الوحدة الأولي

تمرّنْ
1–1

الجذور والتعبيرات الجذرية
Roots and Radical Expressions

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sqrt[3]{-64x^3} + 4x = 0$ (a) (b)

السبب :

$$\sqrt[3]{(-4x^3)^3} + 4x = -4x + 4x = 0$$

(2) $\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$ (a) (b)

السبب :

$$\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} = 4 \in \mathbb{Z}$$

(3) $(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = 1$ (a) (b)

السبب :

$$(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = \left((3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})\right)^{27}$$
$$= (9-4\times 2)^{27} = (9-8)^{27} = 1$$

(4) $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5}$ (a) (b)

$$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = 2.702 \neq \sqrt[3]{5}$$

السبب :

(5) $|m| \times \sqrt{m^2} = m^2, \forall m \in \mathbb{R}$ (a) (b)

السبب :

$$|m| \times \sqrt{x^2} = |m| \times |x| = m^2$$

في التمارين (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو:

(a) $\sqrt[3]{216}$ (b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ **(c)** $\sqrt[3]{9}$ (d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

السبب : حسب التعريف

(7) لوضع التعبير الجذري $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$ في أبسط صورة نضرب كلًّا من البسط والمقام في:

(a) $\sqrt{2}$ **(b)** $\sqrt[3]{2}$ (c) 2 (d) 4

السبب:

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{10}}{2}$$

(8) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ يساوي:

(a) $2-\sqrt{3}$ **(b)** $2+\sqrt{3}$ (c) $3-\sqrt{2}$ (d) $3+\sqrt{2}$

السبب : باستخدام الآلة الحاسبة

$$\sqrt{7+4\sqrt{2}} = 3.732$$

$$\sqrt{7+4\sqrt{2}} = 3.732$$

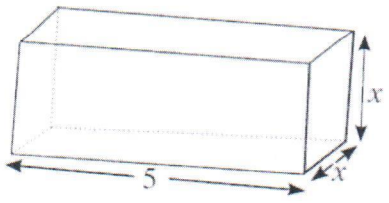
$$2-\sqrt{2} \approx 0.586 \qquad 2+\sqrt{3} = 3.732$$

$$3-\sqrt{3} = 1.586 \qquad 3+\sqrt{3} = 4.414$$

(10) إذا كان $x \in \mathbb{R}^-$ فإن $\frac{1}{x} \cdot |x|$ يساوي:

(a) -1 (b) $-x$ (c) 1 (d) x

(11) إذا كان حجم شبه المكعب المقابل يساوي $40\,cm^3$، فإن x تساوي:



(a) 2 cm **(b)** $2\sqrt{2}$ cm (c) $-2\sqrt{2}$ cm (d) 4 cm

$$V = 5x.x \quad , \quad 40 = 5x^2 \implies x^2 = 40 \div 5 = 8 \implies x = 2\sqrt{2}\ cm$$

تمرّنْ
1–2

الأسس النسبية
Rational Exponents

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $16^{-\frac{3}{4}} = 32^{-\frac{3}{5}}$ (a) (b)

السبب : $16^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{8}$, $32^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{8}$ استخدام الآلة حاسبة

(2) $x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{2}{3}}$ (a) (b)

السبب : $x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}} = x^{-\frac{1}{4}}$

(3) $x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$ (a) (b)

السبب : $x^{-\frac{1}{2}} . x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$

(4) $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x \ , \ x > 0$ (a) (b)

السبب : $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = \sqrt[8]{x} = x^{\frac{1}{8}}$

(5) $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = 4$ (a) (b)

السبب : $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = \sqrt{32 \times 16^{-1}} = \sqrt{2}$ استخدام الآلة الحاسبة

في البنود (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $n > 0$ ، فإن التعبير الذي لا يكافئ $\sqrt[4]{4n^2}$ هو:

(a) $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$ (b) $2n^{\frac{1}{2}}$ (c) $(2n)^{\frac{1}{2}}$ (d) $\sqrt{2n}$

السبب : $\sqrt[4]{4x^2} = \sqrt[4]{(2x)^2} = \sqrt{2x} = (2n)^{\frac{1}{2}}$

(7) إذا كان: $y > 0$ ، فإن التعبير $\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي:

(a) $14y$ (b) $\frac{1}{7}y$ (c) $2y$ (d) $\frac{8}{7}y$

السبب :

$$\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{56 \times y^5}{7y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{8 \times y^5}{y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = (8\,y^3)^{\frac{1}{3}} = (2^3\,y^3)^{\frac{1}{3}} = 2y$$

(8) $\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$: $x \neq 0$, $y \neq 0$

(a) $|x^{-1}|y^2$ (b) $|x|y^{-2}$ (c) xy^2 (d) $x^{-2}y^2$

السبب :

$$\left(\sqrt[4]{x^{-2}\,y^4}\right)^{-2} = \left((x^{-2}\,y^4)^{\frac{1}{4}}\right)^{-2} = (x^{-2}\,y^4)^{-\frac{1}{2}} = (x^{-2}\,y^4)^{-\frac{1}{2}}$$

(9) $\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

(a) $5^{-\frac{1}{2}}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $5^{\frac{1}{2}}$ (d) $5^{\frac{2}{3}}$

السبب :

$$\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} = \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5 \times 5^2}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[3]{5^3}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$$

(10) إذا كان $x + y = 2$, $x^2 - xy + y^2 = 4$ فإن $\sqrt[6]{x^3 + y^3}$ يساوي:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) $\sqrt[3]{6}$ (d) 2

السبب :

$$\sqrt[6]{x^3 + x^3} = \sqrt[6]{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} = \sqrt[6]{2 \times 4} = \sqrt[6]{8}$$
$$= \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$$

(11) في التعبير $P.V^{\frac{7}{5}}$ حيث P يمثل الضغط، V يمثل حجم عينة من غاز فإن قيمته عندما $P = \frac{32}{27}$, $V = \frac{243}{32}$ يساوي:

(a) $\frac{4}{81}$ (b) 4 (c) $\frac{81}{4}$ (d) $\frac{243}{4}$

السبب :

$$p\,.\,v^{\frac{7}{5}} = \frac{32}{27} \cdot \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{7}{5}} = \frac{2^5}{3^3} \cdot \left(\frac{3^5}{2^5}\right)^{\frac{7}{5}} = \frac{2^5}{3^3} \cdot \frac{3^7}{2^7} = \frac{3^4}{2^2} = \frac{81}{4}$$

(12) إن قيمة التعبير $x > 0$, $\frac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}}$ تساوي:

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) 1 (d) $\sqrt{x}$

السبب :

$$\frac{\sqrt[3]{x^6} \,.\, \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \,.\, \sqrt[8]{x^2}} = \frac{x^{\frac{6}{3}} \,.\, x^{\frac{5}{4}}}{x^3 \,.\, x^{\frac{2}{8}}} = x^{\frac{6}{3}+\frac{5}{4}-3-x^{\frac{2}{8}}} = x^0 = 1$$

تمرّنْ
1–3

حل المعادلات
Solving Equations

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل $7^{3-x} = 1$ هي $\{3\}$ (a) (b)

السبب $x = 3$ بالتعويض عن $7^{3-3} = 7^0 = 1$

(2) مجموعة حل $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$ هي $\{0\}$ (a) (b)

السبب $x = 0$ بالتعويض عن $\sqrt{0-1} \neq \sqrt{1-0}$

(3) إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2} = 3$ فإن $x = 3\sqrt{2}$ (a) (b)

السبب : بتكعيب الطرفين

$$\sqrt[3]{9+x^2} = 3$$
$$9 + x^2 = 27$$
$$x^2 = 27 - 9 = 18$$
$$x = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$$

(4) $x = -1$ حلًّا للمعادلة $2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$ (a) (b)

بالتعويض عن $x = -1$ $\quad 2^{(-1)^2-4} = 2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$

(5) مجموعة حل $25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$ هي $\mathbb{R}^-$ (a) (b)

$$25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$$
$$5^{2(|x|+\frac{1}{2})} = 5^{1-2x}$$
$$5^{(2|x|+1)} = 5^{1-2x}$$
$$2|x| + 1 = 1 - 2x$$
$$|x| = -x \implies x \in (-\infty, 0] \implies x = \mathbb{R}^- \cup \{0\}$$

في التمارين (10–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(6) مجموعة حل $\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$ هي:

(a) $\{0\}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $\mathbb{R}^-$ (d) $\mathbb{R}$

السبب :

$$\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$$

$$\left((x^{20})^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$(x^{10})^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$x^2 = x^2 \qquad x \in \mathbb{R}$$

(7) مجموعة حل $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$ هي:

(a) $\{2\}$ (b) $\{1,2\}$ (c) $\{1,2,3\}$ **(d)** $\{2,3\}$

السبب :

بالتعويض عن

$\sqrt[3]{2-2} = \sqrt{2-2}$ $\quad x = 2$

$\sqrt[3]{1-2} \neq \sqrt{1-2}$ $\quad x = 1$

$\sqrt[3]{3-2} = \sqrt{3-2}$ $\quad x = 3$

(8) مجموعة حل $\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$ هي:

(a) $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$ (b) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ (c) $\left\{-1, \frac{-1}{2}\right\}$ (d) $\left\{1, \frac{1}{2}\right\}$

السبب :

بالتعويض عن

$\sqrt[3]{2(-1)^2+2} = \sqrt[3]{3-(-1)}$ $\quad x = -1$

$\sqrt[3]{2\left(\frac{1}{2}\right)^2+2} = \sqrt[3]{3-\left(\frac{1}{2}\right)}$ $\quad x = \frac{1}{2}$

$\sqrt[3]{2\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-\left(-\frac{1}{2}\right)}$ $\quad x = -\frac{1}{2}$

$\sqrt[3]{2(1)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-(1)}$ $\quad x = 1$

(9) مجموعة حل $x^2 = |x|$ هي:

(a) $\{-1,0,1\}$ (b) $\{0,1\}$ (c) $\{0\}$ (d) $\{1\}$

السبب :

بالتعويض عن

$(-1)^2 = |-1|$ $\quad x = -1$

$(0)^2 = |0|$ $\quad x = 0$

$(1)^2 = |1|$ $\quad x = 1$

(10) إذا كان $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$ فإن x تساوي:

(a) -2 (b) 2 **(c)** -4 (d) 4

السبب :

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow \left(\frac{1}{3^2}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow (3^{-2})^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow (3)^{-2x-2} = 3^{2-x}$$

$$-2x-2 = 2-x \Rightarrow -2x+x = 2+2 \Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = -4$$

الوحدة الثانية

تمرّن
2-1

مجال الدالة

Domain of the Function

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5-1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجال الدالة $f(x) = \sqrt{(x-2)^2}$ هو $\mathbb{R}$

(a) (b)

السبب : $f(x) = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

مجال دالة المطلق $\mathbb{R}$

(2) مجال الدالة $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-6}}$ هو $[3, \infty)$

(a) (b)

السبب : لأن الـ 3 وبالتالي لا يصح أن يحتوي المجال على العدد 3

(3) مجال الدالة $f(x) = \sqrt{-x}$ هو $(-\infty, 0]$

(a) (b)

السبب : مجال الدالة f هو مجموعة قيم x الحقيقية والتي تجعل المجذور $(-x)$ عدداً موجباً

$-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$ أي أن مجال الدالة $f = (-\infty, 0]$

(4) مجال الدالة $f(x) = \frac{1}{x^2}\sqrt{x+3}$ هو $[-3, \infty)$

(a) (b)

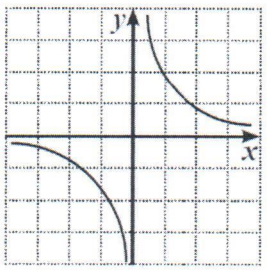
السبب : بفرض أن : $f(x) = n(x) = m(x)$ حيث $n(x) = |x|$, $m(x) = -2$

مجال الدالة $n = \mathbb{R}$ (دالة مطلق) ومجال $m = \mathbb{R}$ (دالة ثابتة)

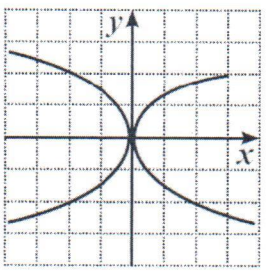
في التمارين (11-6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) أيًّا مما يلي لا يمثل بيان دالة.

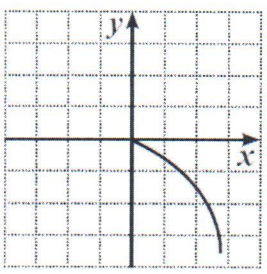
(a)



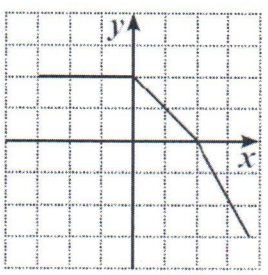
(b)



(c)



(d)



السبب : هذا البيان لا يمثل دالة

لان يمكن رسم على الأقل مستقيم رأسي واحد يقطع بيان هذا الدالة بأكثر من نقطة

(7) مجال الدالة $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}/\{1\}$ (c) $\mathbb{R}/\{-1,1\}$ (d) $\mathbb{R}/\{-1\}$

السبب :

مجال دالة البسط $=\mathbb{R}$ ، مجال دالة المقام $=\mathbb{R}$

أصفار المقام $x^2+2x+1=0 \Rightarrow (x+1)^2=0 \Rightarrow x=-1$

مجال دالة $f=\mathbb{R}-\{-1\}$

(8) مجال الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x^2}}{x}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{0\}$ (b) $[0,\infty)$ (c) $(-\infty,0)$ (d) $(0,\infty)$

السبب :

مجال دالة البسط $=\mathbb{R}$ (دالة مطلق) ، مجال دالة المقام $=\mathbb{R}$ (دالة حدودية)

أصفار المقام $x=0 \Rightarrow$

مجال دالة $f=\mathbb{R}-\{0\}$

(9) مجال الدالة $f(x)=\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{1\}$ (b) $\mathbb{R}/\{0,1\}$ (c) $\mathbb{R}-\{0\}$ (d) $(0,\infty)/\{1\}$

السبب :

$f(x)=\frac{A(x)}{B(x)-C(x)}$ حيث $A(x)=x-1\ ,B(x)=x\ ,C(x)=\sqrt{x}$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$ مجال الدالة $B=\mathbb{R}$ مجال الدالة $C=[0,\infty)$

أصفار المقام : بتربيع الطرفين $x-\sqrt{x}=0 \Rightarrow x=\sqrt{x}$

$x^2=x \Rightarrow x^2-x=0 \Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow x=0\ x=1$

مجال دالة $f=\mathbb{R}\cup\mathbb{R}\cup[0,\infty)-\{0,1\}=(0,\infty)-\{1\}$

(10) مجال الدالة $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ هو:

(a) $(0,\infty)$ (b) $[1,\infty)$ (c) $(-1,\infty)$ (d) $[-1,\infty)/\{0\}$

السبب : $f(x)=\frac{A(x)}{B(x)-C(x)}$ حيث $A(x)=x\ ,B(x)=\sqrt{x+1}\ ,C(x)=-1$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$ مجال الدالة $B=[-1,\infty)$ مجال الدالة $C=\mathbb{R}$

أصفار المقام : بتربيع الطرفين $\sqrt{x+1}-1=0 \Rightarrow \sqrt{x+1}=1$

$x+1=1 \Rightarrow x=0$

مجال دالة $f=\mathbb{R}\cup\mathbb{R}\cup[-1,\infty)-\{0\}=[-1,\infty)-\{0\}$

(11) لتكن $g:[-2,2]\to\mathbb{R}, g(x)=x^2$, $f(x)=x\sqrt{x}$. فإن مجال الدالة $f\circ g$ هو:

(a) $[-2,2]$

(b) $[0,2]$

(c) $(0,2)$

(d) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

السبب :

$f(x)=A(x).B(x)$ حيث $B(x)=\sqrt{x}$, $A(x)=x$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$, مجال الدالة $B=[0,\infty)$

مجال دالة $f=[0,\infty)$

مجال دالة $f.g=[0,2]=[0,\infty)\cup[-2,2]$

تمرّن
2–2

الدوال التربيعية ونمذجتها

Quadratic Functions and their Modelling

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $f(x) = kx^2 + x - 3 \ , \ k \in \mathbb{Z}$ يمكن أن تكون دالة خطية.

(a) ● (b) ○

السبب :

لأنه عندما تكون $K=0$ تكون الدالة f دالة خطية

(2) الدالة $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$ هي دالة خطية.

(a) ○ (b) ●

السبب :

$$\frac{|x|}{x} = \begin{cases} \frac{x}{x} & : x > 0 \\ \frac{-x}{x} & : x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 1 & : x > 0 \\ -1 & : x < 0 \end{cases}$$

فأن جميع النقاط ليست على خط مستقيم واحد .

(3) النقطة $A(1, 6)$ تنتمي إلى منحنى الدالة: $f(x) = (3x)(2x) + 6$

(a) ○ (b) ●

السبب :

$$f(x) = 6x^2 + 6 \quad , \ f(1) = 6(1)^2 + 6 = 12 \ , 12 \neq 6$$

النقطة (1,6) لاتنتمي للدالة f

(4) الدالة $y = x(1-x) - (1-x^2)$ هي دالة خطية.

(a) ● (b) ○

السبب :

$$y = x\,(1-x) - \ (1-x^2) = x - \ x^2 - 1 + x^2 = x - 1$$

الدالة خطية من الدرجة الأولي

(5) الدالة $f(x) = \pi^2 - x$ هي دالة تربيعية.

(a) ○ (b) ●

السبب :

الدالة f هي دالة خطية (من الدرجة الأولي) لأن (π^2) لا تمثل متغيراً

في التمارين (6–10)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة التربيعية التي حدها الثابت يساوي 3− فيما يلي هي:

(a) $y = (3x + 1)(-x - 3)$ (b) $y = x^2 - 3x + 3$

(c) $f(x) = (x - 3)(x - 3)$ (d) $y = -3x^2 + 3x + 9$

السبب :

$$y = (3x + 1)(-x - 3) = -3x^2 - 9x - 3 = -3x^2 - 10x - 3$$

(7) أي دالة مما يلي <u>ليست</u> دالة تربيعية:

(a) $y = (x - 1)(x - 2)$ (b) $y = x^2 + 2x - 3$

(c) $y = 3x - x^2$ (d) $y = -x^2 + x(x - 3)$

السبب :

$$y = (x - 1)(x - 2) = x^2 - 3x + 2$$

$$y = -x^2 + x(x - 3) = -x^2 - x^2 - 3x = -3x$$

(8) أي نقطة مما يلي تنتمي إلى منحنى دالة $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ ؟

(a) $(3, 12)$ (b) $(-1, -1)$ (c) $(2, 3)$ (d) $(-2, 22)$

$(3,12)$ $\quad f(3) = 3(3)^2 - 5(3) + 1 = 13 \neq 12$

$(-1,-1)$ $\quad f(-1) = 3(-1)^2 - 5(-1) + 1 = 9 \neq -1$

$(2,3)$ $\quad f(2) = 3(2)^2 - 5(2) + 1 = 3 = 3$

$(-2,22)$ $\quad f(-2) = 3(-2)^2 - 5(-2) + 1 = 23 \neq 22$

(9) تكون الدالة $f(x) = (a^2 - 4)x^2 - (a - 2)x + 5$ دالة تربيعية لكل a تنتمي إلى:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ (c) $\mathbb{R} - \{2\}$ (d) $\mathbb{R} - \{-2\}$

$$f(x) = (a^2 - 4)x^2 - (a - 2)x + 5$$

$$(a^2 - 4) = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 2 \ , \ x = -2$$

تمرّنْ
2–3

الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

Quadratic Functions and Parabolas

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ.

(a) (b)

السبب :

$$y = 2x^2 - 2(3-x)^2 = 2x^2 - 2(9 - 6x + x^2) = 2x^2 - 18 + 12x - 2x^2$$
$$= -18 + 12x$$

هذا المعادلة تمثل دالة خطية و لا تمثل معادلة قطع مكافئ

(2) القطع المكافئ $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ فتحته إلى الأعلى.

(a) (b)

السبب :

$a = -\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3} < 0$ فتحة القطع إلى أسفل

(3) المعادلة $y = 2(x-1)^2 + 2$ يكون بيانها أكثر اتساعًا من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

(a) (b)

السبب :

كلما قل معامل حد الدرجة الثانية كلما زاد اتساع القطع المكافئ

(4) توجد عند رأس منحنى الدالة $y = -(x-3)^2 - 2$ قيمة عظمى.

(a) (b)

السبب :

$a = -1$, $-1 < 0$

فتحة القطع إلي أسفل ، وبالتالي يكون عند رأس القطع المكافئ قيمة عظمي للدالة

(5) منحنى القطع المكافئ $y = (-x+2)^2 + 3$ يمر بالنقطة $P(2, 3)$

(a) (b)

نقوم بالتعويض عن $x = 2$ في المعادلة $y = (-x+2)^2 + 3$

$$y = (-2+2)^2 + 3 = 3$$

النقطة **(2,3)** تقع على القطع

في التمارين (11–6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة $y = a(3-x)^2 - 2$ يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة $y = -2x^2$ إذا كان:

(a) $|a| = 2$ (b) $|a| > 2$ (c) $a < 2$ **(d)** $|a| < 2$

السبب : إذا كان معامل حد الدرجة الثانية مثلاً هو **2-** أو **2** فإن اتساع بيان الدالة هو نفسه ولكن الإشارة تدل على إتجاه فتحة المنحني إلى أعلى أو إلى أسفل وبالتالي فإن الدالة التي يكون رسمها **$|a| < 2$**

(7) معادلة القطع المكافئ $y = 2x^2$ الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يسارًا و4 وحدات لأعلى هي:

(a) $y = (2x+2)^2 + 4$ (b) $y = 2(x-2)^2 + 4$

(c) $y = 2(x+2)^2 + 4$ (d) $y = 2(x+2)^2 - 4$

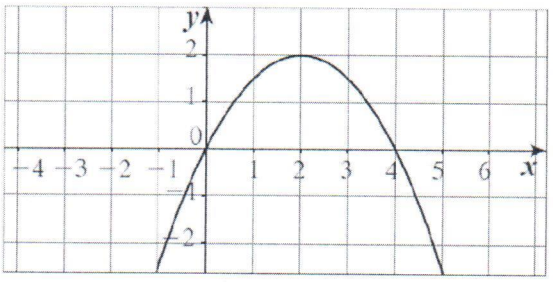
السبب :

عند إزاحة القطع المكافئ الذي معادلة $y = 2x^2$

$y = 2(x+2)^2 + 4$

أزاحة منحني الدالة وحدتين يسار و أربعة وحدات يمين

(8) الشكل أدناه يمثل منحنى قطع مكافئ معادلته هي:



(a) $y = (x-2)^2 + 2$ (b) $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

(c) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ **(d)** $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

السبب :

لأن رأس المنحني هو النقطة **(2 , 2)** والمنحني مفتوح إلى الأسفل

(9) القطع المكافئ $y = a(x-h)^2 + k$ يقطع المحورين على الأكثر في:

(a) نقطة **(b)** نقطتين

(c) 3 نقاط (d) 4 نقاط

السبب :

القطع المكافئ يقطع محور السينات في نقطتين فقط ويمكن أن يقطع محو الصادات في نقطة واحدة

(10) القيمة الصغرى للدالة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي عند النقطة:

a $(3, -2)$

b $(-3, 2)$

c $(-3, -2)$

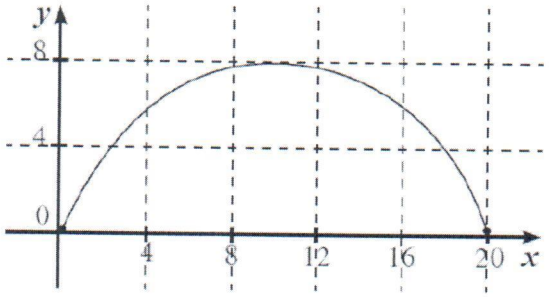
d $(3, 2)$

السبب :

المعادلة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي المعادلة $y = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 2$

فإن رأس المنحني هو النقطة **(3 , -2)**

(11) يقع جسر على شكل قطع مكافئ فوق نهر. يبلغ البعد بين قاعدتيه 20 m وارتفاعه الأقصى 8 m معادلة القطع المكافئ هي:



a $y = 0.08(x-10)^2 + 8$

b $y = -0.08(x-10)^2 + 8$

c $y = -0.08(x-20)^2 + 8$

d $y = 0.08(x+10)^2 + 8$

السبب :

تمرّنْ
2–5

المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

Inverses and Square Root Functions

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت النقطة $M(x, y)$ تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة $N(y, x)$ تنتمي لبيان معكوس هذه الدالة.

(a) (b)

السبب :

إذا كانت النقطة (a,b) تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة (b,a) تنتمي لبيان معكوس الدالة f

(2) إذا كانت $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$ فإن الدالتين كل منهما معكوس للأخرى.

(a) (b)

السبب :

$$f(x) = x + 1 \implies y = x + 1$$

نقوم بتبديل كل من x, y ثم الحل بالنسبة إلي y كالتالي

$$x = y + 1 \implies y = x - 1 \implies g(x) = x - 1$$

(3) المستقيم $y = x$ هو خط انعكاس لبيان دالة f وبيان معكوسها.

(a) (b)

السبب :

العبارة صحيحة

(4) إذا مر بيان دالة بنقطة الأصل فإن بيان معكوسها يمر أيضًا بنقطة الأصل.

(a) (b)

(5) لا يتغير مجال دالة الجذر التربيعي بعد إزاحة بيانها 3 وحدات يمينًا.

(a) (b)

السبب :

لأنه عند التبديل x, y نحصل على نفس نقطة الأصل

في التمارين (10–6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة:

(6) إذا انتمت النقطة $A(2, 3)$ إلى بيان دالة فإن النقطة التي تنتمي إلى بيان معكوس تلك الدالة هي:

(a) $(-2, 3)$ (b) $(2, -3)$ (c) $(3, -2)$ (d) $(3, 2)$

السبب :

لأنه إذا كانت النقطة (a,b) تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة (b,a) تنتمي لبيان معكوس الدالة f

(7) بيان الدالة $y=\sqrt{x+2}-2$ هو انسحاب لبيان الدالة $y=\sqrt{x}$:

(a) وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأعلى

(b) وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأسفل

(c) وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأعلى

(d) وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأسفل

السبب :

من خلال العلاقة بين الدالتين بيان الدالة $y=\sqrt{x}$

$y=\sqrt{x+2}-2$ هو انسحاب لبيان الدالة $y=\sqrt{x}$ وحدتين يسار ووحدتين إلى أسفل

(8) معكوس الدالة $y=x^2+2$ هو:

(a) $y=\sqrt{x-2}$

(b) $y=-\sqrt{x-2}$

(c) $y=\pm\sqrt{x-2}$

(d) ليس أيًا مما سبق صحيحًا

السبب :

نقوم بتبديل كل من x, y ثم الحل بالنسبة إلي y كالتالي

$$x=y^2+2 \Longrightarrow y^2=x-2 \Longrightarrow y=\pm\sqrt{x-2}$$

معكوس الدالة $y^2=x+2$ هو الدالة $y=\pm\sqrt{x-2}$

نقوم بتبديل كل من x, y ثم الحل بالنسبة إلي y كالتالي

(9) معكوس الدالة $y=5x-1$ هو:

(a) $y=5x+1$

(b) $y=\frac{x+1}{5}$

(c) $y=\frac{x}{5}+1$

(d) $y=\frac{x}{5}-1$

السبب :

$$x=5y-1 \Longrightarrow 5y=x+1 \Longrightarrow y=\frac{x+1}{5}$$

معكوس الدالة $y=5x-1$ هو $y=\frac{x+1}{5}$

(10) مجال معكوس الدالة $y=\sqrt{x+3}-1$ هو:

(a) $\mathbb{R}$

(b) $(-1,\infty)$

(c) $(-\infty,1)$

(d) $[-1,\infty)$

السبب : مدى هو $[-1,\infty)$ و مجال معكوس الدالة هو $[-1,\infty)$

تمرّن
2–6

حل المتباينات

Solving Inequalities

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5 – 1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 > 0$ هي $\mathbb{R}$ (a) (b)

السبب : حيث أن الـ (-3) هو صفر للمتباينة $(x+3)^2 > 0$

مجموعة الحل $= \mathbb{R} - \{-3\}$ وليست $\mathbb{R}$

(2) كل x ينتمي للفترة $(0, \infty)$ هو حل للمتباينة $\frac{x-1}{x^2-x} \geq 0$ (a) (b)

السبب : أصفار المقام $x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0$

أصفار المقام هي : $1 \in (0-\infty)$ فأن الفترة $(0-\infty)$ ليست حل للمتباينة

(3) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 + 2 < 1$ هي المجموعة الخالية ϕ (a) (b)

السبب : $(x+3)^2 + 2 < 0$ أي أن $(x+3)^2 < -2$

مجموعة الحل $= \{\ \} = \varphi$

(4) مجموعة حل المتباينة $\frac{x+2}{x+1} \geq 1$ هي $(-1, \infty)$ (a) (b)

السبب : $\frac{x+2}{x+1} \geq 1 \quad \forall x \in (-1, \infty)$ $\quad \frac{x+2}{x+1} \neq 1 \ , \ \forall x \in (-1, \infty)$

وتكون الأجابة صحيحة إذا كتبت المتباينة بالصورة $\frac{x+2}{x+1} > 1$

(5) مجموعة حل المتباينة $(-x-3)^2 < 0$ هي $\{3\}$ (a) (b)

السبب : $(-x-3)^2 < 0 \Rightarrow (x+3)^2 < 0$

مجموعة حل المتباينة هي φ

في التمارين (13–6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) المعادلة المناظرة للمتباينة $-3(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right) \leq 2$ هي:

(a) $-3x^2+2x-\frac{5}{3}=0$ (b) $x^2+\frac{4}{3}x+1=0$ (c) $-3x^2+4x-3=0$ (d) $-3x^2+2x+1=0$

السبب :

$$-3(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right) \leq 2 \quad \Rightarrow \quad (x+1)(-3x-1) \leq 2$$

$$-3x^2-4x-1 \leq 2$$

$$-3x^2-4x-3 \leq 0 \quad \text{معادلة المناظرة } -3x^2-4x-3 = 0$$

(7) إن مجموعة حل المتباينة $(1-2x)(4+5x) < 0$ هي:

(a) $\left(-\frac{4}{5}, \frac{1}{2}\right)$ (b) $\left(-\infty, -\frac{4}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

(c) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{4}{5}, \infty\right)$ (d) $\left(-\infty, -\frac{4}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

السبب : $(1-2x)(4+5x) < 0$ معادلة المناظرة $(1-2x)(4+5x) = 0$

الأصفار هي : $-\frac{4}{5}, \frac{1}{2}$ $\qquad x = -\frac{4}{5}, x = \frac{1}{2}$

وحيث أن علاقة المتباينة أصغر فأن :

مجموعة الحل $= \left(-\infty, -\frac{4}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

(8) إن مجموعة حل المتباينة $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3} > 0$ هي:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^*$ (c) $\mathbb{R}-\{3\}$ (d) $\mathbb{R}-\{0,3\}$

السبب : $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3} > 0 \Rightarrow x^2+1>0 : x \neq 0$

مجموعة الحل $= \mathbb{R}-\{3\}$

(9) المتباينة التي مجموعة حلها $[-2, 3]$ هي:

(a) $x^2-x-6<0$ (b) $x^2-x-6\leq 0$ (c) $x^2-x-6>0$ (d) $x^2-x-6\geq 0$

السبب : المتباينة التي تحتوي على علاقة التباين أصغر من أو يساوي هي التي تحتوي

مجموعة الحل= $[-2, 3]$ المتباينة هي $x^2-x-6 \leq 0$

(10) مجموعة حل المتباينة $x^2+|x|>0$ هي:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $(0,\infty)$ (c) $\mathbb{R}-\{0\}$ (d) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

السبب :

مجموعة حل المتباينة $x^2+|x|>0$ هي : $\mathbb{R}-\{0\}$

(11) إذا كانت $f(x)=\frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ فإن قيم x التي تجعل f غير معرّفة هي:

(a) $\{\frac{2}{3},-\frac{3}{2}\}$ (b) $\{\frac{-2}{3},\frac{3}{2}\}$ (c) $\{\frac{2}{3},\frac{3}{2}\}$ (d) $\{\frac{-2}{3},-\frac{3}{2}\}$

السبب :

$f(x)=\frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ قيم x التي تجعل f غير معرّفة هي أصفار المقام

$$(2x-3)(3x+2)=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}\ ,\ x=-\frac{2}{3}$$

(12) مجموعة حل المعادلة $x^2+|x|-2=0$ هي:

(a) $\{1,-2\}$ (b) $\{-1,2\}$ (c) $\{-1,1\}$ (d) $\{-2,2\}$

السبب :

$$x^2+|x|-2=0 \Rightarrow |x|^2+|x|-2=0$$

$$(|x|-1)(|x|+2)=0$$

$|x|-1=0 \Rightarrow |x|=1 \Rightarrow x=\pm 1$, $|x|=-2$ مرفوض

(13) إذا كانت $f(x)=-3x^2+x-\frac{1}{12}$ فإن قيم x التي تجعل $f(x)$ غير موجبة ولا تساوي الصفر هي:

(a) $(-\infty,0)$ (b) $(0,\infty)$ (c) $\{\frac{1}{6}\}$ (d) $\mathbb{R}-\{\frac{1}{6}\}$

السبب :

$f(x)=-3x^2+x-\frac{1}{12}$ قيم x التي تجعل $f(x)$ غير موجبة ولاتساوي صفر

$$-3x^2+x-\frac{1}{12}<0 \Rightarrow 3x^2-x+\frac{1}{12}>0$$

في أضرب 12 $\quad 36x^2-12x+1>0$

أصفار المتباينة $\frac{1}{6}$ $\quad (6x-1)^2>0$

مجموعة القيم هي $\mathbb{R}-\{\frac{1}{6}\}$

الوحدة الثالثة

تمرّنْ
3–1

دوال القوى ومعكوساتها

Power Functions and their Inverses

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $y = \sqrt{x^4}$ دالة قوى

(a) (b)

السبب :

$$y = \sqrt{x^4} = x^2$$

(2) $f : [-3,3] \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5$ دالة فردية

(a) (b)

السبب :

لأن الجزء المرسوم في الربع الأول هو الربع الثالث ، ونقطة الأصل هي نقطة التماثل .

(3) $y = x\sqrt{x}$ دالة زوجية

(a) (b)

السبب : الدالة ليست فردية ولا زوجية $x \in \mathbb{R}^+$ غير معرفة $f(-x) = -x\sqrt{-x}$

(4) $y = (x+4)^2$ دالة زوجية

(a) (b)

السبب :

$$y = (x+4)^4 \implies f(x) = (x+4)^4$$

$$f(-x) = (-x+4)^4 = f(x) = (-(x-4))^4 = f(x) = (x-4)^4$$

أي أن الدالة f الدالة ليست فردية ولا زوجية

(5) المستقيم الذي معادلته $y = x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها.

(a) (b)

السبب :

عند إيجاد معكوس العلاقة ر، نستبدل النقاط (a , b) التي تمثل العلاقة ر، بالنقاط (b , a) والتي تمثل معكوسها .

في التمارين (6–10)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) معكوس دالة القوى $y = 0.2x^4$ هو:

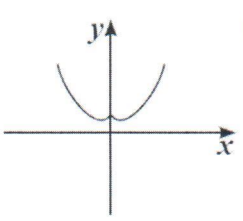
(a) $y = \sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ **(b)** $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (c) $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{2}}$ (d) $y = -\sqrt[4]{5x}$

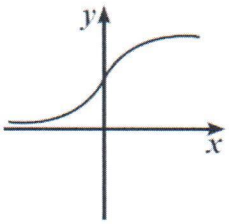
السبب :

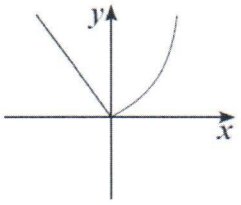
نقوم بتبديل x بالـ y $\qquad y = 0.2\,x^4$

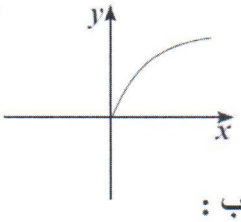
$$x = 0.2\,y^4 \implies y^4 = \frac{x}{0.2} \implies y^4 = 5x \implies y = \pm\sqrt[4]{5x}$$

(7) أي مما يلي تمثل دالة زوجية.

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

السبب :

الدالة الزوجية هي الدالة التي محور تماثلها محور الصادات

(8) الدالة $y = 4.9t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها:

(a) $[-4,4)$ (b) $[-4,2)$ **(c)** $[-2,2]$ (d) $[0,\infty)$

السبب :

الدالة $y = 4.9\,t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها $[\,-2\,,2\,]$ لانها يكون محور التماثل محور الصادات

(9) إذا كانت $f:[-4,4] \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{64}$ فإن مجال f^{-1} هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $[-4,4]$ **(d)** $[-1,1]$

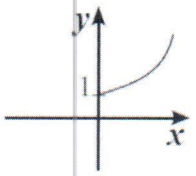
السبب :

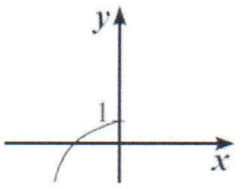
$f:[-4,4] \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^3}{64}$ مدي الدالة f

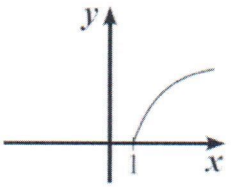
$f(4) = \frac{(4)^3}{64} = 1$ ، $f(-4) = \frac{(-4)^3}{64} = -1$ مدي الدالة f يساوي مجال المعكوس

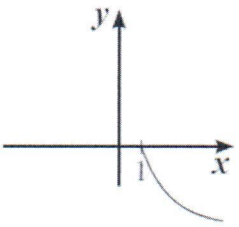
$[\,-1\,,1\,]$

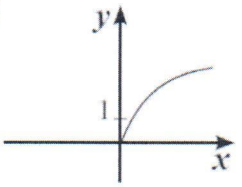
(10) ليكن بيان f^{-1} كما هو موضح في الشكل المقابل. بيان f يمكن أن يكون:



(a)


(b)


(c)


(d)


السبب :

بيان الدالة f^{-1} هو صورة بيان الدالة f بالأنعكاس في المستقيم $y = x$

في التمرينين (12–11)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب السؤال في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(11) بيان دالة زوجية متماثل حول: a	(a) المستقيم الذي معادلته $x = 0$
(12) بيان دالة فردية متماثل حول: d	(b) المستقيم الذي معادلته $y = 0$
	(c) المستقيم الذي معادلته $y = x$
	(d) نقطة الأصل

السبب :

(11) بيان الدالة الزوجية متماثل حول المستقيم الذى معادلته $x = 0$ (محور الصادات)

(12) بيان الدالة الفردية متماثل حول نقطة الأصل .

تمرّنْ
3–2

الدوال الحدودية

Polynomial Functions

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) كثيرة الحدود، $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5 \ , \ \forall a \in \mathbb{R}$ هي من الدرجة الثالثة.

(a) (b●)

السبب :

$$f(x) = a\,x^3 + (a+2)x^2 + 5 \qquad \forall\, x \in \mathbb{R}$$

فتكون $f(x)$ من الدرجة الثالثة .

وعندما $a = 0$ فأن $\forall\, x \in \mathbb{R}$ $\qquad f(x) = 2x^2 + 5$

أي تكون $f(x)$ من الدرجة الثانية

(2) المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1-x^2)$ هو 2

(a) (b●)

السبب :

$$f(x) = 2\,x^5 - 3x^3(1-x^2) \Longrightarrow f(x) = 2\,x^5 - 3x^3 + 3\,x^5$$

$$f(x) = 5\,x^5 - 3x^3$$

معامل الحد الرئسي 5 وليس 2

(3) كثيرة الحدود $(1-x^2)^3(x+1)$ هي من الدرجة السابعة.

(a●) (b)

السبب :

بفك كثيرة الحدود $(1-x^2)^3(x+1) = (1-3\,x^2+3\,x^4-x^6)(x+1)$

$$= x - 3\,x^3 + 3\,x^5 - x^7 + 1 - 3\,x^2 + 3\,x^4 - x^6$$

كثيرة حدود من الدرجة السابعة

(4) إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة n فإن لها n حدًّا.

(a) (b●)

ليس من الضروري أن عدد الحدود يساوي درجة الحدودية

في التمارين (7–5)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) $(x+1)^3$ يساوي:

(a) x^3+1 (b) $(x+1)(x^2+x+1)$

(c) x^3+3x^2+3x+1 (d) x^3+x^2+x+1

السبب:

$$(x+1)^3=(x+1)(x+1)^2=(x+1)(x^2+2x+1)$$
$$=x^3+3x^2+3x+1$$

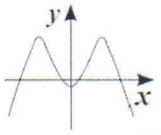
(6) أي مما يلي يساوي $2x^4-3x+6$ ؟

(a) $(x^4-2x^2+3)-(x^4-x^2-9)$ (b) $2x^4-3(x+6)$

(c) $(3x^4-x+3)+(3-2x-x^4)$ (d) $x(2x^3-3x)+6$

السبب :

$$f(x)=(3x^4-x+3)+(3-2x-x^4)=2x^4-3x+6$$

(7) سلوك نهاية الدالة  هو:

(a) $(\nwarrow,\nearrow)$ (b) $(\swarrow,\searrow)$ (c) $(\swarrow,\nearrow)$ (d) $(\nwarrow,\searrow)$

السبب :

من الرسم من اليمن إلي أسفل من اليسار إلي أسفل

في التمارين (11–8) لديك قائمتان، اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في من القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
سلوك نهاية الدالة:	(a) $(\nwarrow,\nearrow)$
(8) $f(x)=x^4-2x^5$ — d	(b) $(\swarrow,\searrow)$
(9) $g(x)=2x+x^3+5$ — c	(c) $(\swarrow,\nearrow)$
	(d) $(\nwarrow,\searrow)$
سلوك نهاية الدالة:	(a) $(\nwarrow,\nearrow)$
(10) $f(x)=-x^6+7x$ — b	(b) $(\swarrow,\searrow)$
(11) $g(x)=\frac{1}{2}x^4-2$ — a	(c) $(\swarrow,\nearrow)$
	(d) $(\nwarrow,\searrow)$

(8) $f(x)=x^4-2x^5 \Rightarrow f(x)=-2x^5+x^4$

المعامل الرئيسي هو 2- (عدد سالب) سلوك النهاية من جهة اليمين هو لأسفل

كثيرة الحدود من الدرجة الخامسة (فردي) سلوك النهاية من جهة اليسار معاكس اليمين أي لأعلي

$$g(x) = 2x + x^3 + 5 \Rightarrow g(x) = x^3 + 2x + 5 \quad (9)$$

المعامل الرئيسي هو 1 (عدد موجب) سلوك النهاية من جهة اليمين هو لأعلي

كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة (فردي) سلوك النهاية من جهة اليسار معاكس اليمين أي لأسفل

$$f(x) = -x^6 + 7x \quad (10)$$

المعامل الرئيسي هو -1 (عدد سالب) سلوك النهاية من جهة اليمين هو لأسفل

كثيرة الحدود من الدرجة السادسة (زوجي) سلوك النهاية من جهة اليسار نفس اليمين أي لأسفل

$$g(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2 \quad (11)$$

المعامل الرئيسي هو $\frac{1}{2}$ (عدد موجب) سلوك النهاية من جهة اليمين هو لأعلي

كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة (زوجي) سلوك النهاية من جهة اليسار نفس اليمين أي لأعلي

تمرّنْ
3–3

العوامل الخطية لكثيرات الحدود

Linear Factors of Polynomials

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f تقبل القسمة على $(2x+3)$ فإن $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$ (a) (b)

السبب :

تقبل الدالة f القسمة على $(2x+3)$ إذا كان $f\left(-\frac{3}{2}\right)=0$ وليس $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$

(2) إذا كانت $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية g فإن $g(-2)=0$ (a) (b)

السبب :

عندما يكون $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية ل فإن **2-** صفر من الأصفار أي $f(-2)=0$

(3) إذا قبلت $f(x)=x^4-2x^2+k+1$ القسمة على x فإن $k=-1$ (a) (b)

السبب :

لان عندما تكون $k=-1$ تكون $f(x)=x^4-2x^2$ وهي تقبل القسمة على x

(4) باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت. (a) (b)

السبب :

لان درجة باقي القسمة تكون دائما أقل من درجة المقسوم عليه ،

(5) $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية: $p(x)=x^3-x^2-2x$ (a) (b)

السبب :

عندما يكون **(x+1)** عامل من عوامل الحدودية فإن $x=-1$ صفراً لها أي أن

$$p(-1)=(-1)^3-(-1)^2-2(-1)=-1-1+2=0$$

في التمارين (13–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $x=-2a$ صفر من أصفار كثيرة حدود فإن أحد عواملها هو:

(a) $(x-2a)$ (b) $(2x+a)$ (c) $(2x-a)$ **(d)** $(x+2a)$

السبب :

عندما يكون $x=-2a$ صفراً من الأصفار فإن $(x+2a)$ عامل من العوامل

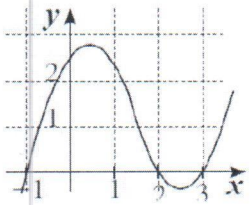
(7) أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x-1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية:

(a) $(x-1)^2$ **(b)** x^2-x (c) x^2-1 (d) x^2+1

السبب:

عندما $(x-1)(x-1)^2=(x-1)(x^2-2x+1)=x^3-3x^2+3x-1$

(8) ليكن بيان f كما في الشكل المرسوم فإن مجموعة حل المعادلة $f(x)=0$ هي:



(a) $\{-1,2,3\}$ (b) $\{1,-2,-3\}$

(c) $\{-1,0,2,3\}$ (d) $\{0\}$

السبب :

محور السينات يتقاطع مع المنحني f عند كلاً من $x=-1\,,\,x=2\,,\,x=3$

(9) شبه مكعب أبعاده $3x\,,\,2x-3\,,\,2x+3$ فتكون دالة الحجم $f(x)$ تساوي:

(a) $4x^2-9$ (b) $3x(4x^2+9)$ (c) $12x^2-9x$ **(d)** $12x^3-27x$

السبب :

حجم شبه المكعب V = حاصل ضرب أبعاده الثلاثة = الطول × العرض × الأرتفاع

$$V=f(x)=3x\,(2x+3)\,(2x-3)=3x\,(\,4x^2-9\,)=12\,x^3-27x$$

(10) قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عاملاً من عوامل $f(x)=(x^2+x-2)+2k$ هي:

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

السبب :

عندما يكون $x-1$ عامل من العوامل الحدودية فإن $x=1$ فإن $f(1)=0$

$$(1+1-2)+2k=0 \Rightarrow 2k=0 \Rightarrow k=0$$

تمرّنْ
3–5

حل معادلات كثيرات الحدود

Solving Polynomial Equations

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل المعادلة $9x^2 + 16 = 0$ هي $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right\}$

(a) (b●)

السبب :

بالتعويض المباشر عن قيمة x لا تحقق حل المعادلة

(2) مجموعة حل المعادلة $2x^3 + 2 = 0$، $x \in \mathbb{R}$ هي مجموعة أحادية.

(a●) (b)

السبب :

$$2x^3 + 2 = 0 \Rightarrow 2(x^3 + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad or \quad x^2 - x + 1 = 0$$

$x = -1$ $\qquad$ $x^2 - x + 1 = 0$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$

(3) إذا كانت $2k$ تنتمي إلى مجموعة حل المعادلة $(4x^2 + 1)\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) = 0$

فإن $k \in \{-1, 1\}$

(a●) (b)

السبب :

$$(4x^2 + 1)\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) = 0$$

$4x^2 + 1$ لا توجد جذور حقيقية $\qquad$ $\frac{x^2}{4} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{4} = 1$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

بالتعويض $x = 2k$ $\qquad$ $\pm 2 = 2k \Rightarrow k = \pm\frac{2}{2} = \pm 1$

(4) إن $\{1\}$ هي مجموعة حل المعادلة $3x^4 + 12x^2 - 15 = 0$

(a) (b●)

السبب :

لحل المعادلة $\qquad$ $3x^4 + 12x^2 - 15 = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^2 - 5 = 0$

$$(x^2 + 5)(x^2 - 1) = 0$$

$x^2 + 5 = 0$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$ $\qquad$ $x^2 - 1 = 0$

$$x = \pm 1$$

مجموعة الحل = $\{-1, 1\}$

b

(b) $b, c \in \mathbb{R}$ حيث $f(x) = 2x^3 + bx^2 + cx - 3$ يمكن أن يكون صفرًا للحدودية $\frac{2}{3}$ (5)

السبب :

$$f(x) = 2x^2 + b\,x^2 + cx - 3$$

نوجد الأصفار النسبية الممكنة لمعرفة الأجابة الصحيحة

الحد الثابت ٣- عوامل الحد الثابت هي : $\pm 1, \pm 3$

الحد الرئيسى ٢ عوامل الحد الرئيسي هي : $\pm 1, \pm 2$

قسمة عوامل الحد الثابت علي عوامل الحد الرئيسي هي : $\pm 1, \pm 3, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$

نلاحظ أن $\frac{2}{3}$ ليس ضمن هذه الأصفار النسبية الممكنة

في التمارين (6–8)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) 5 يمكن أن يكون صفرًا من أصفار الحدودية $f(x)$ تساوي:

a $ax^3 + x^4 + 5$ (b) $x^5 - 1$ (c) $5x^3 + 6x - 1$ (d) $(x + 5)(x^2 + 25)$

السبب :

(٦) بالتعويض المباشر أو الأصفار النسبية المحتمل لكل معادلة

$$f(5) = a(5)^3 + 5^4 + 5 =$$

$f(5) = (5)^5 - 1 \neq 0$ ليس

$f(5) = 5(5)^3 + 6(5) - 1 \neq 0$ ليس

$f(5) = (5 + 5) + (5^2 + 25) \neq 0$ ليس

لا توجد غير **(a)**

(7) أي قيمة مما يلي ليست حلًّا للمعادلة: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

(a) -1 (b) -3 (c) 3 d 2

السبب :

بالتعويض المباشر أو الأصفار النسبية المحتمل لكل معادلة

$$f(2) = 2^4 - 10(2)^2 + 9 = -15 \neq 0$$

$$f(-3) = (-3)^4 - 10(-3)^2 + 9 = 0 = 0$$

$$f(3) = 3^4 - 10(3)^2 + 9 = 17 = 0$$

$$f(-1) = (-1)^4 - 10(-1)^2 + 9 = 0 = 0$$

(8) إذا كان $f(m) = f(n) = f(-1) = 0$ فإن f ممكن أن تكون:

(a) $f(x) = (x-1)(x+m)(x+n)$

(b) $f(x) = (x-1)(x-m)^2(x-n)$

(c) $f(x) = (x+1)(x-m)(x-n)^2$

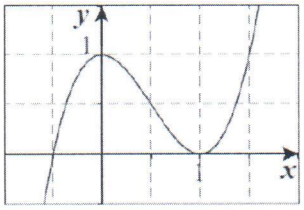
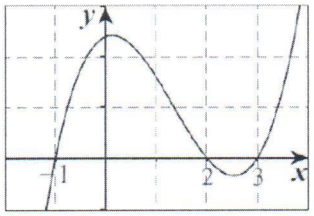
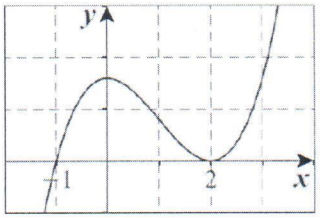
(d) $f(x) = (x+1)(x-mn)$

السبب :

$$f(m) = f(n) = f(-1) = 0$$

$$f(x) = (x - m)(x - n)(x + 1)$$

في التمارين (11–9)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(9) مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{-1, 2, 3\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون: (b) لان منحنى الدالة $f(x)$ يقطع محور السينات عند كلا من $x = -1, x = 2, x = 3$	(a) 
(10) مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{-1, 2\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون: (c) لان منحني الدالة $f(x)$ يقطع محور السينات عند كلا من $x = -1, x = 2$	(b) 
(11) مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{1, -2, -3\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون: (d) لان منحني الدالة $f(x)$ يقطع محور السينات عند كلا من $x = 1, x = -2, x = -3$	(c)  (d)