# الخلاصــة في الرياضيات

تجميع أ. حســن عودة

## رياضيات الصف - ١١ ع

## حلول الموضوعي
## للإختبار التقويمي الأول
## مع ذكر السبب

الترم الأول : ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

**مع حذف الأجزاء المعلقة**

تمرَّنْ
1−2

# الأسس النسبية

## Rational Exponents

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1—5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $16^{-\frac{3}{4}} = 32^{-\frac{3}{5}}$ (a) (b)

السبب : استخدام الآلة حاسبة $16^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{8}$ , $32^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{8}$

(4) $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x \ , \ x > 0$ (a) (b)

السبب : $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = \sqrt[8]{x} = x^{\frac{1}{8}}$

(5) $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = 4$ (a) (b)

السبب : استخدام الآلة الحاسبة $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = \sqrt{32 \times 16^{-1}} = \sqrt{2}$

في البنود (6—12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

**(6)** إذا كان $n > 0$ ، فإن التعبير الذي **لا** يكافئ $\sqrt[4]{4n^2}$ هو:

(a) $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$ (b) $2n^{\frac{1}{2}}$ (c) $(2n)^{\frac{1}{2}}$ (d) $\sqrt{2n}$

السبب : $\sqrt[4]{4x^2} = \sqrt[4]{(2x)^2} = \sqrt{2x} = (2n)^{\frac{1}{2}}$

**(7)** إذا كان: $y > 0$ ، فإن التعبير $\dfrac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي:

(a) $14y$ (b) $\frac{1}{7}y$ (c) $2y$ (d) $\frac{8}{7}y$

السبب :

$$\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{56 \times y^5}{7y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{8 \times y^5}{y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = (8\,y^3)^{\frac{1}{3}} = (2^3\,y^3)^{\frac{1}{3}} = 2y$$

**(8)** $\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$ $: x \neq 0 \;,\; y \neq 0$

(a) $|x^{-1}|\,y^2$ (b) $|x|\,y^{-2}$ (c) $xy^2$ (d) $x^{-2}y^2$

السبب :

$$\left(\sqrt[4]{x^{-2}\,y^4}\right)^{-2} = \left((x^{-2}\,y^4)^{\frac{1}{4}}\right)^{-2} = (x^{-2}\,y^4)^{-\frac{1}{2}} = (x^{-2}\,y^4)^{-\frac{1}{2}}$$

**(9)** $\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \dfrac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

(a) $5^{-\frac{1}{2}}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $5^{\frac{1}{2}}$ (d) $5^{\frac{2}{3}}$

السبب :

$$\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} = \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5\times5^2}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[3]{5^3}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$$

**(10)** إذا كان $x + y = 2\,,\; x^2 - xy + y^2 = 4$ فإن $\sqrt[6]{x^3 + y^3}$ يساوي:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) $\sqrt[3]{6}$ (d) $2$

السبب :

$$\sqrt[6]{x^3 + x^3} = \sqrt[6]{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} = \sqrt[6]{2 \times 4} = \sqrt[6]{8}$$
$$= \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$$

**(12)** إن قيمة التعبير $x > 0$ , $\dfrac{\sqrt[3]{x^6} \bullet \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \bullet \sqrt[8]{x^2}}$ تساوي:

(a) $x$ (b) $\frac{1}{x}$ (c) $1$ (d) $\sqrt{x}$

السبب :

$$\frac{\sqrt[3]{x^6}\,.\,\sqrt[4]{x^5}}{x^3\,.\,\sqrt[8]{x^2}} = \frac{x^{\frac{6}{3}}\,.x^{\frac{5}{4}}}{x^3\,.x^{\frac{2}{8}}} = x^{\frac{6}{3}+\frac{5}{4}-3-x^{\frac{2}{8}}} = x^0 = 1$$

تمرَّنْ
1−3

# حل المعادلات
## Solving Equations

### المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1−5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل $7^{3-x} = 1$ هي $\{3\}$

a ● (b)

السبب

بالتعويض عن $x = 3$ $7^{3-3} = 7^0 = 1$

(2) مجموعة حل $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$ هي $\{0\}$

(a) b ●

السبب

بالتعويض عن $x = 0$ $\sqrt{0-1} \neq \sqrt{1-0}$

(3) إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2} = 3$ فإن $x = 3\sqrt{2}$

(a) b ●

السبب :

بتكعيب الطرفين

$$\sqrt[3]{9+x^2} = 3$$
$$9+x^2 = 27$$
$$x^2 = 27-9 = 18$$
$$x = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$$

(4) $x = -1$ حلًّا للمعادلة $2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$

(a) b ●

بالتعويض عن $x = -1$ $2^{(-1)^2-4} = 2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$

(5) مجموعة حل $25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$ هي $\mathbb{R}^-$

(a) b ●

$$25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$$
$$5^{2(|x|+\frac{1}{2})} = 5^{1-2x}$$
$$5^{(2|x|+1)} = 5^{1-2x}$$
$$2|x|+1 = 1-2x$$
$$|x| = -x \implies x \in (-\infty, 0] \implies x = \mathbb{R}^- \cup \{0\}$$

في التمارين (6−10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(6) مجموعة حل $\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$ هي:

(a) $\{0\}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $\mathbb{R}^-$ d ● $\mathbb{R}$

السبب :

$$\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$$

$$\left(\left(x^{20}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$\left(x^{10}\right)^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$x^2 = x^2 \qquad x \in \mathbb{R}$$

**(7)** مجموعة حل $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$ هي:

(a) $\{2\}$ (b) $\{1,2\}$ (c) $\{1,2,3\}$ (d) $\{2,3\}$

السبب :

بالتعويض عن $x = 2$: $\sqrt[3]{2-2} = \sqrt{2-2}$

$x = 1$: $\sqrt[3]{1-2} \neq \sqrt{1-2}$

$x = 3$: $\sqrt[3]{3-2} = \sqrt{3-2}$

**(8)** مجموعة حل $\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$ هي:

(a) $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$ (b) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ (c) $\left\{-1, \frac{-1}{2}\right\}$ (d) $\left\{1, \frac{1}{2}\right\}$

السبب :

بالتعويض عن $x = -1$: $\sqrt[3]{2(-1)^2+2} = \sqrt[3]{3-(-1)}$

$x = \frac{1}{2}$: $\sqrt[3]{2\left(\frac{1}{2}\right)^2+2} = \sqrt[3]{3-\left(\frac{1}{2}\right)}$

$x = -\frac{1}{2}$: $\sqrt[3]{2\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-\left(-\frac{1}{2}\right)}$

$x = 1$: $\sqrt[3]{2(1)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-(1)}$

**(9)** مجموعة حل $x^2 = |x|$ هي:

(a) $\{-1,0,1\}$ (b) $\{0,1\}$ (c) $\{0\}$ (d) $\{1\}$

السبب :

بالتعويض عن $x = -1$: $(-1)^2 = |-1|$

$x = 0$: $(0)^2 = |0|$

$x = 1$: $(1)^2 = |1|$

**(10)** إذا كان $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$ فإن $x$ تساوي:

(a) $-2$ (b) $2$ (c) $-4$ (d) $4$

السبب :

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow \left(\frac{1}{3^2}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow \left(3^{-2}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow (3)^{-2x-2} = 3^{2-x}$$

$$-2x-2 = 2-x \Rightarrow -2x+x = 2+2 \Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = -4$$

تمرّنْ
2−1

## مجال الدالة

## Domain of the Function

**المجموعة B تمارين موضوعية**

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

**(1)** مجال الدالة $f(x)=\sqrt{(x-2)^2}$ هو $\mathbb{R}$ — (a) ● (b)

**السبب :** $f(x) = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

مجال دالة المطلق $\mathbb{R}$

**(2)** مجال الدالة $f(x)=\frac{3}{\sqrt{2x-6}}$ هو $[3,\infty)$ — (a) (b) ●

**السبب :** لأن الـ 3 وبالتالي لا يصح أن يحتوي المجال على العدد 3

**(3)** مجال الدالة $f(x)=\sqrt{-x}$ هو $(-\infty,0]$ — (a) ● (b)

**السبب :** مجال الدالة $f$ هو مجموعة قيم $x$ الحقيقية والتي تجعل المجذور $(-x)$ عدداً موجباً

$-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$ أي أن مجال الدالة $f = (-\infty, 0]$

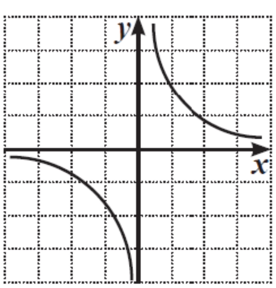
**(4)** مجال الدالة $f(x)=\frac{1}{x^2}\sqrt{x+3}$ هو $[-3,\infty)$ — (a) (b) ●

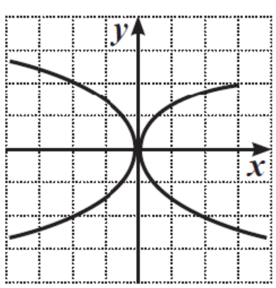
**السبب :** بفرض أن : $f(x) = n(x) = m(x)$ حيث $n(x) = |x|$ , $m(x) = -2$

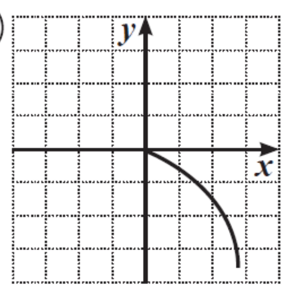
مجال الدالة $n = \mathbb{R}$ (دالة مطلق) ومجال $m = \mathbb{R}$ (دالة ثابتة)

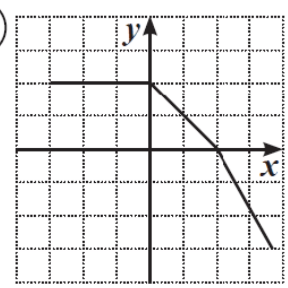
في التمارين (11–6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

**(6)** أيًّا مما يلي لا يمثل بيان دالة:

(a) 

(b) ● 

(c) 

(d) 

**السبب :** هذا البيان لا يمثل دالة

لان يمكن رسم على الأقل مستقيم رأسي واحد يقطع بيان هذا الدالة بأكثر من نقطة

**(7)** مجال الدالة $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+2x+1}$ هو:

(a) $\mathbb{R}$　　(b) $\mathbb{R}/\{1\}$　　(c) $\mathbb{R}/\{-1,1\}$　　**(d)** $\mathbb{R}/\{-1\}$

**السبب :**

مجال دالة البسط $=\mathbb{R}$ ، مجال دالة المقام $=\mathbb{R}$

أصفار المقام　$x^2+2x+1=0 \Rightarrow (x+1)^2=0 \Rightarrow x=-1$

مجال دالة $f=\mathbb{R}-\{-1\}$

**(8)** مجال الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}$ هو:

**(a)** $\mathbb{R}/\{0\}$　　(b) $[0,\infty)$　　(c) $(-\infty,0)$　　(d) $(0,\infty)$

**السبب :**

مجال دالة البسط $=\mathbb{R}$ ( دالة مطلق) ، مجال دالة المقام $=\mathbb{R}$ (دالة حدودية )

أصفار المقام　$x=0 \Rightarrow$

مجال دالة $f=\mathbb{R}-\{0\}$

**(9)** مجال الدالة $f(x)=\dfrac{x-1}{x-\sqrt{x}}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{1\}$　　(b) $\mathbb{R}/\{0,1\}$　　(c) $\mathbb{R}-\{0\}$　　**(d)** $(0,\infty)/\{1\}$

**السبب :**

$f(x)=\dfrac{A(x)}{B(x)-C(x)}$　حيث　$A(x)=x-1\ ,B(x)=x\ ,C(x)=\sqrt{x}$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$　　مجال الدالة $B=\mathbb{R}$　　مجال الدالة $C=[0,\infty)$

أصفار المقام :　بتربيع الطرفين $x-\sqrt{x}=0 \Rightarrow x=\sqrt{x}$

$x^2=x \Rightarrow x^2-x=0 \Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow x=0\ x=1$

مجال دالة $f=\mathbb{R}\cup\mathbb{R}\cup[0,\infty)-\{0,1\}=(0,\infty)-\{1\}$

**(10)** مجال الدالة $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ هو:

(a) $(0,\infty)$　　(b) $[1,\infty)$　　(c) $(-1,\infty)$　　**(d)** $[-1,\infty)/\{0\}$

**السبب :**　$f(x)=\dfrac{A(x)}{B(x)-C(x)}$　حيث　$A(x)=x\ ,B(x)=\sqrt{x+1}\ ,C(x)=-1$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$　　مجال الدالة $B=[-1,\infty)$　　مجال الدالة $C=\mathbb{R}$

أصفار المقام :　بتربيع الطرفين $\sqrt{x+1}-1=0 \Rightarrow \sqrt{x+1}=1$

$x+1=1 \Rightarrow x=0$

مجال الدالة $f=\mathbb{R}\cup\mathbb{R}\cup[-1,\infty)-\{0\}=[-1,\infty)-\{0\}$

**(11)** لتكن $g(x)=x^2\,,\,g:[-2,2]\rightarrow\mathbb{R}$ ، $f(x)=x\sqrt{x}$ . فإن مجال الدالة $f\bullet g$ هو:

(a) $[-2,2]$

(b) $[0,2]$

(c) $(0,2)$

(d) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

**السبب :**

$f(x)=\ A(x).B(x)$ حيث $A(x)=x\quad,\ B\ (x)=\sqrt{x}$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$ , مجال الدالة $B\ =[\,0,\infty\,)$

مجال دالة $f=\ [\,0\,,\infty)$

مجال دالة $f.g=\ [\,0\,,\infty)\cup[\,-2\,,2]=[\,0\,,2\,]$

تمرَّنْ
2−3

# الدوال التربيعية والقطوع المكافئة
# Quadratic Functions and Parabolas

## المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1−5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ. (a) (b)

السبب :

$$y = 2x^2 - 2(3-x)^2 = 2x^2 - 2(9 - 6x + x^2) = 2x^2 - 18 + 12x - 2x^2$$
$$= -18 + 12x$$

هذا المعادلة تمثل دالة خطية و لا تمثل معادلة قطع مكافئ

(2) القطع المكافئ $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ فتحته إلى الأعلى. (a) (b)

السبب :

فتحة القطع إلى أسفل $a = -\frac{1}{3} \quad , -\frac{1}{3} < 0$

(3) المعادلة $y = 2(x-1)^2 + 2$ يكون بيانها أكثر اتساعًا من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ (a) (b)

السبب :

كلما قل معامل حد الدرجة الثانية كلما زاد اتساع القطع المكافئ

(4) توجد عند رأس منحنى الدالة $y = -(x-3)^2 - 2$ قيمة عظمى. (a) (b)

السبب :

$$a = -1 \quad , -1 < 0$$

فتحة القطع إلي أسفل ، وبالتالي يكون عند رأس القطع المكافئ قيمة عظمي للدالة

(5) منحنى القطع المكافئ $y = (-x+2)^2 + 3$ يمر بالنقطة $P(2, 3)$ (a) (b)

نقوم بالتعويض عن $x = 2$ في المعادلة $y = (-x+2)^2 + 3$

$$y = (-2+2)^2 + 3 = 3$$

النقطة ( 2,3 ) تقع على القطع

**في التمارين (6–11)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.**

**(6)** الدالة $y = a(3-x)^2 - 2$ يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة $y = -2x^2$ إذا كان:

a) $|a| = 2$ b) $|a| > 2$ c) $a < 2$ d) $|a| < 2$

**السبب :**

إذا كان معامل حد الدرجة الثانية مثلاً هو **-2** أو **2** فإن اتساع بيان الدالة هو نفسه ولكن الإشارة تدل على إتجاه فتحة المنحني إلى أعلي أو إلى أسفل وبالتالي فإن الدالة التي يكون رسمها **|a|< 2**

**(7)** معادلة القطع المكافئ $y = 2x^2$ الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يسارًا و4 وحدات لأعلى هي:

a) $y = (2x+2)^2 + 4$ b) $y = 2(x-2)^2 + 4$

c) $y = 2(x+2)^2 + 4$ d) $y = 2(x+2)^2 - 4$

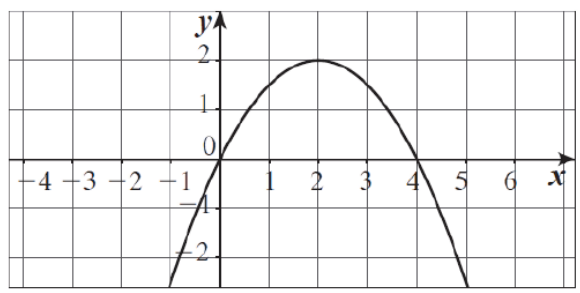
**السبب :**

عند إزاحة القطع المكافئ الذي معادلة $y = 2x^2$

$y = 2(x+2)^2 + 4$

**أزاحة منحنى الدالة وحدتين يسار و أربعة وحدات يمين**

**(8)** الشكل أدناه يمثل منحنى قطع مكافئ معادلته هي:




a) $y = (x-2)^2 + 2$ b) $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

c) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ d) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

**السبب :**

لأن رأس المنحني هو النقطة **( 2 , 2 )** والمنحني مفتوح إلى الأسفل

**(9)** القطع المكافئ $y = a(x-h)^2 + k$ يقطع المحورين على الأكثر في:

a) نقطة b) نقطتين

c) 3 نقاط d) 4 نقاط

**السبب :**

القطع المكافئ يقطع محور السينات في نقطتين فقط ويمكن أن يقطع محو الصادات في نقطة واحدة

**(10)** القيمة الصغرى للدالة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي عند النقطة:

- **a** $(3, -2)$
- **b** $(-3, 2)$
- **c** $(-3, -2)$
- **d** $(3, 2)$

**السبب :**

المعادلة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي المعادلة $y = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 2$

فإن رأس المنحني هو النقطة **( 3 , -2 )**