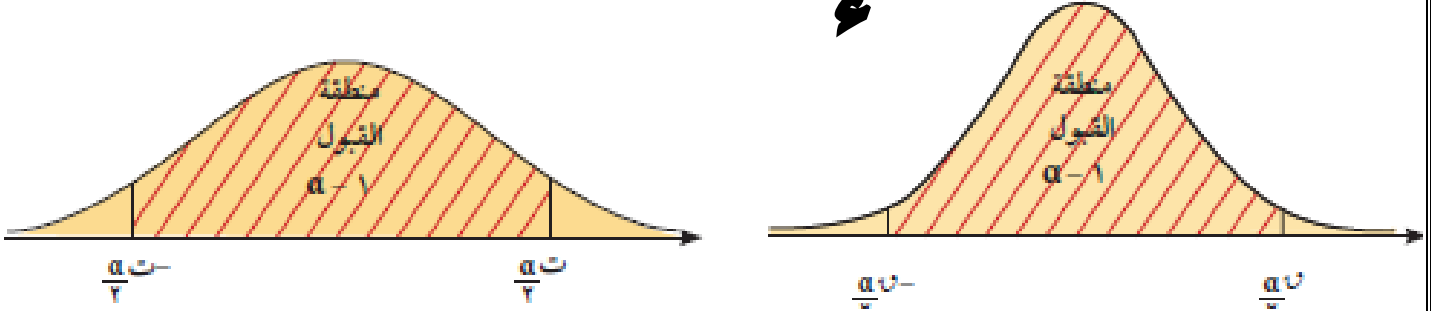




# الصف الثاني عشر أدبي



## الإحصاء



### الفصل الدراسي الأول

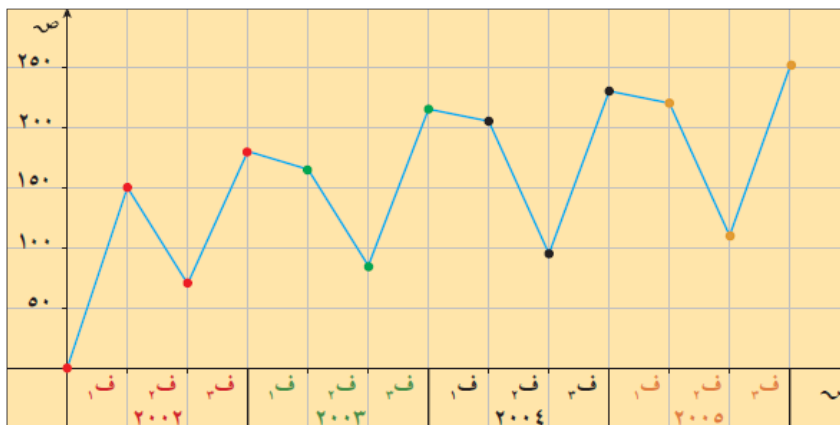
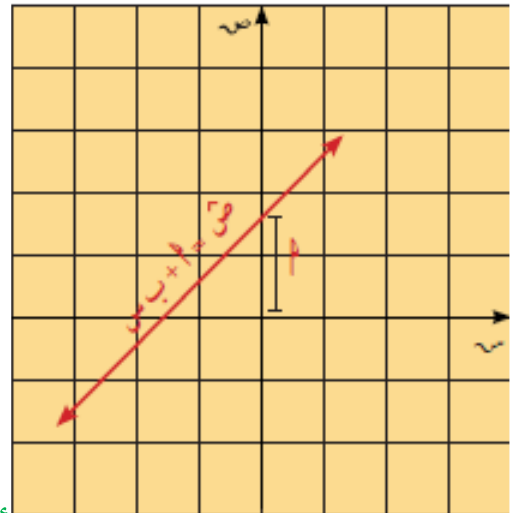


### العام الدراسي

٢٠٢٢ \ ٢٠٢٣ هـ

إعداد رئيس القسم:

أ. محمود حامد العلو



..... أسم الطالب: .....، الصف: ١٢ / د١

# الكتاب الاول

"مادة الإحصاء"

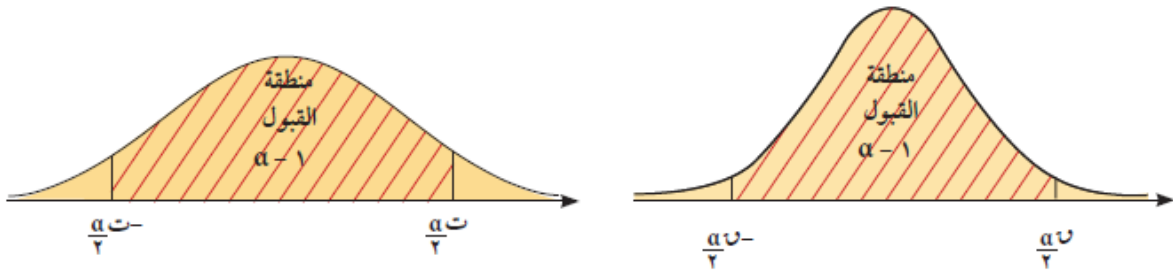
## الوحدة الاولى

### التقدير واختبارات الفروض

### Estimation and Hypotheses Testing

فترة الثقة ( $\bar{s} - \sigma$ ، $\bar{s} + \sigma$ )	هامش الخطأ (هـ)	حجم العينة (ن)	الانحراف المعياري ( $\sigma$ )
$(\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} + \bar{s} , \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} - \bar{s})$	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} = هـ$	$30 < n$ أو $30 \geq n$	معلوم
$(\frac{ع}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} + \bar{s} , \frac{ع}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} - \bar{s})$	$\frac{ع}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} = هـ$	$30 < n$	غير معلوم
$(\frac{ع}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} + \bar{s} , \frac{ع}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} - \bar{s})$	$\frac{ع}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} = هـ$	$30 \geq n$	(نستبدل $\sigma$ بـ $ع$ )

حجم العينة (ن)	المقياس الإحصائي (ن أو ت)	الانحراف المعياري ( $\sigma$ )
لا يشترط حجم معين للعينة	$\frac{\mu - \bar{s}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = u$	معلوم
$30 < n$	$\frac{\mu - \bar{s}}{\frac{ع}{\sqrt{n}}} = u$	غير معلوم
$30 \geq n$	$\frac{\mu - \bar{s}}{\frac{ع}{\sqrt{n}}} = t$	(نستبدل $\sigma$ بـ $ع$ )



رئيس القسم: محمود حامد العلو



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		/ ١٢
الموضوع	.....		



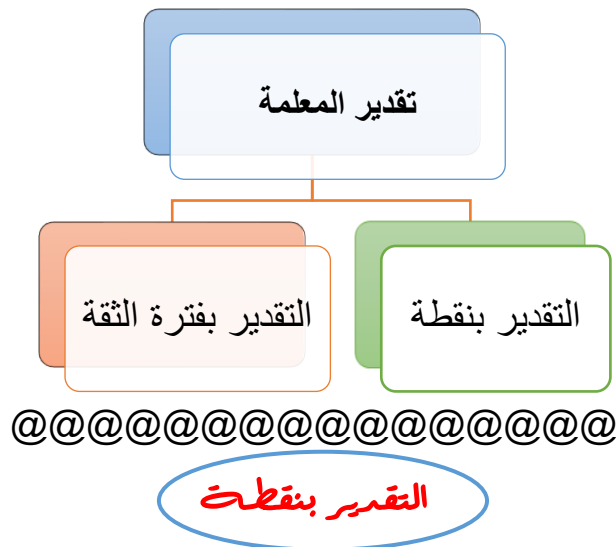
## أوراق متابعة الوحدة الأولى (التقدير واختبارات الفروض)

### التقدير

**المعلمة:** هي ثابت يصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالمتوسط الحسابي (  $\mu$  ) أو الانحراف المعياري (  $\sigma$  ).

**الإحصاء:** هو اقتران تتعين قيمته من العينة كالمتوسط الحسابي (  $\bar{s}$  ) أو الانحراف المعياري (  $e$  ).

**تقدير المعلمة:** هو إحصاء تعتمد على قيم العينة وتعكس قيمة قريبة لمعلمة المجتمع ككل وتوزيعه.



**التقدير بنقطة:** هي قيمة وحيدة محسوبة من العينة تستخدم لتقدير معلمة مجهولة من معالم المجتمع.

$$\text{أي : } \mu = \bar{s}$$

$$\sigma = e$$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / ..... / ٢٠٢٢ م		١٢ /
الموضوع	.....		



تبين البيانات التالية معدّل درجة الحرارة عند ٤٠ شخصًا بحالة صحية جيدة:

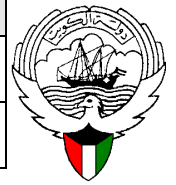
مثال (1) :  
صفحة 13

٣٧,٤	٣٦,٩	٣٦,٩	٣٦,٩	٣٦,٩	٣٧,٢	٣٦,٧	٣٦,٧	٣٧	٣٧
٣٦,٦	٣٦,٦	٣٧,١	٣٦,٥	٣٦,٤	٣٧,١	٣٦,١	٣٦,١	٣٧	٣٧,١
٣٦,٣	٣٦,٤	٣٧,٥	٣٧	٣٧,٢	٣٦,٣	٣٧	٣٦,٤	٣٦,٩	٣٦,٨
٣٦,٢	٣٧	٣٧	٣٦,٧	٣٦,٨	٣٧,٤	٣٧,١	٣٧,٥	٣٦,٨	٣٦,٤

استخدم هذه العينة لقيم معدل درجة الحرارة لتوجد أفضل تقدير بنقطة للمتوسط الحسابي لمعدل درجة حرارة مجتمع أخذت منه هذه العينة.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / .....	.....	..... / ١٢٠٢
الموضوع	.....		



## التقدير بفترة الثقة

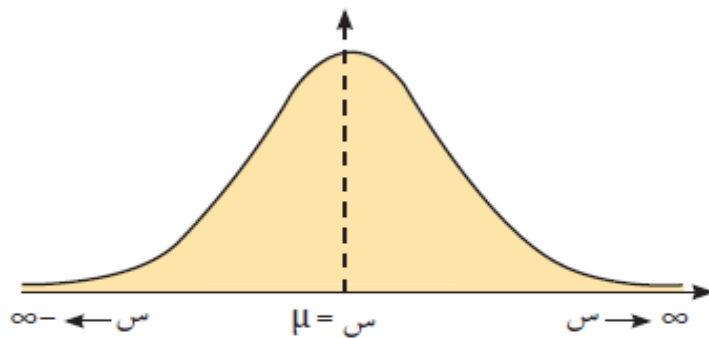
### فترة الثقة:

هي فترة طرفاها متغيران عشوائيان ( أي أنها فترة عشوائية ) تستخدم لتقدير إحدى معالم المجتمع. يرمز لمستوى الثقة  $100(\alpha - 1)\%$  حيث  $(\alpha - 1)$  هو معامل مستوى الثقة، و  $(\alpha)$  هي نسبة الخطأ في التقدير.

## Curve of Normal Distribution

### منحنى التوزيع الطبيعي

تعرفنا فيما سبق على بيان منحنى التوزيع الطبيعي، وعلمنا من خواص التوزيع الطبيعي ما يلي:



• المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.

• يكون بيان المنحنى على شكل ناقوس (جرس)

متماثل حول محوره (س = μ).

• يمتد المنحنى من طرفيه إلى  $+\infty$  وإلى  $-\infty$

(لا يقطع المحور الأفقي).

• المساحة تحت المنحنى تساوي الواحد الصحيح

(وحدة مساحة).

المستقيم الرأسي س = μ يقسم المساحة تحت المنحنى إلى منطقتين متماثلتين مساحة كل منهما تساوي نصف وحدة مساحة كما في الشكل.

### منحنى التوزيع الطبيعي المعياري

## Curve of Standard Normal Distribution

إذا كان المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي  $\mu = 0$  والانحراف المعياري  $\sigma = 1$

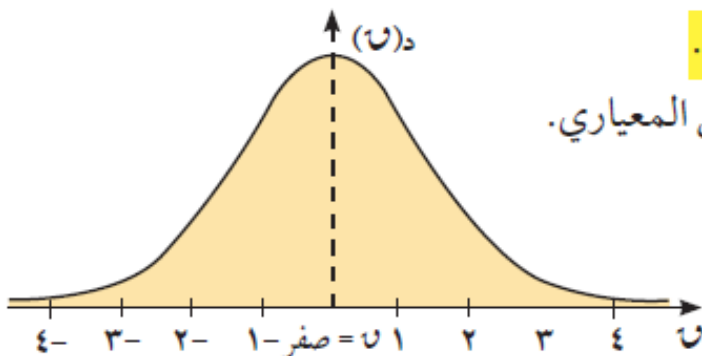
يسمى التوزيع الطبيعي بالتوزيع الطبيعي المعياري.

الشكل المرسوم يمثل بيان منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.

المستقيم  $u = 0$  هو محور التماثل للمنحنى.

تأخذ  $u$  قيم موجبة وتزداد جهة اليمين بينما

تأخذ  $u$  قيمًا سالبة وتنقص جهة اليسار.



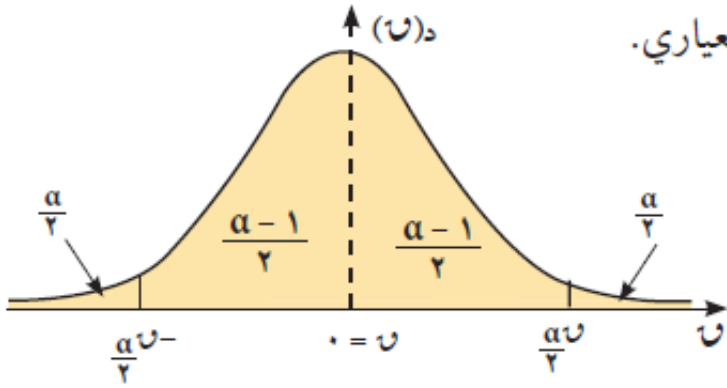


اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / /		١٢٢ /
الموضوع	.....		



## القيمة الحرجة

الشكل المرسوم يبين منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.



- نعلم أن المساحة تحت المنحنى الطبيعي تساوي الواحد (وحدة المساحة) ولتمثيل  $(\alpha-1)$  من المساحة الكلية تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري نحصر هذه المساحة بين حدين رأسيين متساويي البعد عن المحور الرأسي كما هو موضح في الشكل.

نلاحظ أن المحور الرأسي يقسم المساحة  $(\alpha-1)$  إلى نصفين كل منهما يساوي  $\frac{\alpha-1}{2}$ .

تكون المساحة المتبقية من المساحة الكلية هي  $\alpha$  موزعة على طرفي المنحنى بالتساوي كل منها يساوي  $\frac{\alpha}{2}$ .

- نعبّر عن الحدين الرأسيين بالرمز  $\frac{\alpha-1}{2} u = \frac{\alpha}{2} u$  وبالرمز  $\frac{\alpha-1}{2} u = \frac{\alpha}{2} u$ ، حيث  $\frac{\alpha}{2} u$  يفصل

مساحة  $\frac{\alpha}{2}$  من ذيل الطرف الأيمن ومساحة  $\frac{\alpha-1}{2}$  من المستقيم  $u = 0$ ، بينما  $\frac{\alpha}{2} u$  يفصل

مساحة  $\frac{\alpha}{2}$  من ذيل الطرف الأيسر ومساحة  $\frac{\alpha-1}{2}$  من المستقيم  $u = 0$ .

- تسمى القيمة الموجبة  $\frac{\alpha}{2} u$  بالقيمة الحرجة (Critical Value).

إيجاد القيمة الحرجة من جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

لإيجاد قيمة  $\frac{\alpha}{2} u$  المناظرة للمساحة تحت

المنحنى نحسب المساحة  $\frac{\alpha-1}{2}$  التي تقع على يسار  $\frac{\alpha}{2} u$  ويمين الصفر أي في الفترة  $[\frac{\alpha}{2} u, 0]$  ثم نكشف عنها في الجدول المرفق في نهاية الوحدة حيث العمود الأول قيم  $u$  ابتداءً من

٠، وحتى ١، ٣ وأكثر. والصف الأول يمثل الأجزاء من المئة لقيم  $u$ ، ومنه يمكن تحديد قيمة  $\frac{\alpha}{2} u$ .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / .....	.....	..... / ١٢٢
الموضوع	.....		



مثال (2) :  
صفحة 16

اوجد القيمة الحرجة و  $\frac{\alpha}{2}$  المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

حاول أن تحل (2) :  
صفحة 16

اوجد القيمة الحرجة و  $\frac{\alpha}{2}$  المناظرة لمستوى ثقة ٩٧٪، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		/ ١٢٢
الموضوع	.....		



مثال (3) :  
صفحة 16

اوجد القيمة الحرجة و  $\frac{\alpha}{2}$  المناظرة لمستوى ثقة ٩٠٪، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

حاول أن تحل (3) :  
صفحة 16

اوجد القيمة الحرجة و  $\frac{\alpha}{2}$  المناظرة لمستوى ثقة ٩٩٪، باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	٢٠٢٢ / /		١٢ /
الموضوع	.....		



## هامش الخطأ

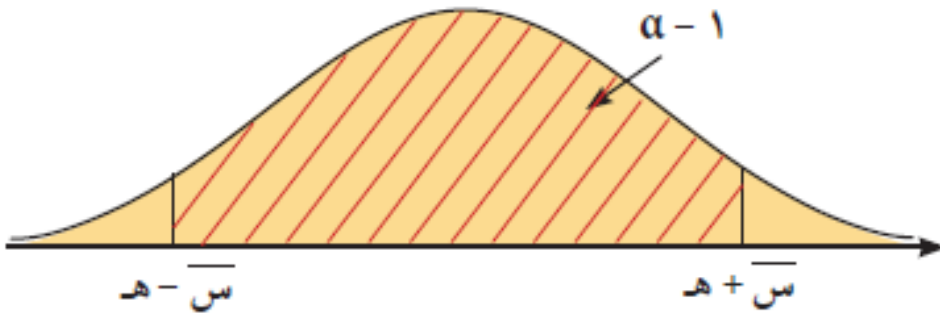
التقدير بفترة الثقة

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times \frac{\alpha}{2} = \text{هـ}$$

التقدير بنقطة

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

وعليه تكون فترة الثقة هي  $(\bar{س} - \text{هـ} , \bar{س} + \text{هـ})$





اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		/ ١٢
الموضوع	.....		



## التقدير بفترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاحصائي $\mu$

أولاً: إذا كان التباين للمجتمع  $\sigma^2$  معلوم

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي  $\mu$

إذا كانت  $\sigma^2$  معلومة حيث  $n < 30$  أو  $n \geq 30$

١ نوجد القيمة الحرجة  $U_{\frac{\alpha}{2}}$  المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ وهي ١,٩٦.

٢ نوجد هامش الخطأ  $هـ = U_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

٣ نوجد فترة الثقة  $(\bar{س} - هـ , \bar{س} + هـ)$ .

تفسير فترة الثقة:

فمثلاً عند اختيار ١٠٠ عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (ن) وفي كل مرة نحسب  $\bar{س}$  وفترة الثقة فإننا نتوقع أن ٩٥ فترة تحوي  $\mu$  الحقيقية و ٥ فترات لا تحويها.











اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	١ / ٢٠٢٢ م		١٢٢ /
الموضوع	.....		



ثانياً: إذا كان التباين للمجتمع  $\sigma^2$  غير معلوم وحجم العينة  $n < 30$

الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي  $\mu$

إذا كانت  $\sigma^2$  غير معلومة حيث  $n < 30$

١ نوجد القيمة الحرجة  $t_{\alpha/2}$  المناظرة لمستوى ثقة ٩٥٪ وهي ١,٩٦

٢ نوجد هامش الخطأ  $h = t_{\alpha/2} \times \frac{s}{\sqrt{n}}$

٣ نوجد فترة الثقة  $(\bar{s} - h, \bar{s} + h)$ .









اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	..... / ..... / ٢٠٢٢ م		١٢٢ /
الموضوع	.....		

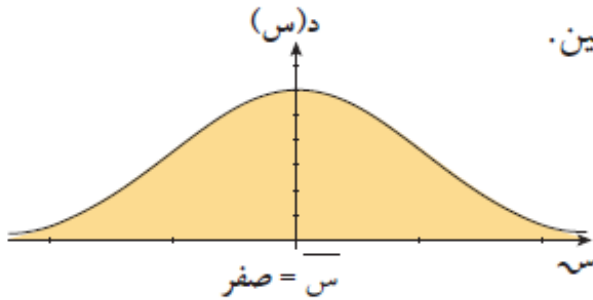


ثالثاً: إذا كان التباين للمجتمع  $\sigma^2$  غير معلوم وجب العينة  $n \geq 30$

### خواص التوزيع ت

١ توزيع متمائل حول متوسطه الحسابي والذي يساوي صفراً، ويمتد إلى  $\infty$  من جهة اليمين وإلى

$-\infty$  من جهة اليسار ويزداد قرباً من الصفر في الجهتين.



٢ انحرافه المعياري أكبر من الواحد.

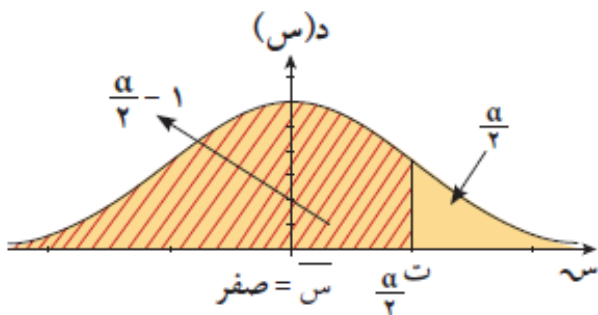
٣ يعتمد هذا التوزيع على درجات الحرية والتي تساوي

(حجم العينة - ١) أي (ن - ١).

٤ التوزيع ت يشبه التوزيع الطبيعي إلا أن قمته أكثر انخفاضاً من التوزيع الطبيعي.

٥ كلما زادت درجات الحرية اقترب هذا التوزيع من التوزيع الطبيعي ويقترب انحرافه المعياري إلى

الواحد الصحيح.



إيجاد القيمة الحرجة من جدول توزيع ت.

• لإيجاد القيمة الحرجة من جدول توزيع ت حيث يبين

العمود الأول قيم درجات الحرية (ن - ١) وتبدأ

من ١ إلى ٣٠ وأكثر والصف الأول يمثل قيم  $\frac{\alpha}{2}$  ومنه

يمكن تحديد  $ت = \frac{\alpha}{2}$  أو  $١ - \frac{\alpha}{2}$ .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		/ ١٢٢
الموضوع	.....		



مثال (7)  
صفحة 23

أخذت عينة عشوائية بسيطة حجمها  $n = 23$  من مجتمع طبيعي.

أوجد القيمة الحرجة  $T_{\frac{\alpha}{2}}$  المناظرة لمستوي ثقة ٩٥٪ باستخدام جدول التوزيع  $T$ .

حاول أن تحل (7)  
صفحة 23

أخذت عينة عشوائية بسيطة حجمها  $n = 20$  من مجتمع طبيعي.

أوجد القيمة الحرجة  $T_{\frac{\alpha}{2}}$  المناظرة لمستوي ثقة ٩٥٪ باستخدام جدول التوزيع  $T$ .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / /		١٢ /
الموضوع	.....		



## الخطوات المتبعة لإيجاد فترة الثقة للمتوسط الحسابي $\mu$

إذا كانت  $\sigma^2$  غير معلومة،  $n \geq 30$

١ نوجد درجات الحرية  $(n - 1)$ .

٢ نوجد القيمة الحرجة  $t_{\alpha}$  المناظرة لدرجة ثقة ٩٥٪ من جدول توزيع ت.

٣ نوجد هامش الخطأ  $هـ = t_{\alpha} \times \frac{ع}{\sqrt{n}}$

٤ نوجد فترة الثقة  $(\bar{س} - هـ, \bar{س} + هـ)$ .













اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠٢٢ م		/ ١٢
الموضوع	.....		



## اخبارات الفروض الاحصائية

### تعريف الفرض الإحصائي:

هو ادعاء معين مبني على حيثيات معقولة حول معلمة من معالم المجتمع مثل المتوسط الحسابي  $\mu$  أو الانحراف المعياري  $\sigma$ .

### تعريف المقياس الإحصائي:

هو قيمة وحيدة محسوبة من العينة تحت شروط معينة.

### تعريف اختبارات الفروض الاحصائية (اختبار المغنوية):

هي طريقة معيارية لاختبار ادعاء ما حول معلمة من معالم المجتمع.

## فرض العدم والفرض البديل

**فرض العدم (ف٠):** يفيد بأن قيمة معلمة المجتمع (مثال المتوسط الحسابي  $\mu$ ) تساوي قيمة مزعومة نختبر فرض العدم مباشرة أي نفترض بأنه صحيح وتتوصل إلى خلاصة برفض أو عدم رفض (ف٠).

**الفرض البديل (ف١):** يفيد بأن للمعلمة قيمة تختلف نوعاً ما عن فرض العدم (ف٠).

يضم الشكل الرمزي للفرض البديل أحد هذه الرموز:  $>$  أو  $<$  أو  $\neq$ .

وستقتصر دراستنا على الحالة  $\neq$ . فمثلاً: ف٠:  $\mu = ٩٨,٦$ , ف١:  $\mu \neq ٩٨,٦$ .



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / /		١٢٠ /
الموضوع	.....		



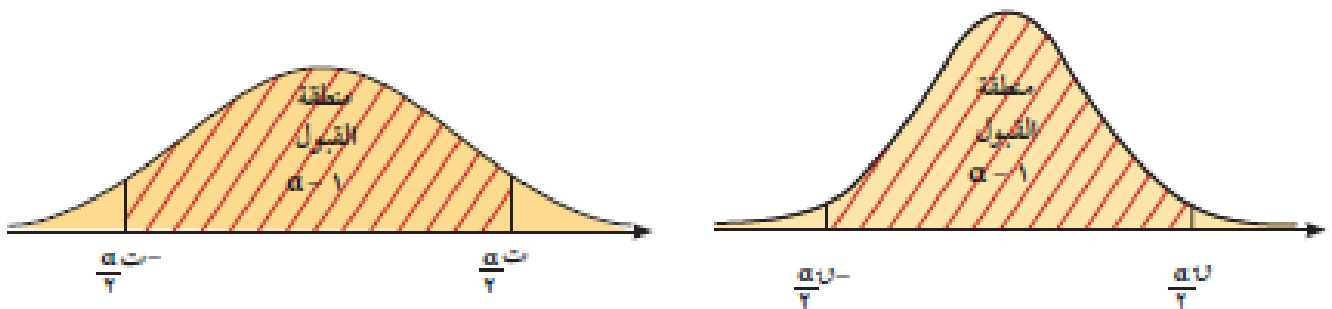
## الخطوات المتبعة لإجراء اختبار الفروض الإحصائية:

- 1 صياغة الفروض الإحصائية (فرض العدم  $F_0$  والفرض البديل  $F_1$ ).
- 2 التحقق من الانحراف المعياري للمجتمع  $\sigma$  (معلوم أم غير معلوم) وتحديد حجم العينة ( $n$ ) ومن ثم إيجاد المقياس الإحصائي للاختبار ( $U$  أو  $T$ )، (مسترشداً بالجدول التالي):

حجم العينة ( $n$ )	المقياس الإحصائي ( $U$ أو $T$ )	الانحراف المعياري ( $\sigma$ )
لا يشترط حجم معين للعينة	$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = U$	معلوم
$30 < n$	$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = U$	غير معلوم
$30 \geq n$	$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = T$	(تستبدل $\sigma$ بـ $s$ )

- 3 تحديد مستوى المعنوية  $\alpha$  وحساب القيمة الجدولية  $U_{\alpha}$  من جدول التوزيع الطبيعي المعياري أو القيمة الجدولية  $T_{\alpha}$  من جدول  $T$  ذي درجات حرية  $f$ .
- 4 تحديد منطقة القبول:  $(-\frac{U_{\alpha}}{\sqrt{n}}, \frac{U_{\alpha}}{\sqrt{n}})$  أو  $(-T_{\alpha}, T_{\alpha})$  كما هو موضح بالشكل.
- 5 اتخاذ القرار الإحصائي (قبول فرض العدم) أو (رفض فرض العدم وقبول الفرض البديل).

**ملاحظة:** سنختصر دراستنا على مستوى ثقة ٩٥٪.















اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	م ٢٠٢٢ / /		١٢٢ /
الموضوع	.....		



حاول أن تحل (3) :  
صفحة 31

متوسط العمر لعينة من ١٠٠ مصباح كهربائي مصنعة في أحد المصانع هو  $\bar{x} = 1570$  ساعة ، بانحراف معياري  $\sigma = 120$  ساعة ، يقول صاحب المصنع أن متوسط العمر  $\mu = 1600$  ساعة للمصابيح المصنعة في المصنع. اختبر صحة الفرض  $\mu = 1600$  ساعة مقابل الفرض  $\mu \neq 1620$  ساعة. وباختيار بمستوى معنوية  $\alpha = 0,05$  ؟





