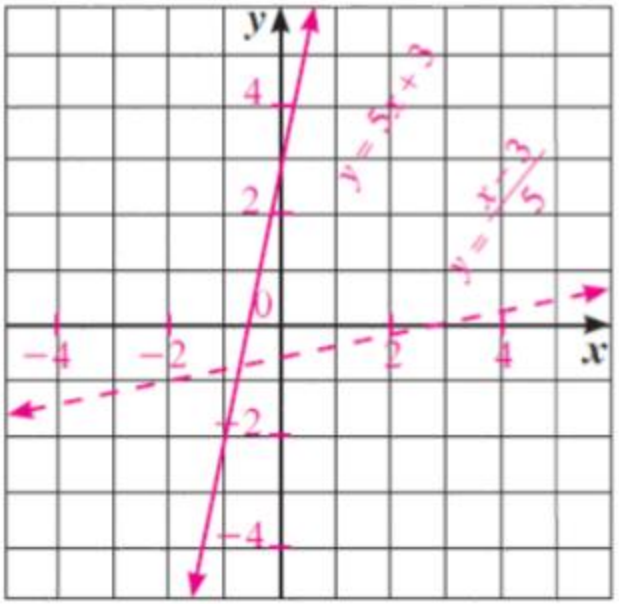


$y = 3x - 1$

في التمارين (3–1)، ارسم بيانيًّا الدالة المعطاة ومعكوسها على محاور الإحداثيات نفسها. ثم اكتب معادلة المعكوس.

(3) $y = 5x + 3$

(3)



$y = \frac{x-3}{5}$

في التمارين (4–10)، اكتب معادلة المعكوس لكل دالة مما يلي:

(4) $y = \frac{1}{2}x^2$

$$x = \frac{1}{2}y^2$$
$$2x = y^2$$
$$\pm\sqrt{2x} = y$$
$$y = \pm\sqrt{2x}$$

(5) $y = x^2 - 1$

$$x = y^2 - 1$$
$$x + 1 = y^2$$
$$y = \pm\sqrt{x + 1}$$

(6) $y = (x-2)^2 + 1$

$$x = (y-2)^2 + 1$$
$$x - 1 = (y-2)^2$$
$$\pm\sqrt{x - 1} = y - 2$$
$$y = \pm\sqrt{x - 1} + 2$$

(7) $y = \frac{x+5}{3}$

$$x = \frac{y+5}{3}$$
$$3x = y + 5$$
$$y = 3x - 5$$

الفهرس

في التمارين (10–4)، اكتب معادلة المعكوس لكل دالة مما يلي:

(8) $y = 6x + 2$

$$x = 6y + 2$$
$$x - 2 = 6y$$
$$\frac{x-2}{6} = y$$

(9) $y = x^2 - 3$

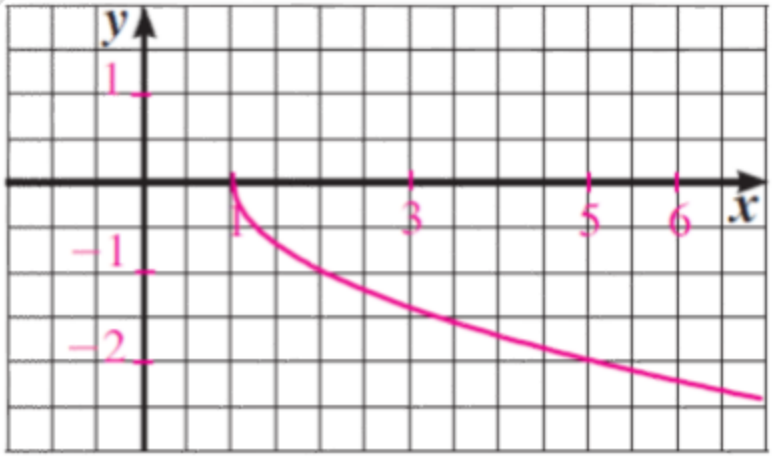
$$x = y^2 - 3$$
$$x + 3 = y^2$$
$$\pm\sqrt{x+3} = y$$
$$y = \pm\sqrt{x+3}$$

(10) $y = (x+5)^2 + 2$

$$x = (y+5)^2 + 2$$
$$x - 2 = (y+5)^2$$
$$\pm\sqrt{x-2} = y + 5$$
$$y = \pm\sqrt{x-2} - 5$$

في التمارين (11–14)، ارسم كل دالة جذر تربيعي. ثم اذكر المجال والمدى.

(11) $y = -\sqrt{x-1}$

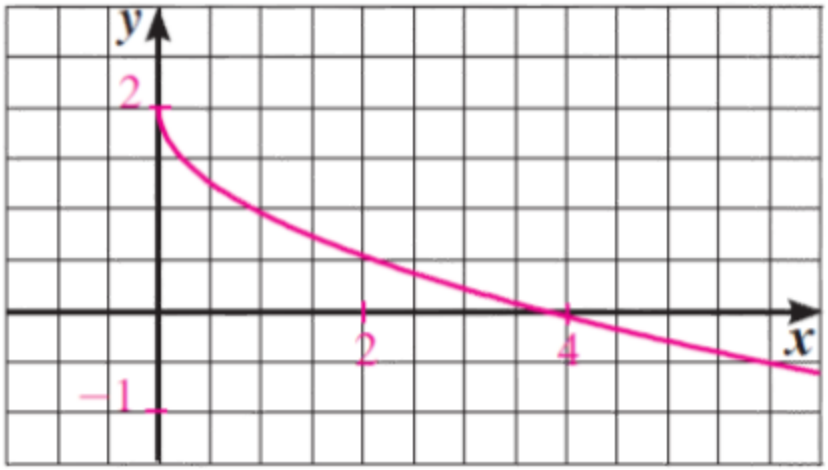


$x \geq 1;\ y \leq 0$

في التمارين (14–11)، ارسم كل دالة جذر تربيعي. ثم اذكر المجال والمدى.

(12) $y = -\sqrt{x} + 2$

(12)

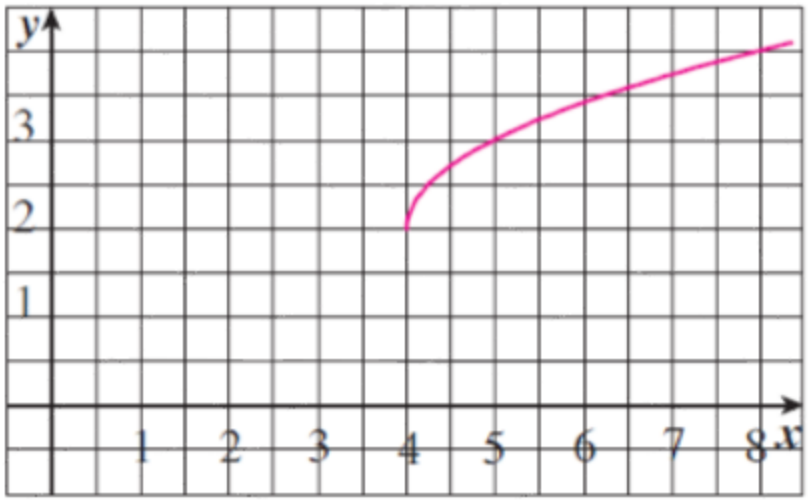


$x \geq 0;\ y \leq 2$

في التمارين (14–11)، ارسم كل دالة جذر تربيعي. ثم اذكر المجال والمدى.

(13) $y = \sqrt{x-4} + 2$

(13)

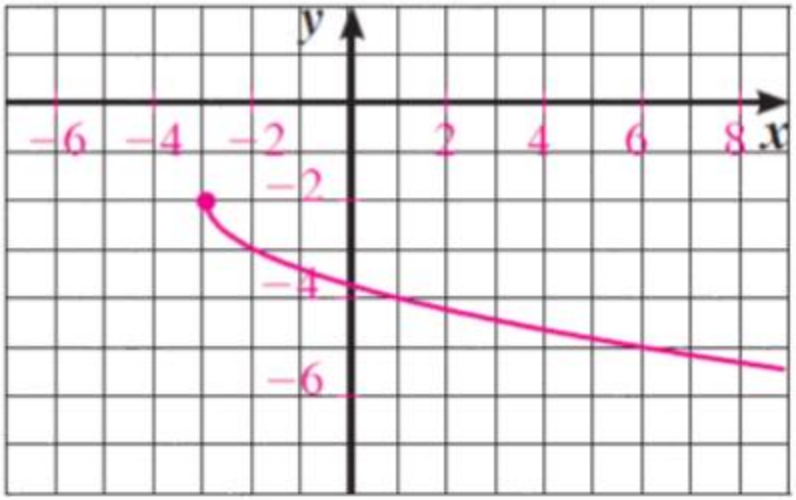


$x \geq 4;\ y \geq 2$

في التمارين (14–11)، ارسم كل دالة جذر تربيعي. ثم اذكر المجال والمدى.

(14) $y = -\sqrt{x+3} - 2$

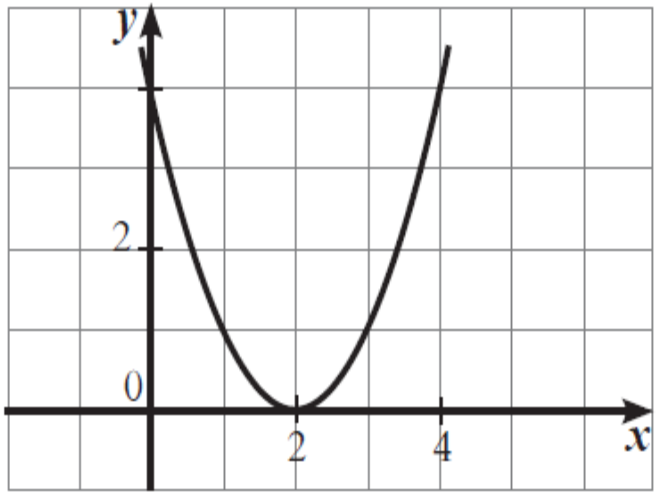
(14)



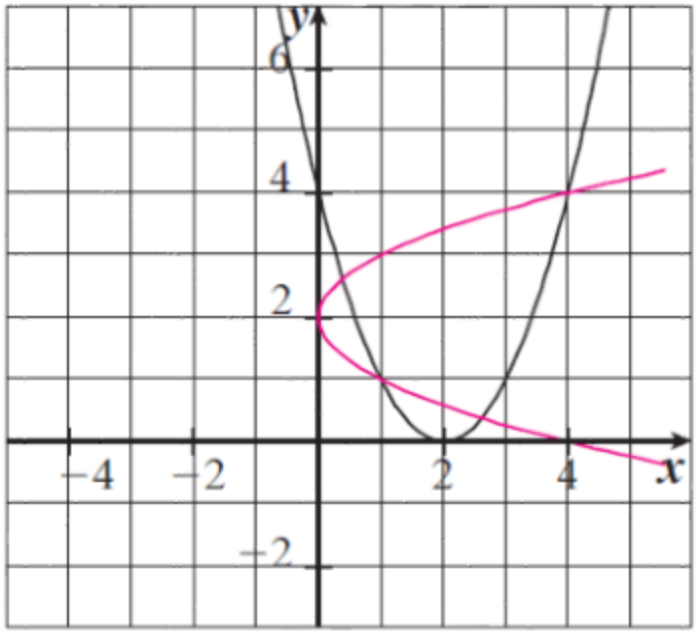
$x \geq -3;\ y \leq -2$

في التمرينين (16–15)، ارسم مخططًا لمعكوس الرسم البياني، ثم اكتب معادلة كل رسم بياني، ومعادلة معكوسه.

(15)



(15)

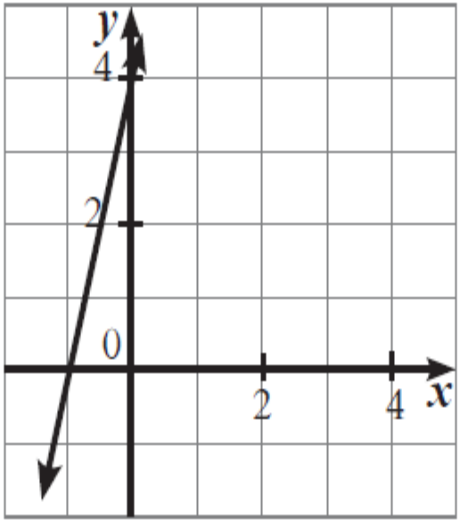


$y = (x-2)^2$

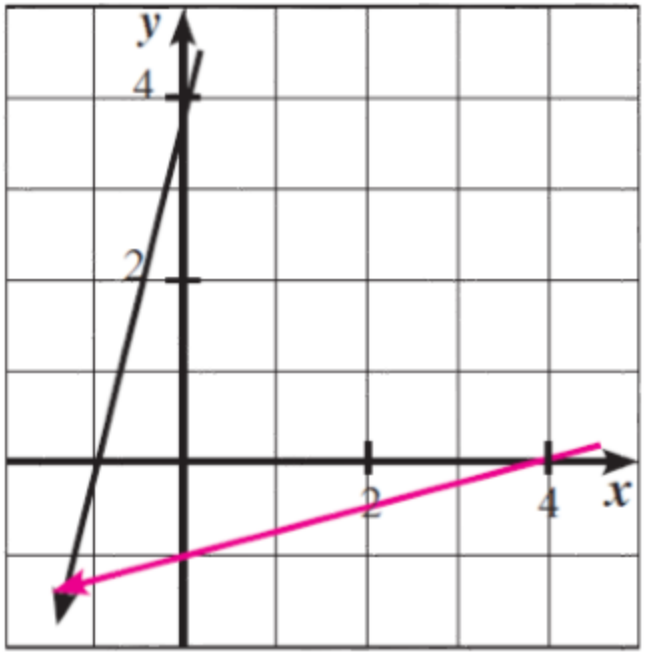
$y = \pm\sqrt{x} + 2$

في التمرينين (16–15)، ارسم مخططًا لمعكوس الرسم البياني، ثم اكتب معادلة كل رسم بياني، ومعادلة معكوسه.

(16)



(16)



$y = 4x + 4$

$y = \frac{1}{4}x - 1$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت النقطة $M(x, y)$ تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة $N(y, x)$ تنتمي لبيان معكوس هذه الدالة.

(a) (b)

(2) إذا كانت $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$ فإن الدالتين كل منهما معكوس للأخرى.

(a) (b)

(3) المستقيم $y = x$ هو خط انعكاس لبيان دالة f وبيان معكوسها.

(a) (b)

(4) إذا مر بيان دالة بنقطة الأصل فإن بيان معكوسها يمر أيضًا بنقطة الأصل.

(a) (b)

(5) لا يتغير مجال دالة الجذر التربيعي بعد إزاحة بيانها 3 وحدات يمينًا.

(a) (b)

الفهرس

في التمارين (6–10)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة:

(6) إذا انتمت النقطة $A(2, 3)$ إلى بيان دالة فإن النقطة التي تنتمي إلى بيان معكوس تلك الدالة هي:

a $(-2, 3)$ b $(2, -3)$ c $(3, -2)$ d $(3, 2)$

(7) بيان الدالة $y = \sqrt{x+2} - 2$ هو انسحاب لبيان الدالة $y = \sqrt{x}$:

a وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأعلى
b وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأسفل
c وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأعلى
d وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأسفل

(8) معكوس الدالة $y = x^2 + 2$ هو:

a $y = \sqrt{x-2}$
b $y = -\sqrt{x-2}$
c $y = \pm\sqrt{x} - 2$
d ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

في التمارين (6–10)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة:

(9) معكوس الدالة $y = 5x - 1$ هو:

(a) $y = 5x + 1$

(b) $y = \frac{x+1}{5}$

(c) $y = \frac{x}{5} + 1$

(d) $y = \frac{x}{5} - 1$

(10) مجال معكوس الدالة $y = \sqrt{x+3} - 1$ هو:

(a) $\mathbb{R}$

(b) $(-1, \infty)$

(c) $(-\infty, 1)$

(d) $[-1, \infty)$

(6 – 2) حل المتباينات

1 a | 1 b | 1 c | 1 d | 1 e | 1 f

2 | 3 | 4

5 | 6 | 7

8 | 9 | 10

11 | 12

البنود الموضوعية

1,2,3,4,5 | 6,7,8,9 | 10,11,12,

الفهرس

(1) أوجد مجموعة حل كل من المتباينات التالية:

(a) $(x-3)(2x+5)<0$

إما $x-3=0 \Rightarrow x=3$ أو $2x+5=0 \Rightarrow x=-2.5$

$(x-3)(2x+5)<0$

للبحث عن قيم X التي تحقق

$x-3<0 \Rightarrow x<3$ $x-3>0 \Rightarrow x>3$

$2x+5<0 \Rightarrow x<-2.5$ $2x+5>0 \Rightarrow x>-2.5$

نكون جدول

X	-\	-2.5	3	\
X-3	—	—	0	+
2X+5	—	0	+	+
(X-3)(X+2)	+	—	+	+

مجموعة الحل=

(-2.5 , 3)

الفهرس

(1) أوجد مجموعة حل كل من المتباينات التالية:

(b) $2x^2 - 3x - 5 \geq 0$

المعادلة المناظرة

$2x^2 - 3x - 5 = 0$

نحلل

$(2x-5)(x+1) = 0$

إما $2x-5=0 \Rightarrow x = 2.5$ أو $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

للبحث عن قيم X التي تحقق

$2x^2 - 3x - 5 \geq 0$

$2x-5<0 \Rightarrow x<2.5$ $\quad x+1<0 \Rightarrow x<-1$

$2x-5>0 \Rightarrow x>2.5$ $\quad x+1>0 \Rightarrow x>-1$

نكون جدول

X	-\	-1	2.5	\
2X-5	—	—	0	+
X+1	—	0	+	+
(X+3)(X+1)	+	—		+

مجموعة الحل=

R/(-1,2.5)

الفهرس

(1) أوجد مجموعة حل كل من المتباينات التالية:

(c) $-3x^2+2x<-1$

$-3x^2+2x+1<0$ $\qquad 3x^2-2x-1>0$

اضرب في -1

المعادلة المناظرة

نحلل

$3x^2-2x-1=0$

$(3x+1)(x-1)=0$

إما $3x+1=0\Rightarrow x=-\frac{1}{3}$ أو $x-1=0\Rightarrow x=1$

للبحث عن قيم X التي تحقق

$3x^2-2x-1\geq 0$

$3x+1<0\Rightarrow x<\frac{-1}{3}$ $\qquad 3x+1>0\Rightarrow x>\frac{-1}{3}$

$x-1<0\Rightarrow x<1$ $\qquad x>1$

نكون جدول

X	-\	$\frac{-1}{3}$	0	1	\
X-1	—		—	0	+
3X+1	—	0	+		+
(3X+1)(X-1)	+		—		+

مجموعة الحل=

$R-[\frac{-1}{3},1]$

الفهرس

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5 – 1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 > 0$ هي $\mathbb{R}$ a b

(2) كل x ينتمي للفترة $(0, \infty)$ هو حل للمتباينة $\frac{x-1}{x^2-x} \geq 0$ a b

(3) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2+2 < 1$ هي المجموعة الخالية ϕ a b

(4) مجموعة حل المتباينة $\frac{x+2}{x+1} \geq 1$ هي $(-1, \infty)$ a b

(5) مجموعة حل المتباينة $(-x-3)^2 < 0$ هي $\{3\}$ a b

الفهرس

في التمارين (6–13)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) المعادلة المناظرة للمتباينة $-3(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right) \le 2$ هي:

(a) $-3x^2+2x-\frac{5}{3}=0$ (b) $x^2+\frac{4}{3}x+1=0$ (c) $-3x^2+4x-3=0$ (d) $-3x^2+2x+1=0$

(7) إن مجموعة حل المتباينة $(1-2x)(4+5x)<0$ هي:

(a) $\left(-\frac{4}{5},\frac{1}{2}\right)$ (b) $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(\frac{1}{2},\infty\right)$

(c) $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{4}{5},\infty\right)$ (d) $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},\infty\right)$

(8) إن مجموعة حل المتباينة $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3}>0$ هي:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^*$ (c) $\mathbb{R}-\{3\}$ (d) $\mathbb{R}-\{0,3\}$

(9) المتباينة التي مجموعة حلها $[-2, 3]$ هي:

(a) $x^2-x-6<0$ (b) $x^2-x-6\le 0$ (c) $x^2-x-6>0$ (d) $x^2-x-6\ge 0$

(10) مجموعة حل المتباينة $x^2+|x|>0$ هي:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $(0,\infty)$ (c) $\mathbb{R}-\{0\}$ (d) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

(11) إذا كانت $f(x)=\frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ فإن قيم x التي تجعل f غير معرّفة هي:

(a) $\{\frac{2}{3},-\frac{3}{2}\}$ (b) $\{\frac{-2}{3},\frac{3}{2}\}$ (c) $\{\frac{2}{3},\frac{3}{2}\}$ (d) $\{\frac{-2}{3},-\frac{3}{2}\}$

(12) مجموعة حل المعادلة $x^2+|x|-2=0$ هي:

(a) $\{1,-2\}$ (b) $\{-1,2\}$ (c) $\{-1,1\}$ (d) $\{-2,2\}$

(13) إذا كانت $f(x)=-3x^2+x-\frac{1}{12}$ فإن قيم x التي تجعل $f(x)$ غير موجبة ولا تساوي الصفر هي:

(a) $(-\infty,0)$ (b) $(0,\infty)$ (c) $\{\frac{1}{6}\}$ (d) $\mathbb{R}-\{\frac{1}{6}\}$

حل تمارين (1-3) صفحة ٣٨ كتاب التمارين

① نقطة الأصل هي نقطة التماثل (التناظر) الدالة فردية

② محور الصادات هو محور التناظر الدالة زوجية

③ ليس للدالة نقطة تناظر ولا محور تناظر الدالة ليست فردية و ليست زوجية

④ ليس للدالة نقطة تناظر ولا محور تناظر الدالة ليست فردية و ليست زوجية

⑤ $f(x) = x^3$

$F(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$

الدالة فردية

⑥ $y = (x-1)^3 + 2$

$F(-x) = (-x+1)^3 + 2 \neq f(x) \neq -f(x)$

الدالة ليست زوجية و الدالة ليست فردية

⑦ $Y = x^4$

$F(-x) = (-x)^4 = x^4 = f(x)$ الدالة زوجية

⑧ $Y = -x^4 + 3$

$F(-x) = -(-x)^4 + 3 = -x^4 + 3 = f(x)$ الدالة زوجية

⑨ $Y = -\sqrt[4]{x}$: $x \in [0, \infty)$

$F(-x) = -\sqrt[4]{-x} \in \mathbb{R}$

الدالة ليست زوجية و الدالة ليست فردية

أوجد معكوس الدوال التالية

⑩ $Y = \frac{1}{3} X^3$

$x = \frac{1}{3} y^3$ اعكس الرمزين x,y

$Y^3 = 3x \Longrightarrow y = \sqrt[3]{3x} = f^{-1}(x)$

⑪ $y = 2\sqrt[4]{x}$

$x = 2\sqrt[4]{y}$ اعكس الرمزين x,y

$\sqrt[4]{y} = \frac{x}{2} \Longrightarrow f^{-1}(x) = y = \frac{x^4}{16}$

⑫ $Y = \frac{1}{3} X^4$

$x = \frac{1}{3} y^4$ اعكس الرمزين x,y

$Y^4 = 3x \Longrightarrow y = \pm\sqrt[4]{3x} = f^{-1}(x)$

⑬ $y = \frac{1}{3}\sqrt[3]{x}$

$x = \frac{1}{3}\sqrt[3]{y}$ اعكس الرمزين x , y

$\sqrt[3]{y} = 3x \Longrightarrow f^{-1}(x) = y = 27x^3$

⑭ $Y = \sqrt[3]{x-1}$

$X = \sqrt[3]{y-1}$

$Y - 1 = x^3$ $\qquad$ $y = x^3 + 1 = f^{-1}(x)$

⑮ $y = (x+2)^4 - 3$

$X = (y+2)^4 - 3$

$(y+2)^4 = x + 3$

$Y + 2 = \pm\sqrt[4]{x+3}$

$f^{-1}(x) = y = \pm\sqrt[4]{x+3} - 2$

⑯

(a) $M = 0.008P^3 = 0.008(80)^3 = 4096$

(b) $P = \sqrt[3]{\frac{m}{0.008}}$

(c) $3250 = 0.008P^3$

$P = \sqrt[3]{\frac{3250}{0.008}} = 74.062$

⑰ $f(x) = a\,x^3$, $a \in R^-$

⑱(a) $V = 2\pi^2 R_1 R_2^2 = 2\pi^2(3R_2)R_2^2 = 6\pi^2 R_2^3$

(b) $v = 6\pi^2 (1.27)^3 = 121.3$

المجموعة الموضوعية

البند	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
الاختيار	b	a	b	b	a	b	a	c	d	b	A	d

ثانيا : حلول تمارين كراسة التمارين

تمرّن
3–3

العوامل الخطية لكثيرات الحدود

Linear Factors of Polynomials

المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (3–1)، اكتب كل دالة كثيرة حدود في الصورة العامة واذكر درجتها.

(1) $y=(x+3)(x+4)(x+5)$ (2) $y=(x-3)^2(x-1)$ (3) $y=x(x-1)(x+1)$

1 $y=(x+3)(x+4)(x-5)$

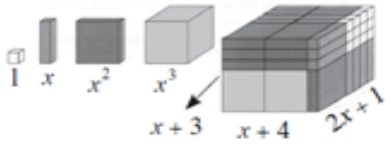
$$=(x+3)(x^2-5x+4x-20)$$
$$=(x+3)(x^2-x-20)$$
$$=x^3-x^2-20x+3x^2-3x-60$$
$$=x^3+2x^2-23x-60$$

2 $y=(x-3)^2(x-1)$

$$=(x^2-6x+9)(x-1)$$
$$=x^3-x^2-6x^2+6x+9x-9$$
$$=x^3-7x^2+15x-9$$

3 $y=x(x-1)\ (x+1)=\ x(x^2-1)=\ x^3-x$

(4) **الهندسة:** إذا كان طول صندوق $2x+1$ من الوحدات، وعرضه $x+4$ من الوحدات، وارتفاعه $x+3$ من الوحدات، وقد كونته باستخدام الكتل الخشبية x^3، x^2، x، الوحدة (1). فإلى كم كتلة تحتاج من كل منها؟



الحجم =

$$(2x+1)(x+4)(x+3) =$$

$$(2x^2+8x+x+4)(x+3) =$$

$$(2x^2+9x+4)(x+3) =$$

$$2x^3+6x^2+9x^2+27x+4x+12 =$$

$$2x^3+15x^2+31x+12 =$$

---

(5) **الهندسة:** صندوق على شكل شبه مكعب طوله: $2x+3$ من الوحدات، عرضه $2x-3$ من الوحدات، ارتفاعه $3x$ من الوحدات. عبّر عن حجم الصندوق في صورة كثيرة حدود.

الحجم =

$$(2x+3)(2x-3)3x =$$

$$(4x^2-9)3x = 12x^3-27x$$

في التمارين (8–6)، عيّن أصفار كل دالة وتكرارها.

(6) $y=(x-1)(x+2)$ (7) $y=(x+3)^3$ (8) $y=x(x-2)^2(x+9)$

6

الأصفار		
	1	مكرر مرة واحدة
	-2	مكرر مرة واحدة

7

الأصفار		
	-3	مكرر ٣ مرات

8

الأصفار		
	2	مكرر مرتين
	-9	مكرر مرة واحدة

في التمارين (12–9)، أوجد أصفار كل دالة مما يلي ثم ارسم بيانًا تقريبيًّا لكل منها مراعيًا سلوك النهاية لبيان كل دالة.

9 $y = (x-2)(x+2)$

$x-2=0$ أو $x+5=0$

$x=2$ $\quad$ $x=-2$

باستخدام خاصية الضرب في صفر
أوجد صفرا لكل عامل خطي

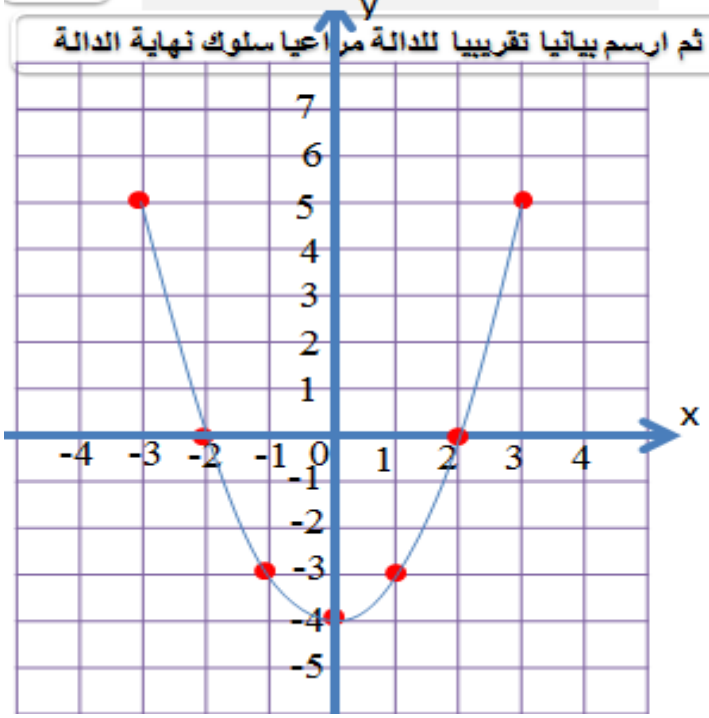
- أصفار الدالة هي : 2- , 2
- المعامل الرئيسي (عدد موجب)
- سلوك النهاية جهة اليمين هو لأعلى
- كثيرة الحدود من الدرجة الثانية (زوجي)
- سلوك النهاية جهة اليسار
  نفس سلوك النهاية جهة اليمين أي لأعلى
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↖)

(3– 3) العوامل الخطية لكثيرات الحدود
كراسة التمارين ص43

9 $y = (x-2)(x+2)$

أوجد أصفار

ثم ارسم بيانيا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة



- أصفار الدالة هي : 2 , 2-
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↖)

نكون جدول

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

10 $y=(x+1)(x-2)(x-3)$ أوجد أصفار

ثم ارسم بيانيا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة

باستخدام خاصية الضرب في صفر
أوجد صفرا لكل عامل خطي

$x+1=0$ أو $x-2=0$ أو $x-3=0$

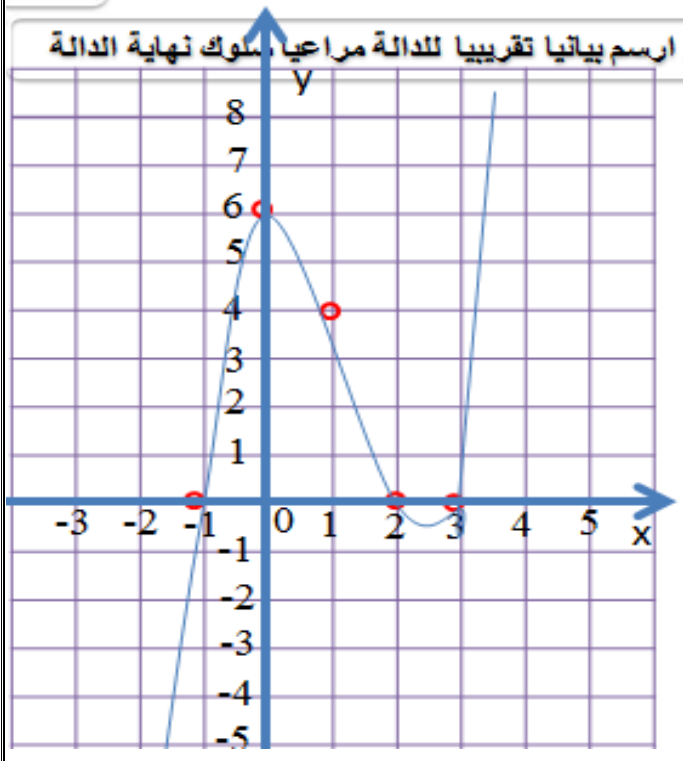
$x=-1$ $x=2$ $x=3$

- أصفار الدالة هي : 3 , 2 , 1-
- المعامل الرئيسي (عدد موجب)
- سلوك النهاية جهة اليمين هو لأعلى
- كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة (فردي)
- سلوك النهاية جهة اليسار
  معاكس لسلوك النهاية جهة اليمين أي لأسفل
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↙)

---

10 $y=(x+1)(x-2)(x-3)$ أوجد أصفار

ثم ارسم بيانيا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة



- أصفار الدالة هي : 3 , 2 , 1-
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↙)

نكون جدول

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-20	0	6	4	0	0	10

في التمارين (12–9)، أوجد أصفار كل دالة مما يلي ثم ارسم بيانًا تقريبيًّا لكل منها مراعيًا سلوك النهاية لبيان كل دالة.

11 $y = x(x+2)^2$

$x = 0$ أو $x + 2 = 0$
$x = -2$

باستخدام خاصية الضرب في صفر
أوجد صفرا لكل عامل خطي

- أصفار الدالة هي : 0 , -2
- المعامل الرئيسي (عدد موجب)
- سلوك النهاية جهة اليمين هو لأعلى
- كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة (فردي)
- سلوك النهاية جهة اليسار
  معاكس لسلوك النهاية جهة اليمين أي لأسفل
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↙)

---

12 $y = (x+1)^2(x-2)(x-1)$ أوجد أصفار

ثم ارسم بيانيا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة

$x - 1 = 0$ أو $x - 2 = 0$ أو $x + 1 = 0$
$x = 1$ $x = 2$ $x = -1$

باستخدام خاصية الضرب في صفر
أوجد صفرا لكل عامل خطي

- أصفار الدالة هي : 1 , 2 , -1
- المعامل الرئيسي (عدد موجب)
- سلوك النهاية جهة اليمين هو أعلى
- كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة (زوجي)
- سلوك النهاية جهة اليسار
  نفس سلوك النهاية جهة اليمين أي لأعلى
- سلوك النهاية هو (↗ ، ↖)

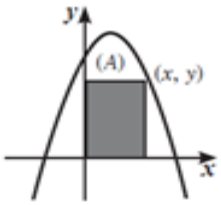
(13) **التفكير الناقد:** كيف تعرف نقاط تقاطع الرسم البياني لدالة كثيرة الحدود مع محور الصادات دون رسمها بيانيًّا؟

الجواب : بوضع $x = 0$

(3– 3) العوامل الخطية لكثيرات الحدود
كراسة التمارين ص43

(14) **الهندسة التحليلية:** يوضح الشكل أدناه منطقة مستطيلة الشكل، أحد أركانها يقع على الرسم البياني للدالة.

$y = -x^2 + 2x + 4$



(a) اكتب مساحة المنطقة المستطيلة (A) كدالة كثيرة حدود في الصورة العامة.

(b) أوجد مساحة المنطقة المستطيلة إذا كانت $x = 2\frac{1}{2}$.

مساحة المنطقة المستطيلة = الطول × العرض

$$A = x \bullet y$$
$$A = x(-x^2 + 2x + 4)$$
$$A = -x^3 + 2x^2 + 4x$$
$$A = -(2.5)^3 + 2(2.5)^2 + 4(2.5)$$
$$A = -(2.5)^3 + 2(2.5)^2 + 4(2.5) = 6.875$$

---

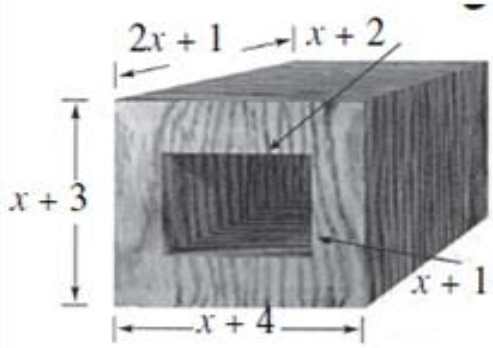
(15) **السؤال المفتوح:** اكتب دالة كثيرة حدود لها المميزات التالية.

ثلاثة أصفار مختلفة، أحد أصفارها هو العدد 1، وصفر آخر من أصفارها مكرر مرتين.

$$y = (x+1)(x-a)(x-b)^2 \quad : a \neq b \qquad a,b \in R$$

---

(16) **الصناعات الخشبية:** بدأ نجار عمله باستخدام كتلة خشبية كالموضحة في الشكل.



(a) عبّر عن حجم الكتلة الخشبية الأصلية وحجم التجويف في شكل كثيرتي حدود في الصورة العامة.

(b) اكتب كثيرة حدود لحجم الخشب المتبقي.

حجم الكتلة الخشبية الأصلية

$$y=(2x+1)(x+3)(x+4)$$
$$y=(2x+1)(x^2+7x+12)$$
$$y=2x^3+14x^2+24x+x^2+7x+12$$
$$y=2x^3+15x^2+31x+12$$

حجم التجويف

$$y=(2x+1)(x+1)(x+2)$$
$$y=(2x+1)(x^2+3x+2)$$
$$y=2x^3+6x^2+4x+x^2+3x+2$$
$$y=2x^3+7x^2+7x+2$$

حجم كتلة الخشب المتبقية

$$y=2x^3+15x^2+31x+12-2x^3-7x^2-7x-2$$
$$y=8x^2+24x+10$$

في التمارين (20–17)، اكتب دالة كثيرة الحدود في الصورة العامة مستخدمًا الأصفار المعطاة:

(17) $1, -1$ (18) $0, 1, 2$ (19) $-4, -1, 3$ (20) $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 2$ (مكرر مرتين)

17

أصفار الدالة هي : **1 , -1**

عوامل كثيرة الحدود $(x-1)(x-(-1))$

$$f(x)=x^2-1 \qquad f(x)=(x-1)(x+1)$$

18

أصفار الدالة هي : **0 , 1 , 2**

عوامل كثيرة الحدود $x(x-1)(x-2)$

$$f(x)=x(x-1)(x-2)$$
$$f(x)=x(x^2-3x+2)$$
$$f(x)=x^3-3x^2+2x$$

في التمارين (20–17)، اكتب دالة كثيرة الحدود في الصورة العامة مستخدمًا الأصفار المعطاة:

(17) $1, -1$ (18) $0, 1, 2$ (19) $-4, -1, 3$ (20) $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 2$ (مكرر مرتين)

19

أصفار الدالة هي : **-4 , -1 , 3**

عوامل كثيرة الحدود : ***(x – (-4)) (x – (-1))(x - 3)***

$$f(x) = (x+4)(x+1)(x-3)$$
$$f(x) = (x+4)(x^2-2x-3)$$
$$f(x) = x^3-2x^2-3x+4x^2-8x-12$$
$$f(x) = x^3+2x^2-5x-12$$

في التمارين (20–17)، اكتب دالة كثيرة الحدود في الصورة العامة مستخدمًا الأصفار المعطاة:

(17) $1, -1$ (18) $0, 1, 2$ (19) $-4, -1, 3$ (20) $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 2$ (مكرر مرتين)

20

أصفار الدالة هي : $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 2$

عوامل كثيرة الحدود : $f(x) = (2x-1)(2x+1)(x-2)$

$$f(x) = (2x-1)(2x+1)(x-2)$$
$$f(x) = (4x^2-1)(x-2)$$
$$f(x) = 4x^3-8x^2-x+2$$

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f تقبل القسمة على $(2x+3)$ فإن $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$ — (a) (b)

(2) إذا كانت $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية g فإن $g(-2)=0$ — (a) (b)

(3) إذا قبلت $f(x)=x^4-2x^2+k+1$ القسمة على x فإن $k=-1$ — (a) (b)

(4) باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت. — (a) (b)

(5) $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية: $p(x)=x^3-x^2-2x$ — (a) (b)

في التمارين (13–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

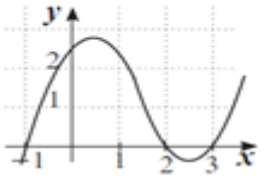
(6) إذا كان $x=-2a$ صفر من أصفار كثيرة حدود فإن أحد عواملها هو:

(a) $(x-2a)$ (b) $(2x+a)$ (c) $(2x-a)$ (d) $(x+2a)$

(7) أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x-1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية:

(a) $(x-1)^2$ (b) x^2-x (c) x^2-1 (d) x^2+1

(8) ليكن بيان f كما في الشكل المرسوم فإن مجموعة حل المعادلة $f(x)=0$ هي:



(a) $\{-1,2,3\}$ (b) $\{1,-2,-3\}$
(c) $\{-1,0,2,3\}$ (d) $\{0\}$

(9) شبه مكعب أبعاده $3x$ ، $2x-3$ ، $2x+3$ فتكون دالة الحجم $f(x)$ تساوي:

(a) $4x^2-9$ (b) $3x(4x^2+9)$ (c) $12x^2-9x$ (d) $12x^3-27x$

(10) قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عاملًا من عوامل $f(x)=(x^2+x-2)+2k$ هي:

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

(11) $f(x)=x^3-x$ تقبل القسمة على $x-k$ إذا كان k ينتمي إلى المجموعة:

(a) $\{0\}$ (b) $\{-1\}$ (c) $\{1\}$ (d) $\{0,-1,1\}$

(12) إذا كانت $f(x)$ تقبل القسمة على $(x-2)^2$ فإن:

(a) $x=2$ صفر من أصفار الدالة f
(b) $x=2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f
(c) $x=-2$ صفر من أصفار الدالة f
(d) $x=-2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f

(13) $x+m$ عامل من عوامل:

(a) $f(x)=x^2+m$ (b) $f(x)=x^3+mx$
(c) $f(x)=x^3+mx^2$ (d) $f(x)=x^2+m^2$

انتهت الأسئلة

تمرّن
3–5

حل معادلات كثيرات الحدود

Solving Polynomial Equations

المجموعة A تمارين مقالية

في التمارين (9–1)، حل كل معادلة مما يأتي وقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة عندما يكون ذلك ضروريًّا.

1

$$6y^2 = 48y$$

$$6y^2 - 48y = 0$$

$$6y(y-8) = 0$$

$$6y = 0 \quad , \quad y - 8 = 0$$

$$y = 0 \qquad\qquad y = 8$$

في التمارين (9–1)، حل كل معادلة مما يأتي وقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة عندما يكون ذلك ضروريًّا.

2

$$3x^3 - 6x^2 - 9x = 0$$

$$3x(x^2 - 2x - 3) = 0$$

$$3x(x-3)(x+1) = 0$$

$$3x = 0 \quad , \quad x - 3 = 0 \quad , \quad x + 1 = 0$$

$$x = 0 \qquad x = 3 \qquad x = -1$$

في التمارين (9–1)، حل كل معادلة مما يأتي وقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة عندما يكون ذلك ضروريًّا.

3 $12x^3 - 60x^2 - 75x = 0$

$3x(4x^2 - 20x - 25) = 0$

$3x(2x - 5)^2 = 0$

$3x = 0$, $2x - 5 = 0$

$x = 0$ $x = \frac{5}{2}$

في التمارين (9–1)، حل كل معادلة مما يأتي وقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة عندما يكون ذلك ضروريًّا.

4

$$4x^3 = 4x^2 + 3x$$

$$4x^3 - 4x^2 - 3x = 0$$

$$x(4x^2 - 4x - 3) = 0$$

$$x(2x-3)(2x+1) = 0$$

$$x = 0 \quad , \quad 2x - 3 = 0 \quad , \quad 2x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \qquad x = \frac{-1}{2}$$

في التمارين (9–1)، حل كل معادلة مما يأتي وقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة عندما يكون ذلك ضروريًّا.

5 $2a^4 - 5a^3 - 3a^2 = 0$

$a^2(2a^2 - 5a - 3) = 0$

$a^2(2a + 1)(a - 3) = 0$

$a^2 = 0$, $2a + 1 = 0$, $a - 3 = 0$

$a = 0$ $\quad a = \frac{-1}{2}$ $\quad x = 3$

1)، حل كل معادلة مما يأتي وقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة عندما يكون ذلك ضروريًّا.

(1) $6y^2 = 48y$

(2) $3x^3 - 6x^2 - 9x = 0$

(3) $12x^3 - 60x^2$

(4) $4x^3 = 4x^2 + 3x$

(5) $2a^4 - 5a^3 - 3a^2 = 0$

(6) $2d^4 + 18d^3 =$

(7) $x^3 - 6x^2 + 6x = 0$

(8) $x^3 + 13x = 10x^2$

(9) $2x^3 - 5x^2 =$

في التمارين (9–1)، حل كل معادلة مما يأتي وقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة عندما يكون ذلك ضروريًّا.

6

$$2d^4 + 18d^3 = 0$$

$$2d^3(d + 9) = 0$$

$2d^3 = 0$, $d + 9 = 0$

$d = 0$ $\qquad$ $d = -9$

في التمارين (9–1)، حل كل معادلة مما يأتي وقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة عندما يكون ذلك ضروريًّا.

7 $x^3 - 6x^2 + 6x = 0$

$x(x^2 - 6x + 6) = 0$

$a = 1, b = -6, c = 6$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1}$$

$x = 0$, $x = 4.73$, $x = 1.27$

في التمارين (9–1)، حل كل معادلة مما يأتي وقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة عندما يكون ذلك ضروريًّا.

8

$$x^3 - 13x = 10x^2$$

$$x^3 - 10x^2 - 13x = 0$$

$$x(x^2 - 10x \ \ - 13) = 0$$

$$a = 1, b = -10, c = -13$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x = \frac{10 \pm \sqrt{(10)^2 - 4 \times 1 \times -13}}{2 \times 1}$$

$$x = 0 \quad , \quad x = 11.16 \quad , \quad x = -1.16$$

في التمارين (9–1)، حل كل معادلة مما يأتي وقرّب إجابتك لأقرب جزء من مئة عندما يكون ذلك ضروريًّا.

9 $2x^3 - 5x^2 = 12x$

$2x^3 - 5x^2 - 12x = 0$

$x(2x^2 - 5x - 12) = 0$

$x(2x - 3)(x + 4) = 0$

$x = 0$, $2x - 3 = 0$, $x + 4 = 0$

$x = \frac{3}{2}$ $x = -4$

في التمارين (10–12)، استخدم التقسيم لحل كل من المعادلات التالية:

10 $x^3 - 2x^2 - 3 = x - 5$

$$x^3 - 2x^2 - 3 - x + 5 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$x^2(x-2) - (x-2) = 0$$

$$(x-2)(x^2-1) = 0$$

$$(x-2)(x-1)(x+1) = 0$$

$x - 2 = 0$, $x - 1 = 0$, $x + 1 = 0$

$x = 2$ $x = 1$ $x = -1$

في التمارين (10–12)، استخدم التقسيم لحل كل من المعادلات التالية:

11 $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

$$x^2(x+3) - 4(x+3) = 0$$

$$(x+3)(x^2-4) = 0$$

$$(x+3)(x-2)(x+2) = 0$$

$x+3=0$, $x-2=0$, $x+2=0$

$x=-3$, $x=2$, $x=-2$

(10–1)، استخدم التقسيم لحل كل من المعادلات التالية:

(10) $x^3 - 2x^2 - 3 = x - 5$ **(11)** $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$ **(12)** $x^3 + 2x(x - 1$

في التمارين (10–12)، استخدم التقسيم لحل كل من المعادلات التالية:

12

$$x^3+2x(x-1)=1$$

$$x^3+2x^2-2x-1=0$$

$$x^3-1+2x^2-2x=0$$

$$(x-1)(x^2+x+1)+2x(x-1)=0$$

$$(x-1)(x^2+x+1+2x)=0$$

$$(x-1)(x^2+3x+1)=0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{(3)^2-4\times1\times1}}{2\times1}$$

$x-1=0$,

$x=1$

$x=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$,

$x=\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$

في التمارين (10–12)، استخدم التقسيم لحل كل من المعادلات التالية:

12

$$x^3+2x(x-1)=1$$

$$x^3+2x^2-2x-1=0$$

$$x^3-1+2x^2-2x=0$$

$$(x-1)(x^2+x+1)+2x(x-1)=0$$

$$(x-1)(x^2+x+1+2x)=0$$

$$(x-1)(x^2+3x+1)=0$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{(3)^2-4\times1\times1}}{2\times1}$$

$x-1=0$,

$x=1$

$x=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$,

$x=\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$

في التمارين (13–18)، استخدم الأصفار النسبية الممكنة لحل المعادلات التالية:

13 $x^4+2x^3+x^2=4x^2+8x+4$

$x^4+2x^3+x^2-4x^2-8x-4=0$

$x^4+2x^3-3x^2-8x-4=0$

عوامل الحد الثابت (-4): ±1 ±2 ±4

عوامل المعامل الرئيسي (1): ±1

الأصفار النسبية الممكنة : ±1 ±2 ±4

$f(x)=x^4+2x^3-3x^2-8x-4$

$f(1)=1^4+2(1)^3-3(1)^2-8(1)-4=-12$

$f(1)=(-1)^4+2(-1)^3-3(-1)^2-8(-1)-4=0$

1- هو صفر من أصفار الحدودية

(x + 1) عامل من عوامل الحدودية f (x)

13

في التمارين (13–18)، استخدم الأصفار النسبية الممكنة لحل المعادلات التالية:

$$x^4+2x^3-3x^2-8x-4=0$$

(x + 1) عامل من عوامل الحدودية f (x)

-1	1	2	-3	-8	-4
		-1	-1	4	4
	1	1	-4	-4	0
	X^3	X^2	-4X	-4	الباقي

ناتج القسمة

$$q(x)=x^3+x^2-4x-4$$

نحل المعادلة

$$x^3+x^2-4x-4=0$$

$$x^2(x+1)-4(x+1)=0$$

$$(x^2-4)(x+1)=0 \Rightarrow (x-2)(x+2)(x+1)=0$$

$$x=2, x=-2, x=-1 \qquad x=-1$$

كراسة التمارين ص49

14 $x^3 - 3x + 2 = 0$

عوامل الحد الثابت (2): ±2 ±1

عوامل المعامل الرئيسي (1): ±1

الأصفار النسبية الممكنة : ±2 ±1

$f(x) = x^3 - 3x + 2$

$f(x) = 1^3 - 3(1) + 2 = 0$

1 هو صفر من أصفار الحدودية

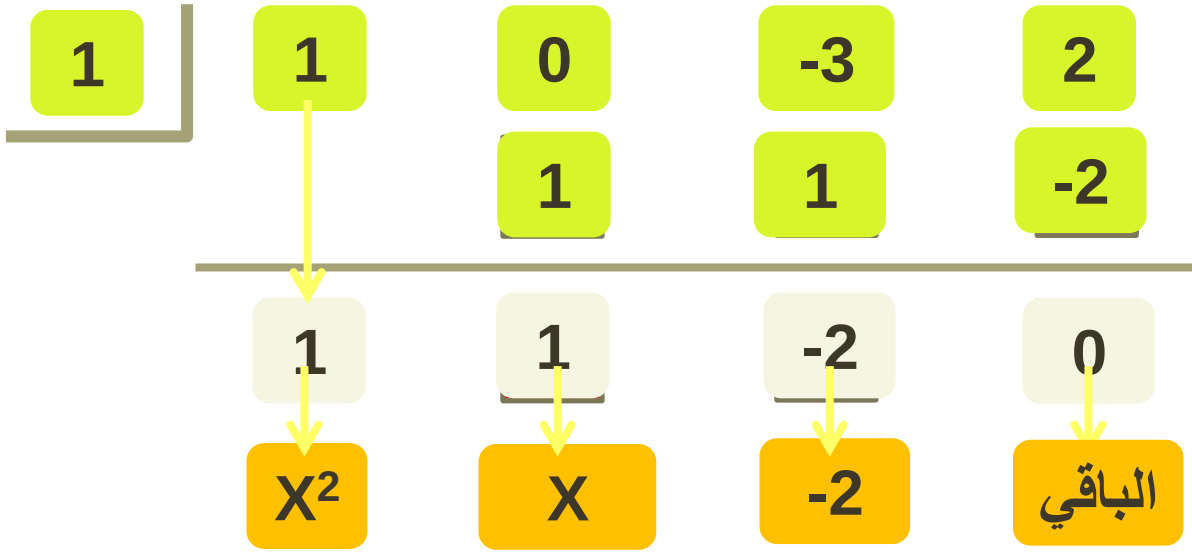
(x - 1) عامل من عوامل الحدودية f (x)

14

في التمارين (13–18)، استخدم الأصفار النسبية الممكنة لحل المعادلات التالية:

$$x^3 - 3x + 2 = 0$$

(x - 1) عامل من عوامل الحدودية f (x)



ناتج القسمة

$$q(x) = x^2 + x - 2$$

نحل المعادلة

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x = -1, x = 2 \qquad x = 1$$

كراسة التمارين ص49

15 $x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$

عوامل الحد الثابت (2): ±1 ±2 ±3 ±4 ±6 ±12

عوامل المعامل الرئيسي (1): ±1

الأصفار النسبية الممكنة : ±1 ±2 ±3 ±4 ±6 ±12

$f(x) = x^3 - 3x + 2$

$f(x) = 1^3 - 3(1) + 2 = 0$

1 هو صفر من أصفار الحدودية

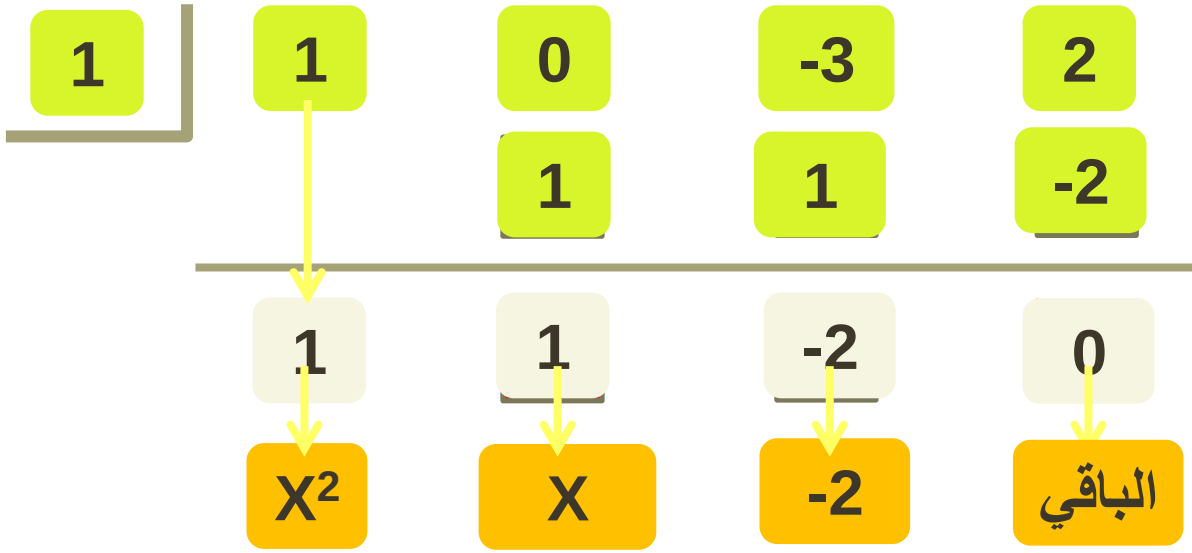
(x - 1) عامل من عوامل الحدودية f (x)

14

في التمارين (13–18)، استخدم الأصفار النسبية الممكنة لحل المعادلات التالية:

$$x^3 - 3x + 2 = 0$$

(x - 1) عامل من عوامل الحدودية f (x)



ناتج القسمة

$$q(x) = x^2 + x - 2$$

نحل المعادلة

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x = -1, x = 2 \qquad x = 1$$

في التمارين (13–18)، استخدم الأصفار النسبية الممكنة لحل المعادلات التالية:

(13) $x^4 + 2x^3 + x^2 = 4x^2 + 8x + 4$

(14) $x^3 - 3x + 2 = 0$

(15) $x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$

(16) $x^3 - 7x + 6 = 0$

(17) $x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8 = 0$

(18) $2x^4 - 5x^3 - 17x^2 + 41x - 21 = 0$

(19) **السؤال المفتوح:** لحل معادلة كثيرة حدود، يمكنك استخدام طريقة أو أكثر من الطرق التالية: الرسم البياني، التحليل إلى عوامل، القانون العام لحل المعادلة التربيعية. اكتب معادلة وحلها لتوضح كل طريقة.

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل المعادلة $9x^2 + 16 = 0$ هي $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right\}$ (a) (b)

(2) مجموعة حل المعادلة $2x^3 + 2 = 0$، $x \in \mathbb{R}$ هي مجموعة أحادية. (a) (b)

(4 ... x^2 ... (a) (b)

مجموعة B تمارين موضوعية

(1) (b) (2) (a) (3) (a)

(5) (b) (6) (a) (7) (d) $b, c \in \mathbb{R}$ ،

(9) (b) (10) (c) (11) (d)

في التمارين (8–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) 5 يمكن أن يكون صفرًا من أصفار الحدودية $f(x)$ تساوي:

(a) $ax^3 + x^4 + 5$ (b) $x^5 - 1$ (c) $5x^3 + 6x - 1$ (d) $(x+5)(x^2+25)$

(7) أي قيمة مما يلي ليست حلًّا للمعادلة: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

(a) -1 (b) -3 (c) 3 (d) 2

(8) إذا كان $f(m) = f(n) = f(-1) = 0$ فإن f ممكن أن تكون:

(a) $f(x) = (x-1)(x+m)(x+n)$ (b) $f(x) = (x-1)(x-m)^2(x-n)$

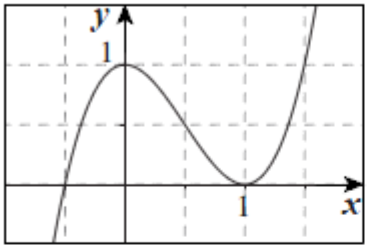
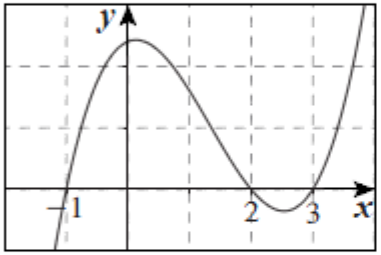
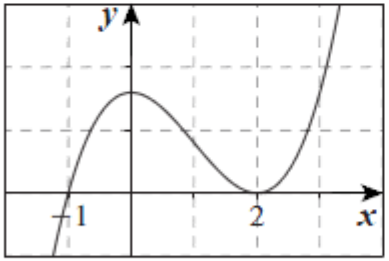
(c) $f(x) = (x+1)(x-m)(x-n)^2$ (d) $f(x) = (x+1)(x-mn)$

المجموعة B تمارين موضوعية

(1) (b) **(2)** (a) **(3)** (a) **(4)** (b)

(5) (b) **(6)** (a) **(7)** (d) **(8)** (c)

في التمارين (9–11)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(9) مجموعة حل $f(x)=0$ هي $\{-1,2,3\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون: **b**	a  b 
(10) مجموعة حل $f(x)=0$ هي $\{-1,2\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون: **c**	c 
(11) مجموعة حل $f(x)=0$ هي $\{1,-2,-3\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون: **d**	d