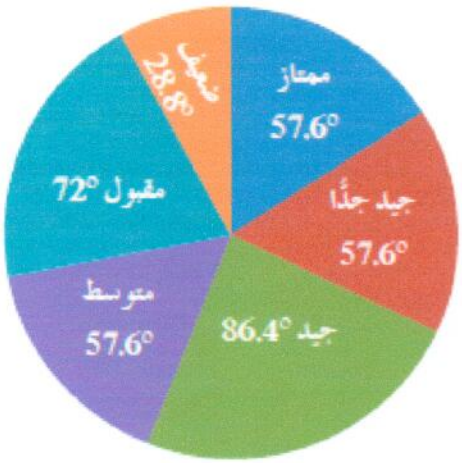
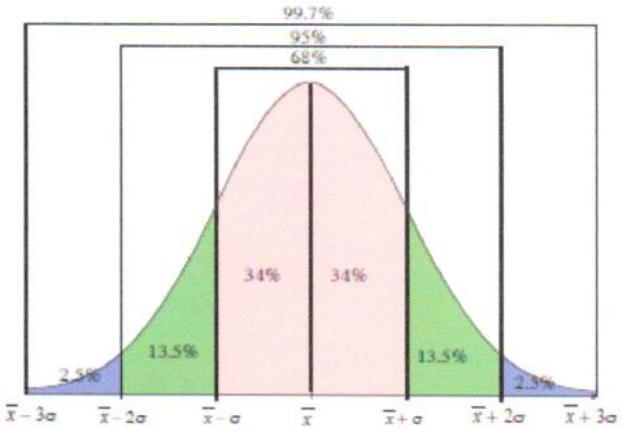
# الصف الحادي عشر علمي

## أمثلة الكتاب وحاول أن تحل

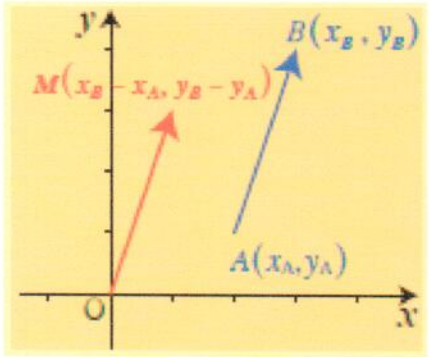


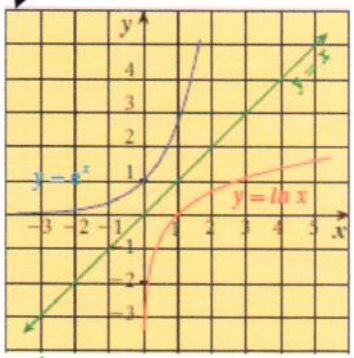




# الرياضيات

## الوحدة الثانية

## الدوال الحقيقية

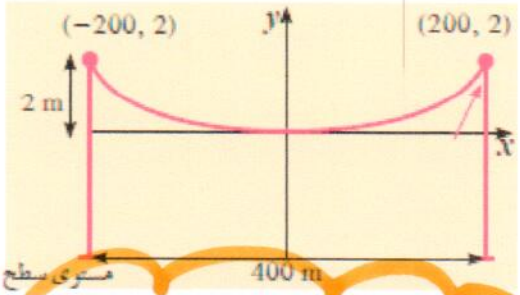



الفصل الدراسي الأول

العام الدراسي

٢٠٢٢ \ ٢٠٢٣ م




إعداد رئيس القسم:

أ . محمود حامد العلو

الواجبات: هالة نبيب

أسم الطالب: ..... ، الصف: ١١ع/ .....

٢٠٢٢ - ٢٠٢٤

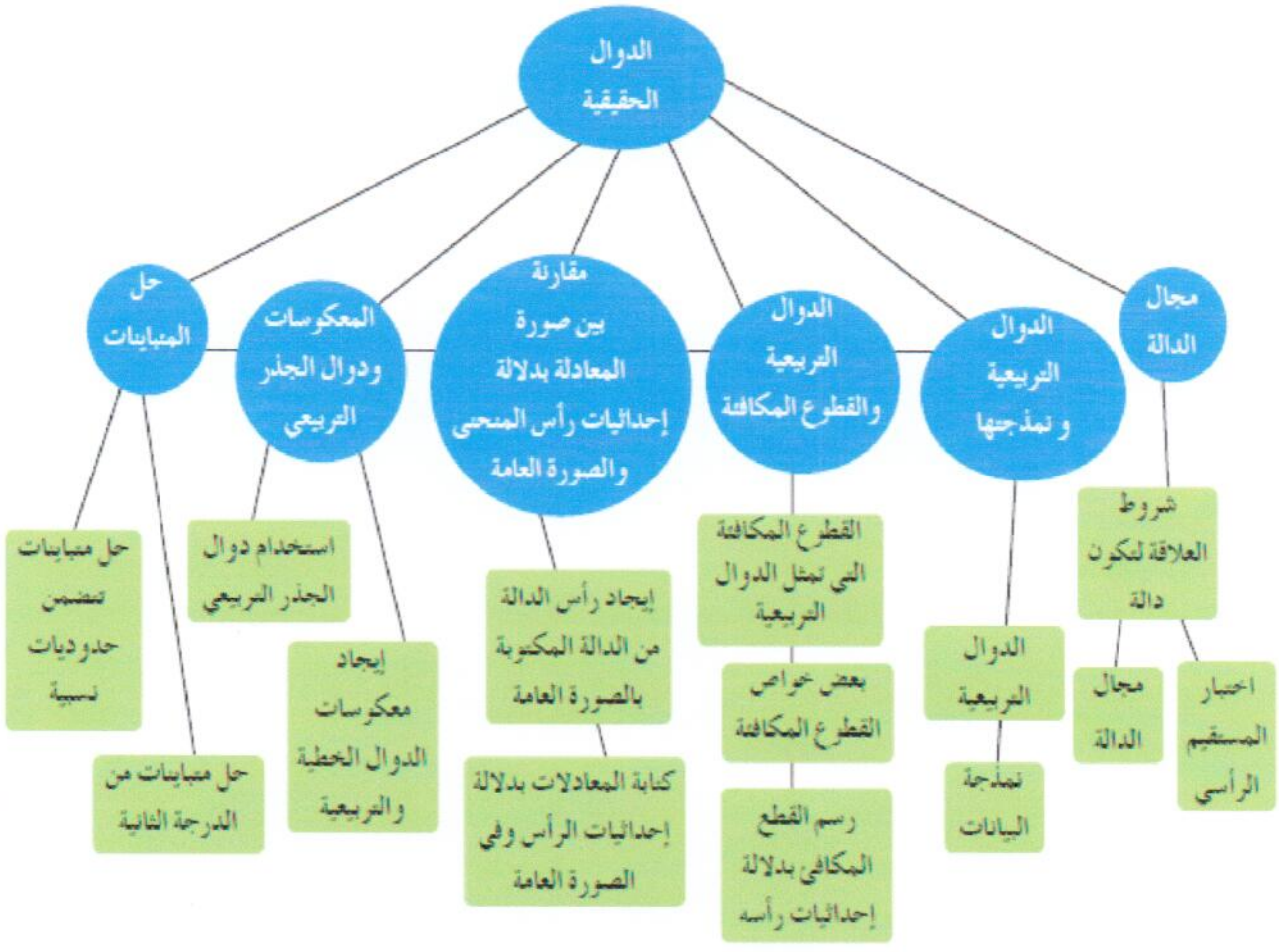
# الكتاب الاول

"مادة الرياضيات"

# الوحدة الثانية

# الدوال الحقيقية

# The Real Functions




| مجال الدالة | الدوال التربيعية ونمذجتها | الدوال التربيعية والقطوع المكافئة | مقارنة بين صورة المعادلة التربيعية بدلالة إحداثيات رأس المنحنى والصورة العامة | المعكوسات ودوال الجذر التربيعي | حل المتباينات |
|---|---|---|---|---|---|
| 2–1 | 2–2 | 2–3 | 2–4 | 2–5 | 2–6 |

رئيس القسم: محمود حامد العلو

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

H.L.

# أوراق متابعة الوحدة الثانية (الدوال الحقيقية)

## (1 - 2) تمارين متابعة مجال الدالة

مثال (2) صفحة 48 : أوجد مجال كل دالة مما يلي:

$a)\ f(x) = 2x^3 - 4x - \sqrt{2x-6}$

نفرض أن :

$a(x) = \sqrt{2x-6}$

$b(x) = 2x^3 - 4x$

$\therefore f(x) = b(x) - a(x)$

b دالة كثيرة الحدود

$\therefore$ مجال b = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

دالة الجذر التربيعي لكثيرة حدود

$2x-6 \geq 0$

$2x \geq 6$

$\frac{2x}{2} \geq \frac{6}{2}$

$\therefore x \geq 3$

$x \in [3, \infty)$

مجال الدالة a :

$[3, \infty)$

نتقاطع

$\therefore$ مجال f = مجال a $\cap$ مجال b

$R \cap [3, \infty) =$

$[3, \infty) =$

$b)\ g(x) = (2x^2 + x)\sqrt{x-7}$

نفرض أن :

$p(x) = \sqrt{x-7}$

$m(x) = 2x^2 + x$

$\therefore g(x) = m(x) \cdot p(x)$

m دالة كثيرة الحدود

$\therefore$ مجال m = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

مجال الدالة p :

$x - 7 \geq 0$

$x \geq 7$

$x \in [7, \infty)$

$[7, \infty)$

$\therefore$ مجال g = مجال p $\cap$ مجال m

$R \cap [7, \infty) =$

$[7, \infty) =$

ملاحظة

# HL.

مثال ٢
حل ٤٨ المسألة في الكتاب:

b) $g(x) = (2x^2+x)\sqrt{8-2x}$

**الحل:** نفرض أن:

$p(x) = \sqrt{8-2x}$

$m(x) = 2x^2+x$

$\therefore g(x) = m(x) \cdot p(x)$

مجال الدالة m: هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
لأنها دالة كثيرة الحدود

مجال الدالة p: $(-\infty, 4]$

$8-2x \geq 0$

$-2x \geq -8$

$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{-8}{-2}$

$\therefore x \leq 4$

$x \in (-\infty, 4]$

في المتباينات:
عند الضرب في عدد سالب أو القسمة على عدد سالب نعكس إشارة المتباينة

∴ مجال الدالة g: مجال p ∩ مجال m

$R \cap (-\infty, 4] =$

$(-\infty, 4] =$

c) $h(x) = \frac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2-1}$

d) $u(x) = \frac{4}{\sqrt{-x}}$

نفرض أن:

$r(x) = x^2 - 1$

$q(x) = \sqrt[3]{1+x}$

$\therefore h(x) = \frac{q(x)}{r(x)}$

q: دالة جذر تكعيبي لكثيرة حدود

∴ مجال q = مجموعة الأعداد الحقيقية

R =

$x^2 - 1 = 0$

$x^2 = 1$

$x = 1$ or $x = -1$

↑ أصفار ✱ الحقار

ونهتم باستبعادهم فقط

r: دالة كثيرة حدود

مجالها R

مجموعة أصفار المقام = {1, -1}

∴ مجال h =

(مجال q ∩ مجال r) / مجموعة أصفار المقام

∴ مجال h =

$(R \cap R) - \{-1, 1\}$

$= R - \{1, -1\}$

نفرض أن:

$t(x) = \sqrt{-x}$

$s(x) = 4$

$\therefore u(x) = \frac{s(x)}{t(x)}$

s دالة ثابتة (البسط)

∴ مجالها هو مجموعة الأعداد الحقيقية

R =

$-x \geq 0$

$x \leq 0$

$x \in (-\infty, 0]$

t مجالها $(-\infty, 0]$

مجموعة أصفار المقام: {0}

∴ مجال u:

(مجال s ∩ مجال t) / مجموعة أصفار المقام

$= (R \cap (-\infty, 0]) - \{0\}$

$= (-\infty, 0)$

ثم استبعاد صفر المقام من ال

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | /١١ع/ |
| الموضوع | ..... | | |

حاول أن تحل (2) صفحة 49 : أوجد مجال كل دالة مما يلي:

$a)\ f_1(x) = \frac{2x+5}{x-4}$

نفرض أن :

$m(x) = 2x+5$

$n(x) = x-4$

$\therefore f_1(x) = \frac{m(x)}{n(x)}$

مجال البسط m :

مجموعة الأعداد الحقيقية R

لا توجد قيود.

مجال مقام n :

مجموعة الأعداد الحقيقية R

لا توجد قيود.

أصفار المقام:

$x-4=0$

$x=4$

أصفار المقام $= \{4\}$

$\therefore$ مجال $f_1$ =

مجموعة الأعداد الحقيقية / (مجال m $\cap$ مجال n)

$= (R \cap R) - \{4\}$

$= R - \{4\}$

$b)\ f_2(x) = x^3 - 4x^2 - 4 + \sqrt{x-9}$

نفرض أن :

$p(x) = \sqrt{x-9}$

$m(x) = x^3 - 4x^2 - 4$

$\therefore f_2(x) = m(x) + p(x)$

مجال m = مجموعة الأعداد الحقيقية (R)

لا توجد قيود.

مجال p $= [9, \infty)$

$x-9 \geq 0$

$x \geq 9$

$x \in [9, \infty)$

$\therefore$ مجال $f_2$ =

مجال p $\cap$ مجال m

$= R \cap [9, \infty)$

$= [9, \infty)$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / /٢٠٢٢م | | /١١ع/ |
| الموضوع | ..... | | |

H.W

c) $f_3(x) = \frac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$

d) $f_4(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2-5x}{x}}$

لنفرض أن :

$p(x) = x^2 - 5x$

$s(x) = x$

$\therefore f_4(x) = \sqrt[3]{\frac{p(x)}{s(x)}}$

$= \frac{\sqrt[3]{p(x)}}{\sqrt[3]{s(x)}}$

مجال البسط الدالة p : هو مجموعة الأعداد الحقيقية R ، لأن دالة الجذر التكعيبي لكثيرة الحدود.

مجال المقام الدالة s : هو مجموعة الأعداد الحقيقية R ، لأن دالة الجذر التكعيبي لكثيرة الحدود.

مجموعة أصفار المقام $= \{0\}$

$\therefore$ مجال الدالة $f_4$ =

(مجال p $\cap$ مجال s) / مجموعة أصفار المقام

$= (R \cap R) - \{0\}$

$= R - \{0\}$

نفرض أن :

$a(x) = x^2 + 4$

$b(x) = \sqrt{5-4x}$

$\therefore f_3(x) = \frac{b(x)}{a(x)}$

البسط :

$5 - 4x \geq 0$

$-4x \geq -5$

$\frac{-4x}{-4} \leq \frac{-5}{-4}$

$x \leq \frac{5}{4}$

$x \in (-\infty, \frac{5}{4}]$

مجال b هو $(-\infty, \frac{5}{4}]$ لأن دالة الجذر التربيعي لكثيرة حدود

المقام :

$x^2 + 4 \neq 0$

$\therefore$ مجال a هو : مجموعة الأعداد الحقيقية R

$\therefore$ مجال $f_3$ = مجال a $\cap$ مجال b

$= R \cap (-\infty, \frac{5}{4}]$

$= (-\infty, \frac{5}{4}]$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

H.W.

## (2 - 2) تمارين متابعة الدوال التربيعة ونمذجتها

مثال (1) صفحة 52 : حدد ما إذا كانت الدالة: $f(x) = (3x-4)(x+2)$ خطية أم تربيعية.

$f(x) = 3x^2 + 6x - 4x - 8$

$= 3x^2 + 2x - 8$

∴ الدالة f في الصورة العامة تتضمن الحد $3x^2$ (س الدرجة الثانية)

∴ الدالة $f(x)$ دالة تربيعية

حاول أن تحل (1) صفحة 52 : حدد ما إذا كانت الدالة خطية أم تربيعية.

$a)\ f(x) = 2x(x-3)$

$b)\ f(x) = (x-2)(2x+1)$

$c)\ f(x) = (2x+3)^2 - 4x^2 - 7x$

$d)\ f(x) = 3(x^2-4x) - 3x^2 + 4$

a) $f(x) = 2x(x-3)$

$f(x) = 2x^2 - 6x$

∴ الدالة في الصورة العامة تتضمن الحد $2x^2$ (س الدرجة الثانية)

∴ الدالة f دالة تربيعية

b) $f(x) = (x-2)(2x+1)$

$f(x) = 2x^2 + x - 4x - 2$

$f(x) = 2x^2 - 3x - 2$

∴ الدالة في الصورة العامة تتضمن الحد $2x^2$ (س الدرجة الثانية)

∴ الدالة $f(x)$ دالة تربيعية.

c) $f(x) = (2x+3)^2 - 4x^2 - 7x$

$f(x) = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 7x$

$= 5x + 9$

∴ الدالة $f(x)$ س الدرجة الأولى

∴ الدالة خطية

d) $f(x) = 3(x^2-4x) - 3x^2 + 4$

$f(x) = 3x^2 - 12x - 3x^2 + 4$

$= -12x + 4$

∴ الدالة $f(x)$ س الدرجة الأولى

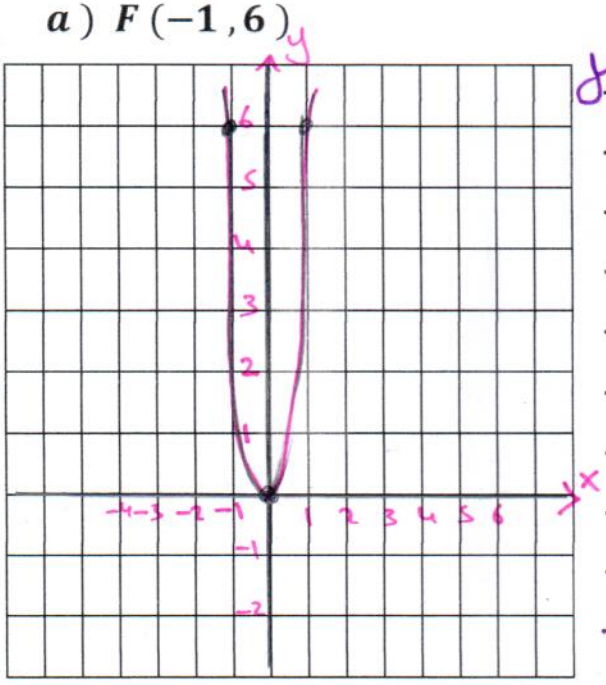
∴ الدالة خطية

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

## (3 - 2) تمارين متابعة الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

مثال (1) صفحة 57 : كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل ، اكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ واذكر ما إذا كان بيانه مفتوحاً الى أعلى أو الى أسفل.

**a)** $F(-1,6)$



معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل هي على الصورة: $y = ax^2$

القطع المكافئ يمر بالنقطة $F(-1,6)$ ($x=-1$, $y=6$)

$6 = a(-1)^2$

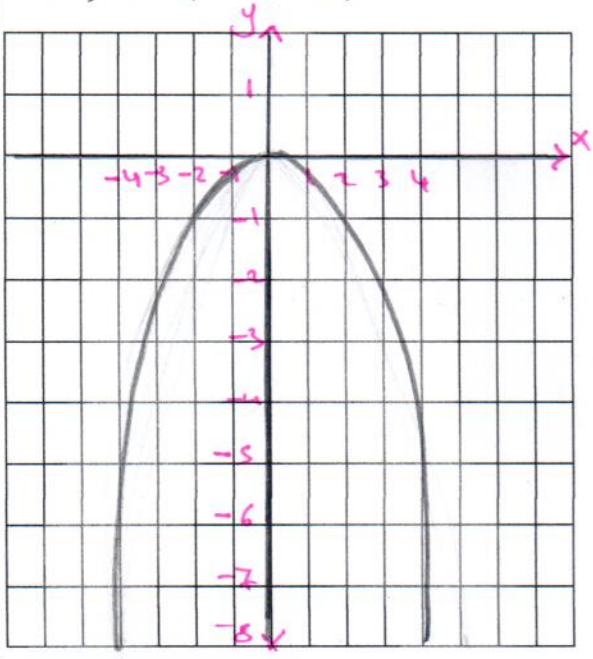
$6 = a$

$\therefore$ المعادلة : $y = 6x^2$

$\therefore a = 6$ ، $6 > 0$ موجبة

$\therefore$ القطع المكافئ مفتوح إلى الأعلى

**b)** $H(-4,-8)$



معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل : $y = ax^2$

القطع المكافئ يمر بالنقطة $H(-4,-8)$

$-8 = a(-4)^2$

$-8 = 16a$

$\frac{16a}{16} = \frac{-8}{16} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ المعادلة : $y = -\frac{1}{2}x^2$

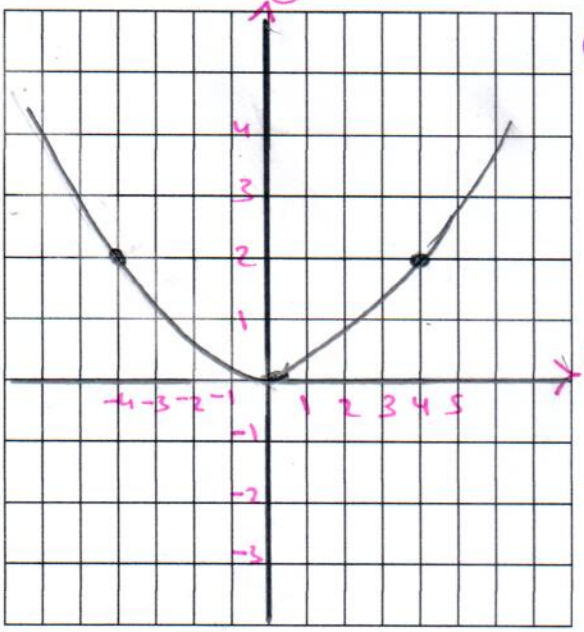
$\therefore a = -\frac{1}{2}$ ، $-\frac{1}{2} < 0$ سالبة

$\therefore$ القطع المكافئ مفتوح إلى الأسفل

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | /١١ع/ |
| الموضوع | ..... | | |

حاول أن تحل (1) صفحة 57 : كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل ، اكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ واذكر ما إذا كان بيانه مفتوحاً الى أعلى أو الى أسفل.

**a)** $E(4,2)$




معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل هي على الصورة: $y = ax^2$

القطع المكافئ يمر بالنقطة $E(4,2)$

$2 = a(4)^2$

$2 = 16a$

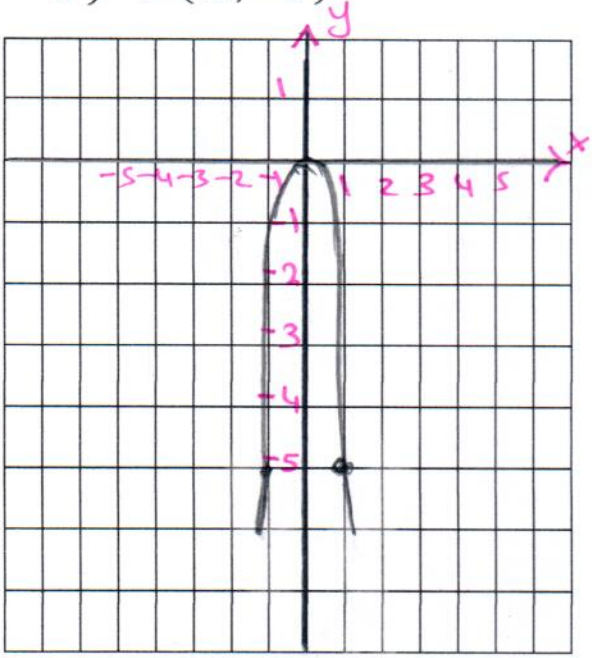
$a = \frac{2}{16} \Rightarrow a = \frac{1}{8}$

∴ المعادلة: $y = \frac{1}{8}x^2$

∵ $a = \frac{1}{8}$ ، $a > 0$

∴ القطع المكافئ مفتوح إلى الأعلى.

**b)** $D(1,-5)$




معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل هي على الصورة: $y = ax^2$

القطع المكافئ يمر بالنقطة $D(1,-5)$

$-5 = a(1)^2$

$-5 = a$

∴ $a = -5$

∴ المعادلة: $y = -5x^2$

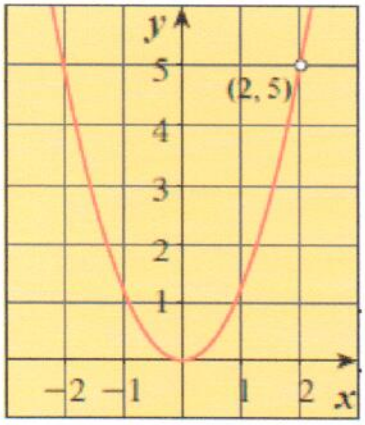
∵ $a = -5$ ، $a < 0$

∴ القطع المكافئ مفتوح إلى الأسفل.

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

H.W.

حاول أن تحل (2) صفحة 59 : البيان المقابل يمثل دالة: $y = a x^2$ . أوجد معادلة هذه الدالة.




رأس القطع المكافئ (0,0) (نقطة الأصل)

معادلة القطع على الصورة $y = ax^2$

(2,5) بالتعويض بالنقطة (x, y)

$y = ax^2$

$5 = a(2)^2$

$5 = 4a$

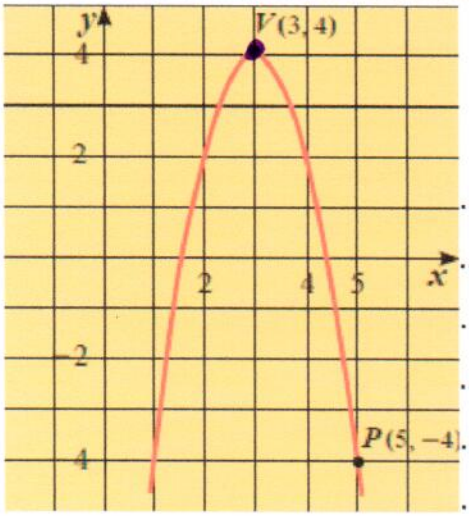
$a = \frac{5}{4}$

∴ معادلة هذه الدالة: $y = \frac{5}{4}x^2$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

H.W

مثال (3) صفحة 59 : في الشكل المقابل: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $V(3,4)$ ويمر بالنقطة $P(5,-4)$ .




رأس القطع: $(h,k) = (3,4)$

$y = a(x-h)^2 + k$

$y = a(x-3)^2 + 4$

بالتعويض بالنقطة $(5,-4)$

$-4 = a(5-3)^2 + 4$

$-4 = a(2)^2 + 4$

$-4 = 4a + 4$

$4a = -4 - 4$

$4a = -8$

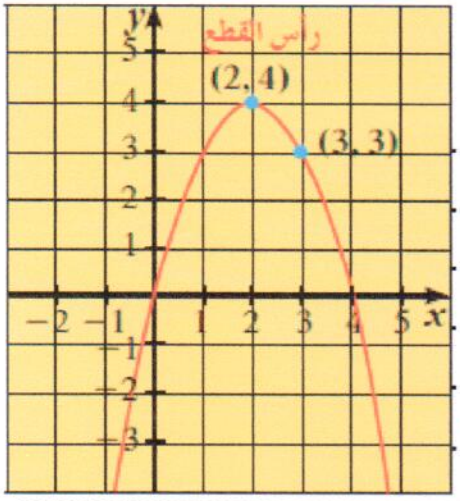
$a = \frac{-8}{4}$

$a = -2$

∴ معادلة القطع المكافئ: $a \quad h \quad k$

$\therefore y = -2(x-3)^2 + 4$

حاول أن تحل (3) صفحة 60 : أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم المقابل.




رأس القطع: $(h,k) = (2,4)$

$y = a(x-h)^2 + k$

$y = a(x-2)^2 + 4$

بالتعويض بالنقطة $(3,3)$

$3 = a(3-2)^2 + 4$

$3 = a(1)^2 + 4$

$3 = a + 4$

$a = 3 - 4$

$a = -1$

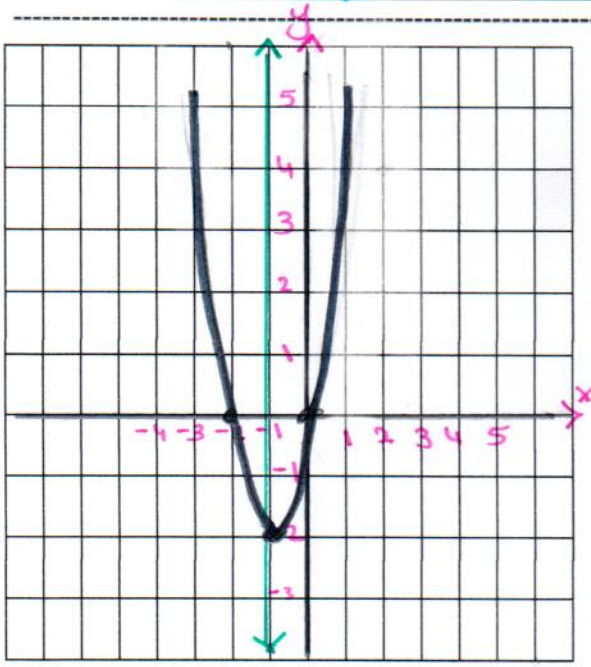
∴ معادلة القطع المكافئ:

$\therefore y = -(x-2)^2 + 4$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | / ١١ع |
| الموضوع | ..... | | |

مثال (4) صفحة 60 : ارسم منحنى الدالة: $y = \underset{a}{2}(x+1)^2 - 2$

مستخدماً خواص القطوع المكافئة.




.. المعادلة التربيعية على الصورة:

$y = a(x-h)^2 + k$

تمثل قطعاً مكافئاً.

$h = -1 , k = -2 \Rightarrow \therefore (-1,-2)$ هي رأس المنحنى

$\therefore a = 2 , 2 > 0$

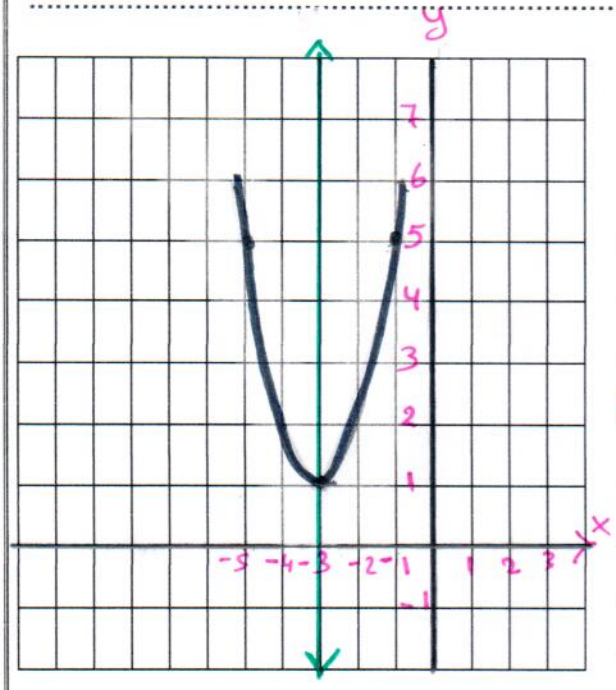
.. المنحنى مفتوح لأعلى ، والرأس عنده قيمة صغرى للدالة.

معادلة محور التماثل هي: $x = h$

.. محور التماثل: $x = -1$

حاول أن تحل (4) صفحة 61 : ارسم منحنى الدالة: $y = (x+3)^2 + 1$

مستخدماً خواص القطوع المكافئة.




.. المعادلة تربيعية على الصورة:

$y = a(x-h)^2 + k$

تمثل قطعاً مكافئاً.

$h = -3 , k = 1$

$\therefore (-3,1) \Rightarrow$ هي رأس المنحنى

$\therefore a = 1 , 1 > 0$

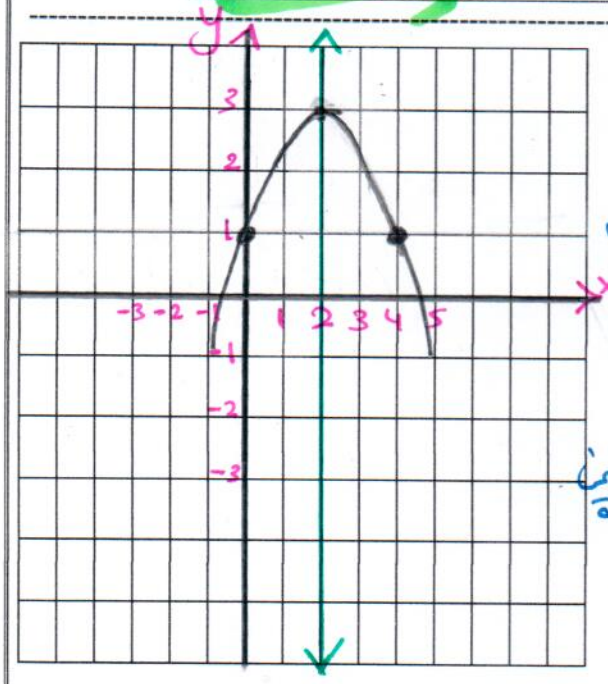
.. المنحنى مفتوح إلى الأعلى

والرأس عنده قيمة صغرى للدالة.

معادلة محور التماثل هي: $x = h$

.. محور التماثل: $x = -3$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | /ع١١ |
| الموضوع | ..... | | |




مثال (5) صفحة 61 : ارسم منحنى الدالة: $y = -0.5(x-2)^2 + 3$

مستخدماً خواص القطوع المكافئة.

∴ المعادلة تربيعية على الصورة: $y = a(x-h)^2 + k$

∴ ص تمثل قطعاً مكافئاً.

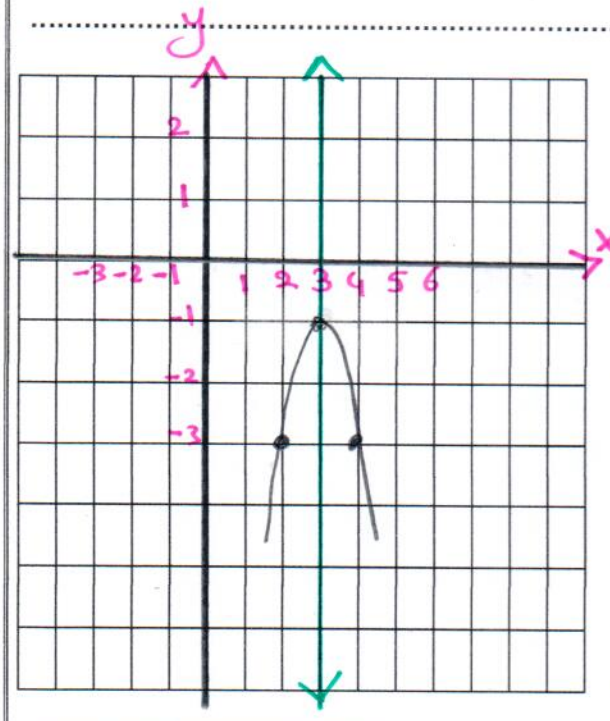
∴ رأس المنحنى $(2,3) \Leftarrow h=2, k=3$

∴ $a = -0.5$ ، $a < 0$

∴ المنحنى مفتوح إلى الأسفل والرأس عنده قيمة عظمى للدالة

معادلة محور التماثل $x = h$

∴ محور التماثل $\Leftarrow x = 2$ ∴




حاول أن تحل (5) صفحة 61 : ارسم منحنى الدالة: $y = -2(x-3)^2 - 1$

مستخدماً خواص القطوع المكافئة.

∴ المعادلة تربيعية على الصورة: $y = a(x-h)^2 + k$

∴ ص تمثل قطعاً مكافئاً.

∴ رأس المنحنى هو: $(3,-1) \Leftarrow h=3, k=-1$

∴ $a = -2$ ، $-2 < 0$

∴ فوهة المنحنى إلى الأسفل.

والرأس عنده قيمة عظمى للدالة.

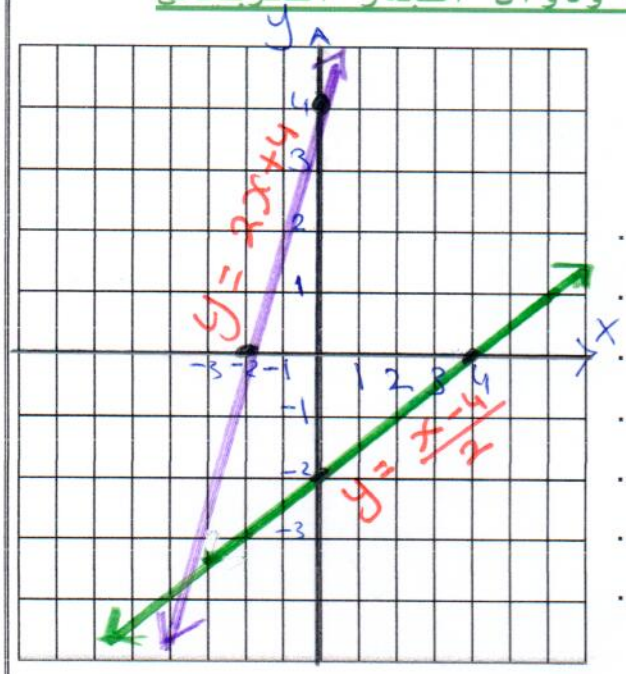
معادلة محور التماثل: $x = h$

∴ محور التماثل هو: $x = 3$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

H.W.

## (5 - 2) تمارين متابعة المعكوسات ودوال الجذر التربيعي




مثال (1) صفحة 71 : ارسم بيان الدالة: $y = \frac{x-4}{2}$ ومعكوسها.

ثم اكتب معادلة المعكوس.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

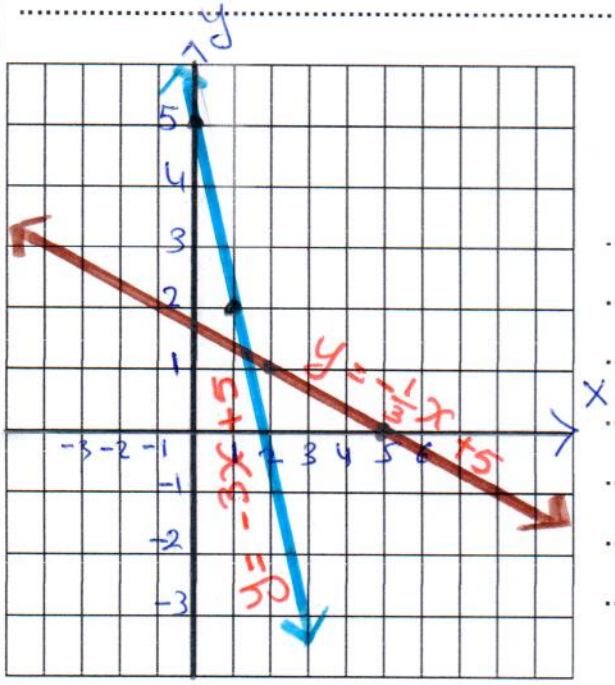
اكمل في الصفحة التالية

.....

.....

.....

.....




حاول أن تحل (1) صفحة 71 : ارسم الدالة: $y = -3x + 5$ ومعكوسها.

ثم اكتب معادلة المعكوس

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

H.W

حاول أن تحل (١) ص ٦١

$y = -3x + 5$

| x | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| y | 5 | 2 | -1 |

∴ $(0,5)$ , $(1,2)$

تنتميان لبيان الدالة y

$x_1\ y_1$ $x_2\ y_2$

∴ $(5,0)$ , $(2,1)$

تنتميان لبيان معكوس الدالة y

وهو خط مستقيم

الحل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{1-0}{2-5} = -\frac{1}{3}$$

∴ معادلة المستقيم المار بالنقطة $(5,0)$ وميله $-\frac{1}{3}$ :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 5)$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 5$$

∴ معادلة معكوس الدالة :

$$y = -\frac{1}{3}x + 5$$

مثال (١) ص ٦١

$y = \frac{x-4}{2}$

| x | 4 | 2 | 0 |
|---|---|---|---|
| y | 0 | -1 | -2 |

∴ $(4,0)$ , $(0,-2)$

تنتميان لبيان الدالة y

$x_1\ y_1$ $x_2\ y_2$

∴ $(0,4)$ , $(-2,0)$

تنتميان لبيان معكوس الدالة y ،

وهو خط مستقيم

الحل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{0-4}{-2-0} = 2$$

∴ معادلة المستقيم المار بالنقطة $(0,4)$ وميله $2$ :

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = 2(x - 0)$$

$$y - 4 = 2x$$

$$y = 2x + 4$$

∴ معادلة معكوس الدالة :

$$y = 2x + 4$$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | /١١ع/ |
| الموضوع | ..... | | |

مثال (2) صفحة 72 : اوجد معكوس الدالة: $y = 5x - 4$ .

$y = 5x - 4$

$x = 5y - 4$

$x + 4 = 5y$

$5y = x + 4$

قسمة الطرفين على 5

$y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$

∴ معكوس الدالة: $y = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$

حاول أن تحل (2) صفحة 72 : اوجد معكوس الدالة:

$a)\ y = \frac{2x-1}{3}$

$x = \frac{2y-1}{3}$

باستخدام الضرب التقاطعي:

$3x = 2y - 1$

$3x + 1 = 2y$

$2y = 3x + 1$

$\frac{2y}{2} = \frac{3x+1}{2}$

$y = \frac{3x+1}{2}$

$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

∴ معكوس الدالة:

$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

$b)\ f(x) = 2(x+1) - 3$

$f(x) = 2x + 2 - 3$

$f(x) = 2x - 1$

$y = 2x - 1$

$x = 2y - 1$

$x + 1 = 2y$

$2y = x + 1$

$\frac{2y}{2} = \frac{x+1}{2}$

$y = \frac{x+1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

∴ معكوس الدالة:

$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / /٢٠٢٢م | | /١١ع |
| الموضوع | ..... | | |

H.W.

مثال (3) صفحة 72 : اوجد معكوس الدالة: $y = x^2 + 3$ .

$y = x^2 + 3$

$x = y^2 + 3$

$x - 3 = y^2$

$y^2 = x - 3$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين:

$y = \pm\sqrt{x-3}$

$\therefore$ معكوس الدالة: $y = \pm\sqrt{x-3}$

حاول أن تحل (3) صفحة 73 : اوجد معكوس الدالة: $y = (x+3)^2 - 4$ .

$y = (x+3)^2 - 4$

$x = (y+3)^2 - 4$

$x + 4 = (y+3)^2$

$(y+3)^2 = x + 4$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين:

$\sqrt{(y+3)^2} = \sqrt{x+4}$

$y + 3 = \pm\sqrt{x+4}$

$y = \pm\sqrt{x+4} - 3$

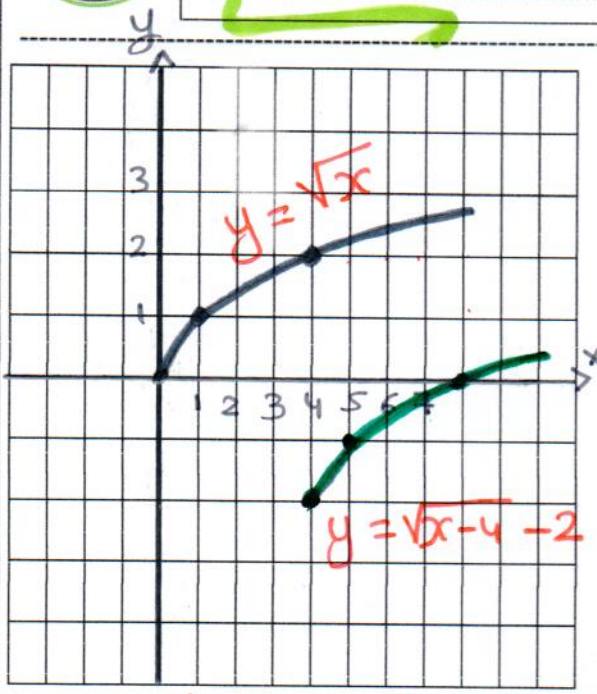
$\therefore$ معكوس الدالة:

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | /ع١١ |
| الموضوع | ..... | | |

H.W:

مثال (4) صفحة 73 : ارسم بيان الدالة: $y = \sqrt{x-4} - 2$ .

وعين المجال والمدى للدالة.




دالة المرجع: $y = \sqrt{x}$

بيان الدالة $y = \sqrt{x-4} - 2$ هو إزاحة لدالة المرجع 4 وحدات إلى اليمين و 2 وحدتان إلى الأسفل

بيان الدالة $y = \sqrt{x-4} - 2$ يبدأ عند النقطة $(4, -2)$

المجال: $[4, \infty) = [h, \infty)$

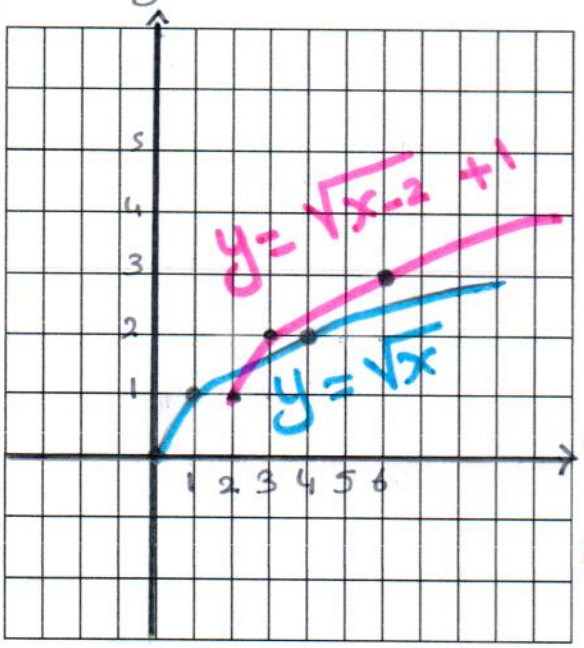
المدى: $[-2, \infty) = [k, \infty)$

$h = 4 \quad , \quad k = -2$

حاول أن تحل (4) صفحة 74 :

1) ارسم بياناً: $y = \sqrt{x-2} + 1$ .وعين المجال والمدى للدالة.

2) اذا تم إزاحة بيان الدالة: $y = \sqrt{x}$ ، 5 وحدات يميناً 2 وحدة الى الاسفل. اكتب معادلة الدالة الناتجة عن الإزاحة.




① دالة المرجع: $y = \sqrt{x}$

بيان الدالة $y = \sqrt{x-2} + 1$ هو إزاحة لبيان دالة المرجع وحدتان على اليمين وحدة واحدة إلى الأعلى.

يبدأ بيان الدالة عند النقطة $(2, 1)$

المجال $= [2, \infty)$

المدى $= [1, \infty)$

② المعادلة الناتجة عن الإزاحة :-

$y = \sqrt{x-5} - 2$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / /٢٠٢٢م | | /١١ع |
| الموضوع | ..... | | |

H.L.

## (6 - 2) تمارين متابعة حل المتباينات

مثال (1) صفحة75 : أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 - x - 6 < 0$ .

المعادلة المناظرة:

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$

$x - 3 = 0$ أو $x + 2 = 0$

$x = 3$ $\quad x = -2$

للبحث عن قيم x التي تحقق $(x-3)(x+2) < 0$ :

$x - 3 < 0 \rightarrow x < 3$ $\quad$ $x - 3 > 0 \rightarrow x > 3$

$x + 2 < 0 \rightarrow x < -2$ $\quad$ $x + 2 > 0 \rightarrow x > -2$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $3$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+2$ | | − | 0 | + | | + | |
| $x-3$ | | − | | − | 0 | + | |
| $(x+2)(x-3)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |

من الجدول: $(x+2)(x-3) < 0$ لكل قيم x حيث

$-2 < x < 3$

$\therefore$ م.ح $= (-2, 3)$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

Hi.

حاول أن تحل (1) صفحة 76 : أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 + 4x + 3 \leq 0$ .

المعادلة المناظرة:

$x^2 + 4x + 3 = 0$

$(x+1)(x+3) = 0$

$x+1=0$ أو $x+3=0$

$x = -1$ $x = -3$

للبحث عن قيم x التي تحقق $(x+1)(x+3) \leq 0$ :

$x+1<0 \rightarrow x<-1$ | $x+3<0 \rightarrow x<-3$

$x+1>0 \rightarrow x>-1$ | $x+3>0 \rightarrow x>-3$

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $(x+1)(x+3)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

مجموعة الحل: $(x+1)(x+3) \leq 0$ لكل قيم x حيث

$-3 \leq x \leq -1$

$\therefore$ م.ح $= [-3, -1]$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

H.L.

مثال (2) صفحة 76 : أوجد مجموعة حل المتباينة: $-x^2 + 7x - 10 \leq 0$.

$-x^2 + 7x - 10 \leq 0$

بضرب الطرفين في -1:

$x^2 - 7x + 10 \geq 0$

المعادلة المناظرة:

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-5)(x-2) = 0$

$x - 5 = 0$ أو $x - 2 = 0$

$x = 5$ $x = 2$

للبحث عن قيم x التي تحقق: $(x-5)(x-2) \geq 0$

$x - 5 < 0 \rightarrow x < 5$ | $x - 2 < 0 \rightarrow x < 2$

$x - 5 > 0 \rightarrow x > 5$ | $x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $5$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-5$ | | − | | − | 0 | + | |
| $x-2$ | | − | 0 | + | | + | |
| $(x-5)(x-2)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |

من الجدول: $(x-5)(x-2) \geq 0$ لكل قيم x حيث

$x \leq 2$ أو $x \geq 5$

$\therefore$ م.ح $= (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

أو م.ح $= R / (2, 5)$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | /١١ع/ |
| الموضوع | ..... | | |

حاول أن تحل (2) صفحة 77 : أوجد مجموعة قيم $x$ التي تحقق المتباينة: $-2x^2 + 5x - 3 > 0$.

$-2x^2+5x-3>0$

بضرب الطرفين في $-1$ :

$2x^2-5x+3<0$

المعادلة المناظرة:

$2x^2-5x+3=0$

$(2x-3)(x-1)=0$

$2x-3=0$ أو $x-1=0$

$2x=3$ $x=1$

$\frac{2x}{2}=\frac{3}{2}$

$x=\frac{3}{2}$

لنبحث عن قيم $x$ التي تحقق $(2x-3)(x-1)<0$

$2x-3<0 \rightarrow x<\frac{3}{2}$ | $x-1<0 \rightarrow x<1$

$2x-3>0 \rightarrow x>\frac{3}{2}$ | $x-1>0 \rightarrow x>1$

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $\frac{3}{2}$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x-3$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x-1$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $(2x-3)(x-1)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

مما سبق $(2x-3)(x-1)<0$ لكل قيم $x$ حيث

$1<x<\frac{3}{2}$

$\therefore$ م.ح $= (1, \frac{3}{2})$

مثال (4) صفحة 79 : أوجد مجال كل دالة مما يلي:

$a)\ f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

مجال الدالة f هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط :

$x^2 - 4 \geq 0$

المعادلة المناظرة :

$x^2 - 4 = 0$

$(x+2)(x-2) = 0$

$x + 2 = 0$ أو $x - 2 = 0$

$x = -2$ $\quad x = 2$

لإيجاد قيم x التي تحقق : $(x+2)(x-2) \geq 0$

$x - 2 < 0 \rightarrow x < 2$ $\quad x + 2 < 0 \rightarrow x < -2$

$x - 2 > 0 \rightarrow x > 2$ $\quad x + 2 > 0 \rightarrow x > -2$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $2$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-2$ | | − | | − | 0 | + | |
| $x+2$ | | − | 0 | + | | + | |
| $(x-2)(x+2)$ | | + | 0 | − | 0 | + | |

مجال الدالة f : $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$

$= R / (-2, 2)$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | /١١ع/ |
| الموضوع | ..... | | |

H.W.

**b)** $g(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$

مجال الدالة g هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط:

$-x^2 + 4x - 3 \geq 0$

المعادلة المناظرة:

$-x^2 + 4x - 3 = 0$

$(-x+1)(x-3) = 0$

$-x+1 = 0$ أو $x-3 = 0$

$1 = x$ $\quad x = 3$

$x = 1$

لإيجاد قيم x التي تحقق $(-x+1)(x-3) \geq 0$:

$-x+1 < 0 \rightarrow x > 1$ | $x-3 < 0 \rightarrow x < 3$

$-x+1 > 0 \rightarrow x < 1$ | $x-3 > 0 \rightarrow x > 3$

| x | $-\infty$ | | 1 | | 3 | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-x+1$ | | + | 0 | − | | − | |
| $x-3$ | | − | | − | 0 | + | |
| $(-x+1)(x-3)$ | | − | 0 | + | 0 | − | |

مجال الدالة g: $[1,3]$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

H.W.

حاول أن تحل (4) صفحة 80 : أوجد مجال كل دالة مما يلي:

$a)\ f(x) = \sqrt{x^2 - x}$

مجال الدالة f هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط:

$x^2 - x \geq 0$

المعادلة المناظرة:

$x^2 - x = 0$

عامل مشترك $x(x-1) = 0$

$x = 0$ أو $x - 1 = 0$

$x = 1$

لإيجاد قيم x التي تحقق: $x(x-1) \geq 0$

| $x < 0$ | $x - 1 < 0 \rightarrow x < 1$ |
|---|---|
| $x > 0$ | $x - 1 > 0 \rightarrow x > 1$ |

| | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x-1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x(x-1)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

مجال الدالة f : $(-\infty, 0] \cup [1, \infty)$

$= R / (0, 1)$

$b)\ q(x) = \sqrt{9 - x^2}$

مجال الدالة q هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط:

$9 - x^2 \geq 0$

بالضرب في $-1$:

$x^2 - 9 \leq 0$

المعادلة المناظرة:

$x^2 - 9 = 0$

$(x-3)(x+3) = 0$

$x - 3 = 0$ أو $x + 3 = 0$

$x = 3$ $\quad x = -3$

لإيجاد القيم التي تحقق: $(x-3)(x+3) \leq 0$

$x - 3 < 0 \rightarrow x < 3$ $\quad$ $x + 3 < 0 \rightarrow x < -3$

$x - 3 > 0 \rightarrow x > 3$ $\quad$ $x + 3 > 0 \rightarrow x > -3$

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $3$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-3$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $(x-3)(x+3)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

∴ مجال الدالة q: $[-3, 3]$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

مثال (5) صفحة 81 : أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x+7}{x+2} \geq 2$

$$\frac{3x+7}{x+2} \geq 2$$

$$\frac{3x+7}{x+2} - 2 \geq 0$$

بتوحيد المقامات:

$$\frac{3x+7-2(x+2)}{x+2} \geq 0$$

$$\frac{3x+7-2x-4}{x+2} \geq 0$$

$$\frac{x+3}{x+2} \geq 0$$

أصفار البسط:

$$x+3=0$$

$$x=-3$$

أصفار المقام:

$$x+2=0$$

$$x=-2$$

لإيجاد قيم x التي تجعل: $\frac{x+3}{x+2} \geq 0$

$x+3<0 \rightarrow x<-3$ | $x+2<0 \rightarrow x<-2$

$x+3>0 \rightarrow x>-3$ | $x+2>0 \rightarrow x>-2$

| | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | | | | | | |
| $x+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x+2$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $\frac{x+3}{x+2}$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $+$ | |

∴ م.ح = $(-\infty, -3] \cup (-2, \infty)$ المجموعة

$= R/(-3, 2]$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | /١١ع |
| الموضوع | ..... | | |

H.W

حاول أن تحل (5) صفحة 81 : أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

أصفار البسط:

$3x-5=0$

$3x=5$

$\frac{3x}{3}=\frac{5}{3} \Rightarrow x=\frac{5}{3}$

أصفار المقام:

$-2x+3=0$

$-2x=-3$

$\frac{-2x}{-2}=\frac{-3}{-2} \Rightarrow x=\frac{3}{2}$

ليجاد قيم x التي تحقق: $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$ :

$3x-5<0 \rightarrow x<\frac{5}{3}$ $\quad -2x+3<0 \rightarrow x<\frac{3}{2}$

$3x-5>0 \rightarrow x>\frac{5}{3}$ $\quad -2x+3>0 \rightarrow x>\frac{3}{2}$

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{3}{2}$ | | $\frac{5}{3}$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $3x-5$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $-2x+3$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $\frac{3x-5}{-2x+3}$ | | $-$ | غير معرفة | $+$ | $0$ | $-$ | |

$\therefore$ م.ح $= (\frac{3}{2}, \frac{5}{3})$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

H.W.

مثال (6) صفحة 82 : أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-5x+3}{x+4} < 3$

$$\frac{x^2-5x+3}{x+4} < 3$$

$$\frac{x^2-5x+3}{x+4} - 3 < 0$$

بتوحيد المقامات

$$\frac{x^2-5x+3-3(x+4)}{x+4} < 0$$

$$\frac{x^2-5x+3-3x-12}{x+4} < 0$$

$$\frac{x^2-8x-9}{x+4} < 0$$

$$\frac{(x-9)(x+1)}{(x+4)} < 0$$

أصفار البسط: $x+1=0$ أو $x-9=0$

$x=-1$ $\quad x=9$

أصفار المقام:

$x+4=0$

$x=-4$

لإيجاد قيم x التي تحقق: $\frac{(x-9)(x+1)}{x+4} < 0$ .

| $x+1<0 \rightarrow x<-1$ | $x-9<0 \rightarrow x<9$ | $x+4<0 \rightarrow x<-4$ |
|---|---|---|
| $x+1>0 \rightarrow x>-1$ | $x-9>0 \rightarrow x>9$ | $x+4>0 \rightarrow x>-4$ |

| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $-1$ | | $9$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x-9$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $x+4$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $\frac{(x+1)(x-9)}{x+4}$ | | $-$ | غير معرفة | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

م.ح $= (-\infty, -4) \cup (-1, 9)$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | /١١ع/ |
| الموضوع | ..... | | |

H.W:

حاول أن تحل (6) صفحة 82 : أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$

$\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$

أصفار البسط:

$x+1=0$ أو $x+6=0$

$x=-1$ $x=-6$

أصفار المقام:

$x+3=0$

$x=-3$

$\frac{x^2+5x}{x+3}+2>0$

$\frac{x^2+5x+2(x+3)}{x+3}>0$

$\frac{x^2+5x+2x+6}{x+3}>0$

$\frac{x^2+7x+6}{x+3}>0$

$\frac{(x+6)(x+1)}{x+3}$

ليكن بديل تيم x التي تجعل: $\frac{(x+6)(x+1)}{x+3}>0$ :

$x+1<0 \rightarrow x<-1$ | $x+6<0 \rightarrow x<-6$ | $x+3<0 \rightarrow x<-3$

$x+1>0 \rightarrow x>-1$ | $x+6>0 \rightarrow x>-6$ | $x+3>0 \rightarrow x>-3$

| $x$ | $-\infty$ | | $-6$ | | $-3$ | | $-1$ | | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | − | | − | | − | 0 | + | |
| $x+6$ | | − | 0 | + | | + | | + | |
| $x+3$ | | − | | − | 0 | + | | + | |
| $\frac{(x+1)(x+6)}{x+3}$ | | − | 0 | + | عديم التعريف | − | 0 | + | |

$\therefore$ م.ح $= (-6,-3) \cup (-1,\infty)$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | ١١ع / |
| الموضوع | ..... | | |

H.W

مثال (7) صفحة 83 : أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-5x+6}{x-3} > 0$

$\frac{x^2-5x+6}{x-3} > 0$

صفر المقام : $x-3=0$

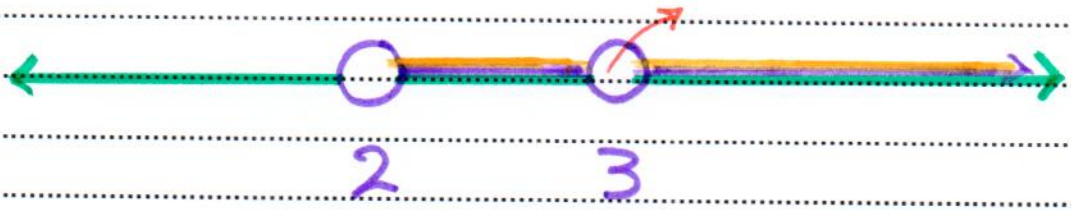
$x=3$

$\frac{(x-3)(x-2)}{x-3} > 0 \quad , x \neq 3$

$x-2 > 0$

$x > 2$

مستبعدة لأنها صفر المقام




م.ح = $(2,\infty) / \{3\}$

$= (2,3) \cup (3,\infty)$

| اليوم | التاريخ | الحصة | الصف |
|---|---|---|---|
| ..... | / / ٢٠٢٢م | | /ع١١ |
| الموضوع | ..... | | |

H.W.

حاول أن تحل (7) صفحة 83 : أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-49}{x+7} \leq 0$

$\frac{x^2-49}{x+7} \leq 0$

صفر المقام:

$x+7=0$

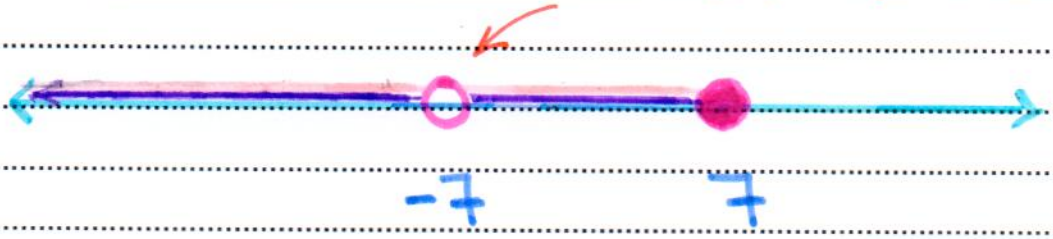
$x=-7$

$\frac{(x-7)(x+7)}{x+7} \leq 0 \quad , \quad x \neq -7$

$x-7 \leq 0$

$x \leq 7$

استبعاد صفر المقام




$\therefore$ م.ح $= (-\infty, 7] / \{-7\}$

$= (-\infty, -7) \cup (-7, 7]$