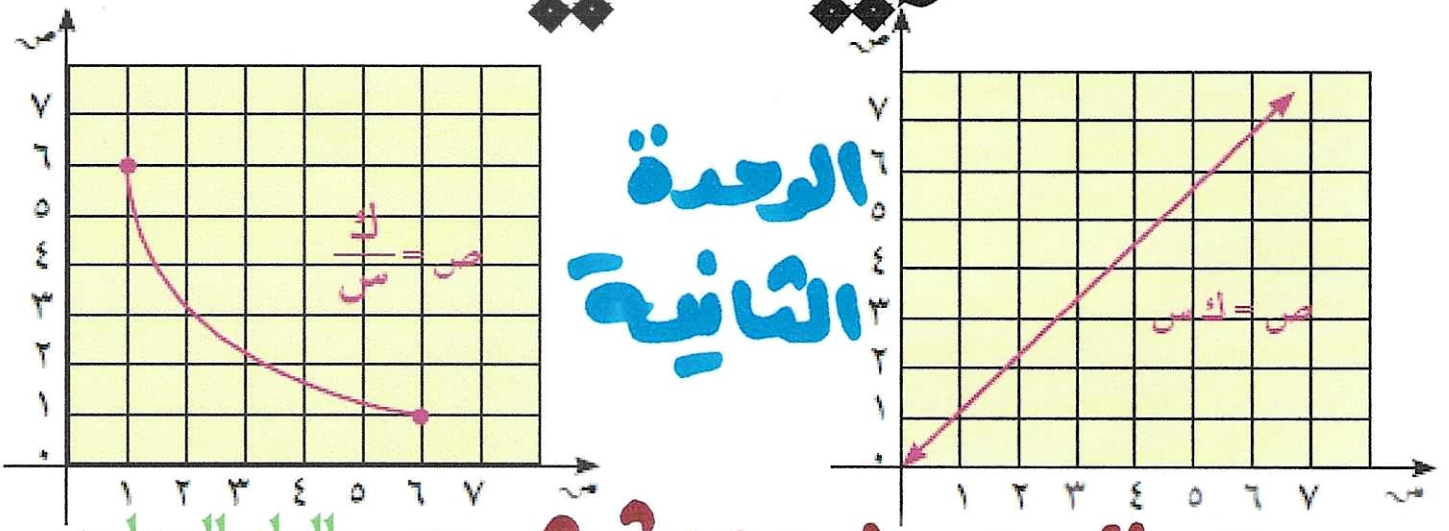
الصف العاشر

أمثلة الكتاب وحاول أن تحل

الرياضيات



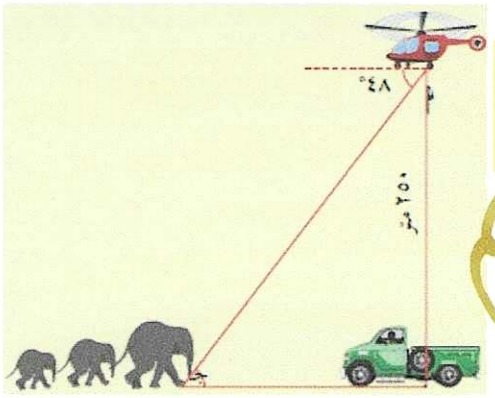
الوحدة الثانية

وحدة حساب المثلثات

العام الدراسي

الفصل الدراسي الأول

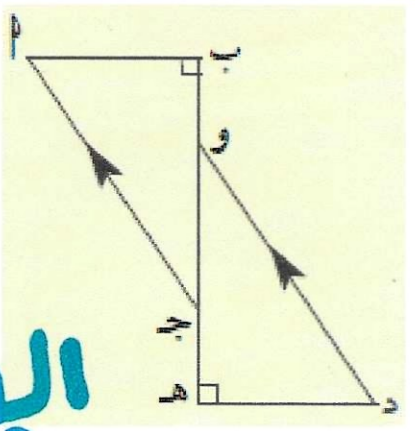
٢٠٢٢ \ ٢٠٢٣ م



$$\text{س}^\circ = \text{هـ}^د \times \frac{180^\circ}{\pi} \qquad \text{هـ}^د = \text{س}^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$$

إعداد رئيس القسم:

أ. محمود حامد العلو



الإجابات:

هالة نبيل

أسم الطالب: ..... ، الصف: ١٠ / .....

٢٠٢٣ - ٢٠٢٤

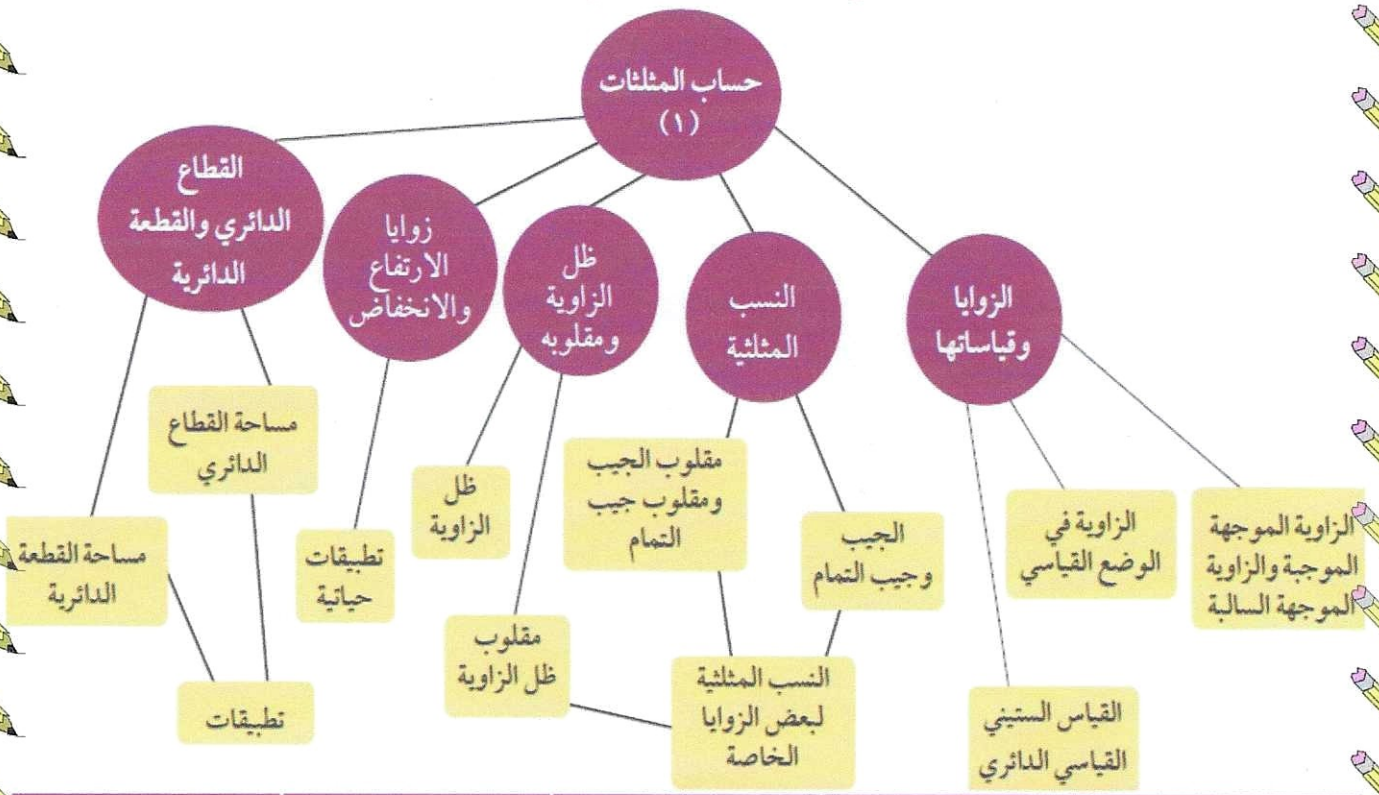
الكتاب الاول

"مادة الرياضيات"

الوحدة الثانية

وحدة حساب المثلثات

Trigonometry



الزوايا وقياساتها	النسب المثلثية: الجيب وجيب التمام ومقلوباتهما	ظل الزاوية ومقلوبه	النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة	حل المثلث القائم الزاوية
٢-١	٢-٢	٢-٣	٢-٤	٢-٥

زوايا الارتفاع والانخفاض	القطاع الدائري والقطعة الدائرية
٢-٦	٢-٧

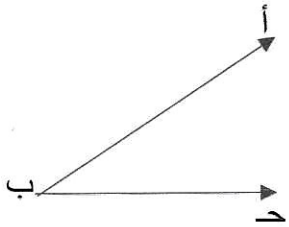
رئيس القسم: محمود حامد العلو

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

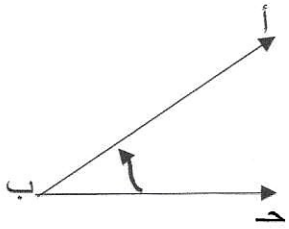
الوحدة الثانية (حساب المثلثات)

(٢ - ١) الزوايا وقياساتها

الزاوية : هي اتحاد شعاعين لهما نقطة بدء مشتركة .

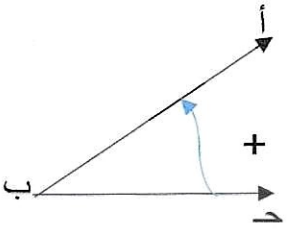


إذا ثبتنا أحد هذين الشعاعين ب حـ ، وسمحنا للشعاع الآخر ب أ الدوران حول الرأس ب فإنه في كل وضع من أوضاعه يكون مع الشعاع ب حـ زاوية " تسمى زاوية موجهة "



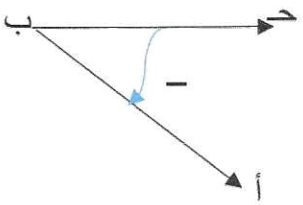
ونسمى ب حـ ضلع ابتدائي ، ب أ ضلع نهائي .

وتسمى (حـ $\hat{ب}$ أ) أو (أ $\hat{ب}$ حـ) زاوية موجهة



وقد اتفق على أن قياس الزاوية الموجهة يكون موجب

إذا كان الدوران في اتجاه يتضاد مع حركة عقربي الساعة .



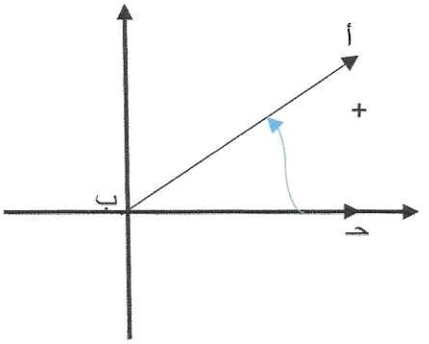
وقد اتفق على أن قياس الزاوية الموجهة يكون سالب

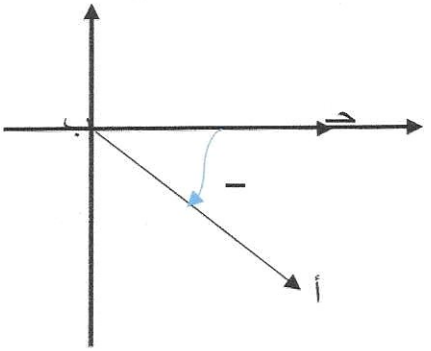
إذا كان الدوران في اتجاه حركة عقربي الساعة .

" الزاوية الموجهة في الوضع القياسي "

هي زاوية موجهه :

رأسها نقطة الأصل وضلعها الابتدائي منطبق على الجزء الموجب من المحور السيني .





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W

القياس الستيني (الدرجة)

مثال (١) : صفحة ٦٣ .

أوجد $\frac{٧}{٨}$ الزاوية القائمة بالقياس الستيني (بالدرجات والدقائق) .

$\frac{٧}{٨}$ الزاوية القائمة $= \frac{٧}{٨} \times ٩٠^\circ = (٧٨\frac{٣}{٤})^\circ$

الدقائق $= \frac{٣}{٤} \times ٦٠' = ٤٥'$

$\therefore \frac{٧}{٨}$ الزاوية القائمة $= ٧٨^\circ ٤٥'$

حاول أن تحل (١) : صفحة ٦٤ .

اكتب كلاً مما يلي بالقياس الستيني .

$\frac{٧}{٣٢}$ الزاوية القائمة $= \frac{٧}{٣٢} \times ٩٠^\circ = (١٩\frac{١١}{١٦})^\circ$

الدقائق $= \frac{١١}{١٦} \times ٦٠' = (٤١\frac{١}{٤})'$

الثواني $= \frac{١}{٤} \times ٦٠'' = ١٥''$

$\therefore \frac{٧}{٣٢}$ الزاوية القائمة $= ١٩^\circ ٤١' ١٥''$

٠,٦٢٥ الزاوية القائمة $= ٠,٦٢٥ \times ٩٠^\circ = (٥٦\frac{١}{٤})^\circ$

الدقائق $= \frac{١}{٤} \times ٦٠' = ١٥'$

$\therefore$ ٠,٦٢٥ الزاوية القائمة $= ٥٦^\circ ١٥'$

مثال (٢) : صفحة ٦٤ .

أوجد $\frac{٥}{١١}$ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني (بالدرجات والدقائق والثواني) .

$\frac{٥}{١١}$ الزاوية المستقيمة $= \frac{٥}{١١} \times ١٨٠^\circ = (٨١\frac{٩}{١١})^\circ$

الدقائق $= \frac{٩}{١١} \times ٦٠' = (٤٩\frac{١}{١١})'$

الثواني $= \frac{١}{١١} \times ٦٠'' = ٥,٤٥''$

$\therefore \frac{٥}{١١}$ الزاوية المستقيمة $= ٨١^\circ ٤٩' ٥,٤٥''$

حاول أن تحل (٢) : صفحة ٦٤ .

أوجد $\frac{٣}{٧}$ الزاوية المستقيمة بالقياس الستيني (بالدرجات والدقائق والثواني) .

$\frac{٣}{٧}$ الزاوية المستقيمة $= \frac{٣}{٧} \times ١٨٠^\circ = (٧٧\frac{١}{٧})^\circ$

الدقائق $= \frac{١}{٧} \times ٦٠' = (٨\frac{٤}{٧})'$

الثواني $= \frac{٤}{٧} \times ٦٠'' = ٣٤,٢٩''$

$\therefore \frac{٣}{٧}$ الزاوية المستقيمة $= ٧٧^\circ ٨' ٣٤,٢٩''$

أمثلة مختارة من كراسة التمارين: صفحة - .

اكتب كلاً مما يلي بالقياس الستيني .

$\frac{٥}{١٦}$ الزاوية المستقيمة

$\frac{٥}{١٦}$ الزاوية المستقيمة $= \frac{٥}{١٦} \times ١٨٠^\circ = (٥٦\frac{١}{٤})^\circ$

الدقائق $= \frac{١}{٤} \times ٦٠' = ١٥'$

$\therefore \frac{٥}{١٦}$ الزاوية المستقيمة $= ٥٦^\circ ١٥'$

$\frac{٣}{١٣}$ الزاوية المستقيمة

$\frac{٣}{١٣}$ الزاوية المستقيمة $= \frac{٣}{١٣} \times ١٨٠^\circ = (٤١\frac{٧}{١٣})^\circ$

الدقائق $= \frac{٧}{١٣} \times ٦٠' = (٣٣\frac{٤}{١٣})'$

الثواني $= \frac{٤}{١٣} \times ٦٠'' = ١٨,٤٦''$

$\therefore \frac{٣}{١٣}$ الزاوية المستقيمة $= ٤١^\circ ٣٣' ١٨,٤٦''$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

القياس الدائري (الراديان)

H.W

القياس الدائري لزاوية مركزية في دائرة = طول القوس الذي تحصره هذه الزاوية / طول نصف قطر هذه الدائرة

هـ د = ل / نق

ومنها ل = نق × هـ د

تعريف الزاوية النصف قطرية:

هي زاوية مركزية في دائرة تحصر قوساً طوله يساوي طول نصف قطر هذه الدائرة وقياس الزاوية نصف القطرية يساوي ١ راديان (١ د)

مثال (٣) : صفحة ٦٥ .

ع و د زاوية مركزية في دائرة طول نصف قطرها ٤ سم . أوجد طول القوس ع د الذي تحصره هذه الزاوية إذا كان

ق (ع و د) = ($\frac{3}{4}$) د

ل = نق × هـ د

= ٤ × $\frac{3}{4}$

= ٣ سم

ق (ع و د) = (٣,١٤) د

ل = نق × هـ د

= ٤ × ٣,١٤

= ١٢,٥٦ سم

حاول أن تحل (٣) : صفحة ٦٦ .

دائرة طول نصف قطرها ٦ سم . أوجد طول القوس الذي تحصره زاوية مركزية قياسها :

(١,٢) د

ل = نق × هـ د

= ٦ × ١,٢

= ٧,٢ سم

(١,٥٧) د

ل = نق × هـ د

= ٦ × ١,٥٧

= ٩,٤٢ سم

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

العلاقة بين القياسين الدائري والستيني

H.L.

$س^\circ = هـ^د \times \frac{180^\circ}{\pi}$ ، $هـ^د = س^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$

$هـ^د$ قياس الزاوية بالراديان ، $س^\circ$ قياس الزاوية بالدرجات .

أمثلة (٤ ـ ٥ ـ ٦) : صفحة ٦٦ .

زاوية قياسها ٥ ^{د} ، أوجد القياس الستيني لهذه الزاوية لأقرب دقيقة .

$س^\circ = هـ^د \times \frac{180^\circ}{\pi}$

باستخدام الآلة الحاسبة

$= 5 \times \frac{180^\circ}{\pi} = 286,48^\circ$ ≈ $286^\circ 29'$

زاوية قياسها ٧٥ $^\circ$ ، أوجد القياس الدائري لهذه الزاوية.

$هـ^د = س^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}$

$= 75^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = 1,309$ د

أوجد القياس الستيني للزاوية $\frac{3\pi}{4}$

$س^\circ = هـ^د \times \frac{180^\circ}{\pi}$

$= \frac{3\pi}{4} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 135^\circ$

حاول أن تحل (٤ ـ ٥ ـ ٦) : صفحة ٦٧ .

أوجد بدلالة π القياس الدائري للزوايا التي قياساتها :

٤٥ $^\circ$ ، ٣٠٠ $^\circ$ ، ٢٢٥ $^\circ$ ، ١٥٠ $^\circ$

٤٥ $^\circ$	٣٠٠ $^\circ$	٢٢٥ $^\circ$	١٥٠ $^\circ$
$هـ^د = \frac{\pi}{180^\circ} \times س^\circ$	$هـ^د = \frac{\pi}{180^\circ} \times س^\circ$	$هـ^د = \frac{\pi}{180^\circ} \times س^\circ$	$هـ^د = \frac{\pi}{180^\circ} \times س^\circ$
$= \frac{\pi}{180^\circ} \times 45^\circ$	$= \frac{\pi}{180^\circ} \times 300^\circ$	$= \frac{\pi}{180^\circ} \times 225^\circ$	$= \frac{\pi}{180^\circ} \times 150^\circ$
$= \frac{\pi}{4}$ أو	$= \frac{5\pi}{3}$ أو	$= \frac{5\pi}{4}$ أو	$= \frac{5\pi}{6}$ أو
$= \frac{1}{4}\pi$	$= \frac{5}{3}\pi$	$= \frac{5}{4}\pi$	$= \frac{5}{6}\pi$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

الزاوية الربعية :

هي زاوية موجهة في الوضع القياسي ينطبق ضلعها النهائي على أحد محوري الإحداثيات .

٠° ، ٩٠° ، ١٨٠° ، ٢٧٠° ، ٣٦٠° ، -٩٠° ، -١٨٠° ، -٢٧٠° ، -٣٦٠° .

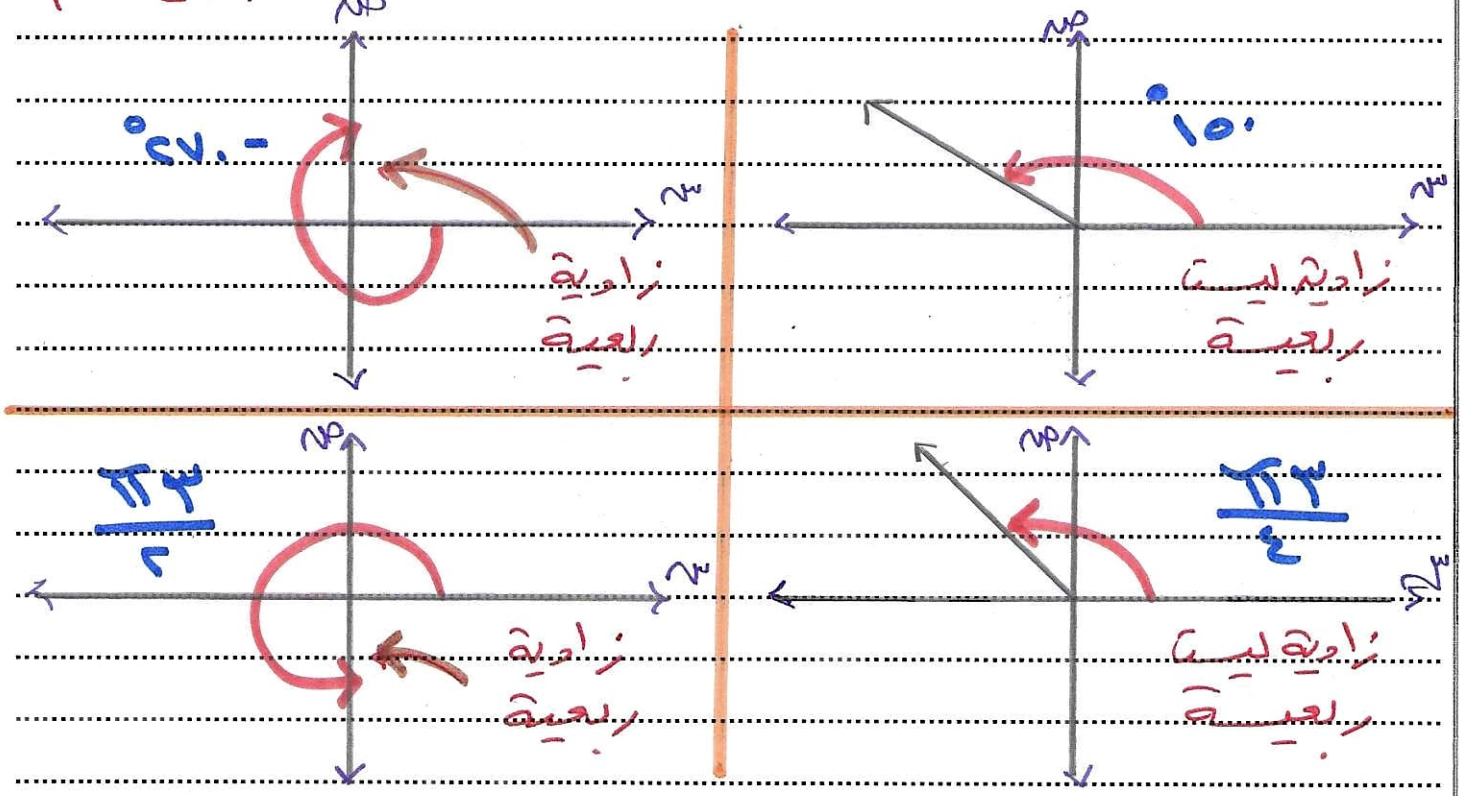
H.L.

قياس الزاوية موجبة ← عكس عقارب الساعة
قياس الزاوية سالبة ← مع عقارب الساعة

مثال (٧) : صفحة ٦٧ .

ارسم كلاً من الزوايا الموجهة التالية في الوضع القياسي ، ثم حدد الزوايا الربعية .

١٥٠° ، -٢٧٠° ، $\frac{\pi ٣}{٤}$ ، $\frac{\pi ٣}{٢}$



حاول أن تحل (٧) : صفحة ٦٧ .

حدد الزوايا الربعية : ٢٥٠° ، ٣٣٠° ، $\frac{\pi ٥}{٧}$ ، $-\frac{\pi}{٢}$ ، π .

٢٥٠° ، ٣٣٠° ، $\frac{٣٥\pi}{٧}$ ← زوايا ليست ربعية

$-\frac{\pi}{٢}$ ، π ← زوايا ربعية

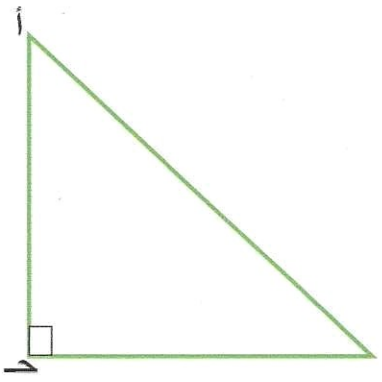
إعداد الأستاذ: محمود عامر الطو

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

(٢ - ٢) النسب المثلثية : الجيب وجيب التمام للزاوية ومقلوباتهما

جيب الزاوية sin :

في المثلث القائم الزاوية نسبة طول الضلع المقابل للزاوية الحادة الى طول الوتر .
تسمى جيب الزاوية ، ويرمز لها بالرمز جا



جيب الزاوية : جا = المقابل / الوتر

جا ب =

جيب تمام الزاوية cos :

في المثلث القائم الزاوية نسبة طول الضلع المجاور للزاوية الحادة الى طول الوتر .
تسمى جيب تمام الزاوية ، ويرمز لها بالرمز جتا

جيب تمام الزاوية : جتا = المجاور / الوتر

جتا ب =

مقلوبات الجيب وجيب التمام :

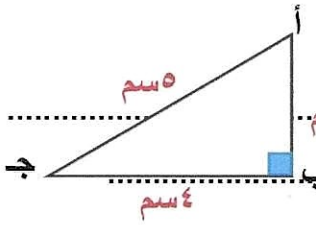
مقلوب جا أ هو قتا أ ، ومقلوب جتا أ هو قا أ

قتا أ = ١ / جا أ ، قا أ = ١ / جتا أ

قتا ب = = ، قا ب = =

مثال (*) :

في الشكل المقابل ، أوجد :



جاجـ = المقابل / الوتر = ب أ / أ جـ = ٣/٥

جتاجـ = المجاور / الوتر = ب جـ / أ جـ = ٤/٥

قا جـ = ١ / جتاجـ = ١ / ٤/٥ = ٥/٤

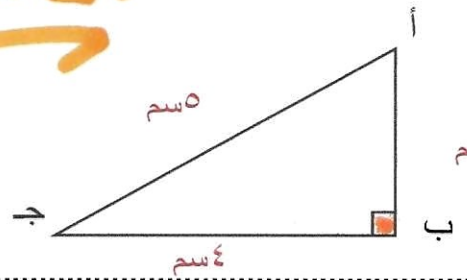
قتا جـ = ١ / جاجـ = ١ / ٣/٥ = ٥/٣

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W

مثال (١) : صفحة ٧٠ .

في الشكل المقابل :



أثبت أن المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في ب ،

ثم أوجد جا أ ، جا جـ .

$(أجـ)^2 = 5^2 = 25$

$(أب)^2 + (بجـ)^2 = 3^2 + 4^2$

$= 16 + 9 = 25$

$\therefore (أجـ)^2 = (أب)^2 + (بجـ)^2$ (عكس نظرية فيثاغورث)

$\therefore \Delta$ أ ب جـ قائم الزاوية في ب

جا أ = المقابل / الوتر

$= \frac{بجـ}{أجـ}$

$= \frac{4}{5}$

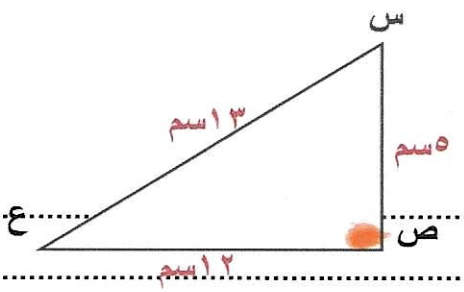
جا جـ = المقابل / الوتر

$= \frac{أب}{أجـ}$

$= \frac{3}{5}$

حاول أن تحل (١) : صفحة ٧٠ .

أثبت أن المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص ،



ثم أوجد جا س ، جا ع .

$(سع)^2 = (13)^2 = 169$

$(سص)^2 + (صع)^2 = 5^2 + (12)^2$

$= 25 + 144 = 169$

$\therefore (سع)^2 = (سص)^2 + (صع)^2$

$\therefore \Delta$ س ص ع قائم الزاوية في ص (عكس نظرية فيثاغورث)

جا س = المقابل / الوتر

$= \frac{صع}{سع}$

$= \frac{12}{13}$

جا ع = المقابل / الوتر

$= \frac{سص}{سع}$

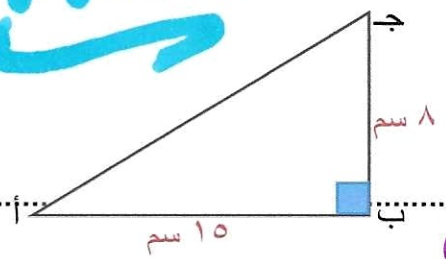
$= \frac{5}{13}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

مثال (٢) : صفحة ٧١ .

في الشكل المقابل : أ ب حـ قائم الزاوية في ب ،

أوجد كلا من : أ جـ ، جا أ ، جتا أ ، جا جـ ، جتا جـ .



ف Δ أ ب جـ :

(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} (نظرية فيثاغورث)

= (١٥)^{٢} + (٨)^{٢}

= ٢٢٥ + ٦٤

= ٢٨٩

أ جـ = $\sqrt{٢٨٩}$

= ١٧ سم

جا أ = المقابل / الوتر = ب جـ / أ جـ = ٨ / ١٧

جتا أ = المجاور / الوتر = أ ب / أ جـ = ١٥ / ١٧

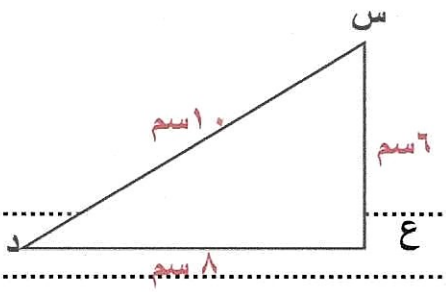
جا جـ = المقابل / الوتر = أ ب / أ جـ = ١٥ / ١٧

جتا جـ = المجاور / الوتر = ب جـ / أ جـ = ٨ / ١٧

حاول أن تحل (٢) : صفحة ٧١ .

أثبت أن المثلث س ع د قائم الزاوية في ع ،

ثم أوجد جا س ، جتا س ، جا د ، جتا د .



(س د)^{٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠

(س ع)^{٢} + (ع د)^{٢} = ٦^{٢} + ٨^{٢}

= ١٠٠

∴ (س د)^{٢} = (س ع)^{٢} + (ع د)^{٢}

∴ Δ س ع د مثلث قائم الزاوية في ع (عكس نظرية فيثاغورث)

جا س = المقابل / الوتر = د ع / د س = ٨ / ١٠ = ٤ / ٥

جتا س = المجاور / الوتر = س ع / س د = ٦ / ١٠ = ٣ / ٥

جا د = المقابل / الوتر = س ع / س د = ٦ / ١٠ = ٣ / ٥

جتا د = المجاور / الوتر = د ع / د س = ٨ / ١٠ = ٤ / ٥

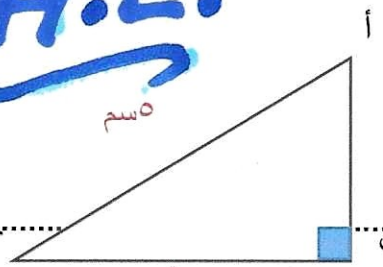
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W

مثال (٣) : صفحة ٧٢ .

في الشكل المقابل : أ ب حـ قائم الزاوية في ب ،

أوجد كلا من : جا جـ ، جتا جـ ، قا جـ ، قتا جـ .



جا جـ = المقابل / الوتر = ب أ / أ جـ = ٣ / ٥

جتا جـ = المجاور / الوتر = ب جـ / أ جـ = ٤ / ٥

قا جـ = ١ / جا جـ = ١ / ٣/٥ = ٥/٣

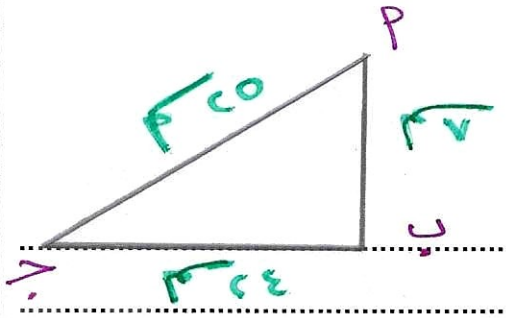
قتا جـ = ١ / جتا جـ = ١ / ٤/٥ = ٥/٤

حاول أن تحل (٣) : صفحة ٧٢ .

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٢٤ سم ، أ حـ = ٢٥ سم .

أثبت أن المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في ب

ثم أوجد النسب المثلثية للزاوية أ ومقلوباتها .



(أ جـ)^{2} = (٢٥)^{2} = ٦٢٥

(أ ب)^{2} + (ب جـ)^{2} = (٧)^{2} + (٢٤)^{2}

= ٦٢٥

∴ (أ جـ)^{2} = (أ ب)^{2} + (ب جـ)^{2}

∴ ٢٥ أ ب جـ قائم الزاوية في ب (عكس نظرية فيثاغورث)

جا أ = المقابل / الوتر = ب جـ / أ جـ = ٢٤ / ٢٥

جتا أ = المجاور / الوتر = أ ب / أ جـ = ٧ / ٢٥

قا أ = ١ / جتا أ = ١ / ٧/٢٥ = ٢٥/٧

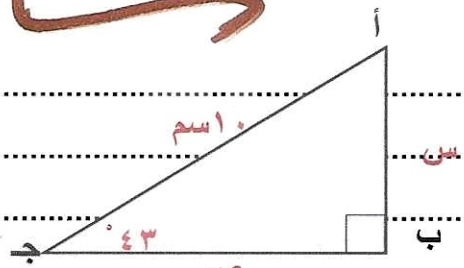
قتا أ = ١ / جا أ = ١ / ٢٤/٢٥ = ٢٥/٢٤

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W

مثال (٤) : صفحة ٧٢ .

في الشكل المجاور مثلث قائم الزاوية في ب : أوجد قيمة س ، ص



جا جـ = المقابل / الوتر

جا ٤٣° = أ ب / أ جـ

جا ٤٣° = س / ١٠

س = جا(٤٣°) × ١٠

= ٦,٨٢ سم

جتا جـ = المجاور / الوتر

جتا ٤٣° = ب جـ / أ جـ

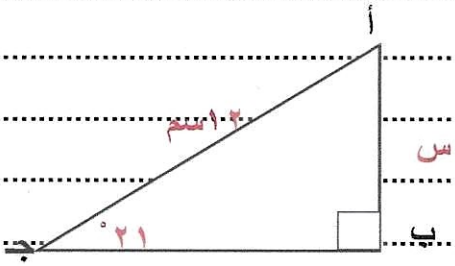
جتا ٤٣° = ص / ١٠

ص = جتا(٤٣°) × ١٠

= ٧,٣١ سم

حاول أن تحل (٤) : صفحة ٧٣ .

في الشكل المجاور مثلث قائم : أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة .



جا جـ = المقابل / الوتر

جا (٢١°) = أ ب / أ جـ

جا (٢١°) = س / ١٢

س = جا (٢١°) × ١٢

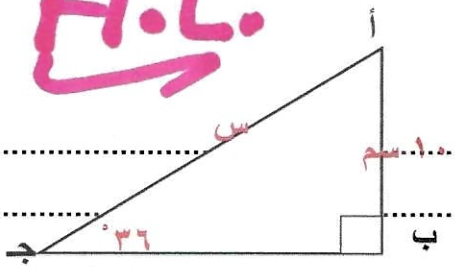
= ٤,٣ سم

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W

تابع حاول أن تحل (٤) : صفحة ٧٣ .

في الشكل المجاور مثلث قائم : أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة .



جا جـ = المقابل / الوتر

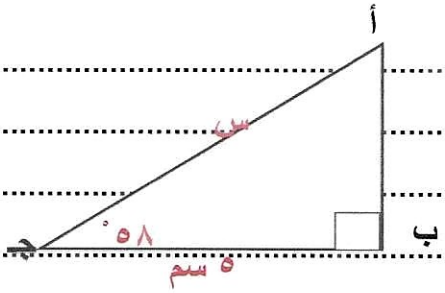
جا (٣٦°) = أ ب / أ جـ

جا (٣٦°) = ١٠ / س

س = ١٠ / جا (٣٦°)

= ١٧ سم

في الشكل المجاور مثلث قائم : أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة.



جتا جـ = المجاور / الوتر

جتا (٥٨°) = ب جـ / أ جـ

جتا (٥٨°) = ٥ / س

س = ٥ / جتا (٥٨°)

= ٩,٤ سم

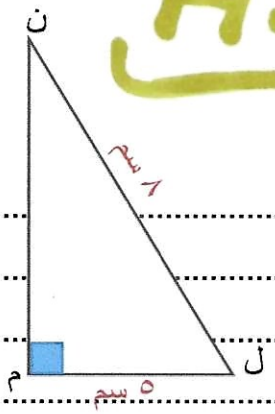
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W.

مثال (٦) : صفحة ٧٤ .

في الشكل المقابل :

احسب ق (ل) لأقرب درجة .



جتا ل = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

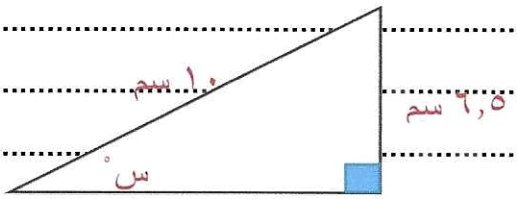
جتا ل = $\frac{\text{ل م}}{\text{ل ن}}$

جتا ل = $\frac{٥}{٨}$

∴ ق (ل) = ٥١°

حاول أن تحل (٦) : صفحة ٧٤

في الشكل المجاور : أوجد قيمة س° لأقرب درجة .



جا س° = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

جا س° = $\frac{٦٫٥}{١٠}$

جا س° = $\frac{١٣}{٢٠}$ ← أخذ جا س° = ٠٫٦٥

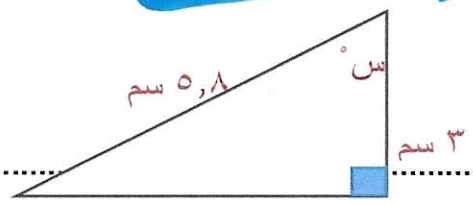
س° = ٤١°

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W.

تابع حاول أن تحل (٦) : صفحة ٧٤ .

في الشكل المجاور : أوجد قيمة س° لأقرب درجة .



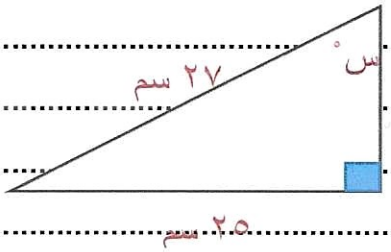
جتا س° = المجاور / الوتر

جتا س° = ٣ / ٥,٨

جتا س° = ١٥ / ٢٩

س° = ٥٩°

في الشكل المجاور : أوجد قيمة س° لأقرب درجة .



جا س° = المقابل / الوتر

جا س° = ٢٥ / ٢٧

س° = ٦٨°

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

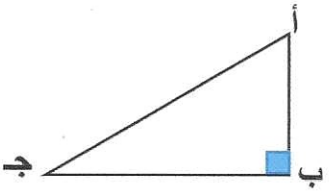
H.L.

(٢ - ٣) ظل الزاوية ومقلوبه

ظل الزاوية Tan

في المثلث القائم الزاوية نسبة طول الضلع المقابل للزاوية الحادة الى طول الضلع المجاور تسمى ظل الزاوية، ويرمز لها بالرمز ظا

ظل الزاوية : ظا = المقابل / المجاور



ظا أ = المقابل / المجاور = ب جـ / أ جـ

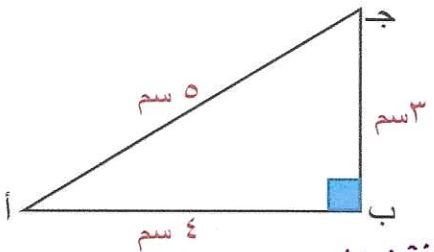
ميل المستقيم = ظل الزاوية

مقلوب ظل الزاوية يسمى ظل تمام الزاوية ويرمز له بالرمز ظتا

ظل تمام الزاوية : ظتا حـ = ١ / ظا حـ

مثال (١) : صفحة ٧٥ .

في الشكل المقابل :



أوجد ظا أ ، ظا جـ .

ظا أ = المقابل / المجاور

= ب جـ / ب أ

= ٣ / ٤

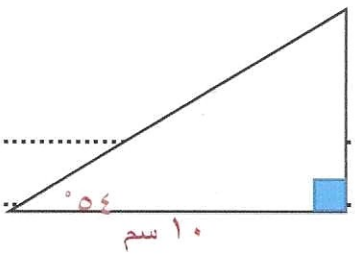
ظا جـ = المقابل / المجاور

= أ ب / ب جـ

= ٤ / ٣

حاول أن تحل (٢) : صفحة ٧٦ .

في الشكل المجاور : أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة .



ظا (٥٠°) = المقابل / المجاور

ظا (٥٤°) = س / ١٠

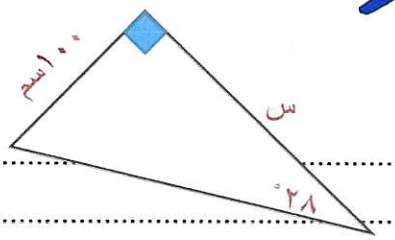
س = ١٠ × ظا (٥٤°) = ١٣,٨ تقريباً

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W.

تابع حاول أن تحل (٢) : صفحة ٧٦ .

في الشكل المجاور : أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة .



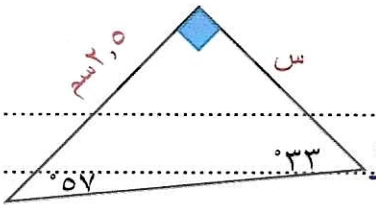
ظا (٢٨°) = المقابل / المجاور

ظا (٢٨°) = ١٠٠ / س

س = ١٠٠ / ظا (٢٨°)

= ١٨٨٫١ سم

في الشكل المجاور : أوجد قيمة س لأقرب جزء من عشرة .



ظا (٥٧°) = المقابل / المجاور

ظا (٥٧°) = س / ٢٫٥

س = ظا (٥٧°) × ٢٫٥

= ٣٫٨ سم

حل آخر

ظا (٣٣°) = المقابل / المجاور

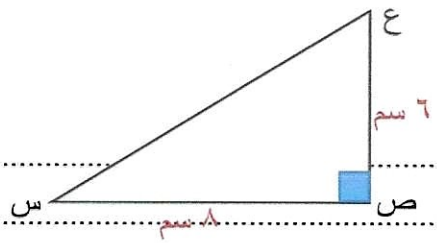
ظا (٣٣°) = ٢٫٥ / س

س = ٢٫٥ / ظا (٣٣°)

= ٣٫٨ سم

مثال (٤) : صفحة ٧٧ .

في الشكل المقابل :



احسب ق (س) .

ظا س = المقابل / المجاور

ظا س = ع ص / س ص

= ٦ / ٨ = ٣ / ٤

ق (س) = ٣٦٫٩°

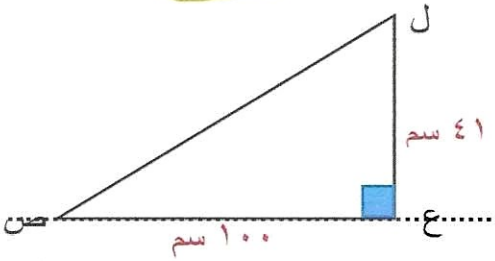
ق (ع) = ٥٣٫١°

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

حاول أن تحل (٤) : صفحة ٧٧ .

في الشكل المقابل :

احسب ق (ل) لأقرب درجة .



ظا ل = المقابل / المجاور

= ع ص / ع ل

= ١٠٠ / ٤١

∴ ق (∠ل) = ٦٨°

مثال (٥) : صفحة ٧٨ .

أحسب قياس الزاوية الحادة الموجبة θ التي يصنعها المستقيم ص = ٣/١ س + ٢ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

ظا θ = ميل المستقيم (معامل س)

بشرط : المعادلة على الصورة ص = □ س ± عدد ثابت

ظا θ = المقابل / المجاور

ظا θ = ٣/١

ظا θ = ٣

∴ ق (∠θ) = ٧١° ٣٣′ ٥٤″

حاول أن تحل (٥) : صفحة ٧٨ .

أحسب قياس الزاوية الحادة الموجبة θ التي يصنعها المستقيم ص = ١/٤ س + ٦ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

ظا ب = المقابل / المجاور

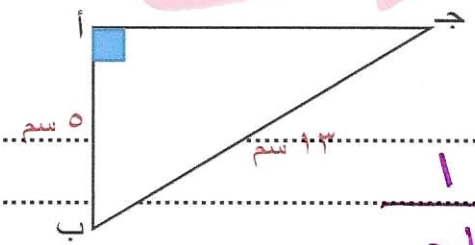
ظا ب = ١/٤

∴ ق (∠ب) = ١٤° ٢′ ١٠″

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

مثال (٦) : صفحة ٧٩ .

في الشكل المجاور : أوجد ظا جـ ، ظتا جـ .



ظا جـ = المقابل / المجاور

= ب أ / ب جـ

= ٥ / ١٣

ظتا جـ = ١ / ظا جـ

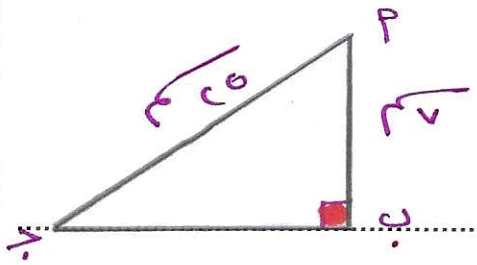
= ١ / ٥/١٣

= ١٣ / ٥

حاول أن تحل (٦) : صفحة ٧٩ .

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه : أ ب = ٧ سم ، أ حـ = ٢٥ سم .

أوجد ظا جـ وظتا جـ .



(ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢} − (أ ب)^{٢}

= (٢٥)^{٢} − ٧^{٢}

= ٦٢٥ − ٤٩

= ٥٧٦

ب جـ = $\sqrt{٥٧٦}$ = ٢٤ سم

ظا جـ = المقابل / المجاور

= ب أ / ب جـ

= ٧ / ٢٤

ظتا جـ = ١ / ظا جـ

= ١ / ٧/٢٤

= ٢٤ / ٧

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

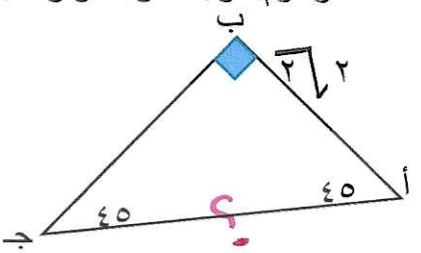
(٢ - ٤) النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة

٠ ، ٣٠ ، ٤٥ ، ٦٠ ، ٩٠ ، ١٨٠ ، ٢٧٠ ، ٣٦٠

مثال (١) : صفحة ٨٠ .

يمكن حل المسائل بأكثر من طريقة

في المثلث الرسوم: أوجد طول الوتر أ جـ



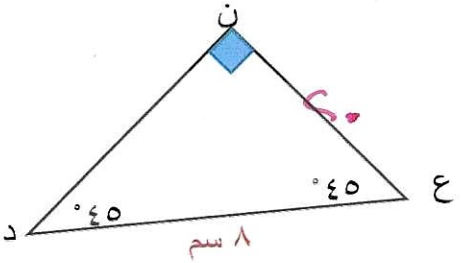
جا جـ = المقابل / الوتر

جا (٤٥°) = ب أ / أ جـ

√٢ / ٢ = √٢ ع / أ جـ

أ جـ = ٢√٢ × √٢ / √٢ = ٤ وحدة طول

في المثلث المرسوم: أوجد طول الضلع غ ن



جا د = المقابل / الوتر

جا (٤٥)° = ن غ / ع د

√٢ / ٢ = ن غ / ٨

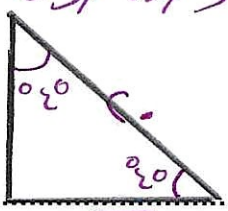
ن غ = ٨ × √٢ / √٢ = ٤√٢ وحدة طول

أو = ٥,٧ وحدة طول

حاول أن تحل (١) : صفحة ٨١ .

أ ب حـ مثلث فيه: ٤٥° ، ٤٥° ، ٩٠° أوجد طول الوتر ،

إذا كان طول أحد ضلعي الزاوية القائمة يساوي ٥ سم.



جتا (٤٥°) = المجاور / الوتر

جتا (٤٥°) = ٥ / س

√٢ / ٢ = ٥ / س

س = ٥ × ٢ / √٢

∴ طول الوتر = ٥√٢ سم

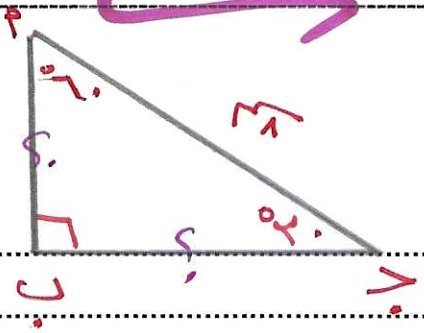
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W

مثال (٢) : صفحة ٨٢ .

أ ب حـ مثلث ثلاثيني ستيني فيه: طول الوتر = ٨ سم ،

أوجد طول كل من الضلعين أ ب ، ب جـ .



جا جـ = المقابل / الوتر

جا (٣٠°) = ب م / م جـ

١/٢ = ب م / ٨

ب م = ١ × ٨ / ٢

= ٤ سم

جا م = المقابل / الوتر

جا (٦٠°) = ب جـ / م جـ

√٣/٢ = ب جـ / ٨

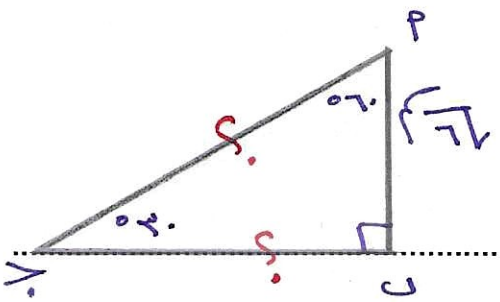
ب جـ = ٨ × √٣ / ٢

= ٤√٣ سم

حاول أن تحل (٢) : صفحة ٨٢ .

أ ب حـ مثلث ثلاثيني ستيني فيه: طول الضلع الأصغر = $\sqrt{٦}$ سم ،

فأوجد طول الضلعين الآخرين .



جا جـ = المقابل / الوتر

جا (٣٠°) = ب م / م جـ

١/٢ = √٦ / م جـ

م جـ = √٦ × ٢ = √٢٤ سم

جتا جـ = المجاور / الوتر

جتا (٣٠°) = ب جـ / م جـ

√٣/٢ = ب جـ / √٢٤

ب جـ = √٢٤ × √٣ / ٢

= √٧٢ / ٢

= √٣٦ سم

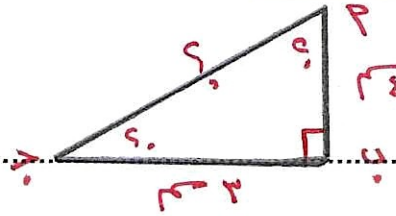
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W.

(٢ - ٥) حل المثلث قائم الزاوية

إيجاد أطوال أضلاعه الثلاثة وقياسات زواياه الثلاث .

مثال (١) : صفحة ٨٤ .



حل المثلث أ ب حـ القائم الزاوية في ب إذا علم أن : أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٣ سم .

في Δ أ ب حـ القائم الزاوية في ب :

$(أ حـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب حـ)^2$

$= 4^2 + 3^2$

$= 25$

$أ حـ = \sqrt{25} = 5$ سم

(نظرية فيثاغورث)

$جا حـ = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$= \frac{أ ب}{أ حـ}$

$= \frac{4}{5}$

∴ ق ($\hat{حـ}$) = ٥٣°

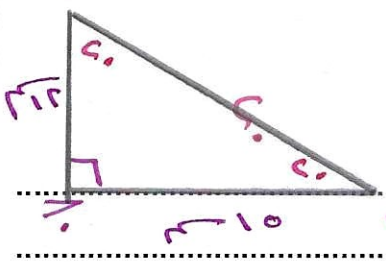
$جتا أ = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$= \frac{أ ب}{أ حـ}$

$= \frac{4}{5}$

∴ ق ($\hat{أ}$) = ٣٧°

حاول أن تحل (١) : صفحة ٨٥ .



حل المثلث أ ب حـ القائم الزاوية في حـ إذا علم أن: أ حـ = ١٢ سم ، ب حـ = ١٥ سم .

في Δ أ ب حـ القائم الزاوية في حـ :

$(أ ب)^2 = (أ حـ)^2 + (ب حـ)^2$

$= (12)^2 + (15)^2$

$= 369$

$أ ب = \sqrt{369} = 3\sqrt{41}$ سم

$جا أ = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$= \frac{ب حـ}{أ ب}$

$= \frac{15}{3\sqrt{41}}$

$= \frac{5}{\sqrt{41}}$

$= \frac{5\sqrt{41}}{41}$

∴ ق ($\hat{أ}$) = ٥١°

$جا ب = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$= \frac{أ حـ}{أ ب}$

$= \frac{12}{3\sqrt{41}}$

$= \frac{4}{\sqrt{41}}$

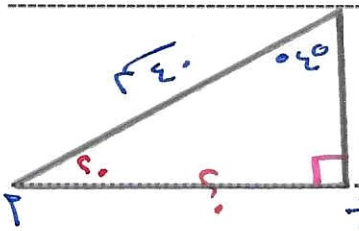
$= \frac{4\sqrt{41}}{41}$

∴ ق ($\hat{ب}$) = ٣٩°

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W

مثال (٢) : صفحة ٨٥ .



حل المثلث أ ب حـ القائم الزاوية في جـ إذا علم أن : أ ب = ٤٠ سم ، ق (ب) = ٤٥° .

في ∆ أ ب جـ القائم الزاوية في جـ :

ق (أ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°)

= ٤٥°

(مجموع قياسات زوايا ∆ = ١٨٠°)

جا أ = المقابل / الوتر

جا (٤٥°) = ب جـ / أ ب

أ جـ / ٢ = ب جـ / ٤٠

ب جـ = ٤٠ × أ جـ / ٢

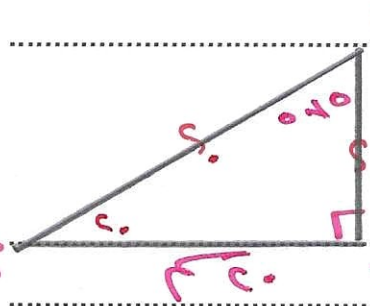
= ٢٨,٢ سم

∴ ق (ب) = ق (أ) = ٤٥°

∴ ∆ أ ب جـ متطابق الضلعين

∴ أ جـ = ب جـ = ٢٨,٢ سم

حاول أن تحل (٢) : صفحة ٨٥ .



حل المثلث أ ب حـ القائم الزاوية في جـ إذا علم أن: أ جـ = ٢٠ سم ، ق (ب) = ٧٥° .

جا ب = المقابل / الوتر

جا (٧٥°) = أ جـ / أ ب

جا (٧٥°) = ٢٠ / أ ب

أ ب = ٢٠ / جا (٧٥°)

= ٢١ سم

ق (أ) = ١٨٠° − (٩٠° + ٧٥°)

= ١٨٠° − ١٦٥°

= ١٥°

(مجموع قياسات زوايا ∆ = ١٨٠°)

(ب جـ)² = (أ ب)² − (أ جـ)²

= (٢١)² − (٢٠)²

= ٤٤١ − ٤٠٠

= ٤١

ب جـ = √٤١

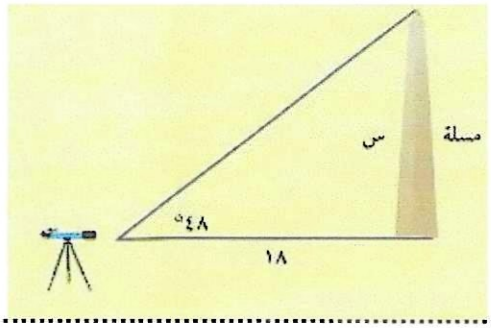
≈ ٦,٤ سم

(نظرية فيثاغورث)

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

(٢ - ٦) زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض

مثال (١) : صفحة ٨٧ .



لقياس طول إحدى المسلات قام مرشد سياحي برصد قمة المسلة من خلال جهاز للرصد، فوجد أن قياس زاوية الارتفاع ٤٨° .

إذا كان الجهاز يبعد عن قاعدة المسلة ١٨ م. فأحسب ارتفاع المسلة .

ظا (٤٨°) = المقابل / المجاور

ظا (٤٨°) = س / ١٨

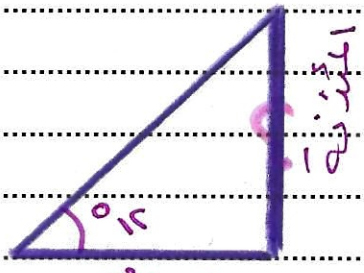
س = ١٨ × ١,١١ = ٢٠ م

∴ ارتفاع المسلة = ٢٠ م

حاول أن تحل (١) : صفحة ٨٧ .

من نقطة على سطح الأرض تبعد ١٠٠ متراً عن قاعدة مئذنة، وجد أن قياس زاوية ارتفاع المئذنة ١٢° .

أوجد ارتفاع المئذنة عن سطح الأرض .



ظا (١٢°) = المقابل / المجاور

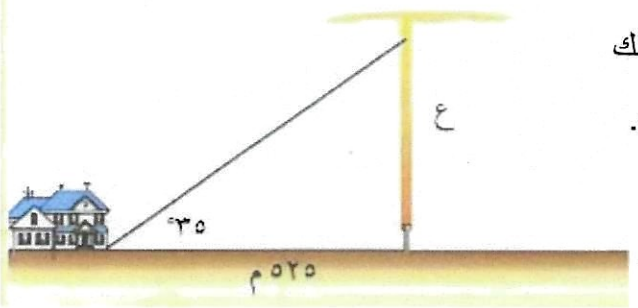
ظا (١٢°) = س / ١٠٠

س = ١٠٠ × ظا (١٢°)

س = ١٠٠ × ٠,٢١٢٥ = ٢١

∴ ارتفاع المئذنة عن سطح الأرض = ٢١ م

مثال (٢) : صفحة ٨٨ .



لمعرفة ارتفاع طبقة من الغيوم عن سطح الأرض يستخدم علماء الفلك قياس زاوية الارتفاع في اللحظة التي يصل فيها البرق الى الأرض.

أوجد القيمة التقريبية لارتفاع طبقة الغيوم عن سطح الأرض.

ظا (٣٥°) = المقابل / المجاور

ظا (٣٥°) = ع / ٥٢٥

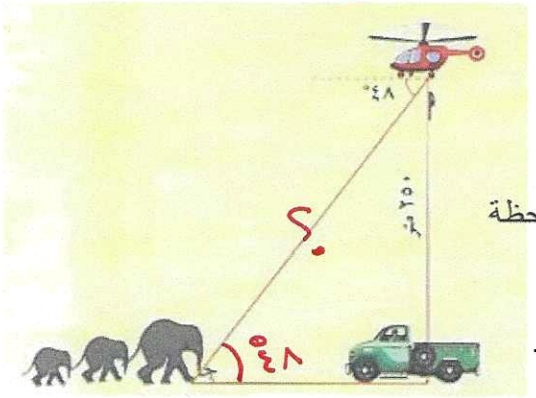
ع = ٠,٧ × ٥٢٥ = ٣٦٧,٥

ع = ظا (٣٥°) × ٥٢٥

∴ القيمة التقريبية لارتفاع طبقة الغيوم = ٣٦٧,٥ م

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

مثال (٣) : صفحة ٨٨ .



تحلق مروحية فوق محمية على ارتفاع ٢٥٠ متراً وتواكبها على الارض سيارة حرس المحمية. شاهد ربان المروحية قطيعاً من الفيلة بزاوية انخفاض قياسها ٤٨° . ما لمسافة بين المروحية والقطيع في تلك اللحظة علماً بأن السيارة مباشرة تحت المروحية

جا (٤٨°) = المقابل / الوتر

جا (٤٨°) = ٢٥٠ / س

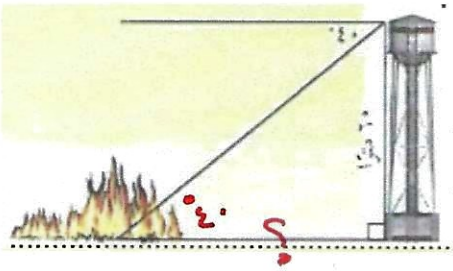
س = ٢٥٠ / جا (٤٨°)

س = ٢٥٠ / ٠٫٧٤٣ ≈ ٣٣٦٫٥

∴ المسافة بين المروحية والقطيع ≈ ٣٣٦٫٥ م

حاول أن تحل (٢) : صفحة ٨٨ .

يقف مراقب فوق برج ارتفاعه ٦٠ متراً. شاهد حريقاً بزاوية انخفاض قياسها ٤٠° .



ما المسافة بين قاعدة برج المراقبة وموقع الحريق؟

ظا (٤٠°) = المقابل / المجاور

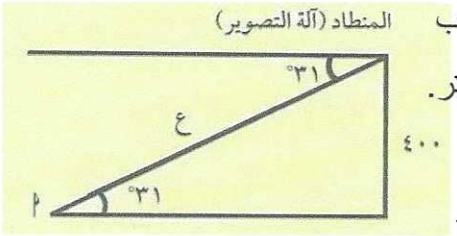
ظا (٤٠°) = ٦٠ / س

س = ٦٠ / ظا (٤٠°)

س = ٦٠ / ٠٫٨٣٩ ≈ ٧١٫٥

∴ المسافة بين قاعدة البرج وموقع الحريق = ٧١٫٥ م

حاول أن تحل (٣) : صفحة ٨٩ .



زوّد منطاد بهوائي تلفزيون لنقل مباراة كرة القدم، حيث تراقب آلة التصوير الملعب عند النقطة أ بزاوية انخفاض ٣١° يبلغ ارتفاع المنطاد عن سطح الأرض ٤٠٠ متر. ما طول خط الضوء المرسل من آلة التصوير إلى الملعب؟

جا (٣١°) = المقابل / الوتر

جا (٣١°) = ٤٠٠ / ع

ع = ٤٠٠ / جا (٣١°)

ع = ٤٠٠ / ٠٫٥١٥ ≈ ٧٧٧

∴ طول خط الضوء المرسل من آلة التصوير إلى الملعب = ٧٧٧ م

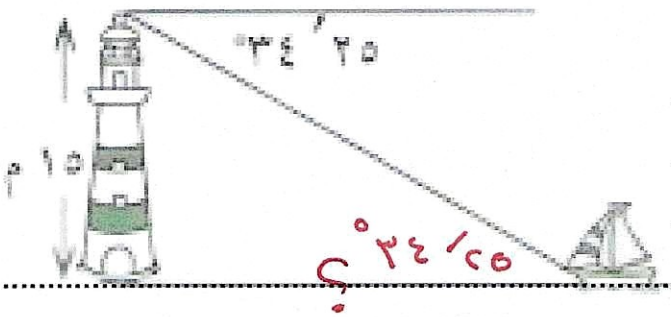
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W

أمثلة مختارة من كراسة التمارين : صفحة ٦١ - ٦٢ .

٥) رصد قارب من قمة فنار ارتفاعه ١٥ م ، فوجد أن قياس زاوية انخفاضه ٢٥′ ٣٤° ،

أوجد الى أقرب متر البعد بين القارب وقاعدة الفنار .



ظا (٣٤° ٢٥′) = المقابل / المجاور

٠٫٦٨٥ = ١٥ / س

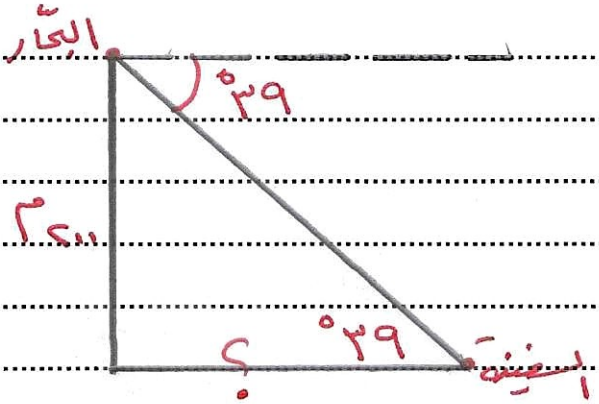
س = ١٥ / ٠٫٦٨٥

= ٢٢

∴ البعد بين القارب وقاعدة الفنار ≈ ٢٢ م

٦) قاس بحار زاوية انخفاض سفينة من أعلى نقطة في فنار ارتفاعه ٢٠٠ م ،

فوجد أنها ٣٩° . أوجد بعد السفينة عن قاعدة الفنار .



ظا (٣٩°) = المقابل / المجاور

ظا (٣٩°) = ٢٠٠ / س

س = ٢٠٠ / ظا (٣٩°)

= ٢٠٠ / ٠٫٨٠٩

= ٢٤٧

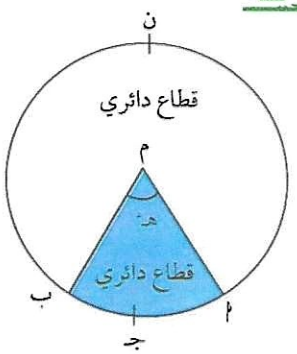
∴ بعد السفينة عن قاعدة الفنار ≈ ٢٤٧ م

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

(٢ - ٧) القطاع الدائري والقطعة الدائرية

القطاع الدائري :

هو جزء من سطح الدائرة محدود بنصفي قطرين وقوس.



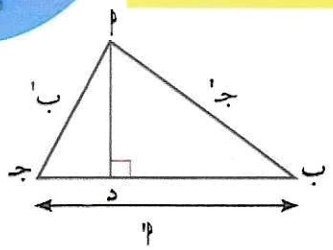
مساحة القطاع الدائري = $\frac{1}{2}$ × ل × نق أو مساحة القطاع الدائري = $\frac{1}{2}$ × هـ° × نق^2

القطعة الدائرية :

هي جزء من سطح الدائرة محدود بقوس فيها ووتر.

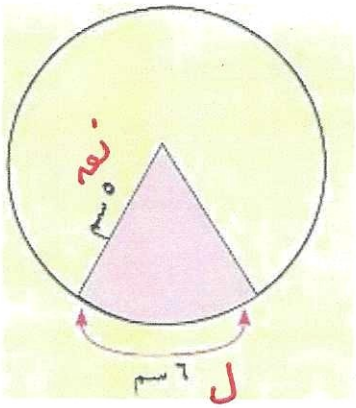
مساحة القطعة الدائرية = $\frac{1}{2}$ × نق^2 × (هـ° – جا س°) .

مساحة المنطقة المثلثية = $\frac{1}{2}$ × طول ضلع × طول ضلع × جا (الزاوية بين الضلعين) .



مثال (١) : صفحة ٩١ .

أوجد مساحة القطاع الدائري الأصغر في الشكل المقابل :



مساحة القطاع الدائري = $\frac{1}{2}$ ل نعم

= $\frac{1}{2}$ × ٦ × ٥

= ١٥ سم^2

حاول أن تحل (١) : صفحة ٩١ .

أوجد مساحة القطاع الدائري الذي طول نصف قطر دائرته ١٠ سم وطول قوسه ٤ سم .

مساحة القطاع الدائري = $\frac{1}{2}$ نعم ل

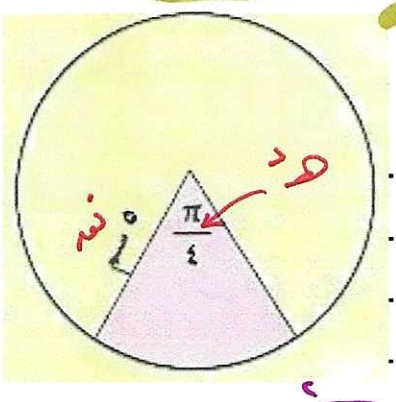
= $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٤

= ٢٠ سم^2

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

مثال (٢) : صفحة ٩١ .

أوجد مساحة القطاع الدائري الأصغر في الشكل المقابل :



مساحة القطاع الدائري = $\frac{1}{2}$ هـ^2 نق

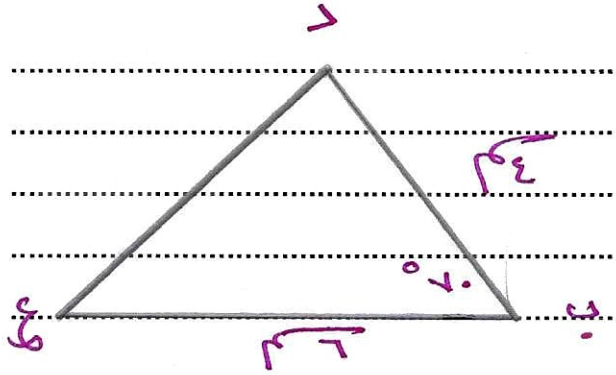
$= \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{4} \times ٥^2$

$= \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{4} \times ٢٥ = ٩,٨$ سم^2

مثال (٣) : صفحة ٩٢ .

ب ع د مثلث فيه : ب ع = ٦ سم ، ب د = ٤ سم ، ق (ب) = ٧٠° .

أوجد مساحة هذا المثلث .



مساحة Δ د ع ب = $\frac{1}{2}$ ب ع × ب د × جا (ب)

$= \frac{1}{2} \times ٦ \times ٤ \times$ جا (٧٠°)

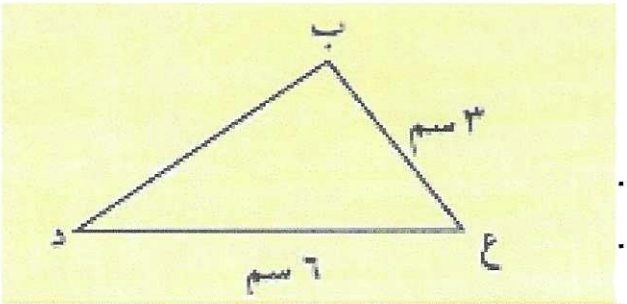
$= \frac{1}{2} \times ٤ \times ٦ \times ٠,٩٣٩٧$

$= ١١,٢٧$ سم^2

حاول أن تحل (٢) : صفحة ٩٢ .

في المثلث المقابل : إذا كانت مساحته = ٧ سم^2 .

فأوجد ق (ع) .



مساحة Δ ب ع د = $\frac{1}{2}$ ب ع × د ع × جا ع

$٧ = \frac{1}{2} \times ٦ \times ٣ \times$ جا ع

$٧ = ٩$ جا ع

جا ع = $\frac{٧}{٩}$

ومنه ق ($\hat{ع}$) = ٥١°

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢م	.....	/ ١٠
الموضوع	.....		

H.W

مثال (٤) : صفحة ٩٣ .

أحسب مساحة قطعة دائرية زاويتها المركزية ٦٠° وطول نصف قطر دائرتها ١٠ سم .

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{1}{2}$ نق^2 (هـ$_د$ − جا هـ$_د$)

هـ$_د$ = $\frac{\pi}{180^\circ} \times 60^\circ$

= $\frac{1}{2} \times (10)^2 (1.047 - 0.866)$

= 1.047 د

= $\frac{1}{2} \times 100 \times 0.1812$

= 9.06 سم^2

حاول أن تحل (٣) : صفحة ٩٤ .

أحسب مساحة قطعة دائرية زاويتها المركزية ٧٠° وطول نصف قطر دائرتها ١٠ سم.

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{1}{2}$ نق^2 (هـ$_د$ − جا هـ$_د$)

هـ$_د$ = $\frac{\pi}{180^\circ} \times 70^\circ$

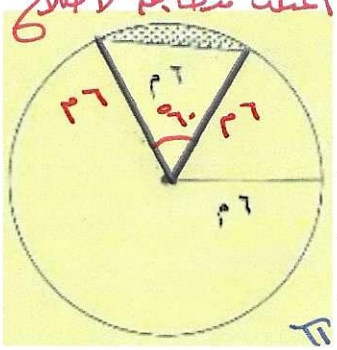
= $\frac{1}{2} \times (10)^2 (1.2217 - 0.9396)$

= 1.2217 د

= $\frac{1}{2} \times 100 \times 0.2821$

= 14.11 سم^2

اعلمت تطبيقات الأضلاع



حوض زهور دائري طول نصف قطره ٦ م، وفي هذا الحوض وتر طوله ٦ م.

احسب مساحة القطعة الدائرية الصغرى.

مساحة القطعة الدائرية الصغرى = $\frac{1}{2}$ نق^2 (هـ$_د$ − جا هـ$_د$)

هـ$_د$ = $\frac{\pi}{180^\circ} \times 60^\circ$

= $\frac{1}{2} \times (6)^2 (1.047 - 0.866)$

= 1.047 د

= $\frac{1}{2} \times 36 \times 0.1812$

= 3.26 م^2