اليـــوم	١١ علمي	عنوان الوحدة	الوحده الأولى
التـاريخ	الفصل الأول	عنوان الدرس	بند (1-1) الجذور والتعبيرات الجذرية

H.L.

حاول أن تحل رقم (١) صفحة (13)

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون استخدام الآلة الحاسبة:

(a) -27 (b) 64 (c) - 0.008 (d) $\frac{343}{216}$

الحل :

a) $\sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$

b) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

c) $\sqrt[3]{-0.008} = \sqrt[3]{\frac{-8}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{(-2)^3}{10^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{-2}{10}\right)^3} = \frac{-2}{10} = -0.2$

d) $\sqrt[3]{\frac{343}{216}} = \sqrt[3]{\frac{7^3}{6^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7}{6}\right)^3} = \frac{7}{6}$

﴿ تبسيط الجذور ﴾

حاول أن تحل رقم (2) صفحة (14)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية حيث x , y عددان حقيقيان :

(a) $\sqrt{9x^2y^4} = \sqrt{3^2x^2(y^2)^2} = \sqrt{(3xy^2)^2} = |3xy^2| = \begin{cases} 3xy^2 & : x \geq 0 \\ -3xy^2 & : x < 0 \end{cases}$

(b) $\sqrt[3]{-27x^6} + 3x^2 = \sqrt[3]{(-3)^3(x^2)^3} + 3x^2 = \sqrt[3]{(-3x^2)^3} + 3x^2 = -3x^2 + 3x^2 = 0$

(c) $\sqrt{x^8y^6} = \sqrt{(x^4)^2(y^3)^2} = \sqrt{(x^4y^3)^2} = |x^4y^3| = \begin{cases} x^4y^3 & , y \geq 0 \\ -x^4y^3 & , y < 0 \end{cases}$

سؤال موضوعي : ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sqrt[3]{-64x^3} + 4x = 0$ $= \sqrt[3]{(-4)^3x^3} + 4x = \sqrt[3]{(-4x3)^3} + 4x = -4x + 4x = 0$ (a) (b)

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولي
التـاريخ		عنوان الدرس	جمع وطرح التعبيرات الجذرية

حاول أن تحل رقم (4) صفحة (16)

أوجد الناتج في أبسط صورة :

(a) $4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}$ $= 4\sqrt[3]{2^3} + 2\sqrt[3]{64\times2}$
$= 4\times2 + 2\sqrt[3]{4^3\times2}$
$= 4\times2 + 2\times4\sqrt[3]{2} = 8 + 8\sqrt[3]{2}$

(b) $2\sqrt{75}-\sqrt{48}$ $= 2\sqrt{25\times3} - \sqrt{16\times3}$
$= 2\sqrt{5^2\times3} - \sqrt{4^2\times3}$
$= 2\times5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

(c) $\sqrt{12}+\sqrt{147}-\sqrt{27}$ $= \sqrt{4\times3} + \sqrt{49\times3} - \sqrt{9\times3}$
$= \sqrt{2^2\times3} + \sqrt{7^2\times3} - \sqrt{3^2\times3}$
$= 2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

(d) $\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}$ $= \sqrt[3]{64\times5} + \sqrt[3]{8\times5} - \sqrt[3]{27\times5}$
$= \sqrt[3]{4^3\times5} + \sqrt[3]{2^3\times5} - \sqrt[3]{3^3\times5}$
$= 4\sqrt[3]{5} + 2\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{5} = 6\sqrt[3]{5} - 3\sqrt[3]{5}$
$= 3\sqrt[3]{5}$

التطبيق : كراسة التمارين صفحة (9) الأرقام 4 , 5

بسّط كلًا من التعبيرات التالية مستخدمًا قوانين الجذور :

(j) $\sqrt{75}-4\sqrt{18}+2\sqrt{32}$ $= \sqrt{25\times3} - 4\sqrt{9\times2} + 2\sqrt{16\times2}$
$= \sqrt{5^2\times3} - 4\sqrt{3^2\times2} + 2\sqrt{4^2\times2}$
$= 5\sqrt{3} - 4\times3\sqrt{2} + 2\times4\sqrt{2}$
$= 5\sqrt{3} - 12\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$

(k) $4\sqrt[3]{81}-3\sqrt[3]{54}$ $= 4\sqrt[3]{27\times3} - 3\sqrt[3]{27\times2}$
$= 4\sqrt[3]{3^3\times3} - 3\sqrt[3]{3^3\times2}$
$= 4\times3\sqrt[3]{3} - 3\times3\sqrt[3]{2}$
$= 12\sqrt[3]{3} - 9\sqrt[3]{2}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولي
التـاريخ		عنوان الدرس	ضرب وقسمة الجذور التربيعية والجذور التكعيبية

حاول أن تحل رقم (5) صفحة (18)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(a) $\sqrt{50x^4} = \sqrt{25 \cdot 2 x^4}$

$= \sqrt{5^2 \cdot 2 (x^2)^2}$

$= \sqrt{(5x^2)^2 \cdot 2}$

$= 5x^2\sqrt{2}$

(b) $\sqrt[3]{18x^3} = x\sqrt[3]{18}$

حاول أن تحل رقم (6) صفحة (18)

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

(a) $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2}$, $x \geq 0$

$= 3 \times 2\sqrt{7(x^3)(x^3y^2)}$

$= 6\sqrt{7x^6y^2}$

$= 6\sqrt{7(x^3)^2y^2}$

$= 6\sqrt{7(x^3y)^2}$

$= |6x^3y\sqrt{7}|$

$= \begin{cases} 6\sqrt{7}x^3y & , y \geq 0 \\ -6\sqrt{7}x^3y & , y < 0 \end{cases}$

(b) $4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y}$

$= 4 \times 3\sqrt[3]{(x^4y)(x^2y)}$

$= 12\sqrt[3]{x^6y^2}$

$= 12\sqrt[3]{(x^2)^3y^2}$

$= 12x^2\sqrt[3]{y^2}$

ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو:

(a) $\sqrt[3]{216} = 6$ (b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ (c) $\sqrt[3]{9}$ (d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

عند وجود جذر في المقام ليس في أبسط صورة.

(7) لوضع التعبير الجذري $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$ في أبسط صورة نضرب كلًّا من البسط والمقام في:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) 2 (d) 4

$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{4 \times 2} = \sqrt[3]{8} = 2$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولي
التـاريخ		عنوان الدرس	ضرب وقسمة الجذور التربيعية والجذور التكعيبية

حاول أن تحل رقم (7) صفحة (19)

أوجد ناتج كل من التعبيرات الجذرية التالية:

(a) $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{243}{27}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

(b) $\frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}$, $x > 0$

$= \sqrt{\frac{12x^4}{3x}} = \sqrt{4x^3} = \sqrt{2^2 x^2 x} = \sqrt{2^2x^2} \times \sqrt{x}$

$= 2 \times \sqrt{x}$

(c) $\frac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}}$, $x \neq 0$

$= \sqrt[3]{\frac{128x^{15}}{2x^2}} = \sqrt[3]{64x^{13}} = \sqrt[3]{4^3 (x^4)^3 x} = \sqrt[3]{4^3 (x^4)^3} \times \sqrt[3]{x}$

$= 4x^4 \sqrt[3]{x}$

التطبيق : كراسة التمارين رقم (4) ، (5) ، (6) صفحة (9) ، (10)

(f) $\sqrt{2} \times (\sqrt{50} + 7)$

$= \sqrt{2} \times \sqrt{50} + \sqrt{2} \times 7$

$= \sqrt{100} + 7\sqrt{2} = \sqrt{10^2} + 7\sqrt{2} = 10 + 7\sqrt{2}$

(m) $(2\sqrt{7}+1)^2 - (\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$

$= (2\sqrt{7})^2 + 2(2\sqrt{7}) + 1^2 - \sqrt{3} \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times 1 - 1 \times \sqrt{3} + 1 \times 1$

$= 28 + 4\sqrt{7} + 1 - 3 + \sqrt{3} - \sqrt{3} + 1$

$= 28 + 1 - 3 + 1 + 4\sqrt{7} = 27 + 4\sqrt{7}$

(h) $\frac{\sqrt{3.6 \times 10^8}}{\sqrt{4 \times 10^3}}$

$= \sqrt{\frac{3.6 \times 10^8}{4 \times 10^3}}$

$= \sqrt{0.9 \times 10^5}$

$= \sqrt{\frac{9}{10} \times 10^5}$

$= \sqrt{9 \times 10^4} = \sqrt{3^2 \times (10^2)^2} = 3 \times 10^2 = 300$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولي
التـاريخ		عنوان الدرس	تبسيط كسر مقامه يتضمن جذرًا

حاول أن تحل رقم (8) صفحة (21)

أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية في أبسط صورة:

(a) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2} = \frac{9+\sqrt{6}}{3}$

(b) $\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = \frac{6+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2}{4-2} = \frac{4+\sqrt{2}}{2}$

(c) $\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{7^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7}} = \frac{\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{7^3}} = \frac{\sqrt[3]{7}}{7}$

(d) $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$, $x>1$, $x \in Q$

$= \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{x\sqrt{x}+x+x+\sqrt{x}}{x-1} = \frac{2x+x\sqrt{x}+\sqrt{x}}{x-1}$

$= \frac{2x+(x+1)\sqrt{x}}{x-1}$

التطبيق : كراسة التمارين رقم (6) ، (7) من صفحة (10)

(7) أوجد قيمة التعبير: x^2-6، إذا كان $x = \frac{4}{\sqrt{5}-1}$

$x = \frac{4}{\sqrt{5}-1}$

$= \frac{4}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1}$

$= \frac{4\sqrt{5}+4}{5-1}$

عامل مشترك

$= \frac{4(\sqrt{5}+1)}{4}$

$= \sqrt{5}+1$

$x^2-6 = (\sqrt{5}+1)^2-6$

$= 5+2\sqrt{5}+1-6$

$= 6-6+2\sqrt{5}$

$= 2\sqrt{5}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولي
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (2-1): الأسس النسبية

حاول أن تحل رقم (1) صفحة (23)

بسِّط كل عدد من الأعداد التالية مستخدمًا الصورة الجذرية :

(a) $64^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

(b) $(2^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}}) = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2} = \sqrt{2^2} = 2$

(c) $(8^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}}) = \sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$

حاول أن تحل رقم (2) صفحة (23)

اكتب العدد $64^{\frac{4}{3}}$ بالصورة الجذرية

$64^{\frac{4}{3}} = (64)^{4 \times \frac{1}{3}}$

$= \sqrt[3]{(64)^4}$

$= \sqrt[3]{(4^3)^4}$

$= \sqrt[3]{(4^4)^3} = 4^4 = 256$

حل آخر:

$64^{\frac{4}{3}} = (64)^{4 \times \frac{1}{3}}$

$= \sqrt[3]{(64)^4}$

$= \sqrt[3]{(2^6)^4}$

$= \sqrt[3]{2^{24}}$

$= \sqrt[3]{(2^8)^3} = 2^8 = 256$

حاول أن تحل رقم (3) صفحة (24)

(a) اكتب بالصورة الجذرية كلًّا من:

(1) $x^{0.4} = x^{\frac{4}{10}} = x^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{x^2} = (\sqrt[5]{x})^2$

(2) $y^{\frac{3}{8}}, \forall y \geq 0$

$= \sqrt[8]{y^3} = (\sqrt[8]{y})^3$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولي
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (2-1) : الأسس النسبية

(b) اكتب بالصورة الأسية كلًا من:

(1) $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$

(2) $(\sqrt{y})^3$, $\forall\, y \geq 0$

$= y^{\frac{3}{2}}$

التطبيق : كراسة التمارين صفحة (12) الأرقام : 1 ، 2 ، 3 ، 4

(1) بسّط كلًا من التعبيرات الجذرية التالية إن أمكن:

(a) $-\sqrt[4]{81} = -\sqrt[4]{3^4} = -3$

(b) $\sqrt[4]{-81}$ → لا يوجد → لأنه العدد سالب ودليل الجذر عدد زوجي

(e) $\sqrt[5]{32y^{10}} = \sqrt[5]{2^5 (y^2)^5} = \sqrt[5]{(2y^2)^5} = 2y^2$

(i) $\sqrt[4]{\frac{16x^{25}}{y^{12}}} : x, y > 0$

$= \frac{\sqrt[4]{2^4 x^{24} (x)}}{\sqrt[4]{y^{12}}} = \frac{\sqrt[4]{2^4 (x^6)^4 (x)}}{\sqrt[4]{(y^3)^4}} = \frac{2x^6 \sqrt[4]{x}}{y^3}$

---

(2) اكتب كل عدد مما يلي بالصورة الجذرية:

(a) $x^{\frac{1}{6}}, x \geq 0$

$= \sqrt[6]{x}$

(b) $x^{\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{x^2}$

(g) $y^{3.2}$

$= y^{\frac{32}{10}} = y^{\frac{16}{5}} = \sqrt[5]{y^{16}} = \sqrt[5]{y^{15} \cdot y}$

$= y^3 \sqrt[5]{y} = y^2 |y| \sqrt[5]{y}$

(h) $x^{-\frac{2}{3}} : x \neq 0$

$= \frac{1}{x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$

---

(3) بسّط كل عدد من الأعداد التالية (دون استخدام الآلة الحاسبة) :

(a) $64^{\frac{2}{3}}$

$= (64)^{2 \times \frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(64)^2} = \sqrt[3]{(2^6)^2}$

$= \sqrt[3]{2^{12}} = \sqrt[3]{(2^4)^3}$

$= 2^4 = 16$

(b) $(-32)^{-\frac{4}{5}}$

---

(4) اكتب كل عدد بالصورة الأسية :

(a) $\sqrt{7x^3}$, $x \geq 0$

$= (7x^3)^{\frac{1}{2}}$

$= 7^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}}$

(d) $\sqrt[3]{(5xy)^6}$, $x \geq 0$

$= (5xy)^{\frac{6}{3}} = (5xy)^2 = 25x^2y^2$

---

(3) b) $(-32)^{-\frac{4}{5}} = \frac{1}{(-32)^{\frac{4}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{(-32)^4}} = \frac{1}{\sqrt[5]{(-2^5)^4}} = \frac{1}{\sqrt[5]{((-2)^4)^5}}$

$= \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولي
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (2-1) : الأسس النسبية

قوانين الأسس النسبيـة :

حاول أن تحل رقم (5) صفحة (26)

بسِّط كلًّا من الأعداد التالية مستخدمًا قوانين الأسس:

(a) $25^{-\frac{3}{2}} = (5^2)^{-\frac{3}{2}} = (5)^{2\times\frac{-3}{2}} = 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

(b) $(-32)^{\frac{4}{5}} = ((-2)^5)^{\frac{4}{5}} = (-2)^{5\times\frac{4}{5}} = (-2)^4 = 16$

(c) $\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}}$, $x \geq 0$, $y > 0$

$= \left(\frac{4^2 x^{14}}{9^2 y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{4^{2\times\frac{1}{2}} \cdot x^{14\times\frac{1}{2}}}{9^{2\times\frac{1}{2}} \cdot y^{18\times\frac{1}{2}}} = \frac{4x^7}{9y^9}$

قوانين الجذور النونية :

حاول أن تحل رقم (6) صفحة (28) :

بسط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية :

(a) $\sqrt[5]{9} \times \sqrt[5]{27} = \sqrt[5]{9\times27} = \sqrt[5]{243} = \sqrt[5]{3^5} = 3$

(b) $\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{243}{3}} = \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{27\times3} = \sqrt[3]{3^3\times3} = 3\sqrt[3]{3}$

(c) $\sqrt{\sqrt[3]{729}} = \left(\sqrt[3]{729}\right)^{\frac{1}{2}} = (729)^{\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}} = (3^6)^{\frac{1}{6}} = 3^{6\times\frac{1}{6}} = 3$

(d) $(\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{y^3})^{-12}$, $x, y \in Q^+$

$= (x^{\frac{1}{4}} y^{\frac{3}{4}})^{-12} = x^{\frac{1}{4}\times-12} \cdot y^{\frac{3}{4}\times-12} = x^{-3} \cdot y^{-9} = \frac{1}{x^3 y^9}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولى
التـاريخ		عنوان الدرس	البند (3-1) : حل المعادلات

أولًا: المعادلات الجذرية :-

حاول أن تحل رقم (1) صفحة (30) :

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية :

(a) $\sqrt{5x+4}-7=0$

$\sqrt{5x+4}=7$

بتربيع الطرفين

$(\sqrt{5x+4})^2=7^2$

$5x+4=49$

$5x=49-4$

$5x=45$

$\frac{5x}{5}=\frac{45}{5}$

$x=9 \in [\frac{-4}{5},\infty) \Rightarrow \{9\}=ح.م \therefore$

شرط الجذر :

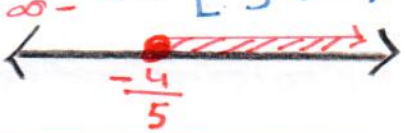
$5x+4 \geq 0$

$5x \geq -4$

$\frac{5x}{5} \geq -\frac{4}{5}$

$x \geq \frac{-4}{5}$

$x \in [\frac{-4}{5},\infty)$



(b) $\sqrt{x-2}+9=0$

$\sqrt{x-2}=-9$ ← لا يوجد جذر تربيعي = عدد سالب

$\therefore ح.م = \emptyset$

مثال (2)

أوجد مجموعة الحل: $2(x-2)^{\frac{2}{3}}=50$

$\frac{2(x-2)^{\frac{2}{3}}}{2}=\frac{50}{2}$

$(x-2)^{\frac{2}{3}}=25$

$((x-2)^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}=25^{\frac{3}{2}}$

$|x-2|=\sqrt{(25)^3}$

$|x-2|=\sqrt{(5^2)^3}$

$|x-2|=\sqrt{5^6}$

$|x-2|=125$

$x-2=125$ أو $x-2=-125$

$x=125+2$ $x=-125+2$

$x=127$ $x=-123$

$\therefore ح.م = \{127,-123\}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولى
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (3-1) : حل المعادلات

حاول أن تحل رقم (2) صفحة (32) :

أوجد مجموعة الحل:

(a) $2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$

$\frac{2}{2}$ $\quad$ $\frac{2}{2}$

$(x+3)^{\frac{3}{2}} = 27$

$\left((x+3)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = (27)^{\frac{2}{3}}$

$x+3 = \sqrt[3]{(27)^2}$

$x+3 = \sqrt[3]{(3^3)^2}$

$x+3 = \sqrt[3]{3^6}$

$x+3 = 3^2$

$x+3 = 9$

$x = 9-3$

$x = 6$

$\therefore$ ح.ص $= \{6\}$

أوجد مجموعة الحل:

(b) $(1-x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$

$(1-x)^{\frac{2}{5}} = 4$

$\left((1-x)^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{5}{2}} = 4^{\frac{5}{2}}$

$|1-x| = \sqrt{4^5}$

$|1-x| = \sqrt{2^{10}}$

$|1-x| = 2^5$

$|1-x| = 32$

$1-x = 32$ أو $1-x = -32$

$-x = 32-1$ $\quad$ $-x = -32-1$

$-x = 31$ $\quad$ $-x = -33$

$\frac{-x}{-1} = \frac{31}{-1}$ $\quad$ $\frac{-x}{-1} = \frac{-33}{-1}$

$x = -31$ $\quad$ $x = 33$

$\therefore$ ح.ص $= \{-31, 33\}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولى
التـاريخ		عنوان الدرس	البند (3-1) : حل المعادلات

تذكير : يمكن الحصول على حلول دخيلة (لا تحقق الشرط) عند رفع طرفي المعادلة إلى قوة ما.

حاول أن تحل رقم (3) صفحة (33) :

أوجد مجموعة الحل :

$$\sqrt{5x-1}+3=x$$

$\sqrt{5x-1}+3=x$

$\sqrt{5x-1}=x-3$

$5x-1\geq 0 \quad , \quad x-3\geq 0$

$5x\geq 1 \quad , \quad x\geq 3$

$\frac{5x}{5}\geq\frac{1}{5}$

$x\geq\frac{1}{5}$

$\therefore x\geq 3 \rightarrow \therefore x\in[3,\infty)$

$\sqrt{5x-1}=x-3$

بتربيع الطرفين :

$(\sqrt{5x-1})^2=(x-3)^2$

$5x-1=x^2-6x+9$

$x^2-6x+9-5x+1=0$

$x^2-11x+10=0$

$(x-1)(x-10)=0$

$x-1=0$ أو $x-10=0$

$x=1$, $x=10$

$1\notin[3,8)$, $10\in[3,\infty)$

أرفض الإجابة الخاطئة

$\therefore$ مج.ح $=\{10\}$

في بعض الحالات تحتوي المعادلة على جذرين ، فيتم فصلهما بحيث يحتوي كل طرف في المعادلة على جذر.

حاول أن تحل رقم (4) صفحة (34)

أوجد مجموعة الحل المعادلة :

(a) $\sqrt{5x}-\sqrt{2x+9}=0$

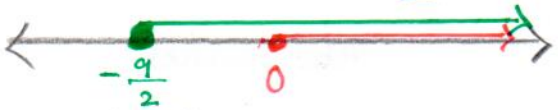
$\sqrt{5x}=\sqrt{2x+9}$

$5x\geq 0 \quad , \quad 2x+9\geq 0$

$\frac{5x}{5}\geq\frac{0}{5}$, $2x\geq -9$

$x\geq 0$, $\frac{2x}{2}\geq\frac{-9}{2}$

$x\geq -\frac{9}{2}$



$\therefore x\geq 0$

$\therefore x\in[0,\infty)$

$\sqrt{5x}=\sqrt{2x+9}$

بتربيع الطرفين :

$(\sqrt{5x})^2=(\sqrt{2x+9})^2$

$5x=2x+9$

$5x-2x=9$

$3x=9$

$\frac{3x}{3}=\frac{9}{3}$

$x=3$

$3\in[0,\infty)$

$\therefore$ مج.ح $=\{3\}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولى
التـاريخ		عنوان الدرس	البند (3-1): حل المعادلات

حاول أن تحل رقم (4) صفحة (34)

أوجد مجموعة الحل المعادلة :

(b) $\sqrt{x-7}+\sqrt{3x-21}=0$

لا يتحقق هذا الشرط إلا إذا كان كل منهما = صفر

$\sqrt{x-7}=-\sqrt{3x-21}$

$x-7=0$

$\therefore x=7$

و

$3x-21=0$

$3x=21$

$\frac{3x}{3}=\frac{21}{3}$

$\therefore x=7$

معاً في القيمة

و

$\therefore$ مجموعة الحل $=\{7\}$

تطبيق من كراسة التمارين رقم (3) صفحة (15)

حل كلًّا من المعادلات التالية :

(f) $\sqrt{10x}-2\sqrt{5x-25}=0$

(k) $(3x+2)^{\frac{1}{2}}=8(3x+2)^{-\frac{1}{2}}$

الإجابات في الصفحة التالية ↓

(g) $(3x+2)^{\frac{1}{2}}-(2x+7)^{\frac{1}{2}}=0$

H.W.

(f) $\sqrt{10x} - 2\sqrt{5x-25} = 0$

$\sqrt{10x} = 2\sqrt{5x-25}$

$10x \geq 0$, $5x - 25 \geq 0$

$\frac{10x}{10} \geq \frac{0}{10}$, $5x \geq 25$

$x \geq 0$, $\frac{5x}{5} \geq \frac{25}{5}$

$x \geq 5$

$\therefore x \geq 5$

$\therefore x \in [5, \infty)$

$\sqrt{10x} = 2\sqrt{5x-25}$

بتربيع الطرفين :

$(\sqrt{10x})^2 = (2\sqrt{5x-25})^2$

$10x = 4(5x - 25)$

$10x = 20x - 100$

$10x - 20x = -100$

$-10x = -100$

$\frac{-10x}{-10} = \frac{-100}{-10}$

$x = 10$

$10 \in [5, \infty)$

$\therefore$ م.ح $= \{10\}$

(g) $(3x+2)^{\frac{1}{2}} - (2x+7)^{\frac{1}{2}} = 0$

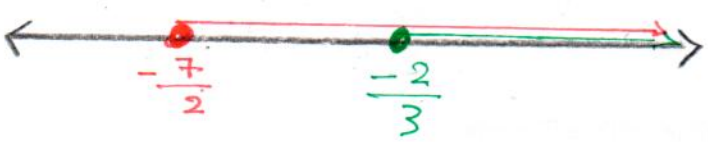
$(3x+2)^{\frac{1}{2}} = (2x+7)^{\frac{1}{2}}$

$3x + 2 \geq 0$, $2x + 7 \geq 0$

$3x \geq -2$, $2x \geq -7$

$\frac{3x}{3} \geq \frac{-2}{3}$, $\frac{2x}{2} \geq \frac{-7}{2}$

$x \geq \frac{-2}{3}$, $x \geq \frac{-7}{2}$



$\therefore x \geq \frac{-2}{3}$

$\therefore x \in [\frac{-2}{3}, \infty)$

$(3x+2)^{\frac{1}{2}} = (2x+7)^{\frac{1}{2}}$

بتربيع الطرفين :

$((3x+2)^{\frac{1}{2}})^2 = ((2x+7)^{\frac{1}{2}})^2$

$3x + 2 = 2x + 7$

$3x - 2x = 7 - 2$

$x = 5$

$5 \in [\frac{-2}{3}, \infty)$

$\therefore$ م.ح $= \{5\}$

H.L.

(K) $(3x+2)^{\frac{1}{2}} = 8(3x+2)^{-\frac{1}{2}}$

$3x+2 > 0$

$3x > -2$

$\frac{3x}{3} > \frac{-2}{3}$

$x > \frac{-2}{3}$

$\therefore x \in (-\frac{2}{3}, \infty)$

$(3x+2)^{\frac{1}{2}} = 8(3x+2)^{-\frac{1}{2}}$

بتربيع الطرفين ^{2}

$\left((3x+2)^{\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(8(3x+2)^{-\frac{1}{2}}\right)^2$

$3x+2 = 64(3x+2)^{-1}$

$3x+2 = \frac{64}{3x+2}$

ثم استبعاد الصفر من
شرط الحل:
لا يجوز أن المقام = صفر

باستخدام الضرب التقاطعي:

$(3x+2)(3x+2) = 64$

$9x^2+12x+4 = 64$

$9x^2+12x+4-64 = 0$

$9x^2+12x-60 = 0$

$x = 2$ أو $x = \frac{-10}{3}$

$2 \in (\frac{-2}{3}, \infty)$ $\quad -\frac{10}{3} \notin (\frac{-2}{3}, \infty)$

م.ح.ح = $\{2\}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولى
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (3-1): حل المعادلات

ثانيًا: المعادلات الأسية : لحل معادلة أسية يمكن استخدم الخاصية التالية:

عددان صحيحان ← $m = n$

$a^m = a^n$ ← عدد حقيقي

حاول أن تحل رقم (6) صفحة (36)

حل كلًّا من المعادلات التالية:

(a) $3^x = 243$

$3^x = 3^5$

$\therefore x = 5$

$\therefore$ م.ح $= \{5\}$

(b) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$

$\left(\frac{1}{2^2}\right)^x = \frac{1}{2^7}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$

$\therefore 2x = 7$

$\frac{2x}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow x = \frac{7}{2}$

$\therefore$ م.ح $= \left\{\frac{7}{2}\right\}$

(c) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{3^4}{2^4}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^4$

نقلب الكسر ومعكس إشارة الأس

$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$

$\therefore x = -4$

$\therefore$ م.ح $= \{-4\}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الأولى
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (3-1): حل المعادلات

حاول أن تحل رقم (7) صفحة (36)

حل كل معادلة من المعادلات التالية:

أي عدد أس صفر = ١

(a) $5^{x^2-4} = 1$

$5^{x^2-4} = 5^0$

$x^2 - 4 = 0$

$x - 2 = 0$ أو $x + 2 = 0$

$x = 2$ $\quad x = -2$

$\therefore$ م.ح $= \{2, -2\}$

(b) $3^{x^2+5x} = \frac{1}{81}$

$3^{x^2+5x} = \frac{1}{3^4}$

$3^{x^2+5x} = 3^{-4}$

$x^2 + 5x = -4$

$x^2 + 5x + 4 = 0$

$x + 4 = 0$ أو $x + 1 = 0$

$x = -4$ $\quad x = -1$

$\therefore$ م.ح $= \{-4, -1\}$

(c) $2^{x^2-4} = 32$

$2^{x^2-4} = 2^5$

$x^2 - 4 = 5$

$x^2 - 4 - 5 = 0$

$x^2 - 9 = 0$

$x + 3 = 0$ أو $x - 3 = 0$

$x = -3$ $\quad x = 3$

$\therefore$ م.ح $= \{-3, 3\}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (1-2) : مجال الدالة

العلاقة والدالة :

عندما يكون كل عنصر (عدد) في المجال مرتبطًا بعنصر (عدد) واحد فقط من المجال المقابل، فإن العلاقة تسمى دالة.

والدالة التي مجالها ومجالها المقابل مجموعتان جزئيتان من الأعداد الحقيقية تسمى دالة حقيقية .

مجال الدالة

تساعدنا القواعد التالية على تحديد مجال الدالة:

1. مجال الدالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.
2. مجال الدالة الحدودية النسبية هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ عدا مجموعة أصفار المقام.
3. مجال الدالة $f(x)=|x|$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.
4. مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد زوجي هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط $g(x)\geq 0$.
5. مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد فردي هو مجال الدالة g.

حاول أن تحل تمرين (٢) صفحة (٤٩)

أوجد مجال كل دالة مما يلي:

(a) $f_1(x)=\dfrac{2x+5}{x-4}$

أصفار المقام:

$x-4=0$

$x=4$

لنفرض أن: $f_1(x)=\dfrac{m(x)}{n(x)}$

حيث: $m(x)=2x+5$

$n(x)=x-4$

* مجال البسط m هو: $\mathbb{R}$ (دالة كثيرة الحدود)
* مجال المقام n هو: $\mathbb{R}$ (دالة كثيرة الحدود)

مجموعة أصفار المقام هي $\{4\}$

∴ مجال f_1 = (مجال m ∩ مجال n) / مجموعة أصفار المقام

$=(\mathbb{R}\cap\mathbb{R})-\{4\}$

$=\mathbb{R}-\{4\}$

(b) $f_4(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x^2-5x}{x}}$

أصفار المقام:

$x=0$

لنفرض أن: $f_4(x)=\dfrac{\sqrt[3]{p(x)}}{\sqrt[3]{s(x)}}$

حيث: $p(x)=x^2-5x$

$s(x)=x$

• مجال البسط p هو $\mathbb{R}$ (جذر تكعيب لدالة كثيرة الحدود)

• مجال المقام s هو $\mathbb{R}$ (جذر تكعيب)

مجموعة أصفار المقام: $\{0\}$

∴ مجال الدالة f_4 = (مجال p ∩ مجال s) / مجموعة أصفار المقام

$=(\mathbb{R}\cap\mathbb{R})-\{0\}$

$=\mathbb{R}-\{0\}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (1-2) : مجال الدالة

مجال الدالة :

6 مجال الدالة $f(x)=g(x)\pm h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h.

أي أن مجال f = مجال g ∩ مجال h.

7 مجال الدالة $f(x)=g(x).h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h.

أي أن مجال f = مجال g ∩ مجال h.

8 مجال الدالة $f(x)=\frac{g(x)}{h(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h عدا أصفار المقام $(h(x)\neq 0)$.

أي أن مجال f = (مجال g ∩ مجال h)/مجموعة أصفار المقام.

يتبع : حاول أن تحل تمرين (٢) صفحة (٤٩)

(c) $f_2(x)=x^3-4x^2-4+\sqrt{x-9}$

نفرض أن :

$a(x)=x^3-4x^2-4$

$b(x)=\sqrt{x-9}$

$\therefore f_2(x)=a(x)-b(x)$

مجال a هو R لأنها دالة كثيرة الحدود.

مجال b يتحقق إذا كان :

$x-9\geq 0$

$x\geq 9$

$\therefore x\in[9,\infty)$

$\therefore$ مجال b هو: $[9,\infty)$

$\therefore$ مجال f_2 = مجال a ∩ مجال b

$=R\cap[9,\infty)$

$=[9,\infty)$

(d) $f_3(x)=\frac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$

نفرض أن :

$h(x)=\sqrt{5-4x}$

$g(x)=x^2+4$

$\therefore f_3(x)=\frac{h(x)}{g(x)}$

$h(x)=5-4x$

$5-4x\geq 0$

$-4x\geq -5$

$\frac{-4x}{-4}\leq\frac{-5}{-4}$

$x\leq\frac{5}{4}$

$\therefore x\in(-\infty,\frac{5}{4}]$

$\therefore$ مجال h هو: $(-\infty,\frac{5}{4}]$

$\therefore$ g دالة حدودية

$\therefore$ مجال g هو R (لا يوجد أصفار)

$\therefore$ مجال f_3 = مجال h ∩ مجال g

$=(-\infty,\frac{5}{4}]\cap R$

$=(-\infty,\frac{5}{4}]$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (2-2) : الدوال التربيعية ونمذجتها

الدوال التربيعية:

مثال (1)

حدّد ما إذا كانت الدالة: $f(x) = (3x - 4)(x + 2)$ خطية أم تربيعية.

$f(x) = 3x^2 + 6x - 4x - 8$

$f(x) = 3x^2 + 2x - 8$

∴ الدالة في الصورة العامة تتضمن الحد $3x^2$ (من الدرجة الثانية)

∴ الدالة $f(x)$ دالة تربيعية .

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (2-2) : الدوال التربيعية ونمذجتها

حاول أن تحل تمرين (1) صفحة (52)

حدّد ما إذا كانت الدالة خطية أم تربيعية.

(a) $f(x) = 2x(x-3)$

$f(x) = 2x^2 - 6x$

∴ الدالة في الصورة العامة تتضمن الحد $2x^2$ (من الدرجة الثانية)

∴ الدالة تربيعية

(b) $f(x) = (x-2)(2x+1)$

$f(x) = 2x^2 + x - 4x - 2$

$f(x) = 2x^2 - 3x - 2$

∴ الدالة في الصورة العامة تتضمن الحد $2x^2$ (من الدرجة الثانية)

∴ الدالة تربيعية.

(c) $f(x) = (2x+3)^2 - 4x^2 - 7x$

$f(x) = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 7x$

$f(x) = 5x + 9$

∴ الدالة من الدرجة الأولى

∴ الدالة خطية

(d) $f(x) = 3(x^2 - 4x) - 3x^2 + 4$

$f(x) = 3x^2 - 12x - 3x^2 + 4$

$f(x) = -12x + 4$

∴ الدالة من الدرجة الأولى

∴ الدرجة خطية

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (3-2) : الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

القطوع المكافئة التي تمثل دوال تربيعية

ملاحظة : **معادلة الدالة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه (0, 0) هي: $y = ax^2$**

لإيجاد قيمة a ، استخدم إحداثيات نقطة على المنحنى غير نقطة الرأس .
معادلة محور تماثل هذا القطع المكافئ هي $x = 0$

حاول أن تحل تمرين (1) صفحة (57)

كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل ، اكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ واذكر ما إذا كان بيانه مفتوحًا إلى أعلى أم إلى أسفل .

(a) $E(4, 2)$

معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل هي على الصورة : $y = ax^2$

يمر القطع المكافئ بالنقطة $E(4, 2)$ (x, y)

$2 = a(4)^2$

$2 = 16a$

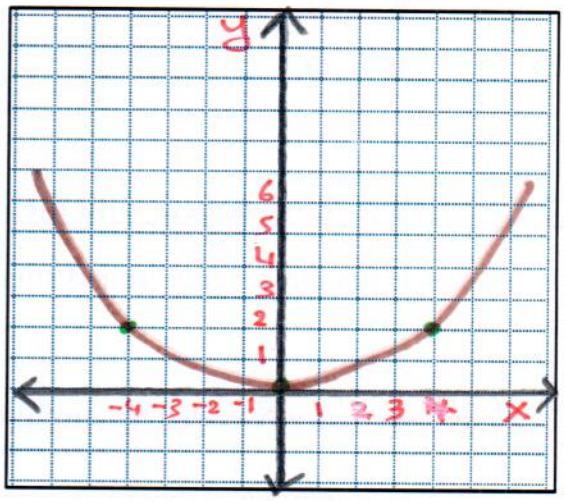
$a = \frac{2}{16}$

$a = \frac{1}{8}$

∴ المعادلة : $y = \frac{1}{8}x^2$

$\therefore a = \frac{1}{8}$, $a > 0$

∴ القطع المكافئ مفتوح إلى أعلى



(b) $D(1, -5)$

معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل هي على الصورة : $y = ax^2$

يمر القطع المكافئ بالنقطة $D(1, -5)$ (x, y)

$-5 = a(1)^2$

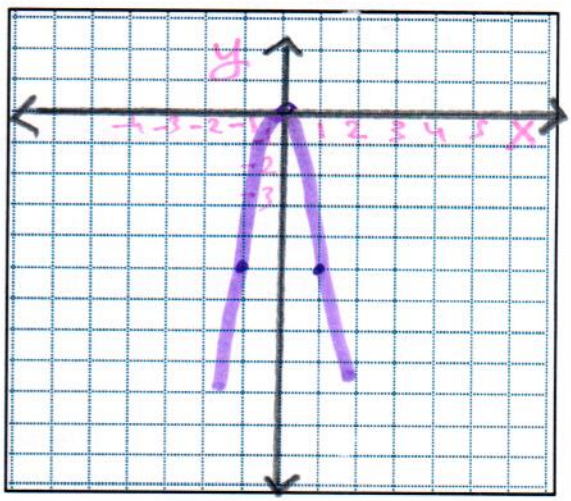
$-5 = a$

$\therefore a = -5$

∴ المعادلة : $y = -5x^2$

$\therefore a = -5$, $a < 0$

∴ القطع المكافئ مفتوح إلى أسفل



H.L.

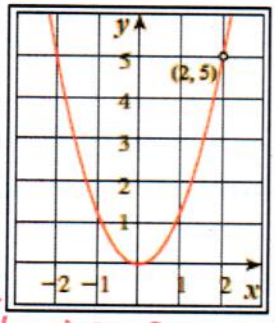
اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (2-3) : الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

كل القطوع المكافئة لها الشكل العام نفسه. ويتغير اتساع القطع المكافئ تبعًا لتغير معامل حد الدرجة الثانية.

• **حاول أن تحل تمرين (2) صفحة (59)**

البيان المقابل يمثل دالة $y = ax^2$

أوجد معادلة هذه الدالة .



∵ النقطة $(2,5)$ تقع على البيان

$y = ax^2$

$5 = a(2)^2$

$5 = 4a$

$\frac{4a}{4} = \frac{5}{4}$

$\therefore a = \frac{5}{4}$

∴ معادلة القطع المكافئ :

$y = \frac{5}{4}x^2$

---

* **معادلات بعض القطوع المكافئة بدلالة إحداثيات رؤوسها وخواصها :-**

المعادلة في الصورة : $y = a(x-h)^2 + k \quad , a \neq 0 \ , h, k \in R$

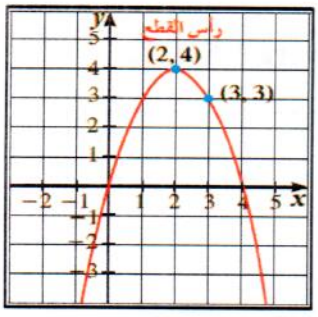
تسمى معادلة القطع المكافئ بدلالة إحداثيات رأسه (h, k) ، وهي عبارة عن إزاحة لبيان منحنى $y = ax^2$

وتذكر أن :

إشارة العدد	اتجاه إزاحة المنحنى
h موجبة	إزاحة المنحنى إلى اليمين
k موجبة	إزاحة المنحنى إلى الأعلى

إشارة العدد	اتجاه إزاحة المنحنى
h سالبة	إزاحة المنحنى إلى اليسار
k سالبة	إزاحة المنحنى إلى الأسفل

* **حاول أن تحل تمرين (٣) صفحة (٦٠)**



أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم المقابل .

$(h, k) = (2, 4)$: رأس القطع ،

$y = a(x-h)^2 + k$

$y = a(x-2)^2 + 4$

بالتعويض بالنقطة $(3, 3)$: (x, y)

$3 = a(3-2)^2 + 4$

$3 = a + 4$

$a + 4 = 3$

$a = 3 - 4$

$a = -1$

∴ معادلة القطع المكافئ هي :

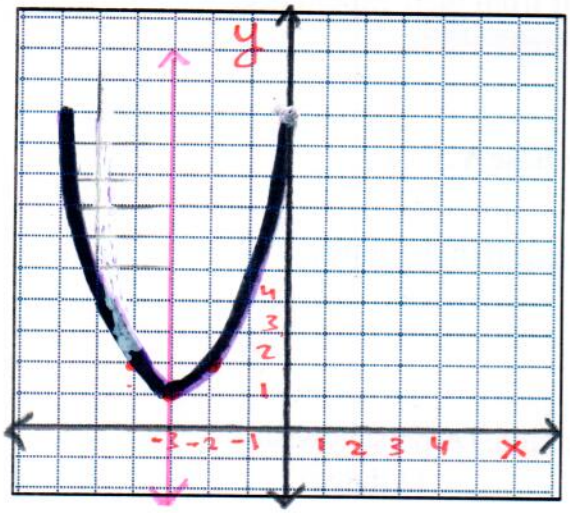
$y = -(x-2)^2 + 4$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (3-2) : الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

* حاول أن تحل تمرين (4) صفحة (61)

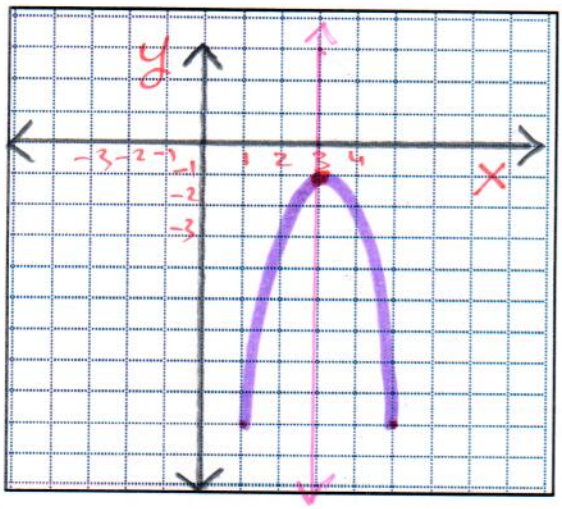
ارسم منحنى الدالة : $y=(x+3)^2+1$.



∵ المعادلة تربيعية على الصورة :
$y=a(x-h)^2+k$
فهي تمثل قطعاً مكافئاً .
$h=-3$ ، $k=1$
∴ $(-3,1)$ هي رأس المنحنى .
∵ $a=1$ و $1>0$
∴ فتحة المنحنى إلى الأعلى .
والرأس عنده قيمة صغرى للدالة .
معادلة محور التماثل هي : $x=h$
هو محور التماثل ∴ $x=-3$

* حاول أن تحل تمرين (5) صفحة (61)

ارسم منحنى الدالة : $y=-2(x-3)^2-1$



∵ المعادلة تربيعية على الصورة :
$y=a(x-h)^2+k$
فهي تمثل قطعاً مكافئاً
$h=3$ ، $k=-1$
∴ $(3,-1)$ هي رأس المنحنى
∵ $a=-2$ ، $-2<0$
∴ فتحة المنحنى إلى الأسفل .
والرأس عنده قيمة عظمى للدالة .
معادلة محور التماثل هي : $x=h$
∴ $x=3$
هو محور التماثل .

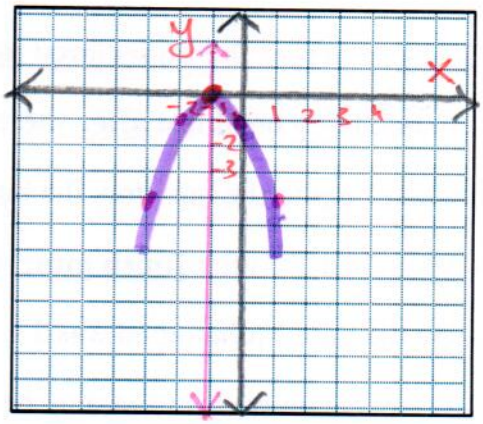
H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـاريخ		عنوان الدرس	البند (3-2) : الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

التطبيق : من كراسة التمارين صفحة (24) الأرقام 13 ، 14 ، 16

ارسم منحنى كل دالة من الدوال التالية:

(13) $y=-(x+1)^2$



$y=a(x-h)^2+k$: المعادلة تربيعية على الصورة

فهي تمثل قطعاً مكافئاً

$h=-1$, $k=0$

∴ رأس المنحنى $(-1,0)$

$a=-1$, $-1<0$ ∴

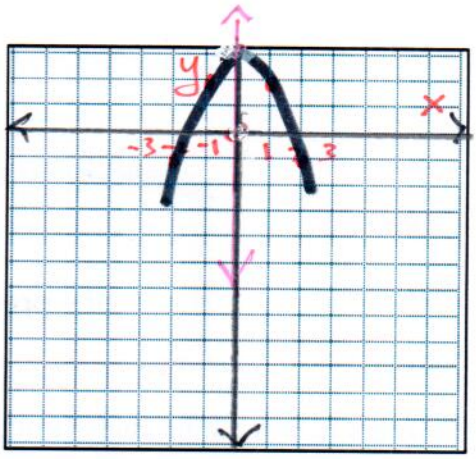
∴ فتحة المنحنى إلى الأسفل

والرأس عنده قيمة عظمى للدالة

معادلة محور التماثل $x=h$

∴ $x=-1$ هو محور التماثل

(14) $y=-x^2+3$



$y=a(x-h)^2+k$: المعادلة تربيعية على الصورة

فهي تمثل قطعاً مكافئاً .

$h=0$, $k=3$

∴ رأس المنحنى $(0,3)$.

$a=-1$, $-1<0$ ∴

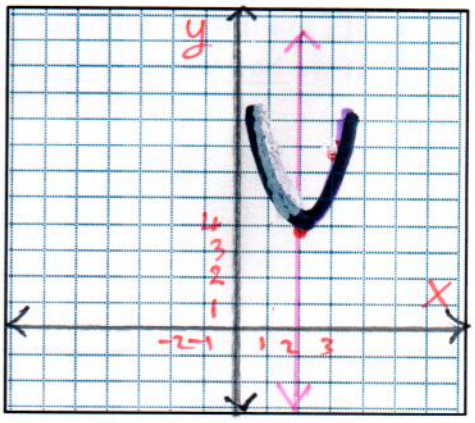
∴ فتحة المنحنى إلى الأسفل

والرأس عنده قيمة عظمى للدالة .

معادلة محور التماثل $x=h$

∴ $x=0$ هو محور التماثل

(16) $y=3(x-2)^2+4$



$y=a(x-h)^2+k$: المعادلة تربيعية على الصورة

فهي تمثل قطعاً مكافئاً .

$h=2$, $k=4$

∴ رأس المنحنى $(2,4)$.

$a=3$, $3>0$ ∴

∴ فتحة المنحنى إلى الأعلى

والرأس عنده قيمة صغرى للدالة .

معادلة محور التماثل: $x=h$

∴ $x=2$ هو محور التماثل

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـاريخ		عنوان الدرس	البند(3-2) : الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

بنود موضوعي : ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ. (a) (b)

(2) القطع المكافئ $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ فتحته إلى الأعلى. (a) (b)

(3) المعادلة $y = 2(x-1)^2 + 2$ يكون بيانها أكثر اتساعًا من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ (a) (b)

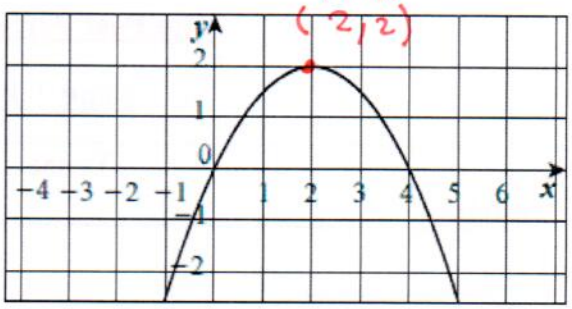
(4) توجد عند رأس منحنى الدالة $y = -(x-3)^2 - 2$ قيمة عظمى. (a) (b)

(5) منحنى القطع المكافئ $y = (-x+2)^2 + 3$ يمر بالنقطة $P(2, 3)$ (a) (b)

الإجابات بالتفصيل في الصفحة التالية

ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(8) الشكل أدناه يمثل منحنى قطع مكافئ معادلته هي:



(a) $y = (x-2)^2 + 2$

(b) $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

(c) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$

(d) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ (h, k) المنحنى مفتوح إلى الأسفل

(9) القطع المكافئ $y = a(x-h)^2 + k$ يقطع المحورين على الأكثر في:

(a) نقطة

(b) نقطتين ← يقطع محور السينات في نقطتين فقط

(c) 3 نقاط

(d) 4 نقاط

H.L.

① $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$

$y = 2x^2 - 2(9 - 6x + x^2)$

$y = 2x^2 - 18 - 12x - 2x^2$

$y = -18 - 12x$

المعادلة خطية ← ∴ لا تمثل معادلة قطع مكافئ

(b)

---

② $a = \frac{-1}{3}$ ، $-\frac{1}{3} < 0$

(b) ∴ فتحة القطع المكافئ إلى الأسفل.

---

③ كلما قل معامل حد الدرجة الثانية

(b) زاد اتساع القطع المكافئ.

---

④ $a = -1$ ، $-1 < 0$

∴ فتحة القطع المكافئ إلى الأسفل

(a) ∴ الرأس عنده قيمة عظمى للدالة.

---

⑤ $y = (-x+2)^2 + 3$ $\quad P(\overset{x}{2}, \overset{y}{3})$

(a) بالتعويض عن $x = 2$

$y = (-2+2)^2 + 3$

$= 0 + 3$

$= 3$

∴ النقطة تقع على القطع المكافئ

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (5-2) : المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

مثال (1)

ارسم بيان الدالة $y = \frac{x-4}{2}$ ومعكوسها ثم اكتب معادلة المعكوس.

$y = \frac{x-4}{2}$

x	4	2	0
y	0	-1	-2

∴ (0,-2) ، (4,0) تقاطعان للدالة y

∴ $(\overset{x_1}{-2}, \overset{y_1}{0})$ ، $(\overset{x_2}{0}, \overset{y_2}{4})$ تقاطعان لبيان معكوس الدالة (وصوخط مستقيم)

الحل :

$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{4-0}{0-(-2)} = \frac{4}{2} = 2$

∴ معادلة المستقيم المار بالنقطة (0,4) وميله 2 هي :

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 4 = 2(x - 0)$

$y - 4 = 2x$

$y = 2x + 4$

∴ معادلة معكوس الدالة : $y = 2x + 4$

أذ يمكنه استخدام النقطة الأخرى (-2,0)

* حاول أن تحل رقم (١) صفحة (71)

ارسم الدالة : $y = -3x + 5$ ومعكوسها ، ثم اكتب معادلة المعكوس .

$y = -3x + 5$

x	0	1	$\frac{5}{3}$
y	5	2	0

∴ $(\frac{5}{3}, 0)$ ، (0,5) تقاطعان للدالة y

∴ $(0, \frac{5}{3})$ ، (5,0) تقاطعان لبيان معكوس الدالة (وصوخط مستقيم)

الحل :

$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{\frac{5}{3}-0}{0-5} = -\frac{1}{3}$

∴ معادلة المستقيم المار بالنقطة (5,0) وميله $-\frac{1}{3}$ هي :

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 5)$

$y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

$y = \frac{-x+5}{3}$

∴ معادلة معكوس الدالة هي : $y = \frac{-x+5}{3}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (5-2) : المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

الطريقة الجبرية :

* حاول أن تحل رقم (2) صفحة (72)

أوجد معكوس الدالة:

$(a)\quad y = \frac{2x-1}{3}$

$x = \frac{2y-1}{3}$

باستخدام الضرب التقاطعي :

$3x = 2y - 1$

$2y - 1 = 3x$

$2y = 3x + 1$

$\frac{2y}{2} = \frac{3x+1}{2}$

$y = \frac{3x+1}{2}$

∴ معكوس الدالة $y = \frac{3x+1}{2}$

$(b)\quad y = 2(x+1) - 3$

$y = 2x + 2 - 3$

$y = 2x - 1$

$x = 2y - 1$

$2y - 1 = x$

$2y = x + 1$

$\frac{2y}{2} = \frac{x+1}{2}$

$y = \frac{x+1}{2}$

∴ معكوس الدالة : $y = \frac{x+1}{2}$

H.L.

حاول أن تحل

3 أوجد معكوس الدالة: $f(x) = (x+3)^2 - 4$. ناقش الحلول.

$f(x) = (x+3)^2 - 4$

$y = (x+3)^2 - 4$

$x = (y+3)^2 - 4$

$(y+3)^2 - 4 = x$

$(y+3)^2 = x + 4$

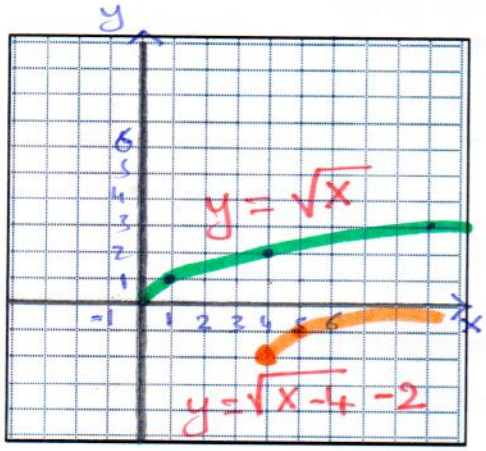
$\sqrt{(y+3)^2} = \sqrt{x+4}$

$y + 3 = \pm\sqrt{x+4}$

$y = \pm\sqrt{x+4} - 3$

مثال (4)

ارسم الدالة: $y = \sqrt{x-4} - 2$ ، وعيّن المجال والمدى للدالة.



$y = \sqrt{x-4} - 2$

$h = 4,\ k = -2$

* دالة المرجع: $y = \sqrt{x}$
* بيان الدالة $y = \sqrt{x-4} - 2$ هو إزاحة لبيان دالة المرجع 4 وحدات إلى اليمين و 2 وحدتان إلى الأسفل
* يبدأ بيان الدالة $y = \sqrt{x-4} - 2$ عند النقطة $(4, -2)$

∴ المجال $= [h, \infty) = [4, \infty)$

المدى $= [k, \infty) = [-2, \infty)$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـــاريخ		عنوان الدرس	البند (5-2) : المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

$y=\sqrt{x-2}+1$

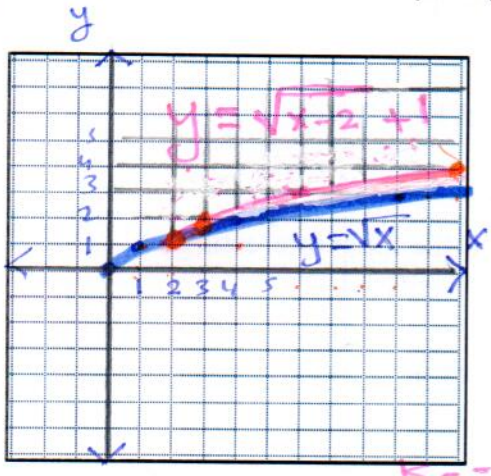
$h=2$

$K=1$

دوال الجذر التربيعي :

* **حاول أن تحل رقم (4) صفحة (74)**

(a) ارسم بيانيًا: $y=\sqrt{x-2}+1$ ، ثم عيّن المجال والمدى للدالة.



$K=-2$ $h=5$

دالة المرجع $y=\sqrt{x}$

بيان الدالة $y=\sqrt{x-2}+1$ هو إزاحة لبيان دالة المرجع وحدتان جهة اليمين ووحدة واحدة إلى الأعلى :

المجال $= [h,\infty) = [2,\infty)$

المدى $= [K,\infty) = [1,\infty)$

(b) **إذا تم إزاحة بيان الدالة: $y=\sqrt{x}$، 5 وحدات يمينًا 2 وحدة إلى الأسفل.**

اكتب معادلة الدالة الناتجة عن الإزاحة.

$y=\sqrt{x-5}-2$

التطبيق: كراسة التمارين صفحة رقم (30) الأرقام 4 ، 6

اكتب معادلة المعكوس لكل دالة مما يلي:

(4) $y=\frac{1}{2}x^2$

$x=\frac{1}{2}y^2$

$\frac{1}{2}y^2=x$

$2\cdot\frac{1}{2}y^2=2x$

$y^2=2x$

$y=\pm\sqrt{2x}$

∴ معادلة المعكوس هي: $y=\pm\sqrt{2x}$

(6) $y=(x-2)^2+1$

$x=(y-2)^2+1$

$(y-2)^2+1=x$

$(y-2)^2=x-1$

$\sqrt{(y-2)^2}=\sqrt{x-1}$

$y-2=\pm\sqrt{x-1}$

$y=\pm\sqrt{x-1}+2$

∴ معادلة المعكوس هي: $y=\pm\sqrt{x-1}+2$

H.L.

* **حاول أن تحل رقم (1) صفحة (76)**

أوجد مجموعة حل المتباينة : $x^2 + 4x + 3 \le 0$

المعادلة المناظرة :-

$x^2 + 4x + 3 = 0$

$(x+1)(x+3) = 0$

$x+1=0 \rightarrow x = -1$

$x+3=0 \rightarrow x = -3$

للبحث عن قيم x التى تحقق

$(x+1)(x+3) \le 0$

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$x+1$	−	−	0	+		+	
$x+3$	−	0	+	+		+	
$(x+1)(x+3)$	+	0	−	0		+	

$x+1<0 \rightarrow x<-1$ || $x+3<0 \rightarrow x<-3$

$x+1>0 \rightarrow x>-3$ || $x+3>0 \rightarrow x>-3$

$\therefore$ م.ح $= [-3, -1]$

---

* **حاول أن تحل رقم (2) صفحة (77)**

أوجد مجموعة قيم x التي تحقق المتباينة: $-2x^2 + 5x - 3 > 0$

بضرب المتباينة فى -1

$2x^2 - 5x + 3 < 0$

المعادلة المناظرة :

$2x^2 - 5x + 3 = 0$

$(2x-3)(x-1) = 0$

$2x-3=0$

$2x=3$

$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$

$x = \frac{3}{2}$

أو

$x-1=0$

$x=1$

للبحث عن قيم x التى تحقق $(2x-3)(x-1) < 0$

$2x-3<0 \rightarrow x<\frac{3}{2}$ || $x-1<0 \rightarrow x<1$

$2x-3>0 \rightarrow x>\frac{3}{2}$ || $x-1>0 \rightarrow x>1$

x	$-\infty$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$	−	−		−	0	+	
$x-1$	−	0	+	+		+	
$(2x-3)(x-1)$	+	0	−		0	+	

$\therefore$ م.ح $= (1, \frac{3}{2})$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثانيه
التـاريخ		عنوان الدرس	البند (2-6) : حل المتباينات

تطبيق على مجال الدالة :

حاول أن تحل رقم (4) صفحة (80)

أوجد مجال كل دالة مما يلي:

(١) $h(x)=\sqrt{x^2-x}$

مجال الدالة h هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط :

$x^2-x \geq 0$

المعادلة المناظرة :

$x^2-x=0$

$x(x-1)=0$

$x=0$ أو $x-1=0$

$x=1$

لإيجاد القيم التي تحقق : $x(x-1)\geq 0$

$x<0$ || $x-1<0 \rightarrow x<1$

$x>0$ || $x-1>0 \rightarrow x>1$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x	$-$		0	$+$		$+$	
$x-1$	$-$			$-$	0	$+$	
$x(x-1)$	$+$		0	$-$	0	$+$	

∴ مجال الدالة h هو :-

$(-\infty, 0] \cup [1, \infty)$

$= R/(0,1)$

(٢) $q(x)=\sqrt{9-x^2}$

مجال الدالة q هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط :

$9-x^2 \geq 0$

بضرب المتباينة في -١ :

$x^2-9 \leq 0$

المعادلة المناظرة :

$x^2-9=0$

$(x-3)(x+3)=0$

$x-3=0$ أو $x+3=0$

$x=3$ $\quad x=-3$

لإيجاد القيم التي تحقق : $(x-3)(x+3)\leq 0$

$x-3<0 \rightarrow x<3$ || $x+3<0 \rightarrow x<-3$

$x-3>0 \rightarrow x>3$ || $x+3>0 \rightarrow x>-3$

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$x-3$	$-$			$-$	0	$+$	
$x+3$	$-$		0	$+$		$+$	
$(x-3)(x+3)$	$+$		0	$-$	0	$+$	

∴ مجال الدالة q هو :

$[-3, 3]$

H.W.

تذكر:

الحدوديات النسبية غير معرّفة عند أصفار المقام.

تذكر:

من المهم جدًّا تحديد أصفار المقام قبل الاختصار.

حاول أن تحل رقم (5) صفحة (82)

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

أصفار البسط:

$3x-5=0$

$3x=5$

$x=\frac{5}{3}$

أصفار المقام:

$-2x+3=0$

$-2x=-3$

$\frac{-2x}{-2}=\frac{-3}{-2}$

$x=\frac{3}{2}$

لإيجاد قيم x التي تحقق: $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

$3x-5<0$ ‖ $-2x+3<0$

$x<\frac{5}{3}$ ‖ $x<\frac{3}{2}$

$3x-5>0$ ‖ $-2x+3>0$

$x>\frac{5}{3}$ ‖ $x>\frac{3}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$3x-5$		−		−	0	+	
$-2x+3$		+	0	−		−	
$\frac{3x-5}{-2x+3}$		−	غير معرفة	+	0	−	

∴ م.ح = $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right]$

حاول أن تحل رقم (6) صفحة (82)

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$

$\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$

$\frac{x^2+5x}{x+3} + 2 > 0$

$\frac{x^2+5x}{x+3} + \frac{2(x+3)}{x+3} > 0$

$\frac{x^2+5x+2x+6}{x+3} > 0$

$\frac{x^2+7x+6}{x+3} > 0$

$\frac{(x+1)(x+6)}{x+3} > 0$

أصفار البسط:

$x+1=0 \rightarrow x=-1$

أو

$x+6=0 \rightarrow x=-6$

أصفار المقام:

$x+3=0$

$x=-3$

H.L.

لـ x بأي رقم $\frac{(x+1)(x+6)}{x+3} > 0$: حقق

$x+1<0 \rightarrow x<-1$ ‖ $x+6<0 \rightarrow x<-6$ ‖ $x+3<0 \rightarrow x<-3$

$x+1>0 \rightarrow x>-1$ ‖ $x+6>0 \rightarrow x>-6$ ‖ $x+3>0 \rightarrow x>-3$

x	$-\infty$		-6		-3		-1		$+\infty$
$x+1$	−		−		−		0	+	
$x+6$	−		0	+		+		+	
$x+3$	−		−		0	+		+	
$\frac{(x+1)(x+6)}{x+3}$	−		+		غير معرفة	−		+	

$\therefore$ م.ح $= (-6,-3) \cup (-1,+\infty)$

H.L.

مثال (7)

أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{x^2-5x+6}{x-3} > 0$.

$$\frac{(X-3)(X-2)}{X-3} > 0$$

أصفار المقام

$X-3=0$
$X=3$

$$\frac{(X-3)(X-2)}{X-3} > 0$$

$X-2>0$
$X>2$

$\therefore$ م.ح $= (2,\infty)/\{3\}$

$(2,3) \cup (3,\infty) =$

التطبيق : كراسة التمارين صفحة (32)

حلّ المتباينات التالية:

(6) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-3} \leq 0$

$$\frac{X-3}{(X+1)(X-3)} + \frac{X+1}{(X+1)(X-3)} \leq 0$$

$$\frac{X-3+X+1}{(X+1)(X-3)} \leq 0$$

$$\frac{2X-2}{(X+1)(X-3)} \leq 0$$

أصفار البسط :

$2X-2=0$
$2X=2$
$\frac{2X}{2}=\frac{2}{2}$
$X=1$

أصفار المقام :

$X+1=0$
$X=-1$

$X-3=0$
$X=3$

H.L.

لإيجاد قيم x التي تحقق: $\frac{2x-2}{(x+1)(x-3)} \leq 0$

$2x-2<0 \Rightarrow x<1$ ‖ $x+1<0 \Rightarrow x<-1$ ‖ $x-3<0 \Rightarrow x<3$

$2x+2>0 \Rightarrow x>1$ ‖ $x+1>0 \Rightarrow x>-1$ ‖ $x-3>0 \Rightarrow x>3$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$2x-2$		−		−	0	+		+	
$x+1$		−	0	+		+		+	
$x-3$		−		−		−	0	+	
$\frac{2x-2}{(x+1)(x-3)}$		−	غير معرفة	+	0	−	غير معرفة	+	

∴ م.ح = $(-\infty, -1) \cup [1, 3)$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثالثه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (3-1) دوال القوى و معكوساتها

دوال القوى : تكون دوال القوى على الشكل :

$y = ax^n \; , \; a \neq 0 \; , n \in Z^+$

الدوال الزوجية و الدوال الفردية :

تعريف

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة زوجية إذا وفقط إذا كان:

1. $\forall x \in D \; , \; -x \in D$
2. $f(-x) = f(x)$

تعريف

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة فردية إذا وفقط إذا كان:

1. $\forall x \in D \; , \; -x \in D$
2. $f(-x) = -f(x)$

ملاحظة: توجد دوال ليست زوجية وليست فردية.

مثال : بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجيه او فرديه او ليست زوجية و ليست فردية .

$a)$

$c)$ $f_1(x) = 2x^4$

$f_1(-x) = 2(-x)^4$

$= 2x^4$

$\therefore f_1(x) = f_1(-x)$

$\therefore$ الدالة f_1 دالة زوجية

b $f_2(x) = x$

d $f_4(x) = (x+3)^3$

b) $f_2(x) = x$

$f_2(-x) = -x$

$= -f_2(x)$

$\therefore f_2$ دالة فردية

d) $f_4(x) = (x+3)^3$

$f_4(-x) = (-x+3)^3$

$\therefore f_4$ دالة ليست زوجية وليست فردية

H.L.

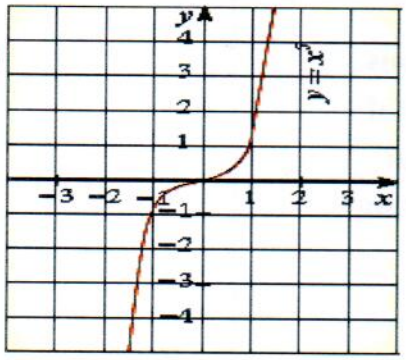
اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثالثه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (1-3) دوال القوى و معكوساتها

مثال رقم 4 صـ 94 :

الأشكال التالية تمثل دوال. صف تماثل كل دالة ثم وضّح هل هي زوجية أم فردية أم ليست زوجية وليست فردية.

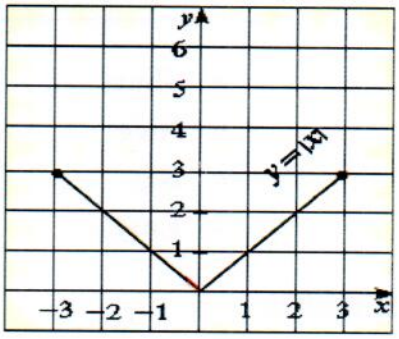
a $y = x^5$, $x \in \mathbb{R}$

نقطة الأصل هي نقطة تماثل ∴ الدالة فردية



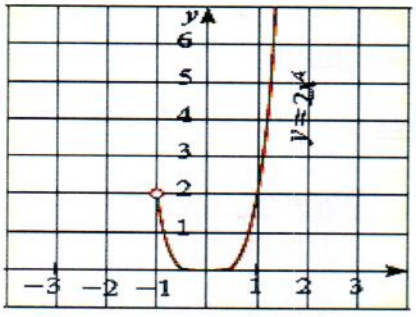
b $y = |x|$, $x \in [-3, 3]$

محور الصادات هو محور تماثل ∴ الدالة زوجية



c $y = 2x^4$, $x \in (-1, \infty)$

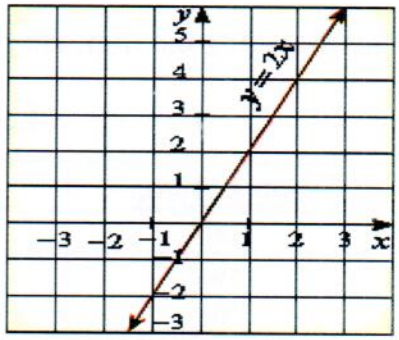
لا يوجد نقطة تماثل أو محور تناظر



∴ الدالة ليست زوجية وليست فردية

d $y = 2x$, $x \in \mathbb{R}$

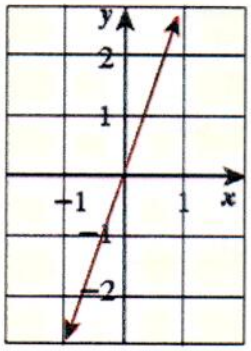
نقطة الأصل هي نقطة تماثل ∴ الدالة فردية



حاول أن تحل صـ 94 رقم 4

الأشكال التالية تمثل دوال. صف تماثل كل دالة ثم وضّح هل هي فردية أم زوجية أم ليست فردية وليست زوجية.

a

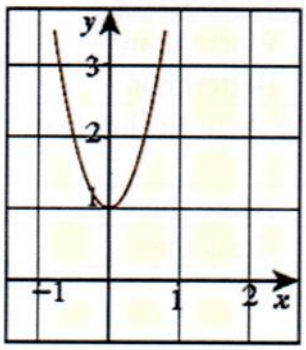


$y = 3x$

الدالة متماثلة حول نقطة الأصل

∴ الدالة فردية

b

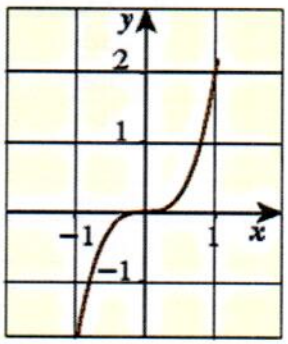


$y = 4x^2 + 1$

الدالة متماثلة حول محور الصادات

∴ الدالة زوجية

c



$y = 2x^3$

الدالة متماثلة حول نقطة الأصل

∴ الدالة فردية

H.W.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثالثه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (1-3) دوال القوى و معكوساتها

معكوس العلاقة : (r^{-1})

حاول أن تحل رقم 5 صـ 95 :

أوجد معكوس الدالة : $y = 5x^3$

$y = 5x^3$

$x = 5y^3$

$5y^3 = x$

$\frac{5y^3}{5} = \frac{x}{5}$

$y^3 = \frac{x}{5}$

$(y^3)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{x}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$

$y = \left(\frac{x}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$

$y = \sqrt[3]{\frac{x}{5}}$

∴ معكوس $y = 5x^3$ هو $y = \sqrt[3]{\frac{x}{5}}$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 96 :

أوجد معكوس الدالة : $y = \sqrt{x-4}$

$y = \sqrt{x-4}$

$x = \sqrt{y-4}$

بتربيع الطرفين :

$x^2 = \left(\sqrt{y-4}\right)^2$

$x^2 = y - 4$ بضيف 4

$y - 4 = x^2$ أو

$y = x^2 + 4$

∴ معكوس $y = \sqrt{x-4}$ هو $y = x^2 + 4$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثالثه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (2 – 3) : الدوال الحدوديه

حاول أن تحل رقم 1 صـ 99 :

أكتب كل كثيرة حدود ورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة و عدد الـ بالصو

a) $4x - 6x + 5$

$= -2x + 5$

درجة هو $-2x$ الذي له أ
الدرجة الأولى
∴ الحدودية ،
لها حدّا
∴ ثنائيـ

b) $3x^3 + x^2 - (4x \quad x^2)$

$= 3x^3 + x^2 - 4x + x^2$

$= 3x^3 - x^2 - 4x$

$2x^2$ بـ
درجة
هو $3x^3$
∴ الحدودية من الـ ة الثالثة
لها ثلاثة ود
∴ ثلاثيـ

c) $6 - 2x^5$

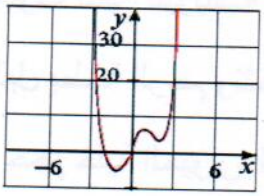
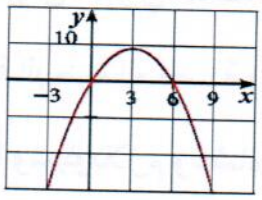
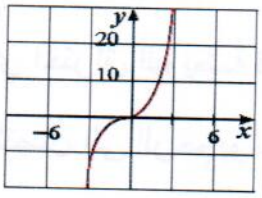
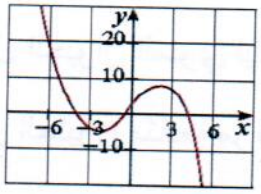
$= -2x^5 + 6$

بـ درجة هو $-2x^5$ الذي له أ
∴ الحدودية من رجة الخامسة
لها حدّا
∴ ثنائيـ

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثالثه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (2 – 3) : الدوال الحدوديه

سلوك الدالة :

الدرجة زوجي أم فردي	سلوك النهاية	المعامل الرئيسي موجب، سالب	الدالة وبيانها	نظام الإشارات
الرابعة زوجي	$(\nwarrow ، \nearrow)$	1 عدد موجب	 $y = x^4 - 3x^3 + 5x$	
الثانية زوجي	$(\swarrow ، \searrow)$	-1 عدد سالب	 $y = -x^2 + 6x$	
الثالثة فردي	$(\swarrow ، \nearrow)$	1 عدد موجب	 $y = x^3$	
الثالثة فردي	$(\nwarrow ، \searrow)$	-0.3 عدد سالب	 $y = -0.3x^3 + 4x + 2$	

حاول أن تحل رقم 2 صـ 101 :

وضح سلوك النهاية لبيان كل دالة كثيرة الحدود

$a)\ y = -x^3 + 2x^2 + 6$

المعامل الرئيسي ا- (مدرسابه)

∴ سلوك النهاية جهة اليمين هو لأسفل

∵ كثرة الحدود هي الدرجة الثالثة (فردي)

∴ سلوك النهاية جهة اليسار لأعلى .

∴ سلوك النهاية هو $(\nearrow ، \searrow)$

H.L.

حاول أن تحل رقم 2 صـ 101 :

وضح سلوك النهاية لبيان كل دالة كثيرة الحدود

b) $y = 4x^4 - 3x$

المعامل الرئيسي 4 (عدد موجب)

∴ سلوك النهاية جهة اليمين لأعلى

∵ كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة (زوجي)

∴ سلوك النهاية جهة اليسار لأعلى

∴ سلوك النهاية هو (↑ , ↑)

c) $f(x) = 2x^3 - x$

المعامل الرئيسي 2 (عدد موجب)

∴ سلوك النهاية جهة اليمين لأعلى

∵ كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة (فردي)

∴ سلوك النهاية جهة اليسار لأسفل

∴ سلوك النهاية هو (↓ , ↑)

d) $h(x) = x - x^4$

$h(x) = -x^4 + x$

المعامل الرئيسي -1 (عدد سالب)

∴ سلوك النهاية جهة اليمين لأسفل

∵ كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة (زوجي)

∴ سلوك النهاية جهة اليسار لأسفل

∴ سلوك النهاية هو (↓ , ↓)

H.L.

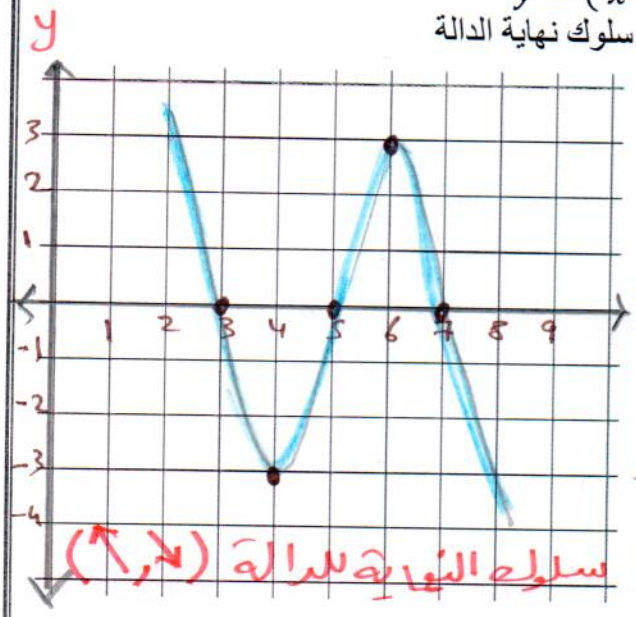
اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثالثه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (3 – 3) : العوامل الخطيه لكثيرات الحدود

عوامل و أصفار دالة كثيرة الحدود :

حاول أن تحل رقم 4 صـ 105 :

أوجد أصفار الدالة $y = (x-7)(x-5)(3-x)$

ثم إرسم بيانا تقريبا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة



$(x-7)(x-5)(3-x)=0$

$x-7=0 \quad x-5=0 \quad 3-x=0$

$x=7 \quad x=5 \quad x=3$

∴ أصفار الدالة هى : 3, 5, 7

∴ المعامل الرئيسى عدد سالب

∴ سلوك الدالة جهة اليمين لأسفل

∴ الدورية من الدرجة الثالثة (فردى)

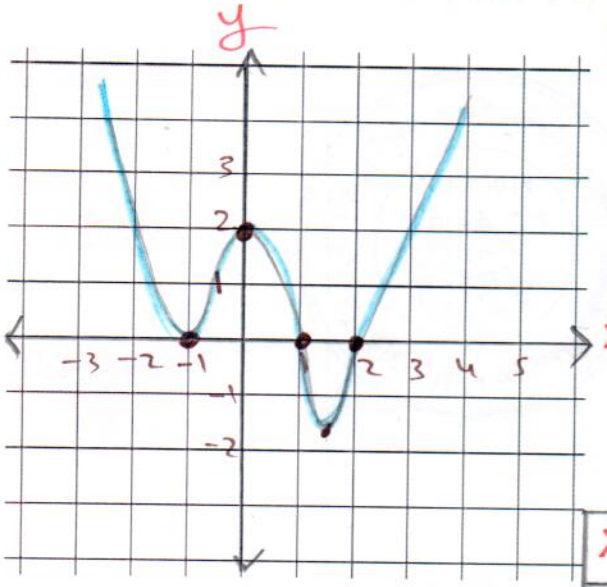
∴ سلوك النهاية جهة اليسار لأعلى

x	2	3	4	5	6	7	8	9
y	15	0	-3	0	3	0	-15	-48

كراسة التمارين رقم 12 صـ 43

أوجد أصفار الدالة ثم ارسم بيانًا تقريبيًّا مراعيًا سلوك النهاية لبيان الدالة

(12) $y = (x+1)^2 (x-2)(x-1)$



$(x+1)^2(x-2)(x-1)=0$

$x+1=0 \quad x-2=0 \quad x-1=0$

$x=-1 \quad x=2 \quad x=1$

∴ أصفار الدالة : -1, 1, 2

∴ المعامل الرئيسى عدد موجب

∴ سلوك الدالة جهة اليمين لأعلى

∴ الدورية من الدرجة الرابعة (زوجى)

∴ سلوك النهاية جهة اليسار لأعلى

x	-3	-2	-1	0	1	$1\frac{1}{2}$	2	3
y	80	12	0	2	0	-1,6	0	32

∴ سلوك النهاية للدالة (↗,↗)

H.L.

التطبيق : كراسة التمارين رقم 3 , 2 صـ 43

اكتب كل دالة كثيرة حدود في الصورة العامة واذكر درجتها.

(2) $y = (x-3)^2\,(x-1)$

$y = (x^2 - 6x + 9)(x-1)$

$y = x^3 - x^2 - 6x^2 + 6x + 9x - 9$

$y = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$

الحد الذي له أكبر درجة هو x^3

∴ الدالة من الدرجة الثالثة

(3) $y = x(x-1)(x+1)$

$y = (x^2 - x)(x+1)$

$y = x^3 + x^2 - x^2 - x$

$y = x^3 - x$

الحد الذي له أكبر درجة هو x^3

∴ الدالة من الدرجة الثالثة

نظرية العامل :

المقدار $(x-a)$ هو عامل خطي لكثيرة الحدود $\Leftrightarrow$ a صفر من أصفار كثيرة الحدود

حاول أن تحل رقم 5 صـ 106 :

1) أكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها : 1 , 2 - , 4-

∴ أصفار الدالة هي: $1, -2, -4$

∴ عوامل كثيرة الحدود هي: $(x-1)(x-(-2))(x-(-4))$

$\therefore f(x) = (x+4)(x+2)(x-1)$

$= (x+4)(x^2 - x + 2x - 2)$

$= (x+4)(x^2 + x - 2)$

$= x(x^2+x-2) + 4(x^2+x-2)$

$= x^3 + x^2 - 2x + 4x^2 + 4x - 8$

$\therefore f(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$

2) أكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث 3 صفر مكرر مرتين و 1- صفر بسيط

عوامل كثيرة الحدود هي: $(x-(-1))(x-3)(x-3)$

$\therefore f(x) = (x+1)(x-3)(x-3)$

$= (x+1)(x^2 - 6x + 9)$

$= x(x^2 - 6x + 9) + (x^2 - 6x + 9)$

$= x^3 - 6x^2 + 9x + x^2 - 6x + 9$

$\therefore f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 9$

H.W.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثالثه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (3-4) قسمه كثيرات الحدود

حاول أن تحل رقم 1 صـ 108 :

إقسم

a) $x+2 \overline{)\, x^2+5x+6}$

$x+3$

$-x^2 -2x$

$3x+6$

$-3x-6$

0

∴ ناتج القسمة = $x+3$
والباقي صفر

التحقق :

$(x+2)(x+3) =$

$x^2+3x+2x+6 = x^2+5x+6$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 109 :

تحقق ما إذا كان كل مقسوم عليه هو من عوامل المقسوم .

b) $(x^3 - x + 1) \div (x+1)$

$x^2 - x$

$x+1 \overline{)\, x^3 - x + 1}$

$-x^3 -x^2$

$-x^2 - x + 1$

$+x^2 +x$

1

∴ الباقي $\neq 0$

∴ $(x+1)$ ليس من عوامل $(x^3 - x + 1)$

H.L.

حاول أن تحل رقم 3 صـ 111 :

إستخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ على $(x + 2)$

	x^3	x^2	x	ثابت
-2	1	-2	-5	6
		-2	8	-6
	1	-4	3	0 ← الباقي

∴ ناتج القسمة هو :

$X^2 - 4X + 3$

$= (X - 3)(X - 1)$ ← باقي العوامل (إذا تم الطلب في السؤال)

$X^3 - 2X^2 - 5X + 6 = (X+2)(X-3)(X-1)$

التطبيق : كراسة التمارين صـ 46 رقم 8 :

اقسم مستخدمًا القسمة التركيبية. $(-2x^3 + 5x^2 - x + 2) \div (x + 2)$

	X^3	X^2	X	ثابت
-2	-2	5	-1	2
		4	-18	38
	-2	9	-19	40

∴ ناتج القسمة :

$-2X^2 + 9X - 19$

والباقي 40

H.W.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثالثه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (3-4) : قسمه كثيرات الحدود

نظرية الباقي :

إذا قسمت كثيرة الحدود $f(x)$ من الدرجة $n \geq 1$ على $(x-a)$ حيث a ثابت
فإن باقي القسمة هو $f(a)$

حاول أن تحل رقم 7 صـ 115 :

استخدم نظرية الباقي لإيجاد باقي قسمة $f(x) = 2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 60$ على $(x+1)$، ثم تحقق من صحة الإجابة باستخدام القسمة التركيبية.

$f(x) = 2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 60$

$f(-1) = 2(-1)^4 + 6(-1)^3 - 5(-1)^2 - 60$

$= 2 - 6 - 5 - 60$

$= -69$

∴ باقي القسمة $= -69$

التحقق :

	x^4	x^3	x^2	x	ثابت
-1	2	6	-5	0	-60
		-2	-4	9	-9
الباقي	2	4	-9	9	$\boxed{-69}$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الثالثه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (3-5) : حل معادلات كثيرات الحدود

حاول أن تحل رقم 1صـ 117 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$ بالتحليل ثم تحقق من صحة الحل .

$4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$

$4x(x^2 - 4x - 5) = 0$ عامل مشترك

$4x(x-5)(x+1) = 0$

$4x = 0 \Rightarrow x = 0$ أو

$x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$ أو

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

$\therefore$ م.ح $= \{-1, 5, 0\}$

التحقق :

$4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$

$4(0)^3 - 16(0)^2 - 20(0) \stackrel{?}{=} 0$

$0 = 0$

$4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$

$4(5)^3 - 16(5)^2 - 20(5) \stackrel{?}{=} 0$

$500 - 400 - 100 \stackrel{?}{=} 0$

$0 = 0$

$4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$

$4(-1)^3 - 16(-1)^2 - 20(-1) \stackrel{?}{=} 0$

$-4 - 16 + 20 \stackrel{?}{=} 0$

$0 = 0$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 118 :

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي :

a) $2x^3 = 3x - 5x^2$

$2x^3 + 5x^2 - 3x = 0$

$x(2x^2 + 5x - 3) = 0$ عامل مشترك

$x(2x-1)(x+3) = 0$

$x = 0$ أو

$2x - 1 = 0$

$2x = 1$

$\frac{2x}{2} = \frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{2}$ أو

$x + 3 = 0$

$x = -3$

$\therefore$ م.ح $= \{-3, \frac{1}{2}, 0\}$

b) $x^3 - x^2 - 3x = 0$

$x(x^2 - x - 3) = 0$

$x = 0$ أو

$x^2 - x - 3 = 0$

$a = 1, \ b = -1, \ c = -3$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)}$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$

$\therefore$ م.ح $= \left\{\frac{1-\sqrt{13}}{2}, \frac{1+\sqrt{13}}{2}, 0\right\}$

H.L.

أوجد مجموعة حل المعادلة:

a $x^3 + 3x^2 = x + 3$

$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$

$(x^3 - x) + (3x^2 - 3) = 0$

$x(x^2 - 1) + 3(x^2 - 1) = 0$

$(x^2 - 1)(x + 3) = 0$

$(x - 1)(x + 1)(x + 3) = 0$

$x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$

أو $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$

أو $x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

$\therefore$ م.ح $= \{-3, -1, 1\}$

b $x^3 - 3x = 6 - 2x^2$

$x^3 - 3x - 6 + 2x^2 = 0$

$(x^3 + 2x^2) + (-3x - 6) = 0$

$x^2(x + 2) - 3(x + 2) = 0$

$(x^2 - 3)(x + 2) = 0$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

أو

$x^2 - 3 = 0$

$x^2 = 3$

$x = \sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{3}$

$\therefore$ م.ح $= \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}, -2\}$

يمكن حل بعض معادلات كثيرات الحدود باستخدام التحليل بطريقة التقسيم حيث يمكن تقسيم الحدود بطريقة تساعدنا على تحويل كثيرة الحدود إلى حاصل ضرب عوامل

حاول أن تحل رقم 3 صـ 118 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^3 + 2x^2 - 4x = 8$

$x^3 + 2x^2 - 4x = 8$

$x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$

$(x^3 + 2x^2) + (-4x - 8) = 0$

$x^2(x + 2) - 4(x + 2) = 0$

$(x^2 - 4)(x + 2) = 0$

$(x - 2)(x + 2)(x + 2) = 0$

$x - 2 = 0$

$x = 2$

أو

$x + 2 = 0$

$x = -2$

$\therefore$ م.ح $= \{-2, 2\}$

H.L.

الأصفار النسبية الممكنة :

الخطوات : 1) نحدد عوامل الحد الثابت 2) نحدد عوامل المعامل الرئيسي 3) نطبق النظرية

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

b $x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x = 2$

$X^4 - 3X^3 + X^2 + 3X - 2 = 0$

عوامل الحد الثابت (2-) : $\pm 1, \pm 2$

عوامل المعامل الرئيسي (1) : ± 1

∴ الأصفار النسبية الممكنة هي : $\pm 1, \pm 2$

نفرض أن :-

$f(X) = X^4 - 3X^3 + X^2 + 3X - 2$

$f(1) = 1^4 - 3(1)^3 + (1)^2 + 3(1) - 2$

$= 0$

∴ 1 صفر أصفار $f(X)$

∴ $(X-1)$ عامل من عوامل $f(X)$

$f(-1) = (-1)^4 - 3(-1)^3 + (-1)^2 + 3(-1) - 2$

$= 0$

∴ 1- صفر أصفار $f(X)$

∴ $(X+1)$ عامل من عوامل $f(X)$

$(X+1)(X-1) = X^2 - 1$

$$\begin{array}{r|l} & x^2 - 3x + 2 \\ \hline x^2 - 1 & x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2 \\ & -x^4 \quad \pm x^2 \\ \hline & -3x^3 + 2x^2 + 3x - 2 \\ & +3x^3 \quad -3x \\ \hline & 2x^2 - 2 \\ & 2x^2 - 2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

أدرس المسألة القسمة التركيبية

ناتج القسمة : $h(X) = X^2 - 3X + 2$

$= (X-2)(X-1)$

$X - 2 = 0 \Rightarrow X = 2$

$X - 1 = 0 \Rightarrow X = 1$

∴ م.ح = $\{-1, 1, 2\}$

مثال :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x = 18$

H.L.

$$x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x = 18$$
$$x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x - 18 = 0$$

عوامل الحد الثابت (18-): $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18$

عوامل معامل الحد الرئيسي (1): ± 1

∴ الأصفار النسبية الممكنة هي: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18$

نفرض أن:

$$p(x) = x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x - 18$$
$$p(1) = 1^4 - 3(1)^3 - 7(1)^2 + 27(1) - 18$$
$$= 0$$

∴ 1 صفر من أصفار الدودية

∴ $(x - 1)$ عامل من عوامل الدودية

	x^4	x^3	x^2	x	ثابت
1	1	-3	-7	27	-18
		1	-2	-9	18
	1	-2	-9	18	0

ناتج القسمة:

$$h(x) = x^3 - 2x^2 - 9x + 18$$
$$h(2) = 2^3 - 2(2)^2 - 9(2) + 18$$
$$= 0$$

∴ 2 صفر من أصفار الدودية

∴ $(x - 2)$ عامل من عوامل الدودية

	x^3	x^2	x	ثابت
2	1	-2	-9	18
		2	0	-18
	1	0	-9	0

ناتج القسمة:

$$m(x) = x^2 - 9$$
$$= (x - 3)(x + 3)$$

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

أو

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

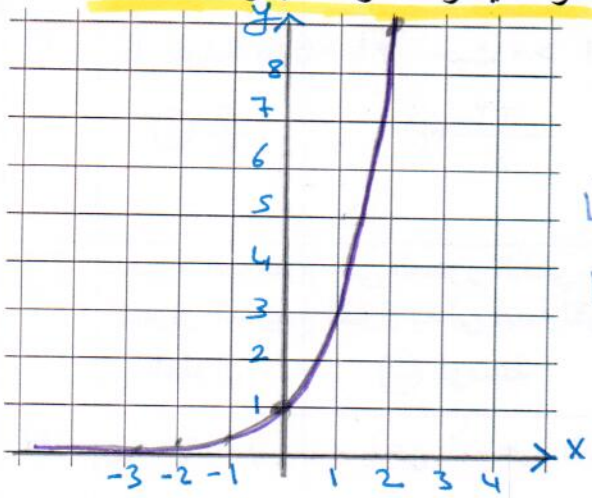
∴ م.ح = {1, 2, 3, -3}

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الرابعه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (1-4) استكشاف النماذج الاسيه

حاول أن تحل رقم 1 :

مثل بيانيا الدالة : $y = 3^x$ ثم بين ما إذا كانت تمثل نموا أسيا أو تضاؤلا أسيا و حدد العامل



$\therefore b = 3$

$\therefore b > 1$

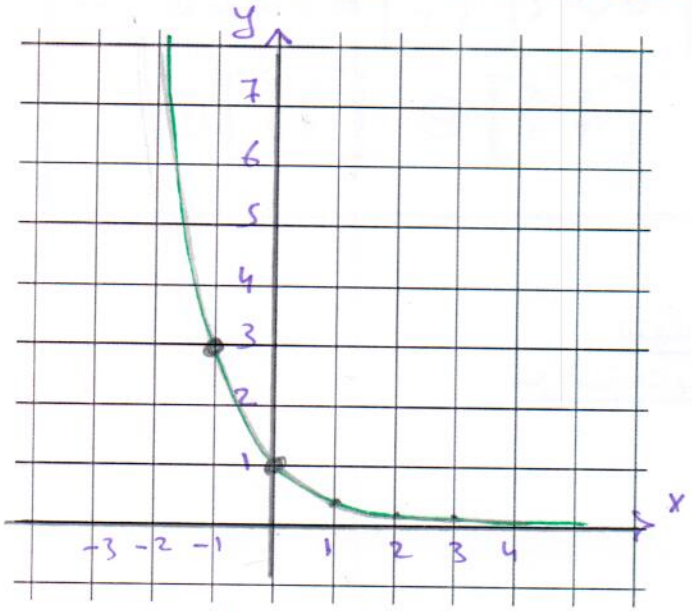
∴ الدالة تمثل نموًا أسيًا

∴ عامل النمو: $b = 3$

x	3^x	y
-3	3^{-3}	0.037
-2	3^{-2}	0.111
-1	3^{-1}	0.333
0	3^0	1
2	3^2	9
3	3^3	27

حاول أن تحل

مثل بيانيا الدالة : $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ثم بين ما إذا كانت تمثل نموا أسيا أو تضاؤلا أسيا و حدد العامل



$\therefore b = \frac{1}{3}$

$\therefore 0 < b < 1$

∴ الدالة تمثل تضاؤلًا أسيًا

∴ عامل التضاؤل: $b = \frac{1}{3}$

x	$\left(\frac{1}{3}\right)^x$	y
-3	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$	27
-2	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$	9
-1	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$	3
0	$\left(\frac{1}{3}\right)^0$	1
1	$\left(\frac{1}{3}\right)^1$	0.333
2	$\left(\frac{1}{3}\right)^2$	0.111
3	$\left(\frac{1}{3}\right)^3$	0.037

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الرابعه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (4-1) : استكشاف النماذج الاسيه

مثال :

أكتب دالة أسية : $y = ab^x$ ، يمر بيانها بالنقطتين : $P(2,2)$, $Q(3,4)$

بالتعويض بالنقطة $(2,2)$: (x,y)

$y = ab^x$

$ab^2 = 2$

$\frac{ab^2}{b^2} = \frac{2}{b^2}$

$a = \frac{2}{b^2}$

بالتعويض بالنقطة $(3,4)$: (x,y)

$4 = ab^3$

$4 = \frac{2}{b^2} \cdot b^3$

$4 = 2 \cdot b^{3-2}$

$4 = 2b$

$\frac{2b}{2} = \frac{4}{2}$

$\therefore b = 2$

$a = \frac{2}{b^2}$

$a = \frac{2}{2^2}$

$a = \frac{1}{2}$

$\therefore y = \frac{1}{2}(2)^x$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 130 :

أكتب دالة أسية : $y = ab^x$ ، يمر بيانها بالنقطتين : $H(2,4)$ ، $S(3,16)$

بالتعويض بالنقطة $(2,4)$: (x,y)

$y = ab^x$

$ab^2 = 4$

$\frac{ab^2}{b^2} = \frac{4}{b^2}$

$a = \frac{4}{b^2}$

بالتعويض بالنقطة $(3,16)$: (x,y)

$16 = ab^3$

$16 = \frac{4}{b^2} \cdot b^3$

$16 = 4 \cdot b^{3-2}$

$16 = 4b$

$\frac{4b}{4} = \frac{16}{4}$

$\therefore b = 4$

$a = \frac{4}{b^2}$

$a = \frac{4}{4^2}$

$a = \frac{4}{16}$

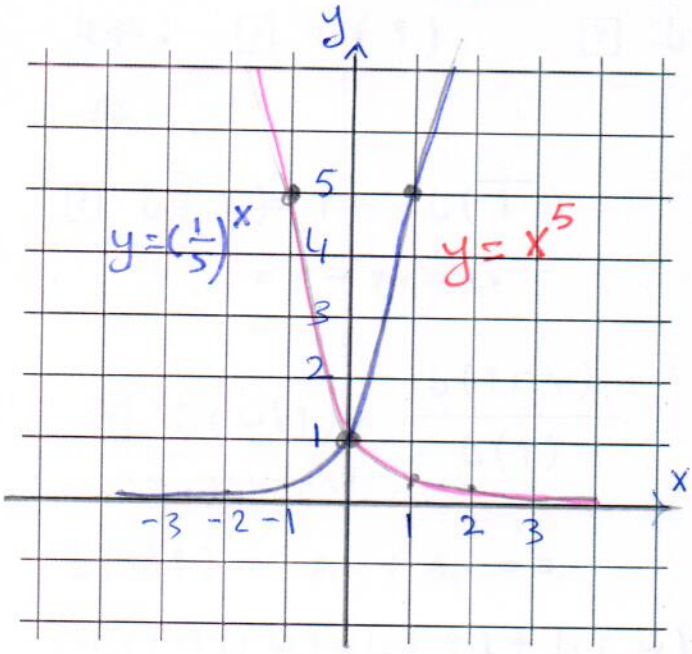
$a = \frac{1}{4}$

$\therefore y = \frac{1}{4}(4)^x$

H.L.

عنوان الدرس بند (2-4) : الدوال الاسيه و تمثيلها بيانيا

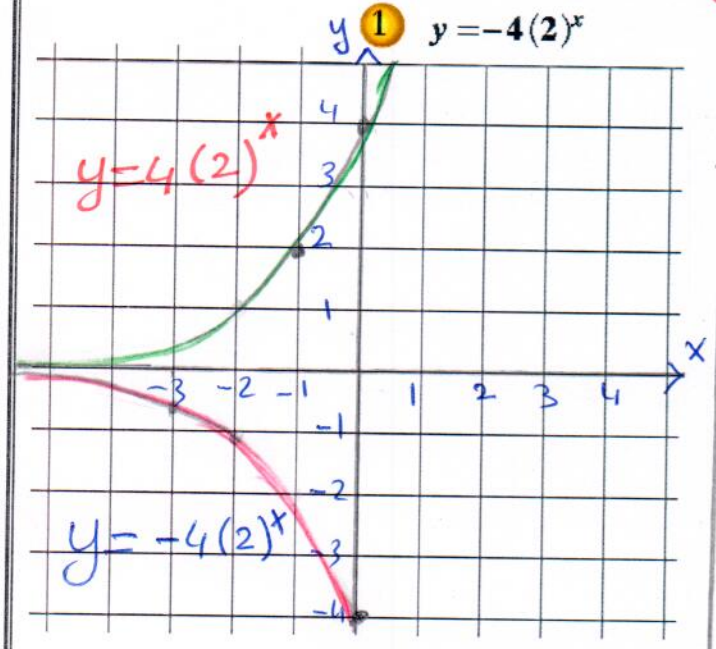
1 مثّل بيانيًّا كلًّا من: $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$, $y = 5^x$ في نفس المستوى الإحداثي.



X	$y=5^x$	$y=(\frac{1}{5})^x$
-2	0.04	25
-1	0.2	5
0	1	1
1	5	0.2
2	25	0.04

حاول أن تحل رقم 2 صـ 134 : مثّل بيانيًّا في نفس المستوى الإحداثي.

1 $y = -4(2)^x$ **2** $y = 4(2)^x$

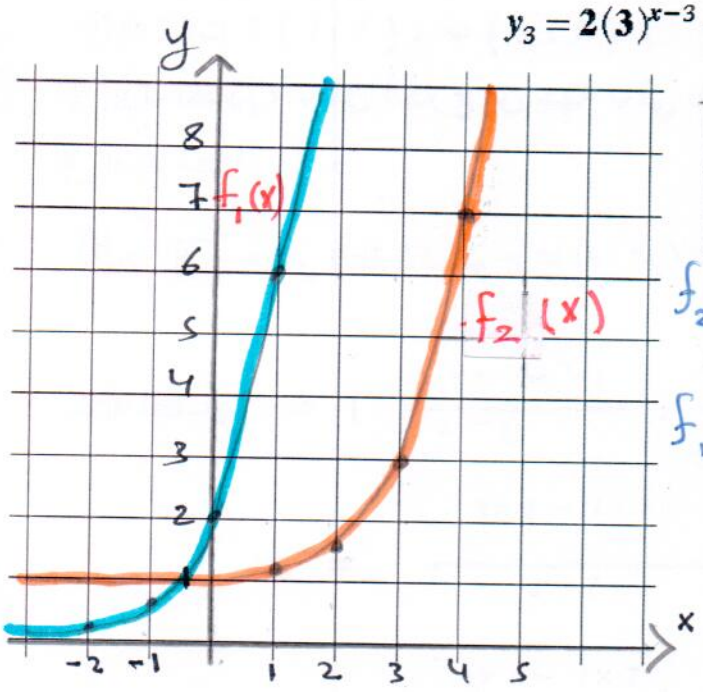


X	$y=4(2)^x$	$y=-4(2)^x$
-3	0.5	-0.5
-2	1	-1
-1	2	-2
0	4	-4
1	8	-8
2	16	-16

H.L.

حاول أن تحل رقم 3 صـ 135:

$y_3 = 2(3)^{x-3} + 1$



$f_1(x) = 2(3)^x$

X	-2	-1	0	1	2
f(x)	0.22	0.66	2	6	18

$f_2(x) = 2(3)^{x-3} + 1$ لرسم بيان الدالة

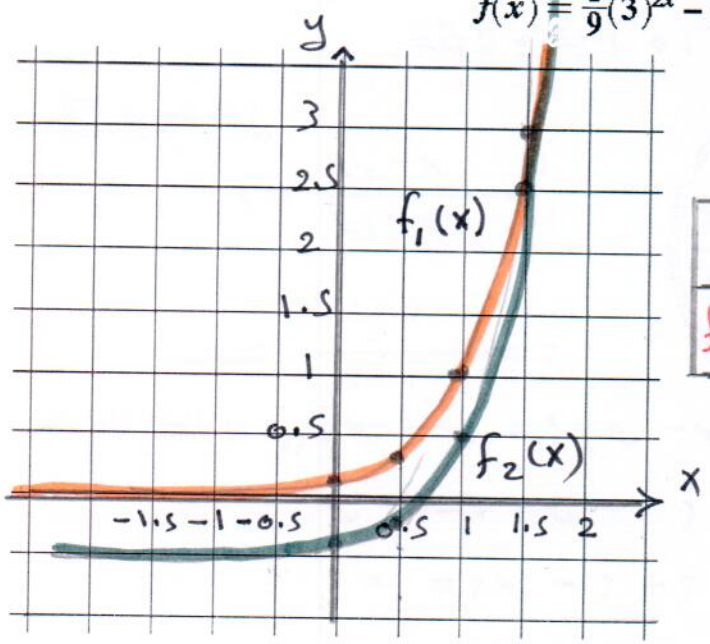
حيث $h = 3$ ، $k = 1$

إزاحة بيان دالة المرجع $f_1(x) = 2(3)^x$

3 وحدات جهة اليمين وحدة واحدة إلى الأعلى.

حاول أن تحل رقم 4 صـ 135 :

مثّل بيانيًّا الدالة: $f(x) = \frac{1}{9}(3)^{2x} - 1$



$f_1(x) = \frac{1}{9}(3)^{2x} - 1$

X	0	0.5	1	1.5	2	2.5
$f_1(x)$	0.11	0.33	1	3	9	27

لرسم بيان الدالة

$f_2(x) = \frac{1}{9}(3)^{2x} - 1$

إزاحة لبيان الدالة

$f_1(x) \frac{1}{9}(3)^{2x}$

وحدة واحدة إلى الأسفل.

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الرابعه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (2-4) : الدوال الاسيه و تمثيلها بيانيا

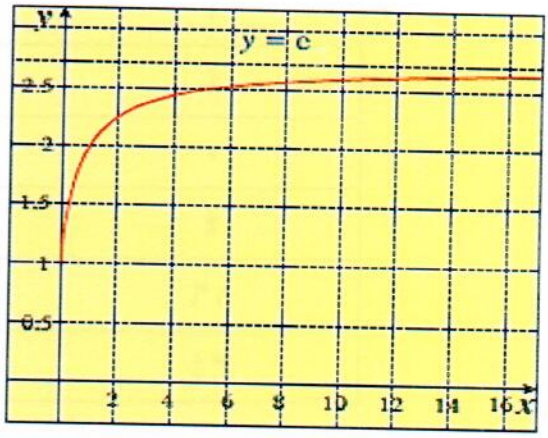
Symbol e

الرمز e

التمثيل البياني أدناه هو جزء من بيان الدالة: $y=\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$.

عندما يأخذ x قيمًا أكبر فأكبر تقترب قيم y من 2.718 هذه القيمة تسمّى e وهو عدد غير نسبي ويساوي تقريبًا 2.71828 تستخدم الدوال الأسية التي أساسها e لوصف النمو (التزايد) أو التضاؤل (التناقص) المستمر. وفي آلتك الحاسبة يوجد مفتاح e أو e^x أو $(e^{\square})$.

x	$f(x)$
2	2.25
4	2.4414
6	2.5216
8	2.5658
10	2.5937
12	2.613
14	2.6272
16	2.6379



حاول أن تحل رقم 5 صـ 137

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيم كل مما يلي:

(قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من ألف).

a e^4 = 54.5981 ≈ 54.598

b e^{-3} = 0.0497 ≈ 0.050

c $e^{\frac{1}{2}}$ = 1.6487 ≈ 1.649

استخدم آلتك الحاسبة لإيجاد ناتج كل مقدار مقرّبًا الناتج إلى أربعة أرقام عشرية.

(9) e^3 ≈ 20.0855

(10) $5e^6$ ≈ 2017.1439

(11) $\left(\frac{5}{4}\right)e^{\frac{1}{2}}$ ≈ 2.0609

(12) $\frac{4}{e^6}$ ≈ 1.9477

(13) e^e ≈ 15.1542

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الرابعه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (4-3) : الدوال اللوغاريتميه و تمثيلها

تدريب

أكمل الجدول التالي:

الصورة الأسية	الصورة اللوغاريتمية
$7^2 = 49$	$\log_7 49 = 2$
$10^3 = 1\,000$	$\log_{10} 1000 = 3$
$3^5 = 243$	$\log_3 243 = 5$
$4^{\frac{1}{2}} = 2$	$\log_4 2 = \frac{1}{2}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$	$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = 4$
$5^{-2} = \frac{1}{25}$	$\log_5 \frac{1}{25} = -2$
$12^0 = 1$	$\log_{12} 1 = 0$

الأس (اللوغاريتم)

$x = \log_b y$ ، $y = b^x$

تعريف

يتعين عدد حقيقي x بحيث يكون:

$\forall y \in \mathbb{R}^+$ ، $b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

$y = b^x \iff \log_b y = x$

أوجد قيمة كل لوغاريتم مما يلي:

حاول أن تحل :

$\log_{64} \frac{1}{32}$

نفرض أن :

$\log_{64} \frac{1}{32} = x$

$\therefore 64^x = \frac{1}{32}$

$(2^6)^x = \frac{1}{2^5}$

$2^{6x} = 2^{-5}$

$6x = -5$

$\frac{6x}{6} = \frac{-5}{6}$

$x = \frac{-5}{6}$

$\therefore \log_{64} \frac{1}{32} = -\frac{5}{6}$

$\log_9 27$

نفرض أن :

$\log_9 27 = x$

$\therefore 9^x = 27$

$(3^2)^x = 27$

$3^{2x} = 3^3$

$2x = 3$

$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$

$x = \frac{3}{2}$

$\therefore \log_9 27 = \frac{3}{2}$

$\log_{10} 100$

نفرض أن :

$\log_{10} 100 = x$

$\therefore 10^x = 100$

$10^x = 10^2$

$x = 2$

$\therefore \log_{10} 100 = 2$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الرابعه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (4-3) : الدوال اللوغاريتميه و تمثيلها

تعريف: الدالة اللوغاريتمية

$\forall x > 0 \ , \ b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

$f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, \ f(x) = \log_b x$

فإن الدالة:

تسمى دالة لوغاريتمية أساسها b

حاول أن تحل رقم 4 صـ 142 : أوجد مجال تعريف كل من الدوال التالية:

a $y = 2 + \log_5 (x-2)$

$\because \ x - 2 > 0$

$x > 2$

$\therefore$ مجال الدالة $= (2, +\infty)$

b $f(x) = \log_4 (x^2 + 1)$

$\because x^2 + 1 > 0$ دائماً

$\therefore$ مجال الدالة $= \mathbb{R}$

c $g(x) = \log_7 (1-x)$

$\because 1 - x > 0$

$-x > -1$

$\frac{-x}{-1} < \frac{-1}{-1}$

$x < 1$

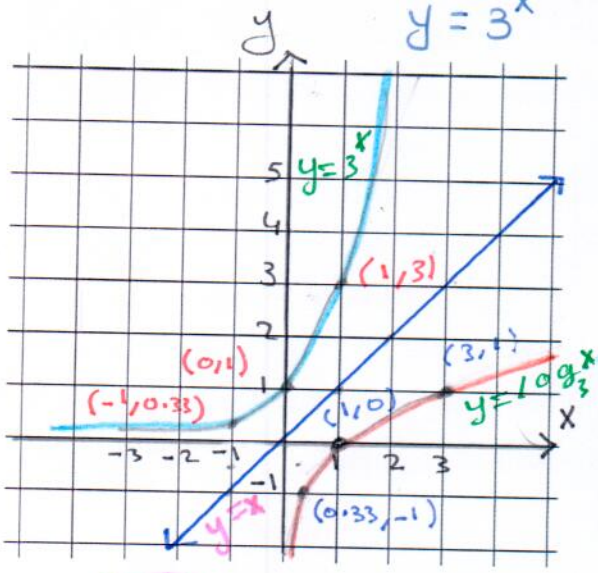
$\therefore$ مجال الدالة $= (1, -\infty)$

H.W.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الرابعه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (4-3) : الدوال اللوغاريتميه و تمثيلها

حاول أن تحل 5 صـ 143 : استخدم خواص الانعكاس لرسم بيان الدالة: $y = \log_3 x$ ومعكوسها.

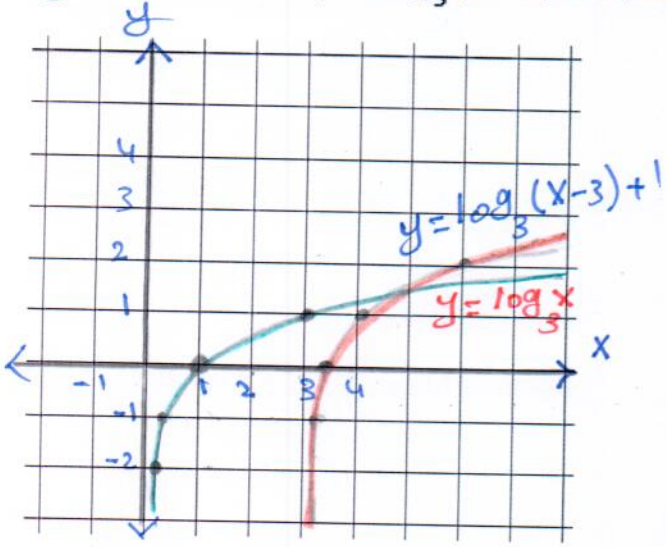
الدالة $y = \log_3 x$ هي معكوس الدالة $y = 3^x$



X	-1	0	1	2
$y = 3^x$	0.33	1	3	9

X	0.33	1	3	9
$y = \log_3 x$	-1	0	1	2

حاول أن تحل رقم 6 صـ 143 : ارسم بيان الدالة: $y = \log_3 (x-3) + 1$ مستخدمًا دالة المرجع.



دالة المرجع $y = \log_3 x$

X	$\log_3 x$	y
$\frac{1}{9}$	$\log_3 \frac{1}{9}$	-2
$\frac{1}{3}$	$\log_3 \frac{1}{3}$	-1
1	$\log_3 1$	0
3	$\log_3 3$	1

$y = \log_3 (x-3) + 1$

$h = 3$, $k = 1$

بيان الدالة $y = \log_3 (x-3) + 1$ هو:
انسحاب افقي لدالة المرجع ٣ وحدات يمين
وانسحاب رأسي وحدة واحدة لأعلى.

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الرابعه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (4-4) : خواص اللوغاريتمات

خواص اللوغاريتمات

$$\forall m, n, b \in \mathbb{R}^+, b \neq 1$$

خاصية الضرب: $\log_b mn = \log_b m + \log_b n$

خاصية القسمة: $\log_b \frac{m}{n} = \log_b m - \log_b n$

خاصية القوى: $\log_b m^k = k \log_b m \ , \ k \in \mathbb{R}$

حاول أن تحل رقم 1 صـ 145 :

أعد كتابة كل مقدار لوغاريتمي مما يلي بصورة لوغاريتم واحد.

1) $\log_5 2 + \log_5 6$

$= \log_5 (2 \times 6)$

$= \log_5 12$

2) $3\log_b 4 - 3\log_b 2$

$= \log_b 4^3 - \log_b 2^3$

$= \log_b \left(\frac{4^3}{2^3}\right)$

$= \log_b \left(\frac{4}{2}\right)^3$

$= \log_b 2^3 = \log_b 8$

3) $4\log_3 2 - \log_3 5 + \log_3 10$

$= \log_3 2^4 - \log_3 5 + \log_3 10$

$= \log_3 \left(\frac{2^4 \times 10^2}{5_1}\right)$

$= \log_3 2^5 = \log_3 32$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 146 :

أوجد مفكوك كل لوغاريتم مما يلي حيث a، b، c أعداد حقيقية موجبة.

a) $\log_2(7b)$

$= \log_2 7 + \log_2 b$

b) $\log\left(\frac{c}{3}\right)^2$

$= 2\log\left(\frac{c}{3}\right)$

$= 2\log c - 2\log 3$

c) $\log_7(a^3 b^4)$

$= \log_7 a^3 + \log_7 b^4$

$= 3\log_7 a + 4\log_7 b$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الرابعه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (4-4) : خواص اللوغاريتمات

ملاحظات:

1. $\log_b 1 = 0$
2. $\log_b b = 1$
3. $\log_b b^m = m$

حيث m , b عددان حقيقيان موجبان $b \neq 1$

تذكر:
$\log 3 = \log_{10} 3$

مثال :

إذا كان $\log 5 \approx 0.699$, $\log 3 \approx 0.477$, $\log 2 \approx 0.301$

استخدم خواص اللوغاريتمات لإيجاد قيمة كل مما يلي دون استخدام الآلة الحاسبة.

a) $\log 20$

b) $\log 0.5$

c) $\log \frac{8}{3}$

d) $\log 600$

a) $\log 20 = \log(4 \times 5)$
$= \log 4 + \log 5$
$= \log 2^2 + \log 5$
$= 2\log 2 + \log 5$
$= 2(0.301) + 0.699$
$= 1.301$

b) $\log 0.5 = \log \frac{1}{2}$
$= \log 2^{-1}$
$= -\log 2$
$= -0.301$

c) $\log \frac{8}{3} = \log 8 - \log 3$
$= \log 2^3 - \log 3$
$= 3\log 2 - \log 3$
$= 3(0.301) - 0.477$
$= 0.426$

d) $\log 600 = \log(2^3 \times 5^2 \times 3)$
$= \log 2^3 + \log 5^2 + \log 3$
$= 3\log 2 + 2\log 5 + \log 3$
$= 3(0.301) + 2(0.699) + 0.477$
$= 2.778$

2	600
2	300
2	150
5	75
5	15
3	3
	1

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الرابعه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (4-5) المعادلات الاسيه و اللوغاريتمات

$$\forall a, b \in \mathbb{R}^+, m \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$
$$a = b \iff \log_m a = \log_m b$$

حاول أن تحلرقم 1صـ 157 : حل كل معادلة مما يلي مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من ألف:

$3^{x+4} = 101$

$\log 3^{x+4} = \log 101$

$(x+4)\log 3 = \log 101$

$x + 4 = \frac{\log 101}{\log 3}$

$x + 4 = 4.2$

$x = 4.2 - 4$

$x = 0.2$

$6^x = 21$

$\log 6^x = \log 21$

$x \log 6 = \log 21$

$x = \frac{\log 21}{\log 6}$

$x \approx 1.699$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 152 : حل كل معادلة مما يلي:

b $\sqrt[3]{u^4} - 5 = 11, \quad u > 0$

$\sqrt[3]{u^4} = 11 + 5$

$u^{\frac{4}{3}} = 16$

$\log u^{\frac{4}{3}} = \log 16$

$\frac{4}{3}\log u = \log 16$

$\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}\log u = \frac{3}{4}\log 16$

$\log u = \log 16^{\frac{3}{4}}$

$\log u = \log 8$

$\therefore u = 8$

a $t^{\frac{7}{2}} = 128, \quad t > 0$

$\log t^{\frac{7}{2}} = \log 128$

$\frac{7}{2}\log t = \log 2^7$

$\frac{7}{2}\log t = 7\log 2$

$\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2}\log t = \frac{2}{7} \cdot 7\log 2$

$\log t = 2\log 2$

$\log t = \log 2^2$

$\log t = \log 4$

$t = 4$

H.L.

الوحده الرابعه	عنوان الوحدة		اليـــوم
بند (4-5) المعادلات الاسيه و اللوغاريتمات	عنوان الدرس		التـاريخ

لحساب اللوغاريتم لأي أساس

$$\forall m, b, c \in \mathbb{R}^+,\ b \neq 1,\ c \neq 1$$

قاعدة تغيير الأساس $\log_b m = \dfrac{\log_c m}{\log_c b}$

مثال : استخدم قاعدة تغيير الأساس لإيجاد قيمة $\log_3 15$ ثم حوّل $\log_3 15$ إلى لوغاريتم للأساس 2

$\log_b^m = \dfrac{\log_c^m}{\log_c^b}$

$\log_3^{15} = \dfrac{\log 15}{\log_3}$

$= 2.465$

$\log_3^{15} = \log_2^x$

$2.465 = \log_2^x$

$2.465 = \dfrac{\log x}{\log 2}$

باستخدام الضرب التقاطعي :

$2.465(\log 2) = \log x$

$0.742 = \log x$

$\therefore x = 10^{0.742}$

$x \approx 5.52$

$\therefore \log_3^{15} = \log_2^{5.52}$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 153 :

استخدم قاعدة تغيير الأساس لحل المعادلة: $7^{5x} = 3000$

$7^{5x} = 3000$

$\log_7 7^{5x} = \log_7 3000$

$5x \log_7^7 = \log_7 3000$

$5x = \dfrac{\log 3000}{\log 7}$ باستخدام قاعدة تغيير الأساس

$5x = 4.1144$

$\dfrac{5x}{5} = \dfrac{4.1144}{5}$

$x \approx 0.823$

H.L.

حل معادلات لوغاريتميه

حاول أن تحل رقم 6 صـ 156 :

حل المعادلة: $\log 6 - \log 3x = -2$

$3x > 0$

$x > 0$

$\therefore$ المجال $= (0, +\infty)$

$\log 6 - \log 3x = -2$

$\log \frac{6}{3x} = -2$

$\frac{6}{3x} = 10^{-2}$

$\frac{6}{3x} = \frac{1}{100}$

باستخدام الضرب التقاطعي

$3x = 6 \times 100$

$x = \frac{6 \times 100}{3}$

$x = 200 \in (0, +\infty)$

$\therefore$ ح.م $= \{200\}$

حاول أن تحل رقم 5 صـ 155 :

حل المعادلة: $\log(7 - 2x) = -1$

$7 - 2x > 0$

$-2x > -7$

$\frac{-2x}{-2} < \frac{-7}{-2}$

$x < \frac{7}{2}$

$\therefore$ المجال $= (-\infty, \frac{7}{2})$

$\log(7 - 2x) = -1$

$7 - 2x = 10^{-1}$

$7 - 2x = \frac{1}{10}$

$-2x = \frac{1}{10} - 7$

$-2x = -6.9$

$\frac{-2x}{-2} = \frac{-6.9}{-2}$

$x = 3.45 \in (-\infty, \frac{7}{2})$

$\therefore$ ح.م $= \{3.45\}$

حاول أن تحل رقم 7 صـ 157 :

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

a $\log x^2 - \log(x^2 - x) = 1$, $x \in (1, \infty)$

$\log \frac{x^2}{x^2 - x} = 1$

$\log \frac{x^2}{x(x-1)} = 1$

$\frac{x}{x-1} = 10$

باستخدام الضرب التقاطعي

$10(x-1) = x$

$10x - 10 = x$

$10x - x = 10$

$9x = 10$

$\frac{9x}{9} = \frac{10}{9}$

$x = \frac{10}{9} \in (1, \infty)$

$\therefore$ ح.م $= \{\frac{10}{9}\}$

b $\log_4(x+6) - \log_4 12 = \log_4 2 - \log_4(x-4)$, $x \in (4,\infty)$

$$\log_4\left(\frac{x+6}{12}\right) = \log_4\left(\frac{2}{x-4}\right)$$

$$\therefore \frac{x+6}{12} = \frac{2}{x-4}$$

باستخدام الضرب التقاطعي:

$$(x+6)(x-4) = 12 \cdot 2$$

$$x^2 - 4x + 6x - 24 = 24$$

$$x^2 + 2x - 24 - 24 = 0$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x+8)(x-6) = 0$$

$x + 8 = 0$

$x = -8$ مرفوضة

أو

$x - 6 = 0$

$x = 6 \in (4,\infty)$

$\therefore$ م.ح $= \{6\}$

كراسة التمارين رقم ١٨,١٩,٢٠ صـ٦٥

(18) $\log(2x) + \log(x-3) = \log 8$

$$\log\left(\frac{2x}{x-3}\right) = \log 8$$

$$\frac{2x}{x-3} = 8$$

باستخدام الضرب التقاطعي:

$$8(x-3) = 2x$$

$$8x - 24 = 2x$$

$$8x - 2x = 24$$

$$6x = 24$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{24}{6}$$

$x = 4 \in (3,\infty)$

$\therefore$ م.ح $= \{4\}$

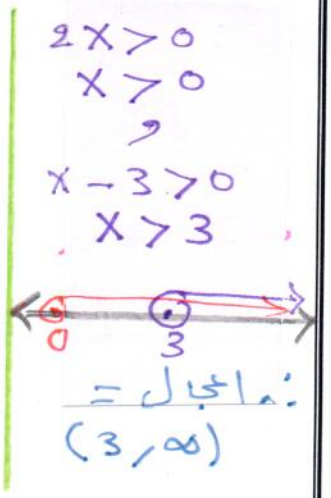
$2x > 0$

$x > 0$

،

$x - 3 > 0$

$x > 3$



$\therefore$ ما تجعل $= (3,\infty)$

19) $\log(3x) - \log(x+20) = -\log 2$

(20) $\log_{(2x-1)} 49 = 2$

الإجابات

H.L.

19) $\log(3x) - \log(x+20) = -\log 2$

$\log(3x) + \log 2 = \log(x+20)$

$\log(3x \cdot 2) = \log x + 20$

$\log 6x = \log x + 20$

$6x = x + 20$

$6x - x = 20$

$5x = 20$

$\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$

$x = 4 \in (0, \infty)$

$\{4\} = ح.ص \therefore$

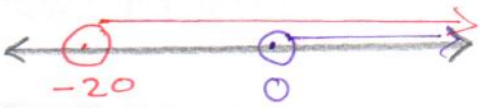
$3x > 0$

$x > 0$

،

$x + 20 > 0$

$x > -20$



$(0, \infty) = ا.ح \therefore$

---

20) $\log_{(2x-1)} 49 = 2$

$\frac{\log 49}{\log(2x-1)} = 2$

$\log 49 = 2\log(2x-1)$

$\log 49 = \log(2x-1)^2$

$49 = (2x-1)^2$

$7^2 = (2x-1)^2$

$2x - 1 = 7$

$2x = 7 + 1$

$2x = 8$

$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$

$x = 4 \in (\frac{1}{2}, \infty) / \{1\}$

$\{4\} = ح.ص \therefore$

$2x - 1 > 0$

$2x > 1$

$\frac{2x}{2} > \frac{1}{2}$

$x > \frac{1}{2}$

$ا.ح = \therefore$

$(\frac{1}{2}, \infty) / \{1\}$

بما أن

$2x - 1 \neq 1$

H.L.

التاريخ	عنوان الدرس	بند (4-6) اللوغاريتم الطبيعي

تدريب صـ 158

أكمل ما يلي حيث $k, m, n \in \mathbb{R}^+$.

1. $\ln(mn) = \ln m + \ln n$ (خاصية الضرب)
2. $\ln \frac{m}{n} = \ln m - \ln n$ (خاصية القسمة)
3. $\ln m^k = k \ln m$ (خاصية القوى)
4. $\ln e = 1$
5. $\ln e^k = k$
6. $e^{\ln k} = k$

1 استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل: $e^{4(x+1)} = 32$.

$e^{4(x+1)} = 32$

$\ln e^{4(x+1)} = \ln 32$

$4(x+1)\ln e = \ln 32$

$4(x+1) = \ln 32$

$x + 1 = \frac{\ln 32}{4}$

$x + 1 = 0.866$

$x = 0.866 - 1$

$x = -0.134$

حاول أن تحل رقم 3 صـ 160 : حل كلًّا من المعادلات التالية:

a $e^{\frac{2x}{5}} + 7.2 = 9.1$

$e^{\frac{2x}{5}} + 7.2 = 9.1$

$e^{\frac{2x}{5}} = 9.1 - 7.2$

$e^{\frac{2x}{5}} = 1.9$

$\ln e^{\frac{2x}{5}} = \ln 1.9$

$\frac{2x}{5}\ln e = \ln 1.9$

$\frac{2x}{5} = \ln 1.9$

$2x = 5 \ln 1.9$

$x = \frac{5 \ln 1.9}{2}$

$x = 1.6$

b $5 + \ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 7$

$\frac{x+2}{3} > 0$

$x + 2 > 0$

$x > -2$

$(-2, \infty)$ = مجال التعريف

$5 + \ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 7$

$\ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 7 - 5$

$\ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 2$

$\frac{x+2}{3} = e^2$

$x + 2 = 3e^2$

$x = 3e^2 - 2$

$x = 20.17$

$x \in (-2, \infty)$

$= \{20.17\}$

H.L.

حاول أن تحل رقم 4صـ 161 :

استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل المعادلتين التاليتين:

a $e^{x+1} = 30$

$\ln e^{x+1} = \ln 30$

$(x+1)\ln e = \ln 30$

$x+1 = \ln 30$

$x = \ln 30 - 1$

$x \approx 2.4$

b $2^{2x-3} + 4 = 7$

$2^{2x-3} = 7-4$

$2^{2x-3} = 3$

$\ln 2^{2x-3} = \ln 3$

$(2x-3)\ln 2 = \ln 3$

$2x-3 = \frac{\ln 3}{\ln 2}$

$2x = \frac{\ln 3}{\ln 2} + 3$

$2x = 4.584$

$\frac{2x}{2} = \frac{4.584}{2}$

$x \approx 2.292$

16) $4e^{x+2} = 32$

$e^{x+2} = \frac{32}{4}$

$e^{x+2} = 8$

$\ln e^{x+2} = \ln 8$

$(x+2)\ln e = \ln 8$

$x+2 = \ln 8$

$x = \ln 8 - 2$

$x = 0.0794$

(17) $2e^{3x-2} + 4 = 16$

$2e^{3x-2} = 16-4$

$2e^{3x-2} = 12$

$e^{3x-2} = \frac{12}{2}$

$e^{3x-2} = 6$

$\ln e^{3x-2} = \ln 6$

$(3x-2)\ln e = \ln 6$

$3x-2 = \ln 6$

$3x = \ln 6 + 2$

$x = \frac{\ln 6 + 2}{3}$

$x \approx 1.264$

(18) $2e^{2x} = e^{x} + 6$

الحل

H.L.

18) $2e^{2x} = e^x + 6$

$2(e^x)^2 = e^x + 6$

$2(e^x)^2 - e^x - 6 = 0$

$(2e^x + 3)(e^x - 2) = 0$

$2e^x + 3 = 0$ أو $e^x - 2 = 0$

$2e^x = -3$ $\quad e^x = 2$

$\frac{2e^x}{2} = \frac{-3}{2}$ $\quad \ln e^x = \ln 2$

$e^x = \frac{-3}{2}$ $\quad x \ln e = \ln 2$

$\ln e^x = \ln \frac{-3}{2}$ $\quad x = \ln 2$

$x = 0.693$

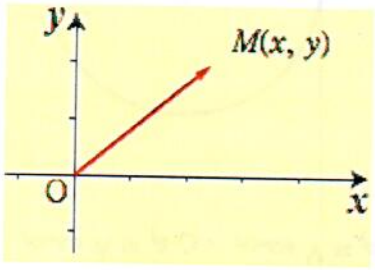
لا يوجد لها حل

ناتج

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الخامسه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (5-1) المتجه فى المستوى

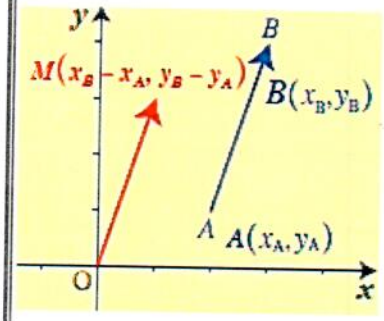
متجه الموضع



تعريف

القطعة الموجهة $\overrightarrow{OM}$ التي بدايتها نقطة الأصل ونهايتها

$M(x\ ,y)$ تسمى «متجه الموضع» ويمثلها الزوج المرتب $(x\ ,y)$



تعريف

$\overrightarrow{AB}$ قطعة موجهة في المستوى الإحداثي

حيث $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$

متجه الموضع لهذه القطعة هو القطعة الموجهة $\overrightarrow{OM}$

حيث $M(x_B - x_A\ , y_B - y_A)$.

1 ليكن: $A(1, -3)$, $B(2,2)$, $C(2,3)$, $D(-2, -1)$

a عيّن الزوج المرتب الذي يمثّل متجه الموضع لكل من: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BD}$

b متجه الموضع $\overrightarrow{OL}$ يمثّل القطعة الموجهة $\overrightarrow{KD}$. أوجد إحداثيات K

a) متجه الموضع للقطعة الموجهة $\overrightarrow{BD}$:

$(x_D - x_B\ ,\ y_D - y_B)$

$= (-2-2\ ,\ -1-2)$

$= (-4, -3)$

متجه الموضع للقطعة الموجهة $\overrightarrow{AB}$:

$(x_B - x_A\ ,\ y_B - y_A)$

$= (2-1\ ,\ 2-(-3))$

$= (1\ ,\ 5)$

b) نفرض أن: $K(x, y)$

متجه الموضع للقطعة الموجهة $\overrightarrow{KD}$:

$(x_D - x_K\ ,\ y_D - y_K)$

$= (-2-x\ ,\ -1-y)$

متجه الموضع للقطعة الموجهة $\overrightarrow{DC}$:

$(x_C - x_D\ ,\ y_C - y_D)$

$= (2-(-2)\ ,\ 3-(-1)) = (4, 4)$

$\therefore -2-x = 4$, $-1-y = 4$

$-2-4 = x$, $-1-4 = y$

$x = -6$, $y = -5$

$\therefore K(-6, -5)$

H.L.

تكافؤ قطعتين موجهتين

تكون قطعتان موجهتان متكافئتين إذا كان لهما الطول نفسه والاتجاه نفسه

ولكل قطعتين موجهتين متكافئتين متجه الموضع نفسه.

خاصية

إذا كانت القطعتان الموجهتان $\overline{CD}$, $\overline{AB}$ متكافئتين، فإن الشكل $ABDC$ هو متوازي أضلاع حيث النقاط A, B, C, D ليست على استقامة واحدة.

حاول أن تحل رقم 2 صـ 171 :

إذا كانت $F(5, 13), E(3, 11), D(-2, -7)$

فأوجد مركبات كل من المتجهات التالية: $< \overrightarrow{DE} >$, $< \overrightarrow{ED} >$, $< \overrightarrow{EF} >$

$< \overrightarrow{DE} > = < x_E - x_D , y_E - y_D >$

$= < 3-(-2) , 11-(-7) > = < 5, 18 >$

∴ المركبة السينية = 5 ، المركبة الصادية = 18

$< \overrightarrow{ED} > = < x_D - x_E , y_D - y_E >$

$= < -2-3 , -7-11 > = < -5, -18 >$

∴ المركبة السينية = -5 ، المركبة الصادية = -18

$< \overrightarrow{EF} > = < x_F - x_E , y_F - y_E >$

$= < 5-3 , 13-11 > = < 2, 2 >$

∴ المركبة السينية = 2 ، المركبة الصادية = 2

H.L.

3 لكل من المتجهات التالية ارسم متجه الموضع ثم أوجد معيار المتجه وقياس الزاوية θ التي يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

حاول أن تحل جميع 173

a $\vec{m} = \langle 2, 2 \rangle$

b $\vec{n} = \langle -1, -2 \rangle$

c $\vec{p} = \langle -2, 3 \rangle$

d $\vec{q} = \langle 1, -4 \rangle$

a) $\vec{m} = \langle \overset{x}{2}, \overset{y}{2} \rangle$

$\|\vec{m}\| = \sqrt{2^2 + 2^2}$

$= 2\sqrt{2}$ units

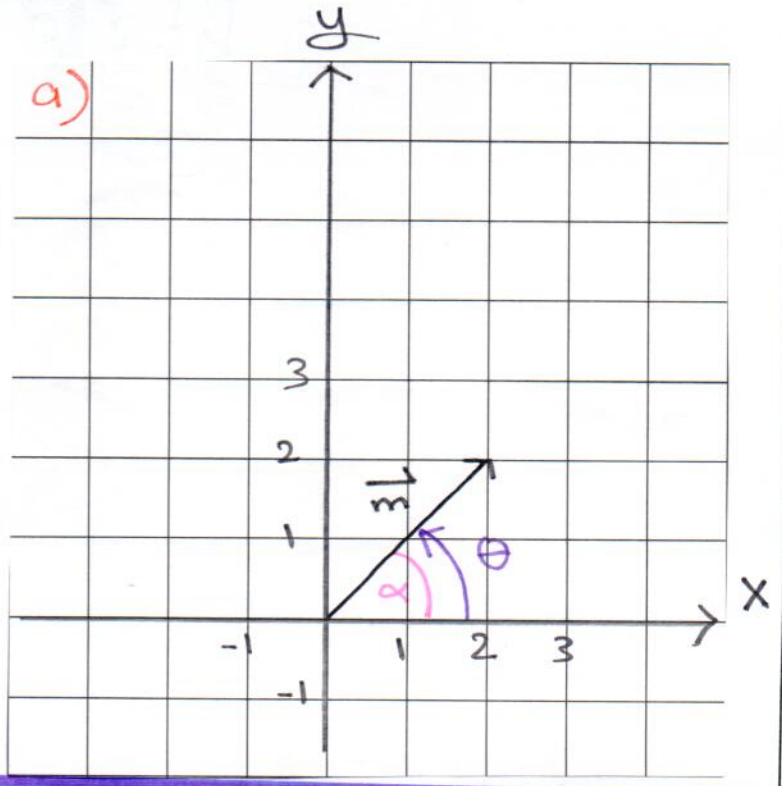
بفرض أن θ هو قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{m}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وزاوية الاسناد α

$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{2}{2}\right| = 1$

$\therefore \alpha = 45^\circ$

$\because x > 0, y > 0 \rightarrow \vec{m}$ يقع في الربع الأول

$\therefore \theta = 45^\circ$



b) $\vec{n} = \langle \overset{x}{-1}, \overset{y}{-2} \rangle$

$\|\vec{n}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2}$

$= \sqrt{5}$ units

بفرض أن θ هو قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{n}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وزاوية الاسناد α

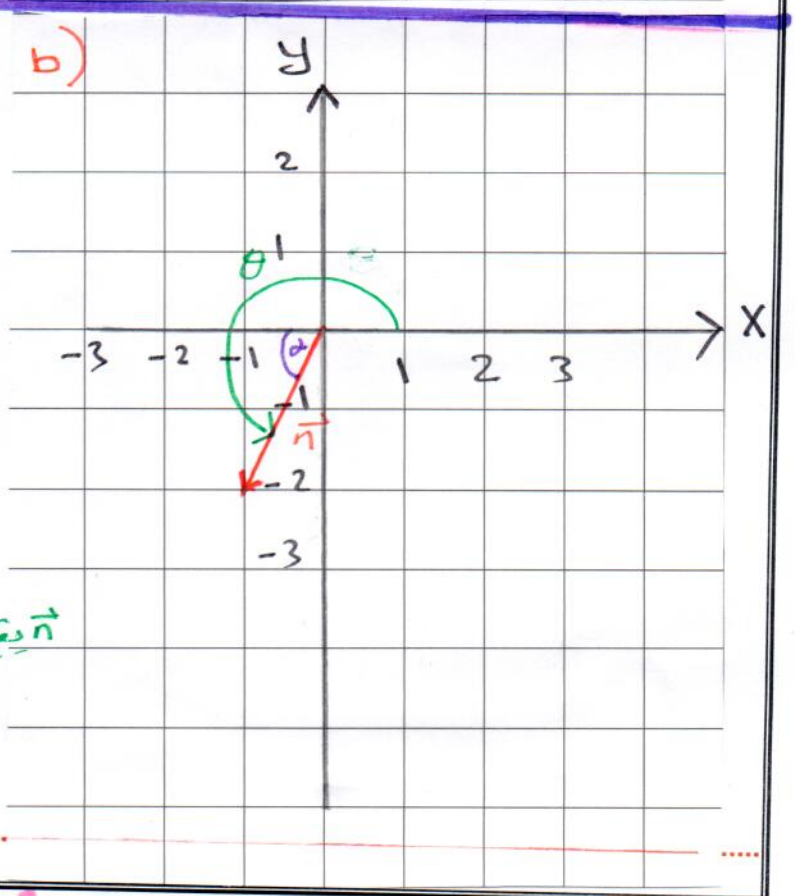
$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{-2}{-1}\right| = 2$

$\therefore \alpha = 63^\circ 26' 5.82''$

$\because x < 0, y < 0 \rightarrow \vec{n}$ يقع في الربع الثالث

$\therefore \theta = 180^\circ + \alpha$

$= 180^\circ + 63^\circ 26' 5.82''$



$= 243^\circ 26' 5.82''$

H.L.

c) $\vec{p} = \langle -2, 3 \rangle$ (x, y)

$$\|\vec{p}\| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2}$$
$$= \sqrt{13} \text{ units}$$

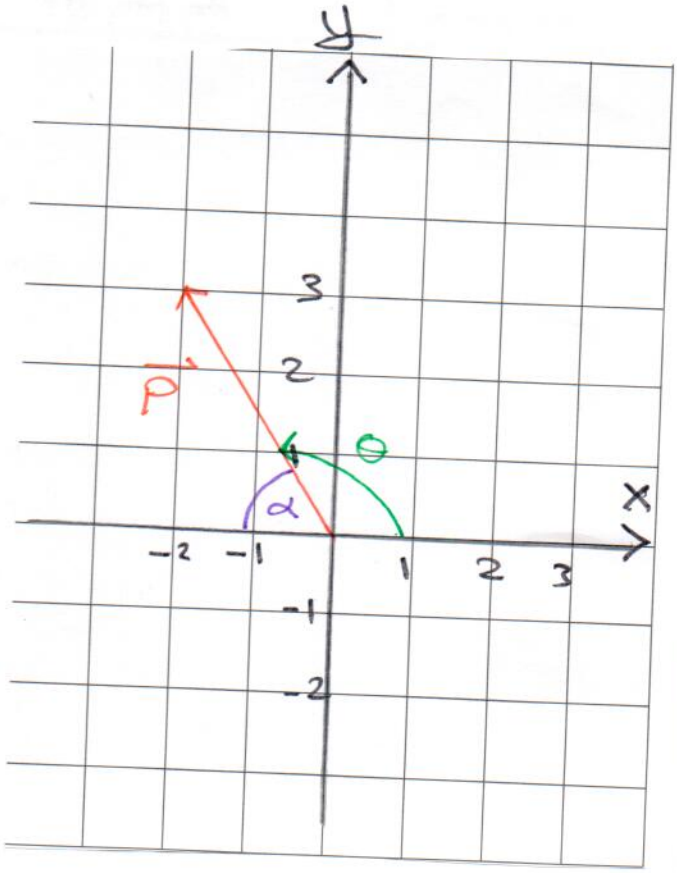
بفرض أن θ هو قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{p}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وزاوية الإسناد α

$$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{3}{-2}\right| = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \alpha = 56^\circ\ 18'\ 35.76''$$

$\because x<0, y>0 \rightarrow \vec{p}$ يقع في الربع الثاني

$$\therefore \theta = 180^\circ - \alpha$$
$$= 180^\circ - 56^\circ 18' 35.76''$$
$$= 123^\circ\ 41'\ 24.24''$$



d) $\vec{q} = \langle 1, -4 \rangle$ (x, y)

$$\|\vec{q}\| = \sqrt{1^2 + (-4)^2}$$
$$= \sqrt{17} \text{ units}$$

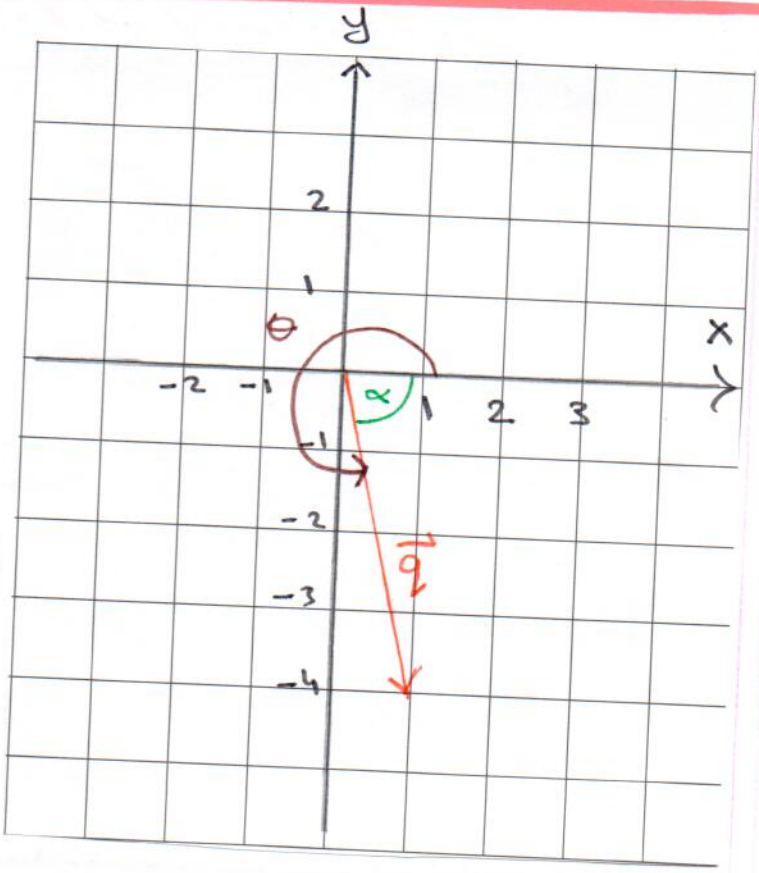
بفرض أن θ هو قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{q}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وزاوية الإسناد α

$$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{-4}{1}\right| = 4$$

$$\therefore \alpha = 75^\circ\ 57'\ 49.52''$$

$\because x>0, y<0 \rightarrow \vec{q}$ يقع في الربع الرابع

$$\therefore \theta = 360^\circ - \alpha$$
$$= 360^\circ - 75^\circ\ 57'\ 49.52''$$
$$= 284^\circ\ 2'\ 10.48''$$



H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الخامسه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (1-5) المتجه فى المستوى

متجه الوحدة : المتجه $\vec{U} = \langle x, y \rangle$ هو متجه وحدة إذا كان معياره يساوي الوحدة أي أن

$\|\vec{U}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 175 :

إذا كان $\vec{v} = \langle x, \frac{12}{13} \rangle$. فأوجد قيمة x بحيث يصبح $\vec{v}$ متجه وحدة.

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

$\sqrt{x^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2} = 1$

$\sqrt{x^2 + \frac{144}{169}} = 1$

بتربيع الطرفين

$\left(\sqrt{x^2 + \frac{144}{169}}\right)^2 = 1^2$

$x^2 + \frac{144}{169} = 1$

$x^2 = 1 - \frac{144}{169}$

$x^2 = \frac{25}{169}$

$x = \sqrt{\frac{25}{169}}$

$\therefore x = \frac{5}{13}$ أو $x = \frac{-5}{13}$

تساوي متجهين :

ليكن: $\overrightarrow{A} = \langle x_A, y_A \rangle, B = \langle x_B, y_B \rangle$

$\overrightarrow{A} = \overrightarrow{B} \iff x_A = x_B \cdot y_A = y_B$

حاول أن تحل رقم 5 صـ 175 :

إذا كانت $A(0,1), B(1,3), C(3,6), D(4,8)$ في المستوى الإحداثي فأثبت أن: $\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle \overrightarrow{CD} \rangle$

$\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle x_B - x_A, y_B - y_A \rangle$

$= \langle 1-0, 3-1 \rangle = \langle 1, 2 \rangle$

$\langle \overrightarrow{CD} \rangle = \langle x_D - x_C, y_D - y_C \rangle$

$= \langle 4-3, 8-6 \rangle = \langle 1, 2 \rangle$

∴ المتجهين نفس المركبات

∴ المتجهان متساويان

$\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle \overrightarrow{CD} \rangle$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الخامسه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (1-5) المتجه فى المستوى

حاول أن تحل رقم 6 صـ 176 :

ليكن المتجهان $\vec{B}=\langle -1,3\rangle$, $\vec{A}=\langle -2x+3,4y-1\rangle$، حيث x , y عددان حقيقيان.

أوجد قيمتا x , y اللتين تحققان $\vec{A}=\vec{B}$.

$\vec{A}=\vec{B}$

$\therefore -2x+3=-1$

$-2x=-1-3$

$-2x=-4$

$\frac{-2x}{-2}=\frac{-4}{-2}$

$\therefore x=2$

,

$4y-1=3$

$4y=3+1$

$4y=4$

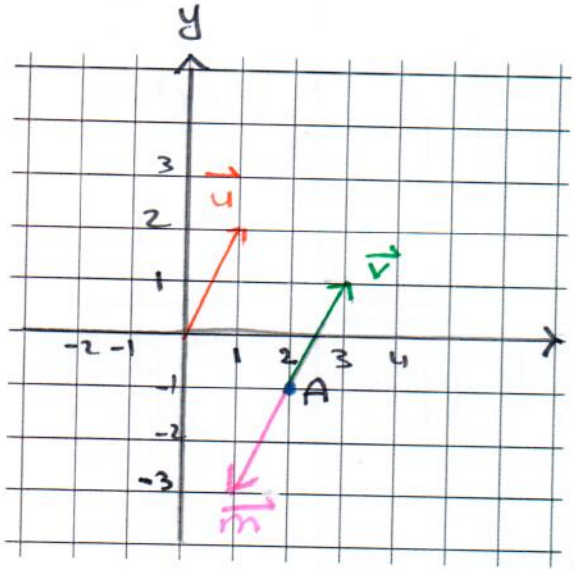
$\frac{4y}{4}=\frac{4}{4}$

$y=1$

حاول أن تحل صـ 178 :

⑦ ارسم متجه الموضع $\vec{u}$ حيث مركباته $\langle 1,2\rangle$.

من النقطة $A(2,-1)$ ارسم متجهًا مساويًا للمتجه $\vec{u}$ ومتجهًا معاكسًا للمتجه $\vec{u}$ واكتب مركباتهما.



$\langle \overrightarrow{AV}\rangle=\langle x_V-x_A, y_V-y_A\rangle$

$=\langle 3-2, 1-(-1)\rangle$

$=\langle 1, 2\rangle$

$\langle \overrightarrow{Am}\rangle=\langle x_m-x_A, y_m-y_A\rangle$

$=\langle 1-2, -3-(-1)\rangle$

$=\langle -1, -2\rangle$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الخامسه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (5-1) المتجه فى المستوى

ضرب متجه فى عدد حقيقى

حاول أن تحلرقم 8 صـ 178 : إذا كان $\vec{B} = \langle 3, -2 \rangle$ فأوجد:

(a) $3\vec{B}$ (b) $-5\vec{B}$ (c) $\frac{3}{2}\vec{B}$

a) $3\vec{B} = \langle 3(3), 3(-2) \rangle = \langle 9, -6 \rangle$

b) $-5\vec{B} = \langle -5(3), -5(-2) \rangle = \langle -15, 10 \rangle$

c) $\frac{3}{2}\vec{B} = \langle \frac{3}{2}(3), \frac{3}{2}(-2) \rangle = \langle \frac{9}{2}, -3 \rangle$

حاول أن تحل رقم 9 صـ 179 :

أثبت أن النقاط $K(\overset{x}{0}, \overset{y}{-1})$, $L(\overset{x}{2}, \overset{y}{3})$, $M(\overset{x}{-2}, \overset{y}{-5})$ على استقامة واحدة.

$\langle \vec{KL} \rangle = \langle x_L - x_K, y_L - y_K \rangle$

$= \langle 2-0, 3-(-1) \rangle = \langle 2, 4 \rangle$

$\langle \vec{LM} \rangle = \langle x_M - x_L, y_M - y_L \rangle$

$= \langle -2-2, -5-3 \rangle = \langle -4, -8 \rangle$

$= -2\langle 2, 4 \rangle$

$\because \langle \vec{KL} \rangle = -2\langle \vec{LM} \rangle$

$\langle \vec{KL} \rangle = K\langle \vec{LM} \rangle$

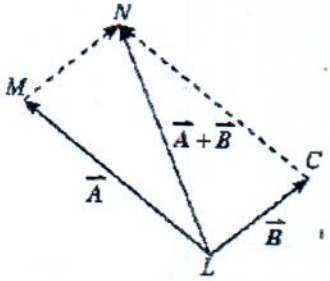
∴ النقاط K, L, M على استقامة واحدة

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الخامسه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (2-5) جمع المتجهات وطرحها

علاقة شال :

لأي ثلاث نقاط في المستوى تسمى العلاقة : $\langle \overrightarrow{LM} \rangle + \langle \overrightarrow{MN} \rangle = \langle \overrightarrow{LN} \rangle$ علاقة شال

إكمال متوازي الأضلاع :



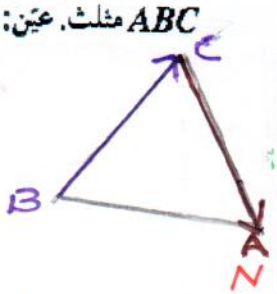
$\vec{A}+\vec{B} = \langle \overrightarrow{LM} \rangle + \langle \overrightarrow{LC} \rangle$

$= \langle \overrightarrow{LM} \rangle + \langle \overrightarrow{MN} \rangle$ $\langle \overrightarrow{LC} \rangle = \langle \overrightarrow{MN} \rangle$

$= \langle \overrightarrow{LN} \rangle$ علاقة شال

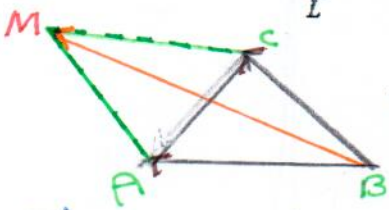
حاول أن تحل رقم 1 صـ 181 :

ABC مثلث. عيّن:



a) M حيث $\langle \overrightarrow{BM} \rangle = \langle \overrightarrow{BA} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle$

b) N حيث $\langle \overrightarrow{BN} \rangle = \langle \overrightarrow{BC} \rangle + \langle \overrightarrow{AB} \rangle$ $\langle \overrightarrow{CA} \rangle$



a) $\langle \overrightarrow{BM} \rangle = \langle \overrightarrow{BA} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle$

$\langle \overrightarrow{BA} \rangle$ ، $\langle \overrightarrow{BC} \rangle$ للتجميع نقطة بداية مشتركة

$\therefore M$ هي النقطة التي تكمل متوازي الأضلاع $ABCM$

أو (هي الرأس الرابع لمتوازي الأضلاع)

b) علاقة شال :

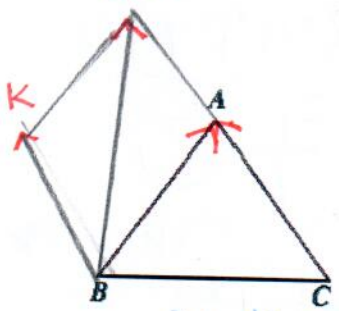
$\langle \overrightarrow{BN} \rangle = \langle \overrightarrow{BC} \rangle + \langle \overrightarrow{CA} \rangle$

$\langle \overrightarrow{BN} \rangle = \langle \overrightarrow{BA} \rangle$

$\therefore N = A$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 181 :

في المثلث ABC، عيّن N بحيث $\langle \overrightarrow{BN} \rangle = \langle \overrightarrow{BA} \rangle + \langle \overrightarrow{CA} \rangle$



نرسم $\overrightarrow{BK}$ حيث $\langle \overrightarrow{BK} \rangle = \langle \overrightarrow{CA} \rangle$

$\because \langle \overrightarrow{BN} \rangle = \langle \overrightarrow{BA} \rangle + \langle \overrightarrow{CA} \rangle$

$\langle \overrightarrow{BN} \rangle = \langle \overrightarrow{BA} \rangle + \langle \overrightarrow{BK} \rangle$

$\because$ التجميع $\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{BK}$ لهما نفس نقطة البداية

$\therefore$ تكمل متوازي الأضلاع $BKNA$

$\therefore \langle \overrightarrow{BN} \rangle = \langle \overrightarrow{BA} \rangle + \langle \overrightarrow{BK} \rangle$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الخامسه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (2-5) جمع المتجهات وطرحها

خواص عمليه جمع المتجهات في المستوى

حاول أن تحل رقم 3 صـ 182 :

$ABCD$ مضلع. أوجد:

b $\langle \overrightarrow{AD} \rangle + \langle \overrightarrow{CA} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle + \langle \overrightarrow{DB} \rangle$

$= (\langle \overrightarrow{CA} \rangle + \langle \overrightarrow{AD} \rangle) + \langle \overrightarrow{BC} \rangle + \langle \overrightarrow{DB} \rangle$

$= \langle \overrightarrow{CD} \rangle + (\langle \overrightarrow{DB} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle)$ علاقة شال

$= \langle \overrightarrow{CD} \rangle + \langle \overrightarrow{DC} \rangle$ علاقة شال

$= \langle \overrightarrow{CC} \rangle$

$= \vec{0}$

a $\langle \overrightarrow{AB} \rangle + \langle \overrightarrow{CD} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle$

$= (\langle \overrightarrow{AB} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle) + \langle \overrightarrow{CD} \rangle$

$= \langle \overrightarrow{AC} \rangle + \langle \overrightarrow{CD} \rangle$ علاقة شال

$= \langle \overrightarrow{AD} \rangle$ علاقة شال

Adding Two Vectors Algebraically

مجموع متجهين جبريًا

تعريف

إذا كان $\vec{A} = \langle x_A, y_A \rangle$, $\vec{B} = \langle x_B, y_B \rangle$ متجهين في المستوى الإحداثي فإن مجموع هذين المتجهين هو المتجه $\langle x_A + x_B, y_A + y_B \rangle$ ويرمز له بالرمز $\vec{A} + \vec{B}$

أي أن: $\vec{A} + \vec{B} = \langle x_A + x_B, y_A + y_B \rangle$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 184 :

إذا كان $\vec{A} = \langle 4, -2 \rangle$ (x y), $\vec{B} = \langle -7, 5 \rangle$ (x y) فأوجد.

b $3\vec{A} + 5\vec{B}$

$= \langle 3x_A, 3y_A \rangle + \langle 5x_B, 5y_B \rangle$

$= \langle 3(4), 3(-2) \rangle + \langle 5(-7), 5(5) \rangle$

$= \langle 12, -6 \rangle + \langle -35, 25 \rangle$

$= \langle 12 + (-35), -6 + 25 \rangle$

$= \langle -23, 19 \rangle$

a $\vec{A} + \vec{B}$

a) $\vec{A} + \vec{B} = \langle x_A + x_B, y_A + y_B \rangle$

$= \langle 4 + (-7), -2 + 5 \rangle$

$= \langle -3, 3 \rangle$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الخامسه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (5-2) جمع المتجهات وطرحها

طرح المتجهات $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$

حاول أن تحل رقم 5 صـ 184 : $ABCD$ مضلع في المستوي. أوجد:

a $<\overrightarrow{AB}> + <\overrightarrow{CD}> - <\overrightarrow{AD}> - <\overrightarrow{CB}>$

$= <\overrightarrow{AB}> + <\overrightarrow{CD}> + <-(\overrightarrow{AD})> + <-(\overrightarrow{CB})>$

$= <\overrightarrow{AB}> + <\overrightarrow{CD}> + <\overrightarrow{DA}> + <\overrightarrow{BC}>$

$= (<\overrightarrow{CD}> + <\overrightarrow{DA}>) + (<\overrightarrow{AB}> + <\overrightarrow{BC}>)$

$= <\overrightarrow{CA}> + <\overrightarrow{AC}>$

$= \vec{0}$

b $<\overrightarrow{AB}> - <\overrightarrow{AC}> + <\overrightarrow{BC}> + <\overrightarrow{AD}>$

$= <\overrightarrow{AB}> + <-(\overrightarrow{AC})> + <\overrightarrow{BC}> + <\overrightarrow{AD}>$

$= <\overrightarrow{AB}> + <\overrightarrow{CA}> + <\overrightarrow{BC}> + <\overrightarrow{AD}>$

$= (<\overrightarrow{AB}> + <\overrightarrow{BC}>) + <\overrightarrow{CA}> + <\overrightarrow{AD}>$

$= <\overrightarrow{AC}> + <\overrightarrow{CA}> + <\overrightarrow{AD}>$

$= <\overrightarrow{AD}>$

Difference of Two Vectors Algebraically الفرق بين متجهين جبريًا

تعريف

إذا كان $\overrightarrow{A} = < x_A, y_A >, \overrightarrow{B} = < x_B, y_B >$ متجهين في المستوى الإحداثي فإن:

$$\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B} = \overrightarrow{A} + (-\overrightarrow{B}) = < x_A - x_B , y_A - y_B >$$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 184 : إذا كان $\overrightarrow{A} = <-3, 0>, \overrightarrow{B} = < 5, -9 >$. فأوجد:

a $\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}$

a) $\vec{A} - \vec{B} = < x_A - x_B , y_A - y_B >$

$= <-3 - 5 , 0 - (-9)>$

$= <-8 , 9>$

b $-3\vec{A} + 4\vec{B}$

$-3\vec{A} + 4\vec{B} =$

$<-3x_A , -3y_A> + <4x_B , 4y_B>$

$= <-3(-3), -3(0)> + <4(5), 4(-9)>$

$= <9 , 0> + <20 , -36>$

$= <9 + 20 , 0 + (-36)>$

$= <29 , -36>$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الخامسه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (2-5) جمع المتجهات وطرحها

التعبير عن متجه بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين

Expressing a Vector in Terms of the Two Basic Unit Vectors

تعريف

- المتجه $\vec{i} = \langle 1,0 \rangle$ الذي إحدى قطعه الموجهة متجه الموضع الذي نهايته النقطة $(1, 0)$ يسمى متجه الوحدة الأساسي في اتجاه المحور السيني $(x-\text{axis})$،
- المتجه $\vec{j} = \langle 0,1 \rangle$ الذي إحدى قطعه الموجهة متجه الموضع الذي نهايته النقطة $(0, 1)$ يسمى متجه الوحدة الأساسي في اتجاه المحور الصادي $(y-\text{axis})$،

نقطة الأصل ← O
(0,0)

حاول أن تحل 8 صـ 186 :

لتكن النقاط: $A(3,4), B(-2,5), C(-4,-1)$

اكتب كلًّا من المتجهات: $\langle \overrightarrow{OA} \rangle, \langle \overrightarrow{OB} \rangle, \langle \overrightarrow{OC} \rangle$، بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين $\vec{i}, \vec{j}$.

$$\langle \vec{OA} \rangle = \langle 3-0, 4-0 \rangle$$
$$= 3\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\langle \vec{OB} \rangle = \langle -2-0, 5-0 \rangle$$
$$= -2\vec{i} + 5\vec{j}$$

$$\langle \vec{OC} \rangle = \langle -4-0, -1-0 \rangle$$
$$= -4\vec{i} - \vec{j}$$

H.W.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الخامسه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (5-3) : الضرب الداخلى

الضرب الداخلى لمتجهين :

ناتج الضرب الداخلي لمتجهين (غير صفريين) يرمز له بالرمز $\vec{A}.\vec{B}$ و يساوي ناتج ضرب طولي المتجهين في جيب تمام الزاوية المحددة بهما

حاول أن تحل ص 187

أي أن : $\vec{A}.\vec{B} = \|\vec{A}\| \times \|\vec{B}\| \times \csc(\vec{A},\vec{B})$

(1) كان إذا $\vec{u} = \langle 0,2 \rangle, \vec{v} = \langle 2,2 \rangle$ فأوجد $\vec{u}.\vec{v}$

$\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u},\vec{v})$

$\|\vec{u}\| = \sqrt{x_u^2 + y_u^2}$

$= \sqrt{0^2 + 2^2}$

$= 2$ units

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x_v^2 + y_v^2}$

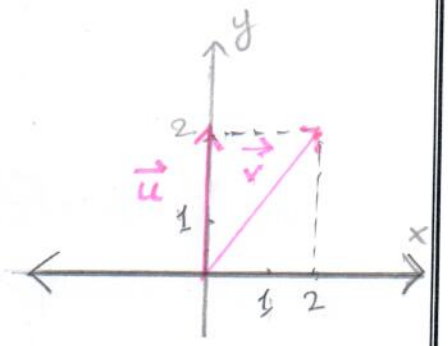
$= \sqrt{2^2 + 2^2}$

$= 2\sqrt{2}$ units

$\cos(\vec{u},\vec{v}) = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \vec{u}.\vec{v} = 2\,(2\sqrt{2})\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= 4$



قانون

إذا كان $\vec{A} = \langle x_A, y_A \rangle, \vec{B} = \langle x_B, y_B \rangle$ متجهين في المستوي الإحداثي

فإن $\vec{A}.\vec{B} = x_A.x_B + y_A.y_B$

فإذا كان: $\vec{A} = \langle x_A, y_A \rangle$ فإن $\vec{A}\cdot\vec{A} = x_A^2 + y_A^2 = \|\vec{A}\|^2$

نتيجة (1)

إذا كان $\vec{A} \neq \vec{0}, \vec{B} \neq \vec{0}$ فإن:

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A}\cdot\vec{B} = 0$$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده الخامسه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (3-5) : الضرب الداخلى

حاول أن تحل رقم 3 صـ 189 :

إذا كانت النقاط $A(6,-1), B(3,2), C(2,1)$

a) اكتب كلًّا من المتجهين $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{i}, \vec{j}$

$\overrightarrow{BA} = \langle x_A - x_B, y_A - y_B \rangle$

$\overrightarrow{BA} = \langle 6-3, -1-2 \rangle$

$= \langle 3, -3 \rangle$

$= 3\vec{i} - 3\vec{j}$

$\overrightarrow{BC} = \langle x_C - x_B, y_C - y_B \rangle$

$= \langle 2-3, 1-2 \rangle$

$= \langle -1, -1 \rangle$

$= -\vec{i} - \vec{j}$

b) أوجد قيمة $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = x_{BA} \cdot x_{BC} + y_{BA} \cdot y_{BC}$

$= (3 \times -1) + (-3 \times -1) = 0$

c) أثبت أن المثلث ABC قائم في $\hat{B}$

$\because \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

$\therefore \overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BC}$

$\therefore$ قياس الزاوية $CBA = 90^\circ$

$\therefore$ المثلث ABC قائم في $\hat{B}$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 189:

إذا كان $\overrightarrow{A} = \langle 3, -1 \rangle, \overrightarrow{B} = \langle x, -2 \rangle$ وكان $\overrightarrow{A} \perp \overrightarrow{B}$ فأوجد قيمة x

$\because \overrightarrow{A} \perp \overrightarrow{B}$

$\therefore \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B} = 0$

$x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B = 0$

$3 \times x + (-1)(-2) = 0$

$3x + 2 = 0$

$3x = -2$

$\frac{3x}{3} = \frac{-2}{3}$

$\therefore x = \frac{-2}{3}$

H.L

نتيجة (2)

إذا كان $\vec{A} \neq \vec{0}$, $\vec{B} \neq \vec{0}$ فإن:

$$\vec{A} \parallel \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} = k\vec{B}$$

حاول أن تحل رقم 5 صـ 190 :

a **أثبت أن: $\vec{A} \parallel \vec{B}$ حيث $\vec{A} = \langle 3, -2 \rangle$, $\vec{B} = \langle 6, -4 \rangle$**

حل آخر:

$x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A$

$= (3 \times (-4)) - (6 \times (-2))$

$= -12 - (-12)$

$= -12 + 12$

$= 0$

$\therefore \vec{A} \parallel \vec{B}$

(a) $\frac{x_A}{x_B} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\frac{y_A}{y_B} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$

$\vec{A} = \frac{1}{2}\vec{B}$

$= k\vec{B}$

$\therefore \vec{A} \parallel \vec{B}$

b **إذا كان $\vec{A} \parallel \vec{B}$ ، $\vec{A} = \langle \frac{7}{3}, \frac{2}{3} \rangle$, $\vec{B} = \langle x, \frac{4}{5} \rangle$ فأوجد x**

(b) $\therefore \vec{A} \parallel \vec{B}$

$\therefore \vec{A} = k\vec{B}$

$\langle \frac{7}{3}, \frac{2}{3} \rangle = k \langle x, \frac{4}{5} \rangle$

$\langle \frac{7}{3}, \frac{2}{3} \rangle = \langle kx, k\frac{4}{5} \rangle$

$\frac{7}{3} = kx$

$\frac{7}{3} = \frac{5}{6}x$

$\frac{6}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{6}x$

$x = \frac{14}{5}$

$\frac{2}{3} = k\frac{4}{5}$

$\frac{5}{4} \cdot \frac{2}{3} = k \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4}$

$k = \frac{5}{6}$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 191 :

$\vec{A}$, $\vec{B}$ متجهان في المستوي، حيث $\|\vec{A}\| = 3, \|\vec{B}\| = 4, \vec{A} \cdot \vec{B} = 5$

أوجد قيمة $(3\vec{A} - 2\vec{B}) \cdot (-\vec{A} + 3\vec{B})$

$(3\vec{A} - 2\vec{B}) \cdot (-\vec{A} + 3\vec{B}) =$

$3\vec{A} \cdot (-\vec{A}) + 3\vec{A} \cdot 3\vec{B} - 2\vec{B} \cdot (-\vec{A}) - 2\vec{B} \cdot 3\vec{B}$

$= -3\|\vec{A}\|^2 + 9\vec{A} \cdot \vec{B} + 2\vec{B}\vec{A} - 6\|\vec{B}\|^2$

$= -3(3)^2 + 9(5) + 2(5) - 6(4)^2$

$= -3(9) + 9(5) + 2(5) - 6(16)$

$= -27 + 45 + 10 - 96 = -68$

H.L.

قانون

إذا كان $\vec{A}, \vec{B}$، متجهين وكان $\vec{A} \neq \vec{0}, \vec{B} \neq \vec{0}$ فإن:

$$\cos(\vec{A},\vec{B}) = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{\|\vec{A}\|\cdot\|\vec{B}\|} \quad , 0^\circ \le m(\vec{A},\vec{B}) \le 180^\circ$$

حاول أن تحل رقم 7 صـ 192 :

إذا كان $\|\vec{A}\| = 3, \|\vec{B}\| = 2, \vec{A}\cdot\vec{B} = -3\sqrt{3}$

فأوجد قياس الزاوية $(\vec{A},\vec{B})$

$$\cos(\vec{A}\cdot\vec{B}) = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{\|\vec{A}\|\cdot\|\vec{B}\|}$$

$$= \frac{-3\sqrt{3}}{3\,(2)}$$

$$= \frac{-3\sqrt{3}}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$m(\vec{A}\cdot\vec{B}) = \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 150^\circ$$

حاول أن تحل رقم 8 صـ 193:

أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين:

$\vec{A} = \langle 6,3 \rangle, \vec{B} = \langle 3,-1 \rangle$ (x, y) (x, y)

$$\cos(\vec{A}\cdot\vec{B}) = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{\|A\|\cdot\|B\|}$$

$$= \frac{x_A\cdot x_B + y_A\cdot y_B}{\sqrt{x_A^2+y_A^2}\ \sqrt{x_B^2+y_B^2}}$$

$$= \frac{6\,(3) + 3(-1)}{\sqrt{6^2+3^2}\ \sqrt{3^2+(-1)^2}}$$

$$= \frac{18 - 3}{3\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore m(\vec{A}\cdot\vec{B}) = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= 45^\circ$$

(3) $\vec{u}, \vec{v}$ متجهان في المستوى الإحداثي حيث: $\vec{u}\cdot\vec{v} = -6$, $\|\vec{v}\| = 5$, $\|\vec{u}\| = 4$. أوجد:

(a) $(2\vec{u}+3\vec{v})^2$

(b) $(3\vec{u}-2\vec{v})\cdot(-2\vec{u}+\vec{v})$

كراسة التمارين
ص 77

(4) لنأخذ $\vec{u} = \langle x, 4\rangle$, $\vec{v} = \langle 2, -3\rangle$

(a) أوجد قيمة x بحيث يكون $\vec{u}$ متعامد مع $\vec{v}$

(b) أوجد قيمة x بحيث يكون $\|\vec{u}\| = 5$ units

(8) $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}, \|\vec{v}\| = 5, m(\vec{u}, \vec{v}) = 135°$ أوجد $\vec{u}\cdot\vec{v}$

كراسة التمارين
ص 78

الإجابات

H.L.

3 (a) $(2\vec{u} + 3\vec{v})^2$ (الأول، الثاني)

(الأول، الأول × الثاني × 2، الثاني)

$= 2\vec{u} \cdot 2\vec{u} + 2 \cdot 2\vec{u} \cdot 3\vec{v} + 3\vec{v} \cdot 3\vec{v}$

$= 2\|u\|^2 + 12\,\vec{u} \cdot \vec{v} + 9\|v\|^2$

$= 2(4)^2 + 12(-6) + 9(5)^2$

$= 32 - 72 + 225 = 185$

(b) $(3\vec{u} - 2\vec{v}) \cdot (-2\vec{u} + \vec{v})$

$= 3\vec{u} \cdot (-2\vec{u}) + 3\vec{u} \cdot \vec{v} + (-2\vec{v} \cdot -2\vec{u}) + (-2\vec{v} \cdot \vec{v})$

$= -6\|u\|^2 + 3\vec{u} \cdot \vec{v} + 4\,\vec{u} \cdot \vec{v} - 2\|v\|^2$

$= -6\|u\|^2 + 7\vec{u} \cdot \vec{v} - 2\|v\|^2$

$= -6(4)^2 + 7(-6) - 2(5)^2$

$= -96 - 42 - 50 = -188$

H.L.

④ a) $\because \vec{u} \perp \vec{v}$

$\therefore \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$\therefore x_u \cdot x_v + y_u \cdot y_v = 0$

$x \times 2 + 4 \times (-3) = 0$

$2x - 12 = 0$

$2x = 12$

$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$

$x = 6$

b) $\because \|u\| = 5$

$\therefore \sqrt{x_u^2 + y_u^2} = 5$

$\sqrt{x^2 + 4^2} = 5$

$\sqrt{x^2 + 16} = 5$

بتربيع الطرفين :

$\left(\sqrt{x^2+16}\right)^2 = 5^2$

$x^2 + 16 = 25$

$x^2 = 25 - 16$

$x^2 = 9$

$x = 3$ ، $x = -3$

H.L.

8)

$$\cos(\vec{u}\cdot\vec{v}) = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\|\vec{u}\|\cdot\|v\|}$$

$$\cos 135^\circ = \frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\sqrt{2}\cdot 5}$$

$$\vec{u}\cdot\vec{v} = \cos 135^\circ\,(\sqrt{2})(5)$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{2})(5)$$

$$= -5$$

H.W.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده السادسه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (1-6) المجتمع الاحصائى و المعاينه

المجتمع الإحصائي : مجموعة كل المفردات (الوحدات) قيد الدراسة و لها خصائص مشتركة

و يمكن أن تكون مفرداته بشرية أو غير بشرية

كما يمكن أن تكون منتهية (عدد وحداته محدود) أو غير منتهية (عدد وحداته غير محدود)

حاول أن تحل رقم 1 صـ 199:

في كل من المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منته أو غير منته) ووحدة الدراسة.

a لاعبو فرق كرة السلة في دولة الكويت. a) نوع المجتمع : منته ، وحدة الدراسة : لاعب

b مجتمع الأسماك في مياه الخليج العربي. b) نوع المجتمع : غير منته ، وحدة الدراسة : سمكة

المتغير :

الصفة (أو الصفات) محور الدراسة في مجتمع إحصائي معين . و هذه الصفة تتغير من وحدة إلى أخرى في مجتمع الدراسة

أساليب جمع البيانات :

الحصر الشامل : هو عملية جمع بيانات جميع مفردات المجتمع الإحصائي

مميزاته : دقة النتائج - خلوه من الإخطاء

عيوبه : يتطلب وقت و جهد كبيرين – تكاليفه مرتفعة – لا يمكن إجراؤه في المجتمعات الغير منتهيه – لا يمكن إستخدامه في حالة تدمير جميع وحدات الدراسة (سحب عينة دم)

حاول أن تحل رقم 2 صـ 200:

اكتب مثالًا يبين:

a دراسة في مجتمع إحصائي يمكن استخدام الحصر الشامل فيها. ← عدد المدرسين في المدرسة

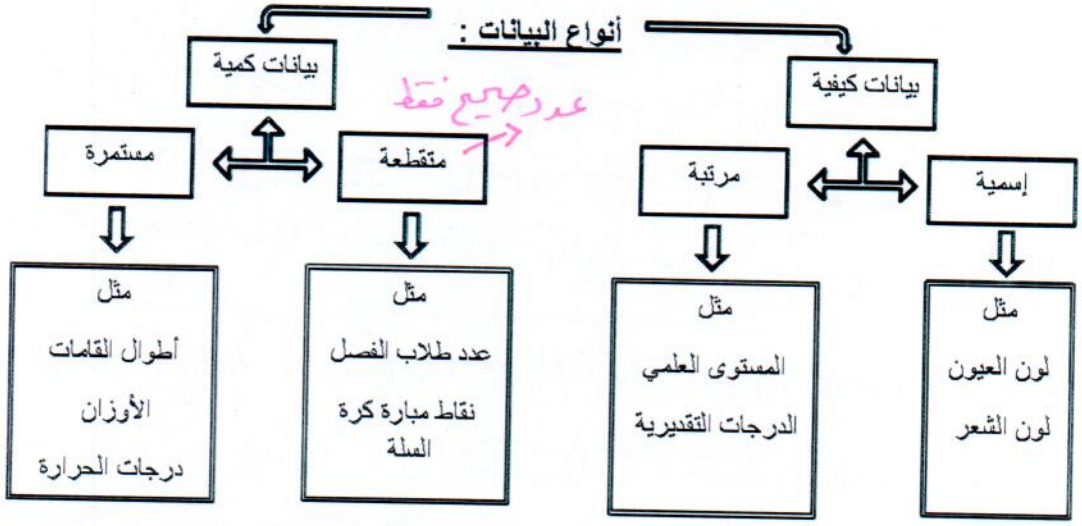
b دراسة في مجتمع إحصائي لا يمكن استخدام الحصر الشامل فيها. ← مجتمع الطيور على سطح الأرض

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده السادسه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (1-6) المجتمع الاحصائى و المعاينه

المعاينة :

هي عملية إختيار جزء من مفردات المجتمع بطريقة مدروسة تجعل هذه المفردات تمثل المجتمع و تحقق أهداف الدراسة



حاول أن تحل رقم 3 صـ 201 : حدد نوع البيانات في كل مما يأتي:

a) عدد أعضاء فريق كرة القدم. ← بيانات كمية متقطعة

b) الوظيفة (ضابط، محاسب، محام، تاجر، مدرس، ...) ← بيانات كيفية إسمية

c) أطوال قامات طلاب الصف الحادي عشر. ← بيانات كمية مستمرة

d) تقديرات الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية في جامعة الكويت. ← بيانات كيفية مرتبة

طرق جمع البيانات :

المشاهدة و الملاحظة

البريد العادي أو البريد الإلكتروني

المقابلة الشخصية

الأبحاث التاريخية و الأرشيف

مواقع التواصل الاجتماعي

الاستبانة

الهاتف المنزلي أو الهاتف النقال

الوثائق و السجلات

قواعد البيانات

H.W.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده السادسه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (2-6) العينات

العينة العشوائية

Random Sample

هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم اختيارها عشوائيًا بطريقة علمية دون تحيز كي تمثل هذا المجتمع أفضل تمثيل بأقل تكلفة ممكنة. تختلف العينة بحسب طبيعة المجتمع الإحصائي محل الدراسة. في ما يلي بعض من العينات العشوائية:

1 – العينة العشوائية البسيطة

مجتمع إحصائي يتضمن n من المفردات المتجانسة وأردنا دراسته انطلاقا من عينة عشوائية بسيطة عدد مفرداتها (حجمها) m و يمكن إختيار العينة العشوائية البسيطة بطرق متعددة منها :

جدول الأعداد العشوائية , الات حاسبة متخصصة , برامج إحصائية في الحاسوب

مثال :

عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفًا مرقمين من 1 إلى 90. يراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود الرابع.

حجم المجتمع = 90

باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود الرابع :

أرقام الموظفين : 59, 61, 3, 77, 70, 10

حاول أن تحل رقم 1 صـ 203 :

في مثال (1) إذا كان المطلوب سحب العينة من جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس فما هي الأعداد التي سوف يحصل عليها؟

باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس :

أرقام الموظفين : 58, 12, 49, 1, 46, 64, 17

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده السادسه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (2-6) العينات

٢- العينة العشوائية الطبقية :

يوجد مجتمعات إحصائية تتكون من مجموعات لا تتقاطع مع بعضها بعضا لذا نأخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة فنحصل على عينة عشوائية طبقية تمثل المجتمع الإحصائي محل الدراسة

و لسحب عينة عشوائية طبقية حجمها m من مجتمع إحصائي حجمه n , حيث $m \leq n$ يكون

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{m}{n}$$

حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

حجم العينة / حجم المجتمع الإحصائي = كسر المعاينة

$\frac{m}{n} = \frac{7}{35} = 0.2$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 204 :

لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف، تم سحب عينة طبقية مكونة من 7 أفراد من 35 موظفًا موزعين كما يبين الجدول التالي:

المجموع	مستخدمون	محاسبون ومدققون	مدراء أقسام
35	5	20	10

حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

حجم عينة مدراء الأقسام = $10 \times 0.2 = 2$

حجم عينة المحاسبين والمدققين = $20 \times 0.2 = 4$

حجم عينة المستخدمين = $5 \times 0.2 = 1$

∴ تتكون العينة العشوائية الطبقية من ٢ مدراء أقسام، و٤ محاسبين ومدققين ومستخدم واحد

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

حاول أن تحل رقم 3 صـ 205 : يبين الجدول توزيع الموظفين في إحدى المستشفيات:

المجموع	عمال	ممرضون	أطباء	إداريون
500	40	240	140	80

المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 25 فردًا لدراسة كفاءة العاملين وذلك بتكوين عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

إذا لم يتم التحديد يتم اختيار الصف الأول والعمود الأول

H.L.

③

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}$$

$$= \frac{25}{500}$$

$$= 0.05$$

حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

حجم عينة الإداريين = 80×0.05

= 4

حجم عينة الأطباء = 140×0.05

= 7

حجم عينة الممرضين = 240×0.05

= 12

حجم عينة العمال = 40×0.05

= 2

∴ تتكون العينة العشوائية الطبقية من ٤ إداريين، ٧ أطباء، ١٢ ممرض و ٢ عمال.

باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الأول والعمود الأول تكون العينة العشوائية الطبقية مرقمة كالتالي:

الإداريين : 28, 1, 79, 59

الأطباء : 96, 135, 161, 212, 85, 209, 201

الممرضين : 281, 412, 315, 227, 360, 359, 414, 234, 280, 274, 444, 415

العمال : 462, 468

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده السادسه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (2-6) العينات

٣- العينة العشوائية المنتظمة :

يتم سحب مفرداتها بحسب نظام ثابت و منتظم ترقم المفردات ترقيما متسلسلا ثم يقسم المجتمع الإحصائي إلى فترات متساوية الطول بعدد مفردات العينة تسمى فترة المعاينة و يكون

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$$

مثال (4) في أحد المصانع حيث عدد العمال 900 مرقمين من 1 إلى 900، أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 15، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود العاشر.

طول الفترة = حجم المجتمع الإحصائي / حجم العينة

$\frac{900}{15} =$

$60 =$

باستخدام جدول الأعداد العشوائية

ابتداءً من الصف الثامن والعمود العاشر:

31

31 + 60 = 91

91 + 60 = 151

151 + 60 = 211

211 + 60 = 271

271 + 60 = 331

331 + 60 = 391

391 + 60 = 451

451 + 60 = 511

511 + 60 = 571

571 + 60 = 631

631 + 60 = 691

691 + 60 = 751

751 + 60 = 811

811 + 60 = 871

العينة العشوائية المنتظمة تتكون من العمال ترقيمهم كالتالي:

31, 91, 151, 211, 271, 331, 391, 451, 511, 571, 631, 691, 751, 811, 871

حاول أن تحل رقم 4 صـ 206 :

في مثال (4) ما العينة العشوائية المنتظمة إذا أراد صاحب المصنع تشكيلها على أن يكون حجمها 10، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن عشر والعمود السابع؟

H.L.

(4)

طول الفترة = حجم المجتمع الإحصائي / حجم العينة

$= \frac{900}{10}$

$= 90$

باستخدام جدول الأعداد العشوائية

ابتداءً من الصف الثامن عشر والعمود السابع:

75

75 + 90 = 165

165 + 90 = 255

255 + 90 = 345

345 + 90 = 435

435 + 90 = 525

525 + 90 = 615

615 + 90 = 705

705 + 90 = 795

795 + 90 = 885

العينة العشوائية المنتظمة من المحال ترقيمهم كالتالي:

75, 165, 255, 345, 435, 525, 615, 705, 795, 885

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده السادسه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (3-6) أساليب عرض البيانات

القطاعات الدائرية :

يمكن تمثيل البيانات الكيفية باستخدام القطاعات الدائرية

قياس زاوية المركزية لقطاع = التكرار النسبي × 360°

حيث التكرار النسبي = تكرار القيمة (أو الفئة) / ———

النسبة المئوية للتكرار = التكرار النسبي × 100

حاول أن تحل رقم 1 صـ 209 :

1 يمثل الجدول التالي التوزيع التكراري لألوان العيون لدى 40 طالبًا ثانويًا:

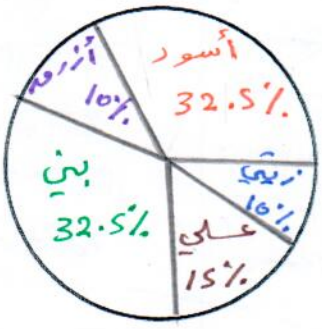
الفئة	أسود	أزرق	بني	عسلي	زيتي	المجموع
التكرار	13	4	13	6	4	40

a أوجد التكرار النسبي والتكرار المئوي.

b مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

الحل

الفئة	أسود	أزرق	بني	عسلي	زيتي	المجموع
التكرار	13	4	13	6	4	40
التكرار النسبي	$\frac{13}{40}$	$\frac{4}{40}$	$\frac{13}{40}$	$\frac{6}{40}$	$\frac{4}{40}$	$\frac{40}{40}$
النسبة المئوية للتكرار (التكرار المئوي)	$\frac{13}{40}\times 100\%$	$\frac{4}{40}\times 100\%$	$\frac{13}{40}\times 100\%$	$\frac{6}{40}\times 100\%$	$\frac{4}{40}\times 100\%$	100%
	=32.5%	=10%	=32.5%	=15%	=10%	



قياس زاوية (أسود) = $\frac{13}{40}\times 360^\circ = 117^\circ$

قياس زاوية (أزرق) = $\frac{4}{40}\times 360^\circ = 36^\circ$

قياس زاوية (بني) = $\frac{13}{40}\times 360^\circ = 117^\circ$

قياس زاوية (عسلي) = $\frac{6}{40}\times 360^\circ = 54^\circ$

قياس زاوية (زيتي) = $\frac{4}{40}\times 360^\circ = 36^\circ$

H.L.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده السادسه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (3-6) أساليب عرض البيانات

المنحنى التكراري و المدرج التكراري :

يستخدما في تمثيل جدول تكراري ذي فئات

حيث مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{2}$ و يكون التمثيل بين مركز الفئة و التكرار

حاول أن تحل رقم 2 صـ 212 :

يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لأطوال 30 طالبًا بالسنتيمتر (cm)

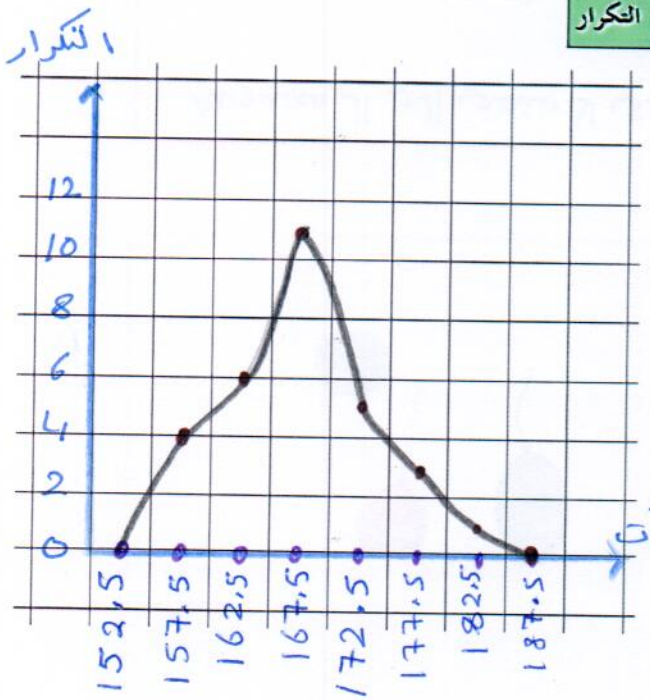
الفئة	155–	160–	165–	170–	175–	180–	المجموع
التكرار	4	6	11	5	3	1	30

a) أوجد مراكز الفئات. ← الحل في الصفحة التالية

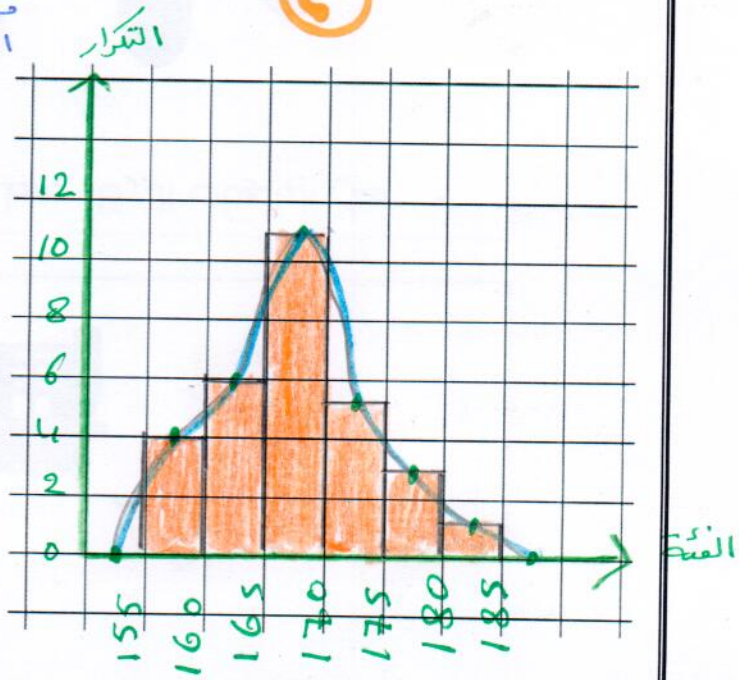
b) ارسم المنحنى التكراري.

c) ارسم المدرج التكراري ومنه المنحنى التكراري.

b



c



H.L.

a)

مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$

مركز الفئة -155 : $\frac{155+160}{2} = 157.5$

مركز الفئة -160 : $\frac{160+165}{2} = 162.5$

مركز الفئة -165 : $\frac{165+170}{2} = 167.5$

مركز الفئة -170 : $\frac{170+175}{2} = 172.5$

مركز الفئة -175 : $\frac{175+180}{2} = 177.5$

مركز الفئة -180 : $\frac{180+185}{2} = 182.5$

الفئة	155-	160-	165-	170-	175-	180-	المجموع
التكرار	4	6	11	5	3	1	30
مركز الفئة	157.5	162.5	167.5	172.5	177.5	182.5	

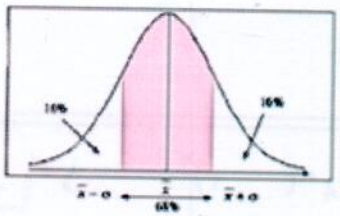
اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده السادسه
التـــاريخ		عنوان الدرس	بند (5-6) القاعده التجريبيه

القاعده التجريبيه :

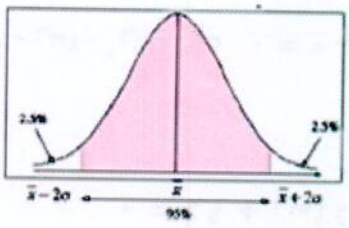
تستخدم القاعدة التجريبية لدراسة الجودة في مواقف إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة محددة ويمكن اتخاذ القرارات المناسبة على ضوء هذه الدراسة.

على افتراض أن لدينا مجموعة بيانات كمية ووجدنا المتوسط الحسابي $\overline{x}$ والانحراف المعياري σ لقيم هذه البيانات وتبين أن المنحنى التكراري هو على شكل الجرس يمكن عندها تطبيق القاعدة التجريبية التي تنص على ما يلي:

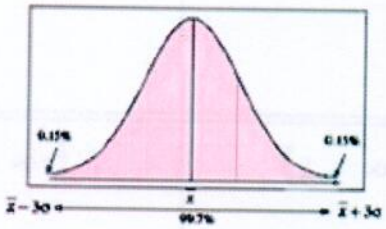
(1) حوالي 68% من هذه القيم تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-\sigma, \overline{x}+\sigma]$



(2) حوالي 95% من هذه القيم تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-2\sigma, \overline{x}+2\sigma]$



(3) حوالي 99.7% من هذه القيم تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-3\sigma, \overline{x}+3\sigma]$



H.L.

حاول أن تحل رقم 1 صـ 218 :

لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها 475 دينارًا بانحراف معياري 115 دينارًا.

a) طبق القاعدة التجريبية.

b) هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى 750 دينارًا؟ فسّر ذلك.

a) $\bar{X} = 475$, $\sigma = 115$

باستخدام القاعدة التجريبية :

① حوالي 68% من الأرباح تقع على الفترة : $[\bar{X} - \sigma , \bar{X} + \sigma]$

$= [475 - 115, 475 + 115] = [360, 590]$

② حوالي 95% من الأرباح تقع على الفترة : $[\bar{X} - 2\sigma , \bar{X} + 2\sigma]$

$= [475 - 2 \times 115, 475 + 2 \times 115] = [245, 705]$

③ حوالي 99.7% من الأرباح تقع على الفترة : $[\bar{X} - 3\sigma , \bar{X} + 3\sigma]$

$= [475 - 3 \times 115, 475 + 3 \times 115] = [130, 820]$

b) وصلت أرباح الشركة إلى 750 دينارًا ، لذا 750 موجود على الفترة $[130, 820]$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 219 :

يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (A) هو 700h بانحراف معياري 100h على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

a) طبق القاعدة التجريبية.

b) أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يزيد عمرها عن 500h

c) أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يقل عمرها عن 400h

$\bar{X} = 700$

$\sigma = 100$

a) باستخدام القاعدة التجريبية :

① حوالي 68% من المصابيح تقع في الفترة : $[\bar{X} - \sigma , \bar{X} + \sigma]$

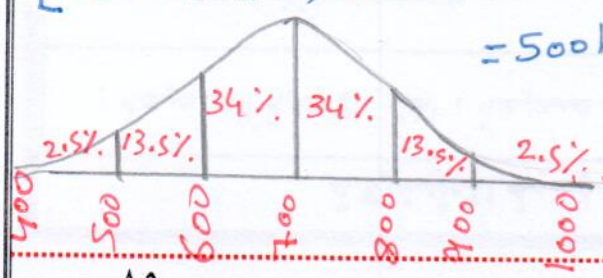
$= [700 - 100, 700 + 100] = [600, 800]$

② حوالي 95% من المصابيح تقع في الفترة : $[\bar{X} - 2\sigma , \bar{X} + 2\sigma]$

$= [700 - 2 \times 100, 700 + 2 \times 100] = [500, 900]$

③ حوالي 99.7% من المصابيح تقع في الفترة : $[\bar{X} - 3\sigma , \bar{X} + 3\sigma]$

$= [700 - 3 \times 100, 700 + 3 \times 100] = [400, 1000]$



b) النسبة المئوية للمصابيح التي يزيد عمرها عن 500h

$= 13.5\% + 34\% + 34\% + 13.5 + 2.5\%$

$= 97.5\%$

c) لا يوجد مصابيح يقل عمرها عن 400h

H.W.

اليـــوم		عنوان الوحدة	الوحده السادسه
التـاريخ		عنوان الدرس	بند (6-6) القيمه المعياريه

القيمه المعياريه :

هي مؤشر يدل على إنحراف قيمة مفردة من بيانات عن المتوسط الحسابي

القيمة المعيارية = $\frac{\text{قيمة المفردة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الإنحراف المعياري}}$ أي أن $z = \frac{x-\bar{x}}{\sigma}$

حاول أن تحل رقم 1 صـ 221

جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء 15 حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 3.8 وفي مادة الكيمياء 15 حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 7.8

ما القيمة المعيارية للدرجة 15 مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

القيمة المعيارية للدرجة 15 في مادة الفيزياء :

$Z_1 = \frac{x-\bar{x}}{\sigma} = \frac{15-14}{3.8} = 0.263$

القيمة المعيارية للدرجة 15 في مادة الكيمياء :

$Z_2 = \frac{x-\bar{x}}{\sigma} = \frac{15-13}{7.8} = 0.256$

$\therefore 0.263 > 0.256$

$\therefore$ القيمة المعيارية للدرجة 15 في مادة الفيزياء أفضل من الدرجة 15 في مادة الكيمياء مقارنة بدرجات كل مادة .

حاول أن تحل رقم 2 صـ 221

يسكن خالد في المدينة A حيث إن طول قامته 180cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 174cm مع انحراف معياري 12cm. أما صالح فيسكن في المدينة B حيث إن طول قامته 172cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 165cm مع انحراف معياري 15

أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة؟

القيمة المعيارية لطول قامة خالد في المدينة A :

$Z_1 = \frac{x-\bar{x}}{\sigma} = \frac{180-174}{12} = 0.5$

القيمة المعيارية لطول قامة صالح في المدينة B :

$Z_2 = \frac{x-\bar{x}}{\sigma} = \frac{172-165}{15} = 0.46$

$0.46 < 0.5$ ..

$\therefore$ طول قامة خالد في المدينة A مقارنة بأطوال قامات رجال هذه المدينة أفضل من طول قامة صالح في المدينة B مقارنة بأطوال قامات رجال هذه المدينة .