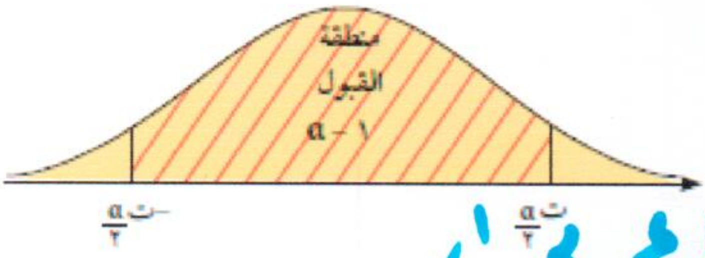
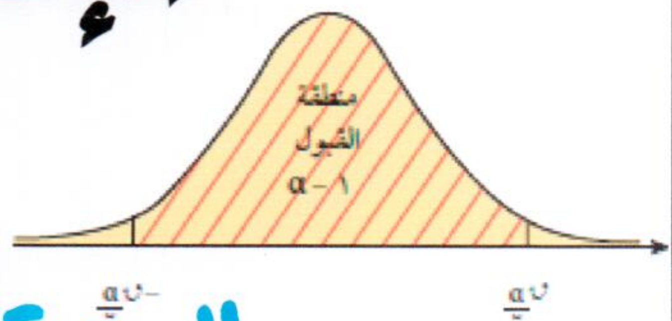
الصف الثاني عشر أدبي

الإحصاء

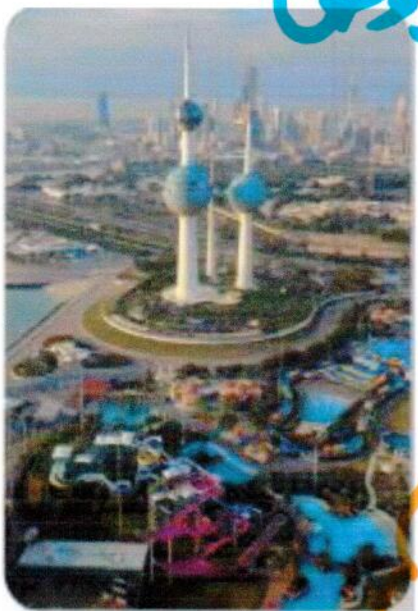


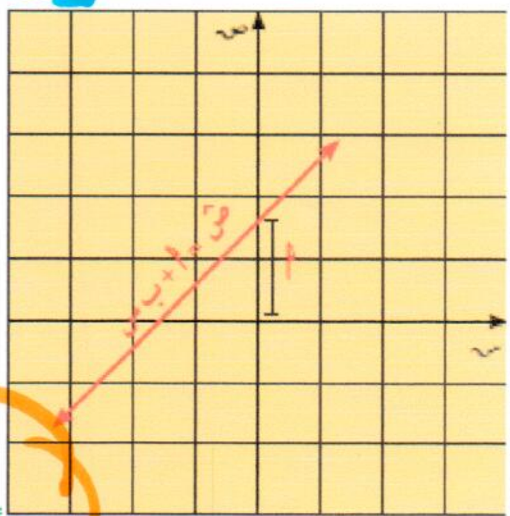


الوحدة الثانية

الفصل الدراسي الأول

التقدير واختبارات الفروض





العام الدراسي

٢٠٢٢ \ ٢٠٢٣ م

إعداد رئيس القسم:

أ. محمود حامد العلو

الإجابات:

هالة لبيب

H.L.

أسم الطالب: ......٢٠٢٣-٢٠٢٤......، الصف: ١٢ د/ ....

الكتاب الاول

"مادة الاحصاء"

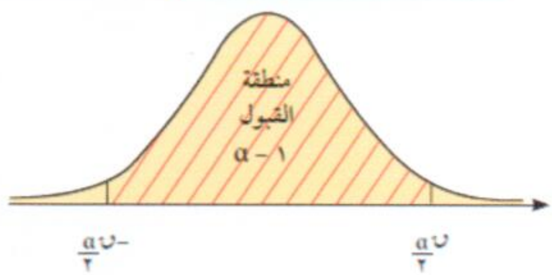
الوحدة الاولى

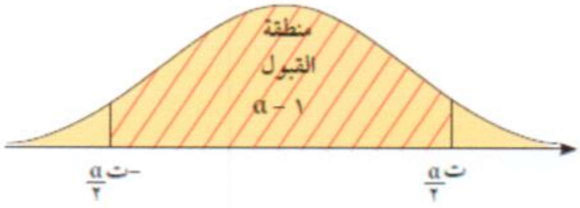
التقدير واختبارات الفروض

Estimation and Hypotheses Testing

الانحراف المعياري (σ)	حجم العينة (ن)	هامش الخطأ (هـ)	فترة الثقة ($\bar{\text{س}}$ - هـ ، $\bar{\text{س}}$ + هـ)
معلوم	ن > ٣٠ أو ن ≤ ٣٠	$\text{هـ} = \text{ز}_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{\text{ن}}}$	$(\bar{\text{س}} - \text{ز}_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{\text{ن}}} ، \bar{\text{س}} + \text{ز}_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{\text{ن}}})$
غير معلوم (نستبدل σ بـ ع)	ن > ٣٠	$\text{هـ} = \text{ز}_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}$	$(\bar{\text{س}} - \text{ز}_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}} ، \bar{\text{س}} + \text{ز}_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}})$
	ن ≤ ٣٠	$\text{هـ} = \text{ت}_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}$	$(\bar{\text{س}} - \text{ت}_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}} ، \bar{\text{س}} + \text{ت}_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}})$

الانحراف المعياري (σ)	المقياس الإحصائي (ز أو ت)	حجم العينة (ن)
معلوم	$\text{ز} = \frac{\bar{\text{س}} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{\text{ن}}}}$	لا يشترط حجم معين للعينة
غير معلوم (نستبدل σ بـ ع)	$\text{ز} = \frac{\bar{\text{س}} - \mu}{\frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}}$	ن > ٣٠
	$\text{ت} = \frac{\bar{\text{س}} - \mu}{\frac{\text{ع}}{\sqrt{\text{ن}}}}$	ن ≤ ٣٠





رئيس القسم: محمود حامد العلو

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
١٢د /		/ / ٢٠٢٢م	....
....			الموضوع

أوراق متابعة الوحدة الأولى (التقدير واختبارات الفروض)

التقدير

المعلمة: هي ثابت يصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالمتوسط الحسابي (μ) أو الانحراف المعياري (σ).

الإحصاءة: هو اقتران تتعين قيمته من العينة كالمتوسط الحسابي ($\overline{س}$) أو الانحراف المعياري (ع).

تقدير المعلمة: هو إحصاءة تعتمد على قيم العينة وتعكس قيمة قريبة لمعلمة المجتمع ككل وتوزيعه.

تقدير المعلمة

التقدير بنقطة | التقدير بفترة الثقة

@@@@@@@@@@@@@@@@

التقدير بنقطة

التقدير بنقطة: هي قيمة وحيدة محسوبة من العينة تستخدم لتقدير معلمة مجهولة من معالم المجتمع.

أي : $\mu = \overline{س}$

$\sigma = ع$

إعداد الأستاذ: محمود حامد العلي

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	....		

مثال (1) صفحة13 : تبيّن البيانات التالية معدّل درجة الحرارة عند ٤٠ شخصًا بحالة صحية جيدة:

٣٧	٣٧	٣٦,٧	٣٦,٧	٣٧,٢	٣٦,٩	٣٦,٩	٣٦,٩	٣٦,٩	٣٧,٤
٣٧,١	٣٧	٣٦,١	٣٦,١	٣٧,١	٣٦,٤	٣٦,٥	٣٧,١	٣٦,٦	٣٦,٦
٣٦,٨	٣٦,٩	٣٦,٤	٣٧	٣٦,٣	٣٧,٢	٣٧	٣٧,٥	٣٦,٤	٣٦,٣
٣٦,٤	٣٦,٨	٣٧,٥	٣٧,١	٣٧,٤	٣٦,٨	٣٦,٧	٣٧	٣٧	٣٦,٢

استخدم هذه العينة لقيم معدل درجة الحرارة لتوجد أفضل تقدير بنقطة للمتوسط الحسابي μ لمعدل درجة حرارة مجتمع أخذت منه هذه العينة.

$\bar{س} = \frac{\sum س_ر}{ن}$ ← مجموع البيانات كلها

ن ← عدد البيانات

$= \frac{١٤٧٢,٨}{٤٠}$

$= ٣٦,٨٢°$

∴ القيمة التقديرية للمتوسط الحسابي μ لمعدّل درجة حرارة المجتمع الذي أخذت منه البيانات هي:

$\mu = ٣٦,٨٢°$

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
١٢د /		/ / ٢٠٢٢م	....
....			الموضوع

التقدير بفترة الثقة

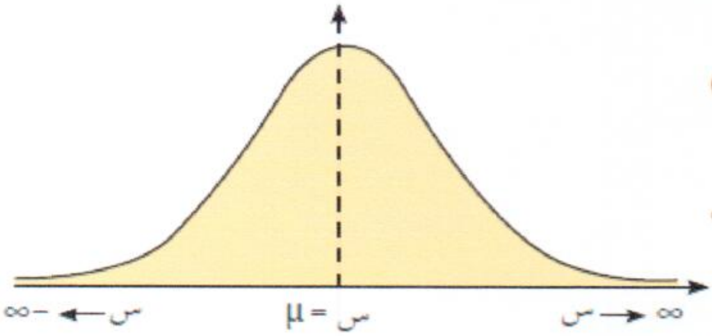
فترة الثقة:

هي فترة طرفاها متغيران عشوائيان (أي أنها فترة عشوائية) تستخدم لتقدير إحدى معالم المجتمع.

يرمز لمستوى الثقة ١٠٠٪ (١ − α) حيث (١ − α) هو معامل مستوى الثقة ، و (α) هي نسبة الخطأ في التقدير.

منحنى التوزيع الطبيعي Curve of Normal Distribution

تعرفنا فيما سبق على بيان منحنى التوزيع الطبيعي، وعلمنا من خواص التوزيع الطبيعي ما يلي:



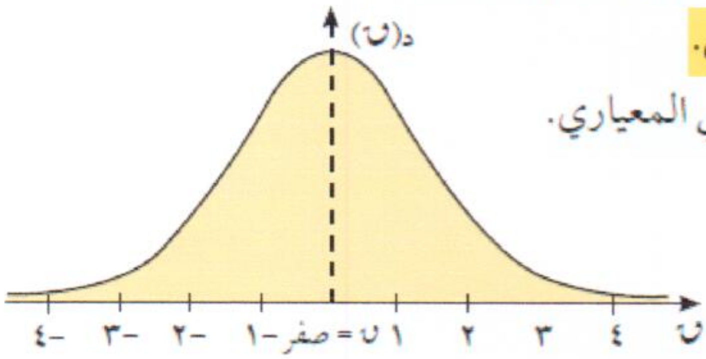
- المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.
- يكون بيان المنحنى على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول محوره (س = μ).
- يمتد المنحنى من طرفيه إلى +∞ وإلى −∞ (لا يقطع المحور الأفقي).
- المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح (وحدة مساحة).

المستقيم الرأسي س = μ يقسم المساحة تحت المنحنى إلى منطقتين متماثلتين مساحة كل منهما تساوي نصف وحدة مساحة كما في الشكل.

منحنى التوزيع الطبيعي المعياري Curve of Standard Normal Distribution

إذا كان المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي μ = صفر والانحراف المعياري σ = ١

يسمى التوزيع الطبيعي **بالتوزيع الطبيعي المعياري.**



الشكل المرسوم يمثّل بيان منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.

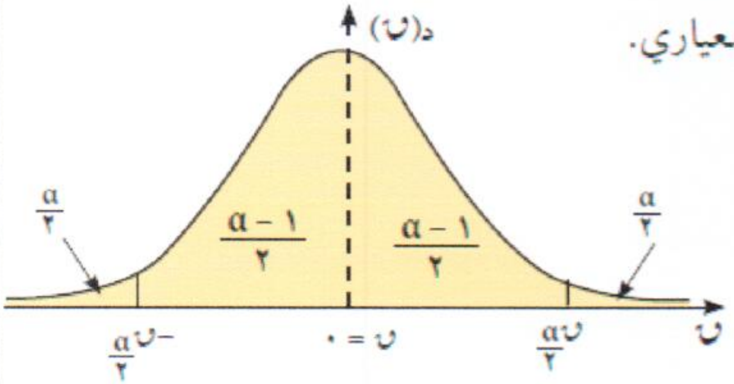
المستقيم ن = صفر هو محور التماثل للمنحنى.

تأخذ ن قيم موجبة وتزداد جهة اليمين بينما

تأخذ ن قيمًا سالبة وتنقص جهة اليسار.

القيمة الحرجة

الشكل المرسوم يبيّن منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.



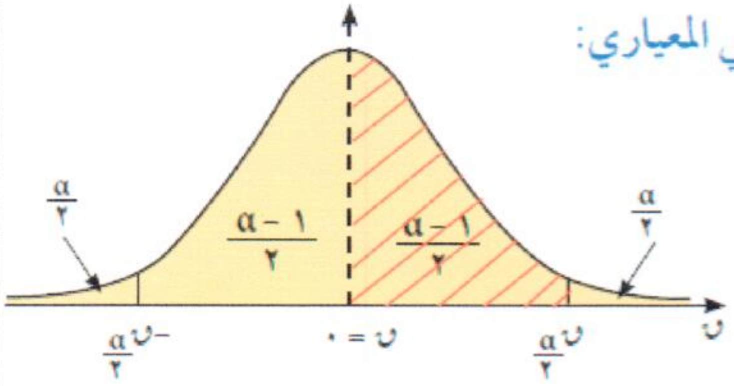
- نعلم أن المساحة تحت المنحنى الطبيعي تساوي الواحد (وحدة المساحة) ولتمثيل $(١-\alpha)$ من المساحة الكلية تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري نحصر هذه المساحة بين حدين رأسيين متساويي البعد عن المحور الرأسي كما هو موضّح في الشكل.

نلاحظ أن المحور الرأسي يقسم المساحة $(١-\alpha)$ إلى نصفين كل منهما يساوي $\frac{١-\alpha}{٢}$.

تكون المساحة المتبقية من المساحة الكلية هي α موزعة على طرفي المنحنى بالتساوي كل منها يساوي $\frac{\alpha}{٢}$.

- نعبّر عن الحدين الرأسيين بالرمز $ن_{\frac{\alpha}{٢}} = ن_{\frac{١-\alpha}{٢}}$ وبالرمز $-ن_{\frac{\alpha}{٢}} = -ن_{\frac{١-\alpha}{٢}}$، حيث $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ يفصل مساحة $\frac{\alpha}{٢}$ من ذيل الطرف الأيمن ومساحة $\frac{١-\alpha}{٢}$ من المستقيم ن = صفر، بينما $-ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ يفصل مساحة $\frac{\alpha}{٢}$ من ذيل الطرف الأيسر ومساحة $\frac{١-\alpha}{٢}$ من المستقيم ن = صفر.
- تسمى القيمة الموجبة $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ **بالقيمة الحرجة (Critical Value)**.

إيجاد القيمة الحرجة من جدول التوزيع الطبيعي المعياري:



لإيجاد قيمة $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ المناظرة للمساحة تحت المنحنى نحسب المساحة $\frac{١-\alpha}{٢}$ التي تقع على يسار $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$ ويمين الصفر أي في الفترة $[٠ ، ن_{\frac{\alpha}{٢}}]$ ثم نكشف عنها في الجدول المرفق في نهاية الوحدة حيث العمود الأول قيم ن ابتداءً من ٠,٠ وحتى ٣,١٠ وأكثر. والصف الأول يمثل الأجزاء من المئة لقيم ن، ومنه يمكن تحديد قيمة $ن_{\frac{\alpha}{٢}}$.

	الصف	الحصة	التاريخ	اليوم	
	١٢د /		/ / ٢٠٢٢م	....	
	H.L.			الموضوع	

مثال (2) صفحة 16 :

اوجد القيمة الحرجة $\text{ن}_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

∵ مستوى الثقة هو ٩٥٪

∴ $1 - \alpha = ٠,٩٥$

∴ $\frac{1-\alpha}{2} = \frac{٠,٩٥}{٢} = ٠,٤٧٥$

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري :

$\text{ن}_{\frac{\alpha}{2}} = \text{ن}_{٠,٤٧٥} = ١,٩٦$

حاول أن تحل (2) صفحة 16 :

اوجد القيمة الحرجة $\text{ن}_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٧٪، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

∵ مستوى الثقة هو ٩٧٪

∴ $1 - \alpha = ٠,٩٧$

∴ $\frac{1-\alpha}{2} = \frac{٠,٩٧}{٢} = ٠,٤٨٥$

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري :

$\text{ن}_{\frac{\alpha}{2}} = \text{ن}_{٠,٤٨٥} = ٢,١٧$

إعداد الأستاذ: محمود حامد العلو

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع			

H.L.

مثال (3) : صفحة 16

اوجد القيمة الحرجة $z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٠٪، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

∵ مستوى الثقة هو ٩٠٪

∴ $1 - \alpha = 0{,}90$

∴ $\frac{1-\alpha}{2} = \frac{0{,}90}{2} = 0{,}45$

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري :

$z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{1{,}65 + 1{,}64}{2}$

∴ $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}645$

حاول أن تحل (3) : صفحة 16

اوجد القيمة الحرجة $z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٩٪، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

∵ مستوى الثقة هو ٩٩٪

∴ $1 - \alpha = 0{,}99$

∴ $\frac{1-\alpha}{2} = \frac{0{,}99}{2} = 0{,}495$

باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري :

$z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{2{,}58 + 2{,}57}{2}$

∴ $z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}575$

هامش الخطأ

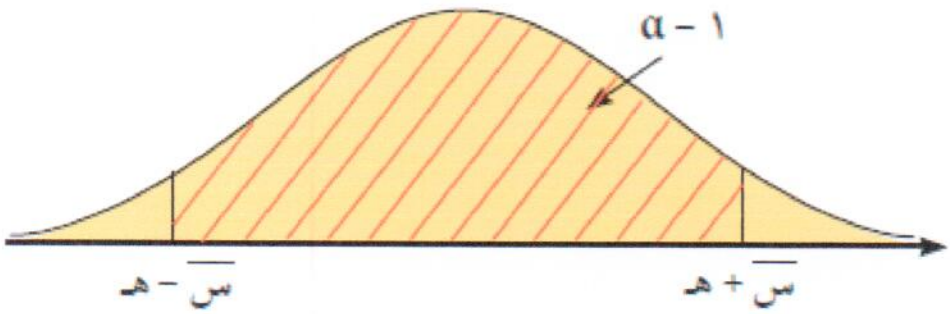
التقدير بنقطة

$\frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

التقدير بفترة الثقة

$هـ = ن_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

وعليه تكون فترة الثقة هي $(\overline{س} - هـ \text{ ، } \overline{س} + هـ)$



التقدير بفترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ

أولاً: إذا كان التباين للمجتمع σ^2 معلوم

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

إذا كانت σ^2 معلومة حيث ن > ٣٠ أو ن ≤ ٣٠

١ نوجد القيمة الحرجة $ى_{\frac{\alpha}{٢}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ وهي ١,٩٦.

٢ نوجد هامش الخطأ $هـ = ى_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

٣ نوجد فترة الثقة $(\overline{س} - هـ ، \overline{س} + هـ)$.

تفسير فترة الثقة:

فمثلًا عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن) وفي كل مرة نحسب $\overline{س}$ وفترة الثقة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي μ الحقيقية و٥ فترات لا تحويها.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	....		

H.L.

مثال (4) صفحة 19 :

أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم العينة ن = ٤٠ ، والانحراف المعياري لمجتمع الإناث σ = ١٢,٥ والمتوسط الحسابي $\overline{س}$ = ٧٦,٣ . باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

٣) فسر فترة الثقة.

(١) ∵ مستوى الثقة ٩٥٪

∴ القيمة الحرجة $ع_{\frac{\alpha}{2}}$ = ١,٩٦

∵ σ معلومة ، ن = ٤٠ ، σ = ١٢,٥ ، $\overline{س}$ = ٧٦,٣

∴ هامش الخطأ هـ = $ع_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

هـ = $١,٩٦ \times \frac{١٢,٥}{\sqrt{٤٠}}$

هـ ≈ ٣,٨٧٣٨

(٢) فترة الثقة هي ($\overline{س}$ - هـ ، $\overline{س}$ + هـ)

= (٧٦,٣ - ٣,٨٧٣٨ ، ٧٦,٣ + ٣,٨٧٣٨)

= (٧٢,٤٢٦٢ ، ٨٠,١٧٣٨)

(٣) عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن = ٤٠) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة ، فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ .

إعداد الأستاذ: محمود حامد العلو

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	H.L.		

حاول أن تحل (4) صفحة 19 :

إذا أجريت الدراسة على عينة أخرى من الإناث حجمها $\boxed{ن = ١٠٠}$، والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\boxed{\sigma = ٣,٦}$
والمتوسط الحسابي $\boxed{\bar{س} = ١٨,٤}$ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

٣) فسر فترة الثقة.

① ∵ فترة الثقة ٩٥٪

∴ القيمة الحرجة $ح_{\frac{\alpha}{2}} = ١,٩٦$

∵ σ معلومة،

$ن = ١٠٠$ ، $\sigma = ٣,٦$ ، $\bar{س} = ١٨,٤$

∴ هامش الخطأ $هـ = ح_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

$= ١,٩٦ \times \frac{٣,٦}{\sqrt{١٠٠}}$

$= ٠,٧٠٥٦$

② فترة الثقة هي $(\bar{س} - هـ ، \bar{س} + هـ)$

$= (١٨,٤ - ٠,٧٠٥٦ ، ١٨,٤ + ٠,٧٠٥٦)$

$= (١٧,٦٩٤٤ ، ١٩,١٠٥٦)$

③ عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن = ١٠٠) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ.

إعداد الأستاذ: محمود حامد العلو

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
١٢د /		/ / ٢٠٢٢م	....
H.W.			الموضوع

مثال (5) : صفحة 20

ن

أجريت دراسة لعينة من ١٨ طالبا حول متوسط عدد ساعات استخدام الألواح الذكية (TABLETS) أسبوعيا .

فإذا كان الانحراف المعياري σ = ١,٨ والمتوسط الحسابي $\overline{\text{س}}$ = ١٥ . باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪.

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

٣) فسر فترة الثقة.

(١) ∵ مستوى الثقة ٩٥٪

∴ القيمة الحرجة $ع_{\frac{\alpha}{٢}}$ = ١,٩٦

∵ σ معلومة ، ن = ١٨ ، σ = ١,٨ ، $\overline{\text{س}}$ = ١٥

∴ هامش الخطأ هـ = $ع_{\frac{\alpha}{٢}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

$= ١,٩٦ \times \frac{١,٨}{\sqrt{١٨}}$

= ٠,٨٣١٦

(٢) فترة الثقة هي ($\overline{\text{س}}$ - هـ ، $\overline{\text{س}}$ + هـ)

= (١٥ - ٠,٨٣١٦ ، ١٥ + ٠,٨٣١٦)

= (١٤,١٦٨٤ ، ١٥,٨٣١٦)

(٣) عند اختيار ... ا عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن = ١٨)

وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة

تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ .

إعداد الأستاذ: محمود حامد العلو

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
١٢د /		/ / ٢٠٢٢م	....
H.L.			الموضوع

حاول أن تحل (5) : صفحة 20

ن

أجريت دراسة لعينة من ٢٤طالبا حول متوسط عدد ساعات مشاهدة التلفزيون أسبوعيا ، فإذا كان الانحراف المعياري σ = ٢,٥ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\overline{س}$ = ١٨,٤ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

٣) فسر فترة الثقة.

١) ∵ مستوى الثقة ٩٥٪

∴ القيمة الحرجة $ح_{\frac{\alpha}{2}}$ = ١,٩٦

∵ σ معلومة ، ن = ٢٤ ، σ = ٢,٥ ، $\overline{س}$ = ١٨,٤

∴ هامش الخطأ هـ = $ح_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$

= $١,٩٦ \times \frac{٢,٥}{\sqrt{٢٤}}$

≃ ١,٠٠٢

٢) فترة الثقة هي ($\overline{س}$ - هـ ، $\overline{س}$ + هـ)

= (١٨,٤ - ١,٠٠٢ ، ١٨,٤ + ١,٠٠٢)

= (١٧,٣٩٩٨ ، ١٩,٤٠٢)

٣) عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن = ٢٤) وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ .

ثانياً: إذا كان التباين للمجتمع σ^{2} غير معلوم وحجم العينة ن > ٣٠

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

إذا كانت σ^{2} غير معلومة حيث ن > ٣٠

1. نوجد القيمة الحرجة $ى_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ وهي ١,٩٦
2. نوجد هامش الخطأ هـ = $ى_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$
3. نوجد فترة الثقة ($\overline{س}$ − هـ ، $\overline{س}$ + هـ).

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	H.L.		

مثال (6) صفحة 21 :

ن س̄ ع²

عينة عشوائية حجمها ٣٦ ، فاذا كان المتوسط الحسابي للعينة ٦٠ وتباينها ١٦ ، باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

٣) فسر فترة الثقة.

① ∵ مستوى الثقة ٩٥٪

∴ القيمة الحرجة $ع_{\frac{α}{2}}$ = ١,٩٦

∵ σ غير معلوم ، ن > ٣٠

ع² = ١٦ ⟵ ع = √١٦ = ٤ ، ن = ٣٦ ، س̄ = ٦٠

∴ هامش الخطأ هـ = $ع_{\frac{α}{2}}$ × $\frac{ع}{\sqrt{ن}}$

= ١,٩٦ × $\frac{٤}{\sqrt{٣٦}}$

= ١,٣٠٦٦

② فترة الثقة هي (س̄ − هـ ، س̄ + هـ)

= (٦٠ − ١,٣٠٦٦ ، ٦٠ + ١,٣٠٦٦)

= (٥٨,٦٩٣٤ ، ٦١,٣٠٦٦)

③ عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن = ٣٦)

وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة

تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ .

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	.... H.L		

حاول أن تحل (6) : صفحة 22

اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها ن = ٨١ ومتوسطها الحسابي $\overline{س}$ = ٥٠ وانحرافها المعياري ع = ٩ باستخدام مستوى ثقة ٩٥٪ .

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

٣) فسر فترة الثقة.

① ∵ مستوى الثقة ٩٥٪

∴ القيمة الحرجة $م_{\frac{\alpha}{2}}$ = ١٫٩٦

∵ σ غير معلومة ، ن > ٣٠ ،

$\overline{س}$ = ٥٠ ، ع = ٩ ، ن = ٨١

∴ هامش الخطأ هـ = $م_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

= $١٫٩٦ \times \frac{٩}{\sqrt{٨١}}$

= ١٫٩٦

② فترة الثقة هي ($\overline{س}$ − هـ ، $\overline{س}$ + هـ)

= (٥٠ − ١٫٩٦ ، ٥٠ + ١٫٩٦)

= (٤٨٫٠٤ ، ٥١٫٩٦)

③ عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن = ٨١)

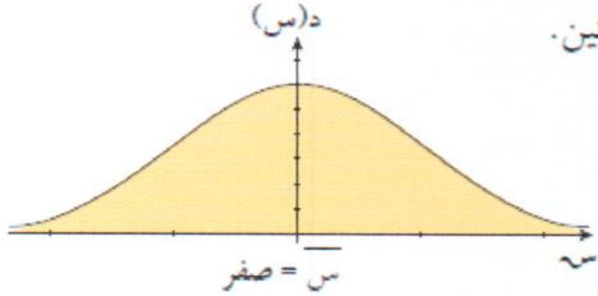
وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي

القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ .

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
١٢د /		/ / ٢٠٢٢م	....
....			الموضوع

ثالثاً: إذا كان التباين للمجتمع σ^2 غير معلوم وحجم العينة ن ≥ ٣٠

خواص التوزيع ت



١ توزيع متماثل حول متوسطه الحسابي والذي يساوي صفرًا، ويمتد إلى ∞ من جهة اليمين وإلى −∞ من جهة اليسار ويزداد قربًا من الصفر في الجهتين.

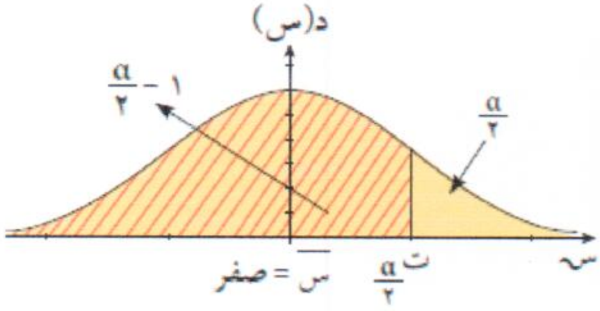
٢ انحرافه المعياري أكبر من الواحد.

٣ يعتمد هذا التوزيع على درجات الحرية والتي تساوي (حجم العينة − ١) أي (ن − ١).

٤ التوزيع ت يشبه التوزيع الطبيعي إلّا أن قمته أكثر انخفاضًا من التوزيع الطبيعي.

٥ كلما زادت درجات الحرية اقترب هذا التوزيع من التوزيع الطبيعي ويقترب انحرافه المعياري إلى الواحد الصحيح.

إيجاد القيمة الحرجة من جدول توزيع ت.



- لإيجاد القيمة الحرجة من جدول توزيع ت حيث يبيّن العمود الأول قيم درجات الحرية (ن − ١) وتبدأ من ١ إلى ٣٠ وأكثر والصف الأول يمثّل قيم $\frac{\alpha}{2}$ ومنه يمكن تحديد $ت_{\frac{\alpha}{2}} = ت_{1 - \frac{\alpha}{2}}$.

إعداد الأستاذ: محمود حامد العلو

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	....		

H.L.

مثال (7) صفحة 23 :

اخذت عينة عشوائية بسيطة حجمها ن = ٢٣ من مجتمع طبيعي.

اوجد القيمة الحرجة $ت_{\frac{\alpha}{٢}}$ المناظرة لمستوي ثقة ٩٥٪ باستخدام جدول التوزيع ت.

∵ ن = ٢٣

∴ درجات الحرية (ن − ١) = ٢٣ − ١

= ٢٢

∵ مستوى الثقة هو ٩٥٪

∴ ١ − α = ٠٫٩٥

α = ٠٫٠٥

$\frac{\alpha}{٢} = \frac{٠٫٠٥}{٢} = ٠٫٠٢٥$

باستخدام جدول التوزيع ت:

$ت_{\frac{\alpha}{٢}} = ت_{٠٫٠٢٥} = ٢٫٠٧٤$

حاول أن تحل (7) صفحة 23 :

اخذت عينة عشوائية بسيطة حجمها ن = ٢٠ من مجتمع طبيعي.

اوجد القيمة الحرجة $ت_{\frac{\alpha}{٢}}$ المناظرة لمستوي ثقة ٩٥٪ باستخدام جدول التوزيع ت.

∵ ن = ٢٠

∴ درجات الحرية (ن − ١) = ٢٠ − ١

= ١٩

∵ مستوى الثقة هو ٩٥٪

∴ ١ − α = ٠٫٩٥

α = ٠٫٠٥

$\frac{\alpha}{٢} = \frac{٠٫٠٥}{٢} = ٠٫٠٢٥$

باستخدام جدول التوزيع ت:

$ت_{\frac{\alpha}{٢}} = ت_{٠٫٠٢٥} = ٢٫٠٩٣$

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي μ

إذا كانت σ^2 غير معلومة، ن $\geq$ ٣٠

١ نوجد درجات الحرية (ن − ١).

٢ نوجد القيمة الحرجة $ت_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لدرجة ثقة ٩٥٪ من جدول توزيع ت.

٣ نوجد هامش الخطأ هـ = $ت_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

٤ نوجد فترة الثقة ($\overline{س}$ − هـ ، $\overline{س}$ + هـ).

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	....		

H.L.

مثال (8) صفحة 25 :

اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها ن = ٢٥ ، فاذا كان الانحراف المعياري للعينة (ع) يساوي ١٠ ومتوسطها الحسابي $\bar{س}$ = ١٥ . استخدم مستوى الثقة ٩٥٪ . لإيجاد:

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

(١) ∵ σ غير معلومة ، ن < ٣٠

∴ نستخدم توزيع ت

∵ ن = ٢٥

∴ درجات الحرية (ن − ١) = ٢٥ − ١

= ٢٤

∵ مستوى الثقة ٩٥٪

∴ ١ − α = ٠,٩٥

α = ٠,٠٥

$\frac{\alpha}{2}$ = $\frac{٠,٠٥}{٢}$ = ٠,٠٢٥

باستخدام جدول توزيع ت:

$ت_{\frac{\alpha}{2}} = ت_{٠,٠٢٥}$ = ٢,٠٦٤

هامش الخطأ هـ = $ت_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

= ٢,٠٦٤ × $\frac{١٠}{\sqrt{٢٥}}$

= ٤,١٢٨

(٢) فترة الثقة = ($\bar{س}$ − هـ ، $\bar{س}$ + هـ)

= (١٥ − ٤,١٢٨ ، ١٥ + ٤,١٢٨)

= (١٠,٨٧٢ ، ١٩,١٢٨)

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	H.L.		

حاول أن تحل (8) : صفحة 25

اوجد فترة ثقة ٩٥٪ للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ. علما ان العينة اخذت من مجتمع طبيعي ،

اذا كان لدينا $\overline{س} = ٨,٤$ ، ع = ٢,٣ ، ن = ١٣.

∵ σ غير معلومة ، ن < ٣٠

∴ نستخدم توزيع ت

∵ ن = ١٣

∴ درجات الحرية (ن − ١) = ١٣ − ١

= ١٢

∵ مستوى الثقة ٩٥٪

∴ ١ − α = ٠,٩٥

α = ٠,٠٥

$\frac{\alpha}{2} = \frac{٠,٠٥}{٢} = ٠,٠٢٥$

باستخدام جدول توزيع ت :

$ت_{\frac{\alpha}{2}} = ت_{٠,٠٢٥} = ٢,١٧٩$

هامش الخطأ هـ = $ت_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

$= ٢,١٧٩ \times \frac{٢,٣}{\sqrt{١٣}}$

= ١,٣٩

فترة الثقة هي $(\overline{س} - هـ ، \overline{س} + هـ)$

= (٨,٤ − ١,٣٩ ، ٨,٤ + ١,٣٩)

= (٧,٠١ ، ٩,٧٩)

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	H.L.		

مثال (9) : صفحة 26

اخذت عينة عشوائية حجمها ن = ٦٠ ، فاذا كان الانحراف المعياري للعينة (ع) يساوي ١٨ ، ومتوسطها الحسابي $\overline{س}$ = ٣٦ . استخدم مستوى ثقة ٩٥٪ . لإيجاد:

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

① ∵ σ غير معلومة ، ن > ٣٠

∴ القيمة الحرجة ع$_{\frac{\alpha}{2}}$ = ١,٩٦

∵ ن = ٦٠ ، ع = ١٨ ، $\overline{س}$ = ٣٦

∴ هامش الخطأ هـ = ع$_{\frac{\alpha}{2}}$ × $\frac{ع}{\sqrt{ن}}$

= ١,٩٦ × $\frac{١٨}{\sqrt{٦٠}}$

= ٤,٥٥٤٦

② فترة الثقة هي ($\overline{س}$ − هـ ، $\overline{س}$ + هـ)

= (٣٦ − ٤,٥٥٤٦ ، ٣٦ + ٤,٥٥٤٦)

= (٣١,٤٤٥٤ ، ٤٠,٥٥٤٦)

الـيـوم	الـتـاريـخ	الحصــة	الـصـف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	.... H.L.		

حاول أن تحل (9) صفحة 26 :

$\bar{س}$ ن

اخذت عينة عشوائية من ٢٠ نبتة لدراسة نموها . فإذا كان متوسط النمو = ٣٦ سم ، خلال عام والانحراف المعياري للعينة ٤,٦ سم ، استخدم مستوى ثقة ٩٥٪ لإيجاد:

ع

١) اوجد هامش الخطأ.

٢) اوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي μ.

① ∵ σ غير معلومة ، ن ≥ ٣٠

∴ نستخدم توزيع ت .

∵ ن = ٢٠

∴ درجات الحرية (ن − ١) = ٢٠ − ١

= ١٩

∵ مستوى الثقة ٩٥٪

∴ ١ − α = ٠,٩٥

α = ٠,٠٥

$\frac{\alpha}{2} = \frac{٠,٠٥}{٢} = ٠,٠٢٥$

باستخدام جدول توزيع ت :

$ت_{\frac{\alpha}{2}} = ت_{٠,٠٢٥} = ٢,٠٩٣$

هامش الخطأ هـ = $ت_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{ع}{\sqrt{ن}}$

$= ٢,٠٩٣ \times \frac{٤,٦}{\sqrt{٢٠}}$

$= ٢,١٥٢٨$

② فترة الثقة = $(\bar{س} - هـ \text{ ، } \bar{س} + هـ)$

= (٣٦ − ٢,١٥٢٨ ، ٣٦ + ٢,١٥٢٨)

= (٣٣,٨٤٧٢ ، ٣٨,١٥٢٨)

اختبارات الفروض الاحصائية

تعريف الفرض الإحصائي:

هو ادعاء معين مبنى على حيثيات معقولة حول معلمة من معالم المجتمع مثل المتوسط الحسابي μ أو الانحراف المعياري σ .

تعريف المقياس الاحصائي:

هو قيمة وحيدة محسوبة من العينة تحت شروط معينة.

تعريف اختبارات الفروض الاحصائية (اختبار المعنوية):

هي طريقة معيارية لاختبار ادعاء ما حول معلمة من معالم المجتمع.

فرض العدم والفرض البديل

فرض العدم (ف.) : يفيد بأن قيمة معلمة المجتمع (مثال المتوسط الحسابي μ) تساوي قيمة مزعومة نختبر فرض العدم مباشرة أي نفترض بأنه صحيح ونتوصل إلى خلاصة برفض أو عدم رفض **(ف.)**

الفرض البديل (ف١) : يفيد بأن للمعلمة قيمة تختلف نوعاً ما عن فرض العدم **(ف.)**.

يضم الشكل الرمزي للفرض البديل أحد هذه الرموز : $<$ أو $>$ أو $\neq$.

وستقتصر دراستنا على الحالة $\neq$. فمثلاً : ف. : $\mu = ٩٨,٦$, ف١ : $\mu \neq ٩٨,٦$.

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
١٢د /		/ / ٢٠٢٢م	....
....			الموضوع

الخطوات المتبعة لإجراء اختبار الفروض الإحصائية:

١ صياغة الفروض الإحصائية (فرض العدم $ف_٠$ والفرض البديل $ف_١$).

٢ التحقق من الانحراف المعياري للمجتمع σ (معلوم أم غير معلوم) وتحديد حجم العينة (ن) ومن ثم إيجاد المقياس الإحصائي للاختبار (ى أو ت)، (مسترشدًا بالجدول التالي):

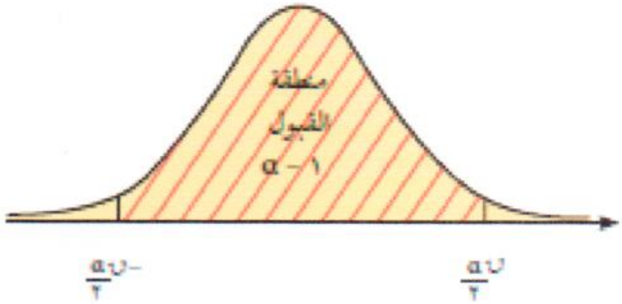
حجم العينة (ن)	المقياس الإحصائي (ى أو ت)	الانحراف المعياري (σ)
لا يشترط حجم معين للعينة	$ى = \dfrac{\overline{س} - \mu}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{ن}}}$	معلوم
ن > ٣٠	$ى = \dfrac{\overline{س} - \mu}{\dfrac{ع}{\sqrt{ن}}}$	غير معلوم (نستبدل σ بـ ع)
ن ≤ ٣٠	$ت = \dfrac{\overline{س} - \mu}{\dfrac{ع}{\sqrt{ن}}}$	

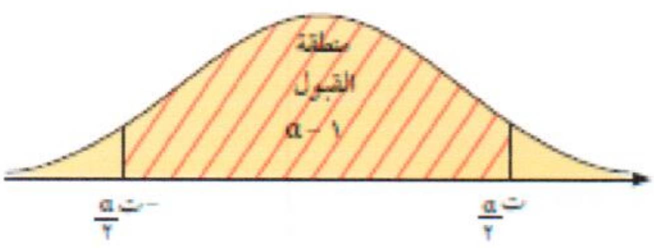
٣ تحديد مستوى المعنوية α وحساب القيمة الجدولية $ى_{\frac{\alpha}{2}}$ من جدول التوزيع الطبيعي المعياري أو القيمة الجدولية $ت_{\frac{\alpha}{2}}$ من جدول ت ذي درجات حرية.

٤ تحديد منطقة القبول: $\left(-ى_{\frac{\alpha}{2}} ، ى_{\frac{\alpha}{2}}\right)$ أو $\left(-ت_{\frac{\alpha}{2}} ، ت_{\frac{\alpha}{2}}\right)$ كما هو موضّح بالشكل.

٥ اتخاذ القرار الإحصائي (قبول فرض العدم) أو (رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل).

ملاحظة: ستقتصر دراستنا على مستوى ثقة ٩٥٪





الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
١٢د /		/ / ٢٠٢٢م	....
H.L.			الموضوع

مثال (1) صفحة29 :

تزعم شركة أن متوسط رواتب موظفيها يساوي ٤٠٠٠ دينار كويتي. إذا أخذت عينة من ٢٥ موظفاً، ووجد أن متوسط رواتب العينة هو ٣٩٥٠ ديناراً كويتياً فإذا علمت أن الانحراف المعياري للمجتمع σ = ١٢٥ ديناراً.

وضح كيفية إجراء الاختبار الاحصائي بمستوى ثقة ٩٥٪.

مسائل اختبارات الفروض الاحصائية: الحل دائماً ٥ خطوات

(١) صياغة الفروض

ف. : م = ٤٠٠٠ مقابل ف١ : م ≠ ٤٠٠٠

(٢) ∵ σ = ١٢٥ ← معلومة

∴ نستخدم المقياس الإحصائي ع : $ع = \frac{\bar{س} - م}{\frac{\sigma}{\sqrt{ن}}}$

∵ ن = ٢٥ ، $\bar{س}$ = ٣٩٥٠

∴ $ع = \frac{\bar{س} - م}{\frac{\sigma}{\sqrt{ن}}}$

$= \frac{٣٩٥٠ - ٤٠٠٠}{\frac{١٢٥}{\sqrt{٢٥}}} = -٢$

(٣) ∵ مستوى الثقة ٩٥٪

∴ α = ٠,٠٥

$\frac{\alpha}{٢} = \frac{٠,٠٥}{٢} = ٠,٠٢٥$

∴ $ع_{\frac{\alpha}{٢}} = ١,٩٦$

(٤) منطقة القبول هي (-١,٩٦ ، ١,٩٦)

(٥) ∵ -٢ ∉ (-١,٩٦ ، ١,٩٦)

∴ القرار: رفض فرض العدم م = ٤٠٠٠ ، وقبول الفرض البديل م ≠ ٤٠٠٠

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
١٢د /		/ / ٢٠٢٢م	....
....			الموضوع

H.L.

حاول أن تحل (1) صفحة 29 :

يزعم صانع إطارات أن متوسط عمر الإطارات التي يصنعها μ = ٢٥٠٠٠ كم ، إذا اخذت عينة عشوائية من ١٥ اطاراً وأظهرت ان متوسطها الحسابي $\overline{س}$ = ٢٧٠٠٠ كم. إذا علمت أن الانحراف المعياري للمجتمع σ = ٥٠٠٠ كم .

فوضح كيفية إجراء الاختبار الاحصائي بمستوى ثقة ٩٥٪.

① صياغة الفرض

ف٠ : م = ٢٥٠٠٠ مقابل ف١ : م ≠ ٢٥٠٠٠

② ∵ ح = ٥٠٠٠ (معلومة)

∴ نستخدم المقياس الإحصائي م

ن = ١٥ ، $\overline{س}$ = ٢٧٠٠٠

$$\therefore\ م = \frac{\overline{س} - \mu}{\frac{ح}{\sqrt{ن}}}$$

$$= \frac{٢٧٠٠٠ - ٢٥٠٠٠}{\frac{٥٠٠٠}{\sqrt{١٥}}} = ١,٥٤٩$$

③ ∵ مستوى الثقة ٩٥٪

∴ a = ٠,٠٥

$$\frac{a}{٢} = \frac{٠,٠٥}{٢} = ٠,٠٢٥$$

$$\therefore\ م_{\frac{a}{٢}} = ١,٩٦$$

④ منطقة القبول هي (−١,٩٦ ، ١,٩٦)

⑤ ∵ ١,٥٤٩ ∈ (−١,٩٦ ، ١,٩٦)

∴ القرار : نقبل فرض العدم م = ٢٥٠٠٠

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	.... H.L.		

مثال (2) : صفحة30

بينت الدراسة أن قوة تحمل أسلاك معدنية لها متوسط حسابي $\mu = ١٨٠٠$ كجم مع انحراف معياري $\sigma = ١٥٠$ كجم.

ويؤكد الأخصائيون في المصنع المنتج لهذه الأسلاك أن بإمكانهم زيادة قوة تحمل هذه الأسلاك، وتأكيداً على ذلك تم اختبار عينة من ٤٠ سلكاً ، فتبين أن متوسط تحمل هذه الأسلاك يساوي ١٨٤٠ كجم.

هل يمكن قبول مثل هذا الفرض بمستوى معنوية $\alpha = ٠,٠٥$ ؟

① صياغة الفروض :

ف٠ : م = ١٨٠٠ مقابل ف١ : م ≠ ١٨٠٠

② ∵ σ = ١٥٠ (معلومة)

∴ نستخدم المقياس الإحصائي ع

ن = ٤٠ ، $\bar{س}$ = ١٨٤٠

$$ع = \frac{\bar{س} - م}{\frac{σ}{\sqrt{ن}}}$$

$$= \frac{١٨٤٠ - ١٨٠٠}{\frac{١٥٠}{\sqrt{٤٠}}} = ١,٦٨٦٥$$

③ ∵ α = ٠,٠٥

∴ $\frac{α}{٢} = \frac{٠,٠٥}{٢} = ٠,٠٢٥$

∴ $ع_{\frac{α}{٢}} = ١,٩٦$

④ منطقة القبول هي (-١,٩٦ ، ١,٩٦)

⑤ ∵ ١,٦٨٦٥ ∈ (-١,٩٦ ، ١,٩٦)

∴ القرار : قبول فرض العدم م = ١٨٠٠

الـيـوم	الـتـاريـخ	الحصــة	الـصـف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	....		

حاول أن تحل (2) : صفحة 30

ن

متوسط العمر لعينة من ١٥٠ مصباحاً كهربائياً مصنعة في أحد المصانع هو $\overline{س}$ = ١٥٨٠ ساعة ، بانحراف معياري σ = ١٥٠ ساعة ، يقول صاحب المصنع أن متوسط العمر μ = ١٦٢٠ ساعة.

اختبر الفرض μ = ١٦٢٠ ساعة مقابل الفرض $\mu \neq$ ١٦٢٠ ساعة. باختيار بمستوى معنوية α = ٠,٠٥ ؟

① صياغة الفروض

ف٠ : م = ١٦٢٠ مقابل ف١ : م ≠ ١٦٢٠

② ∵ ع = ١٥٠ (معلومة)

∴ نستخدم المقياس الإحصائي ه

ن = ١٥٠ ، $\overline{س}$ = ١٥٨٠

$$ه = \frac{\overline{س} - م}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}} = \frac{١٥٨٠ - ١٦٢٠}{\frac{١٥٠}{\sqrt{١٥٠}}} = -٣,٢٦٦$$

③ ∵ α = ٠,٠٥

∴ $\frac{\alpha}{٢} = \frac{٠,٠٥}{٢}$ = ٠,٠٢٥

∴ $ه_{\frac{\alpha}{٢}}$ = ١,٩٦

④ منطقة القبول هي (-١,٩٦ ، ١,٩٦)

⑤ ∵ -٣,٢٦٦ ∉ (-١,٩٦ ، ١,٩٦)

∴ القرار رفض فرض العدم م = ١٦٢٠

وقبول الفرض البديل م ≠ ١٦٢٠

ملاحظة

إعداد الأستاذ: محمود حامد العلو

حاول أن تحل (2)
ص ٣٠

البيانات كالتالي: ن = ١٥٠ ، $\bar{\text{س}}$ = ١٥٨٠ ، $\boxed{\sigma = ١٢٥}$

الحل:

① صياغة الفروض:

ف₀ : م = ١٦٢٠ مقابل ف₁ : م ≠ ١٦٢٠

② ∵ σ = ١٢٥ (معلومة)

∴ نستخدم المقياس الإحصائي ى

ن = ١٥٠ ، $\bar{\text{س}}$ = ١٥٨٠

$$\text{ى} = \frac{\bar{\text{س}} - \text{م}}{\frac{\sigma}{\sqrt{\text{ن}}}}$$

$$= \frac{١٥٨٠ - ١٦٢٠}{\frac{١٢٥}{\sqrt{١٥٠}}} = -٣,٩١٩٢$$

③ ∵ α = ٠,٠٥

∴ $\frac{\alpha}{٢} = \frac{٠,٠٥}{٢} = ٠,٠٢٥$

∴ $\text{ى}_{\frac{\alpha}{٢}} = ١,٩٦$

④ منطقة القبول هي (−١,٩٦ ، ١,٩٦)

⑤ ∵ −٣,٩١٩٢ ∉ (−١,٩٦ ، ١,٩٦)

∴ القرار هو: رفض فرض العدم م = ١٦٢٠

وقبول الفرض البديل م ≠ ١٦٢٠

مثال (3) صفحة 31 :

إذا كانت ن = ٨٠ ، $\bar{س}$ = ٣٧,٢ ، ع = ١,٧٩ .

اختبر الفرض بأن μ = ٣٧ عند مستوى معنوية α = ٠,٠٥

① صياغة الفروض :
ف. : μ = ٣٧ مقابل ف١ : $\mu \neq$ ٣٧

② ∵ ح غير معلومة ، ن > ٣٠
∴ نستخدم المقياس الإحصائي م
ن = ٨٠ ، $\bar{س}$ = ٣٧,٢ ، ع = ١,٧٩

$$\therefore م = \frac{\bar{س} - \mu}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}}$$

$$= \frac{٣٧,٢ - ٣٧}{\frac{١,٧٩}{\sqrt{٨٠}}} = ٠,٩٩٩$$

③ ∵ α = ٠,٠٥
∴ $\frac{\alpha}{٢} = \frac{٠,٠٥}{٢}$ = ٠,٠٢٥
∴ $م_{\frac{\alpha}{٢}}$ = ١,٩٦

④ منطقة القبول هي (-١,٩٦ ، ١,٩٦)

⑤ ∵ ٠,٩٩٩ $\in$ (-١,٩٦ ، ١,٩٦)
∴ القرار هو قبول فرض العدم μ = ٣٧

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
....	/ / ٢٠٢٢م		١٢د /
الموضوع	.... H.L.		

حاول أن تحل (3) صفحة 31 :

متوسط العمر لعينة من ١٠٠ مصباح كهربائي مصنعة في أحد المصانع هو $\overline{س}$ = ١٥٧٠ ساعة ، بانحراف معياري ع = ١٢٠ ساعة ، يقول صاحب المصنع أن متوسط العمر μ = ١٦٠٠ ساعة للمصابيح المصنعة في المصنع.

اختبر صحة الفرض μ = ١٦٠٠ ساعة مقابل الفرض $\mu \neq$ ١٦٢٠ ساعة. وباختيار بمستوى معنوية α = ٠,٠٥ ؟

١) صياغة الفروض :

ف٠ : μ = ١٦٢٠ مقابل ف١ : $\mu \neq$ ١٦٢٠

٢) ∵ σ غير معلومة ، ن > ٣٠

∴ نستخدم المقياس الإحصائي ص

ن = ١٠٠ ، $\overline{س}$ = ١٥٧٠ ، ع = ١٢٠

$$ص = \frac{\overline{س} - \mu}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}}$$

$$= \frac{١٥٧٠ - ١٦٢٠}{\frac{١٢٠}{\sqrt{١٠٠}}} = -٤,١٦٦٦$$

٣) ∵ α = ٠,٠٥

∴ $\frac{\alpha}{٢} = \frac{٠,٠٥}{٢}$ = ٠,٠٢٥

∴ $ص_{\frac{\alpha}{٢}}$ = ١,٩٦

٤) منطقة القبول هي (-١,٩٦ ، ١,٩٦)

٥) ∵ -٤,١٦٦٦ $\notin$ (-١,٩٦ ، ١,٩٦)

∴ القرار هو: رفض فرض العدم μ = ١٦٢٠

وقبول الفرض البديل $\mu \neq$ ١٦٢٠

ملاحظة

إعداد الأستاذ: محمود حامد العلو

H.L.

حاول أن تحل (٣) ، ص٣١

البيانات كالتالي :

ن = ١٠٠ ، $\bar{س}$ = ١٥٧٠ ، ع = ١٢٠ ، م = ١٦٠٠

الحل :-

① صياغة الفرض :

ف. : م = ١٦٠٠ مقابل ف١ : م ≠ ١٦٠٠

② ∵ σ غير معلومة ، ن > ٣٠

∴ نستخدم المقياس الإحصائي هـ

ن = ١٠٠ ، $\bar{س}$ = ١٥٧٠ ، ع = ١٢٠

$$هـ = \frac{\bar{س} - م}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}}$$

$$= \frac{١٥٧٠ - ١٦٠٠}{\frac{١٢٠}{\sqrt{١٠٠}}} = -٢٫٥$$

③ ∵ α = ٠٫٠٥

∴ $\frac{α}{٢} = \frac{٠٫٠٥}{٢}$ = ٠٫٠٢٥

∴ $هـ_{\frac{α}{٢}}$ = ١٫٩٦

④ منطقة القبول هي (-١٫٩٦ ، ١٫٩٦)

⑤ ∵ -٢٫٥ ∉ (-١٫٩٦ ، ١٫٩٦)

∴ القرار هو : رفض فرض العدم م = ١٦٠٠

وقبول الفرض البديل م ≠ ١٦٠٠

الصف	الحصة	التاريخ	اليوم
١٢د /		/ / ٢٠٢٢م	....
H.L.			الموضوع

مثال (4) : صفحة 32

يعتقد مدير شركة دراسات احصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة يساوي ٢٩٠ ديناراً كويتياً. فإذا أخذت عينة عشوائية من ١٠ منازل تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{س}$ = ٢٨٣ ديناراً ، وانحرافها المعياري ع = ٣٢ ديناراً. فهل يمكن الاعتماد على هذه العينة لتأكيد ما افترضه ؟

استخدم مستوى ثقة ٩٥٪ (علماً بأن المجتمع يتبع توزيعاً طبيعياً).

① صياغة الفروض :

ف٠ : م = ٢٩٠ مقابل ف١ : م ≠ ٢٩٠

② ∵ σ غير معلومة ، ن < ٣٠

∴ نستخدم المقياس الإحصائي ت

∵ ن = ١٠ ، $\bar{س}$ = ٢٨٣ ، ع = ٣٢

∴ ت = $\frac{\bar{س} - م}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}}$

$= \frac{٢٨٣ - ٢٩٠}{\frac{٣٢}{\sqrt{١٠}}} = -٠٫٦٩١٧$

③ ∵ مستوى الثقة ٩٥٪ درجات الحرية (ن - ١) = ١٠ - ١ = ٩

∴ α = ٠٫٠٥

$\frac{α}{٢} = \frac{٠٫٠٥}{٢} = ٠٫٠٢٥$

∴ ت$_{\frac{α}{٢}}$ = ٢٫٢٦٢ من جدول توزيع ت

④ منطقة القبول هي (-٢٫٢٦٢ ، ٢٫٢٦٢)

⑤ ∵ -٠٫٦٩١٧ ∈ (-٢٫٢٦٢ ، ٢٫٢٦٢)

∴ القرار هو قبول فرض العدم م = ٢٩٠

∴ يمكن الاعتماد على هذه العينة .

H.L.

حاول أن تحل (4) صفحة 32 :

في المثال (٤) ، إذا أجريت دراسة إحصائية أخرى على المدينة ذاتها وتبين من خلالها أن الحسابي $\overline{س}$ = ٢٩٦، ع = ٥.
لعينة من ١٠ منازل مع استخدام درجة الثقة نفسها. فهل يبقى افتراض المدير عند الشركة صحيحاً أم لا؟ وضح اجابتك.

① صياغة الفروض:
ف.: م = ٢٩٠ مقابل ف١ : م ≠ ٢٩٠

② ∵ σ غير معلومة ، ن < ٣٠
∴ نستخدم المقياس الإحصائي ت
∵ ن = ١٠ ، $\overline{س}$ = ٢٩٦ ، ع = ٥

$$ت = \frac{\overline{س} - م}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}}$$

$$= \frac{٢٩٦ - ٢٩٠}{\frac{٥}{\sqrt{١٠}}} = ٣,٧٩٤٧$$

③ ∵ مستوى الثقة ٩٥٪ درجات الحرية (ن - ١) = ١٠ - ١ = ٩
∴ α = ٠,٠٥
$\frac{α}{٢} = \frac{٠,٠٥}{٢} = ٠,٠٢٥$
∴ $ت_{\frac{α}{٢}}$ = ٢,٢٦٢

④ منطقة القبول هي (-٢,٢٦٢ ، ٢,٢٦٢)

⑤ ∵ ٣,٧٩٤٧ ∉ (-٢,٢٦٢ ، ٢,٢٦٢)

∴ القرار هو رفض فرض العدم م = ٢٩٠ وقبول الفرض البديل م ≠ ٢٩٠
∴ افتراض المدير عند الشركة غير صحيح .