

2024/2023

الثاني عشر علمي



الرياضيات



اسئلة اختبارات  
وإجاباتها النموذجية

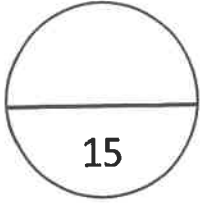


الفترة الأولى



مدير المدرسة  
أ. خالد البطي



القسم الأول : أسئلة المقال.أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

15

(7 درجات)

السؤال الأول :(a) أوجد :  $\frac{dy}{dx}$  حيث :  $y = x + x^2y^5$ الحل :







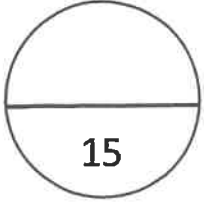




السؤال الرابع :

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $y = \frac{8}{4 + x^2}$

عند النقطة (2, 1)



(8 درجات)

الحل :



القسم الثاني ( البنود الموضوعية )

أولاً : في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2 \quad (1)$$

(2) الدالة  $f : f(x) = x|x|$  غير قابلة للإشتقاق  $\forall x \in R$ .

(3) إذا كانت  $f''(c) = 0$  فإن لمنحنى الدالة  $f$  نقطة انعطاف هي  $(c, f(c))$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} \text{ يساوي :} \quad (4)$$

(a) 0                      (b)  $\infty$                       (c) -2                      (d) 2

(5) لتكن الدالة  $g$  :  $x > a$  :  $g(x) = \begin{cases} x + 1 \\ 3 - x \end{cases}$  متصلة عند  $x = a$ ,

$a \in Z$  فإن  $a$  تساوي :

(a) 0                      (b) 1                      (c) 2                      (d) -1

(6) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -2$  وكانت  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7$

فإن  $f(-2)$  تساوي :

(a) 3                      (b) 5                      (c) 9                      (d) 11

(7) إذا كانت  $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$  فإن  $f''(x)$  تساوي :

(a)  $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b)  $8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c)  $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(d)  $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت  $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$  فإن  $y'$  تساوي :

(a)  $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

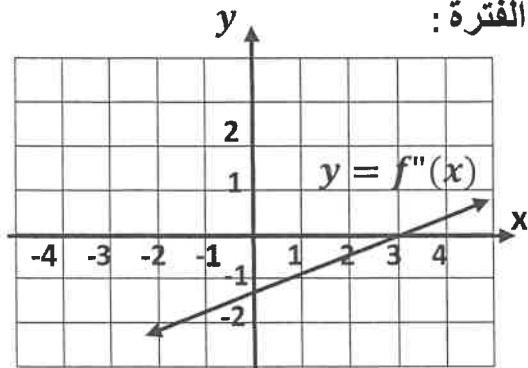
(b)  $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(c)  $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(d)  $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

(9) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل

يوضح بيان  $f''$  فإن منحنى الدالة  $f$  مقعراً للأسفل في الفترة :



(a)  $(-1, 4]$

(b)  $(3, \infty)$

(c)  $(-\infty, 3)$

(d)  $(3, 5)$

(10) مستطيل مساحته  $36 \text{ cm}^2$  فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

(a)  $6 \text{ cm}, 6 \text{ cm}$

(b)  $12 \text{ cm}, 3 \text{ cm}$

(c)  $9 \text{ cm}, 4 \text{ cm}$

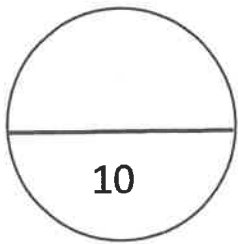
(d)  $18 \text{ cm}, 2 \text{ cm}$

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

( 1 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 2 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 3 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة



الدرجة: .....

المجال الدراسي : الرياضيات  
الزمن : ساعتان و45 دقيقة  
عدد الصفحات : 11

دولة الكويت  
وزارة التربية  
التوجيه الفني العام للرياضيات

امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي  
للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل في كل منها .

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2}$$

(8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد معادلة المماس عند النقطة  $\left(1, \frac{2}{3}\right)$  لمنحنى الدالة  $f$

(7 درجات)

$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 2} \quad \text{حيث}$$

الحل:

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) ادرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x + 3} & : x > -1 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثاني :

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x} \quad (x \neq 0) , \quad g(x) = x^2 + 1 \quad (b) \text{ لتكن :}$$

أوجد (1) باستخدام قاعدة السلسلة  $(f \circ g)'(x)$

(7 درجات)

$$(f \circ g)'(1) \quad (2)$$

الحل:





السؤال الرابع : ( 15 درجة )

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & : x > -3 \\ 7 & : x \leq 3 \end{cases} \quad (a) \text{ لتكن } f$$

( 6 درجات )

ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 3$

الحل :

تابع السؤال الرابع:

( b ) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي :

( 9 درجات )

- (1) النقاط الحرجة للدالة
- (2) الفترات التي تكون الدالة  $f$  متزايدة أو متناقصة عليها
- (3) القيم القصوى المحلية

الحل :

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 7}{\sqrt{4x^2 - 8x + 5}} = \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$(2) \text{ الدالة } f : f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2} \text{ متصلة عند } x = 3$$

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته  $16 \text{ cm}^2$  هو  $16 \text{ cm}$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x+3} \text{ يساوي :} \quad (4)$$

- (a)  $\infty$       (b)  $-\infty$       (c) 1      (d) 0

(5) لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$  ،  $g : g(x) = x^2 - 3$  فإن  $(f \circ g)(0)$  يساوي

- (a) -1      (b) -4  
(c) 1      (d) 4

$$(6) \text{ الدالة } f : f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}} \text{ متصلة على :}$$

- (a)  $(-\infty, \frac{1}{2})$       (b)  $(5, \infty)$       (c)  $R$       (d)  $(-5, 5)$

(7) إذا كانت الدالة  $y = \frac{1}{x} + 5 \sin x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

(a)  $-\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

(b)  $\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(c)  $-\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(d)  $\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

(8) إذا كانت  $f' : f'(x) = -x^2$  ، فإن الدالة  $f$  :

(a) متزايدة على مجال تعريفها

(b) متناقصة على مجال تعريفها

(c) متزايدة على الفترة  $(-\infty, 0)$  فقط

(d) متناقصة على الفترة  $(0, \infty)$  فقط

(9) عدد النقاط الحرجة للدالة  $y = 3x^3 - 9x - 4$  على الفترة  $(0, 2)$  هو

(a) 3

(b) 0

(c) 1

(d) 2

(10) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود ، :  $(c, f(c))$  نقطة انعطاف لها فإن:

(a)  $f''(c) = 0$

(b)  $f'(c) = 0$

(c)  $f(c) = 0$

(d) غير موجودة  $f''(c)$

انتهت الأسئلة

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
( 1 )	(a)	(b)		
( 2 )	(a)	(b)		
( 3 )	(a)	(b)		
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	(c)	(d)

لكل بند درجة واحدة فقط

10

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : ( 14 درجة )

( 7 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

( a ) أوجد

الحل :

( 7 درجات )

تابع السؤال الأول :

( b ) ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 0$  حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

السؤال الثاني : ( 14 درجة )

( 7 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}}$$

(a) أوجد

الحل:





تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة  $f : f(x) = x + \frac{1}{x}$  تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

على الفترة  $[\frac{1}{2}, 2]$  ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ به النظرية ، فسر اجابتك

( 7 درجات )

الحل :

السؤال الرابع : ( 14 درجة )

دالة متصلة على مجالها  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \leq 2 \\ 4x - 3 & : x > 2 \end{cases}$  لتكن الدالة  $f$  : ( a )

( 8 درجات )

أوجد  $f'(x)$  إن أمكن

الحل :



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|2x - 3|} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{10}{x^2} \csc^2\left(\frac{2}{x}\right) \quad \text{فإن} \quad y = 5 \cot\left(\frac{2}{x}\right) \quad \text{إذا كانت} \quad (2)$$

(3) أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات ورأساه العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته  $y = 12 - x^2$  ، هي  $24 \text{ units}^2$

(4) إن القيمة الحرجة  $Z_{\frac{\alpha}{2}}$  لدرجة الثقة 96% هي 2.055

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x + 3} \quad \text{يساوي} \quad (5)$$

- (a) -9                      (b) -3                      (c) 0                      (d) 9

(6) لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$  ،  $g(x) = x^2 - 3$  فإن  $(f \circ g)(0)$  يساوي

- (a) 1                      (b) -1                      (c) 4                      (d) -4

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3 \quad \text{إذا كان} \quad (7) \quad \text{فإن قيم } a, b \text{ هي}$$

- (a)  $a = 0, b = 6$                       (b)  $a = 0, b = -6$   
(c)  $a = 6, b = 0$                       (d)  $a = -6, b = 0$

$$f(x) = \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - 25}} \quad \text{الدالة } f : \quad \text{متصلة على} \quad (8)$$

- (a)  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$                       (b)  $(5, \infty)$                       (c)  $R$                       (d)  $(-5, 5)$

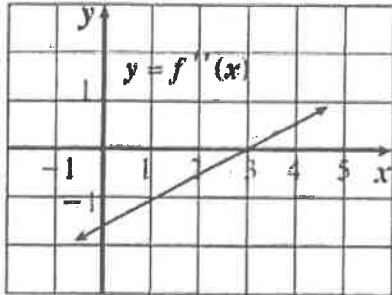
(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

(a)  $f(x) = x^3 + 5x$

(b)  $f(x) = 4x^2 - 2x^4$

(c)  $f(x) = x^3$

(d)  $f(x) = (x - 2)^4$



(10) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان  $f'''$  فإن منحنى  $f$  مقعرا للأسفل في الفترة

(a)  $(-\infty, 3)$

(b)  $(3, \infty)$

(c)  $(-1, 4)$

(d)  $(3, 5)$

(11) الدالة  $k$  :  $k(x) = -|x^2 - 4|$  لها

(a) نقطتان حرجتان فقط

(b) قيمة صغرى مطلقة

(c) قيمة عظمى مطلقة

(d) ليس أي مما سبق

محلل

(12) إن الدالة  $f$  :  $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$  ليست قابلة للاشتقاق عند  $x = 0$  و السبب هو

(a) ناب

(b) ركن

(c) مماس عمودي

(d) غير متصلة

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة  $A(3, 2)$  على

منحنى :  $x^2 - y^2 - 2xy = -7$  هو

(a)  $-5$

(b)  $-\frac{1}{5}$

(c)  $\frac{1}{5}$

(d)  $5$

(14) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$  فإن مجال  $f'$  هو

(a)  $\{1\}$

(b)  $[1, \infty)$

(c)  $\mathbb{R}$

(d)  $\mathbb{R} - \{1\}$

انتهت الأسئلة

ورقة إجابة البنود الموضوعية-

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م  
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 13 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

( a ) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

( 6 درجات )

14







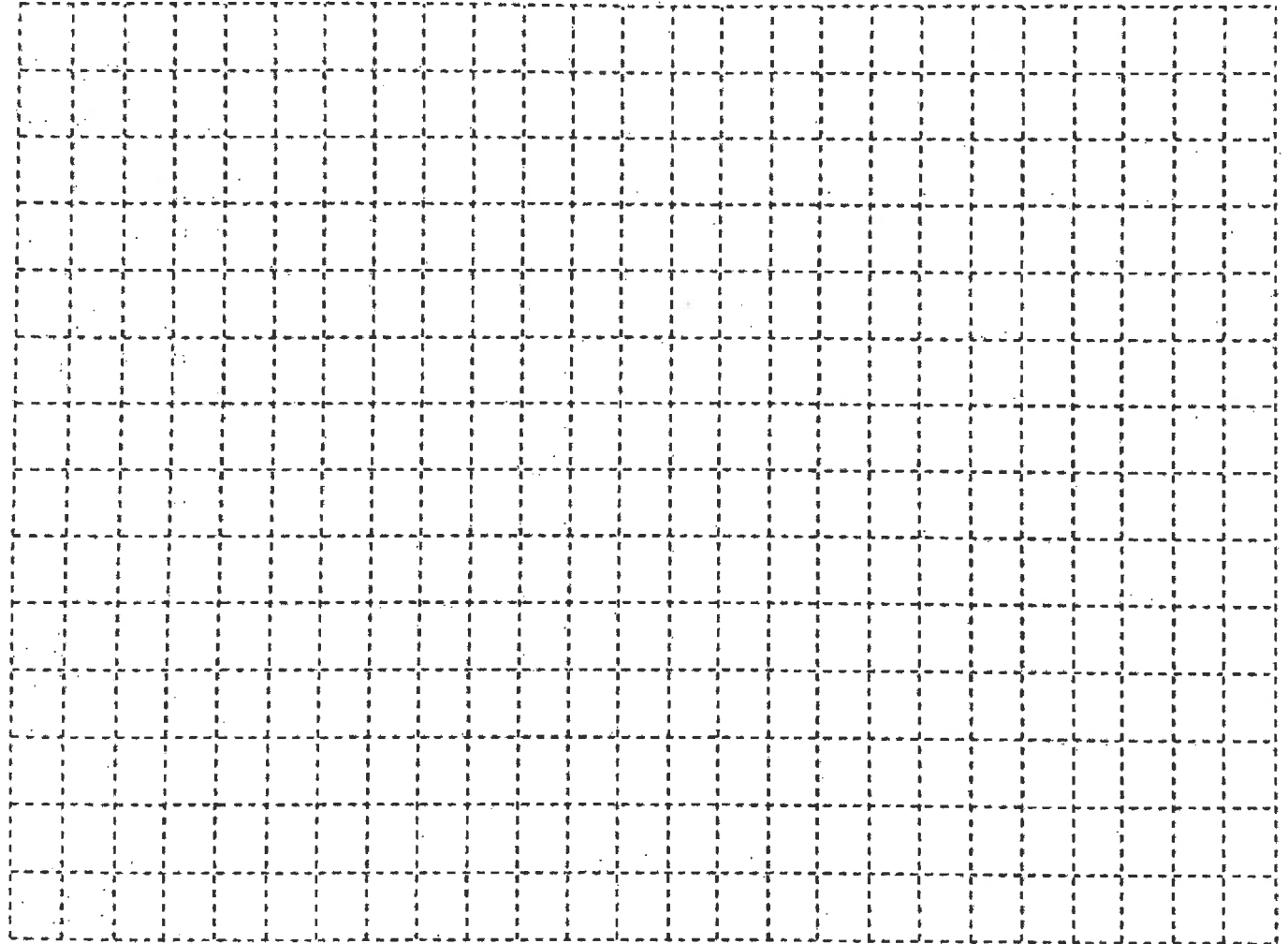


تابع السؤال الثالث:

( 6 درجات )

( b ) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها  $8 \text{ cm}$  واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟





تابع السؤال الرابع:

( 5 درجات )

( b ) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهم فإذا كان حجم عينة

الإناث  $n = 40$  والانحراف المعياري لمجتمع الإناث  $\sigma = 12.5$  ،

والمتوسط الحسابي للعينة  $\bar{x} = 76.3$  .

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :  
أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} = 3 \quad (1)$$

$$a = -3, b = -2 \quad \text{فإن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1 \quad \text{إذا كانت} \quad (2)$$

$$(3) \text{ الدالة } f : f(x) = x|x| \text{ قابلة للإشتقاق } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$(4) \text{ الدالة } f : f(x) = \sqrt[3]{x-1} \text{ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة } [-1, 2]$$

ثانياً : في البنود (5-14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$(5) \text{ إذا كانت الدالة } f : f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}} \text{ فإن } f'(1) \text{ تساوي}$$

(a)  $-\frac{3}{2}$       (b)  $\frac{3}{2}$       (c)  $-3$       (d)  $3$

$$(6) \text{ ميل الناظم لمنحنى الدالة } f : f(x) = \frac{2}{x} \text{ عند } x = -2 \text{ هي :}$$

(a)  $-2$       (b)  $-\frac{1}{2}$       (c)  $\frac{1}{2}$       (d)  $2$

(7) للدالة  $f : f(x) = -3x + 1$  قيمة عظمى مطلقة في  $[0, 3]$  عند

- (a)  $x = 3$       (b)  $x = 1$       (c)  $x = 0$       (d)  $x = -8$

(8) الدالة  $f : f(x) = \frac{x+1}{25-x^2}$  متصلة على :

- (a)  $\mathbb{R}$       (b)  $[-5, 5]$   
(c)  $\mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$       (d)  $(-\infty, 25)$

(9) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -2$  وكانت  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7$  فإن

$f(-2)$  تساوي :

- (a) 3      (b) 5      (c) 9      (d) 11

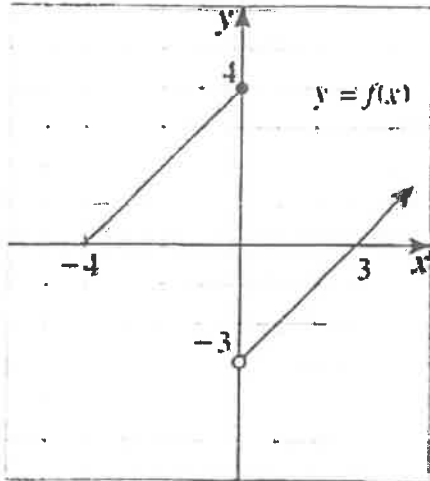
(10) إذا كان  $x^2 + y^2 = 25$  ، فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $\frac{x}{y}$       (b)  $\frac{-x}{y}$       (c)  $2x + 2y$       (d)  $-x$

(11) عدد النقاط الحرجة للدالة  $y = 3x^2 - 9x - 4$  على الفترة  $(-2, 0)$  هو :

- (a) 3      (b) 2      (c) 1      (d) 0

(12) إذا كان الشكل المقابل هو بيان دالة  $f$  فإن العبارة الصحيحة في ما يلي هي :



- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 4$   
(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$   
(c)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3$   
(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$

(13) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعراً للأسفل في  $(-1, 1)$  :

- (a)  $f(x) = x^3$  (b)  $f(x) = -x^3$   
(c)  $f(x) = x^2$  (d)  $f(x) = -x^2$

(14) إذا كان القرار قبول فرض العدم ، وفترة الثقة  $(-1.96, 1.96)$  فإن قيمة الإختبار  $Z$  يمكن أن تكون :

- (a) -2.5 (b) -2 (c) 1.5 (d) 1.99

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2017 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

( a ) أوجد

14

( 7 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

الحل :

(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته  $2\sqrt{y} + y = x$  أوجد:

(1)  $y'$

(2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1 ، 3)

الحل :

السؤال الثاني :  
( a ) أوجد

14

( 7 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

الحل :

(7 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربيهما أكبر ما يمكن

الحل:

السؤال الثالث:

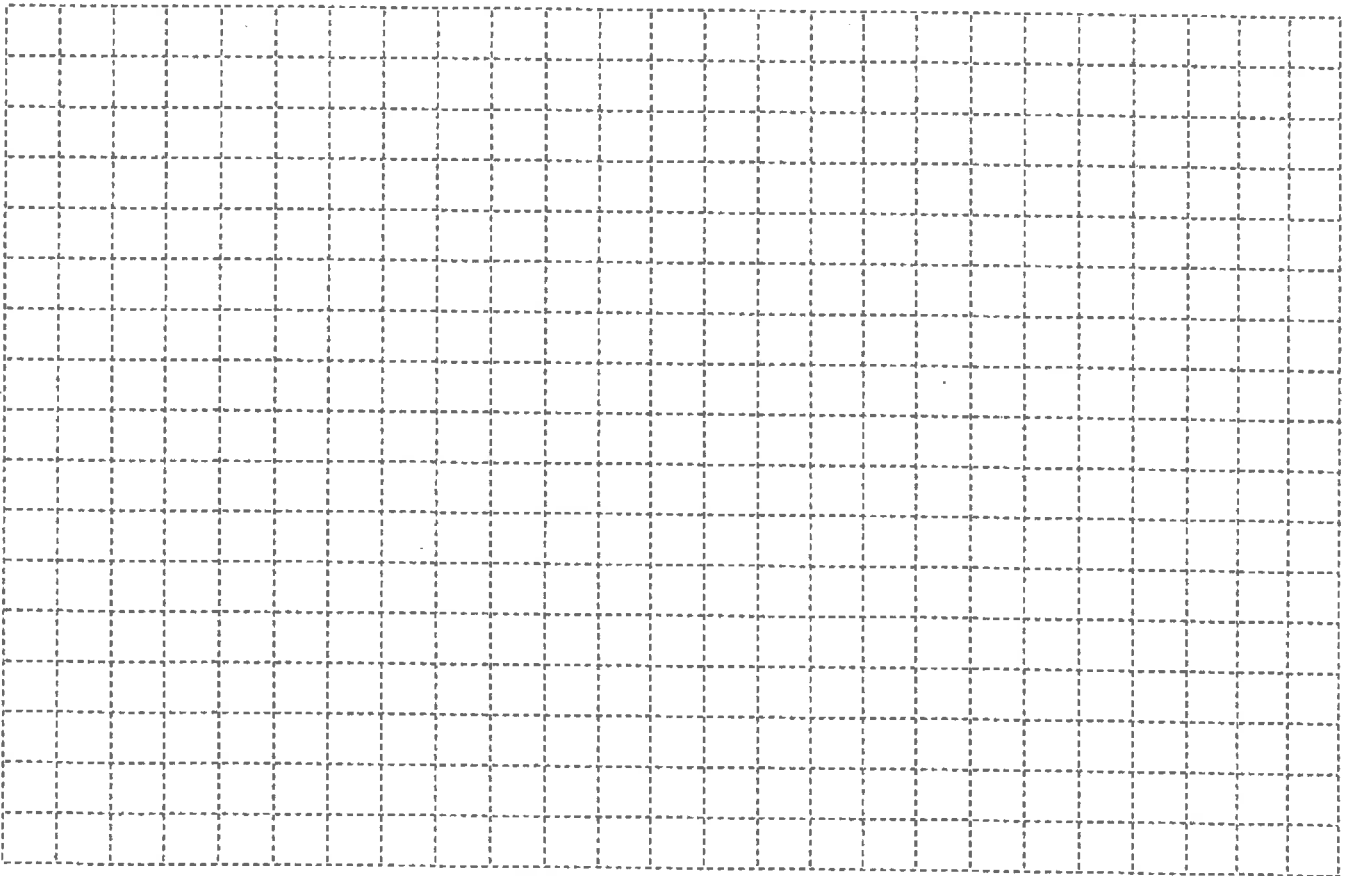
14

( a ) ادرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 1 - x^3$

ثم ارسم بيانها

الحل :

( 9 درجات )



(5 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها  $n = 25$  ، فإذا كان الانحراف

المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي ( $\bar{x}$ ) يساوي 15 ،

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

الحل :

السؤال الرابع:

14

( a ) لتكن  $f$  :  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

( 7 درجات )

ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-2, 2]$

الحل :

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع:

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

(b) لتكن الدالة  $f$ :

أوجد  $f'(x)$  وعين مجالها

الحل:

محلولة

القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :  
أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2 \quad (1)$$

(2) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع  $\mu = 25000$  من خلال دراسة لعينة عشوائية  
تبيّن أن المتوسط الحسابي هو  $\bar{x} = 27000$  مع انحراف معياري  $S = 5000$  إذا كان  
المقياس الإحصائي  $Z = 2$  فإن حجم العينة :  $n = 20$

ثانياً : في البنود ( 3 -10 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة  
الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{3}{x-2} \right)^5 = \quad (3)$$

(a) 0 (b) 2 (c)  $-\infty$  (d)  $\infty$

(4) لتكن  $y = |x|$  فإن الدالة  $y$

- (a) لها قيمة صغرى مطلقة فقط  
(b) لها قيمة عظمى مطلقة فقط  
(c) لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة  
(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة

(5) ليكن منحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى  
عندها أفقياً هي :

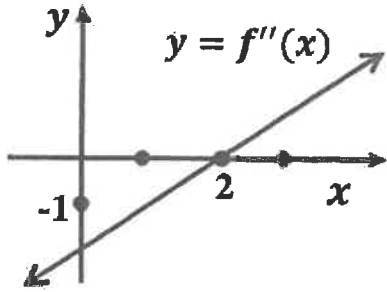
(a) (3, 0) (b) (1, 0) (c) (2, -1) (d) (2, 1)

(6) إذا كانت الدالة  $f$  : فإن  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & : x < 2 \end{cases}$

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$  (b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$  (c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  موجودة (d)  $x = 2$  متصلة عند  $f$

(7) إذا كانت  $g$  دالة متصلة عند  $x = 1$  فإن الدالة المتصلة عند  $x = 1$  فيما يلي هي  $f(x)$  تساوي

- (a)  $\sqrt{g(x)}$  (b)  $\frac{1}{g(x)}$  (c)  $\frac{g(x)}{x - 1}$  (d)  $|g(x)|$



(8) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل

يوضح بيان  $f''$  فإن منحنى  $f$  مقعراً لأسفل في الفترة

- (a)  $(-\infty, 2)$  (b)  $(0, \infty)$  (c)  $(0, 2)$  (d)  $(2, \infty)$

(9) للدالة  $f : f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$  مماس رأسي معادلته

- (a)  $x = 0$  (b)  $y = 0$  (c)  $x = 1$  (d)  $y = 1$

(10) إذا كانت  $y = \sin^{-5}x - \cos^3x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2x \sin x$  (b)  $5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2x \sin x$   
(c)  $-5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2x \sin x$  (d)  $-5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2x \sin x$

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

14

( 6 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل :

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(8 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

الحل:

14

السؤال الثاني

(  $a$  ) إدرس إتصال الدالة  $f$  على  $[1, 3]$  حيث :

( 7 درجات )

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(  $b$  ) إذا كان :  $y = x \sin x$

( 7 درجات )

فأثبت أن :  $y'' + y - 2 \cos x = 0$

الحل :

السؤال الثالث :

14

$$(a) \text{ بين أن الدالة } f : f(x) = x^3 - 3x + 2$$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة  $[0, 4]$   
ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ بها النظرية

(5 درجات)

الحل:

تابع السؤال الثالث :

(b) ادرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$  ثم ارسم بيانها  
(9 درجات)

الحل:



السؤال الرابع

14

(  $\alpha$  ) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $f : f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$  عند  $x = 0$

(8 درجات)

الحل:

تابع السؤال الرابع :

( b ) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي  $\bar{x} = 283$  دينار وانحرافها المعياري  $S = 32$  دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % ( علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي )  
( 6 درجات )

الحل:

القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $[-3, 1]$  ،  $g$  دالة متصلة على  $[-1, 3]$  فإن  $f + g$  هي دالة متصلة عند  $x = 0$

(2) إذا كانت الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x+3}$  فإن  $f'(1) = \frac{1}{4}$

ثانياً : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{(x-3)} =$

(a)  $\infty$

(b)  $-\infty$

(c) 5

(d) 0

معلق

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3$$

فإن قيم الثابتين  $a, b$  هما :

(a)  $a = 0$  ,  $b = 6$

(b)  $a = 0$  ,  $b = -6$

(c)  $a = 0$  ,  $b = 2$

(d)  $a = 0$  ,  $b = -2$

(5) الدالة المتصلة عند  $x = 2$  فيما يلي هي

(a)  $f(x) = \sqrt{x-2}$

(b)  $g(x) = |x-2|$

(c)  $h(x) = \frac{1}{x-2}$

(b)  $k(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة  $f : f(x) = 3x + \tan x$  ، فإن  $f'(0)$  تساوي

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) 4

(7) الدالة  $f : f(x) = |x^2 - 1|$  لها :

- (a) قيمة صغرى مطلقة  
(b) قيمة عظمى مطلقة  
(c) نقطتان حرجتان فقط  
(d) ليس أيًا مما سبق

(8) إذا كانت الدالة  $f' : f'(x) = -3x$  فإن الدالة  $f$

- (a) متزايدة على الفترة  $(0, \infty)$   
(b) متزايدة على مجال تعريفها  
(c) متزايدة على الفترة  $(-\infty, 0)$  ، متناقصة على الفترة  $(0, \infty)$   
(d) متناقصة على الفترة  $(-\infty, 0)$

(9) للدالة  $f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  مماس رأسي معادلته :

- (a)  $x = 0$   
(b)  $x = 1$   
(c)  $y = 0$   
(d)  $y = 1$

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي  $\mu = 125$  أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها  $n = 36$  فتبين أن متوسطهما الحسابي  $\bar{x} = 130$  إذا كان المقياس الإحصائي  $Z = 3.125$  فإن الإنحراف المعياري  $\sigma$  تحت مستوى ثقة 95% يساوي

- (a) -9.6  
(b) 6.9  
(c) 9.6  
(d) -6.9

،،، إنتهت الأسئلة ،،،

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

10

( 6 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

تابع السؤال الأول :

( 4 درجات )

( b ) أوجد ميل المماس  $( \frac{dy}{dx} )$  للمنحنى الذي معادلته :

$$2y = x^2 - \cos y \quad \text{عند النقطة } A(1,0)$$

10

(4 درجات)

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

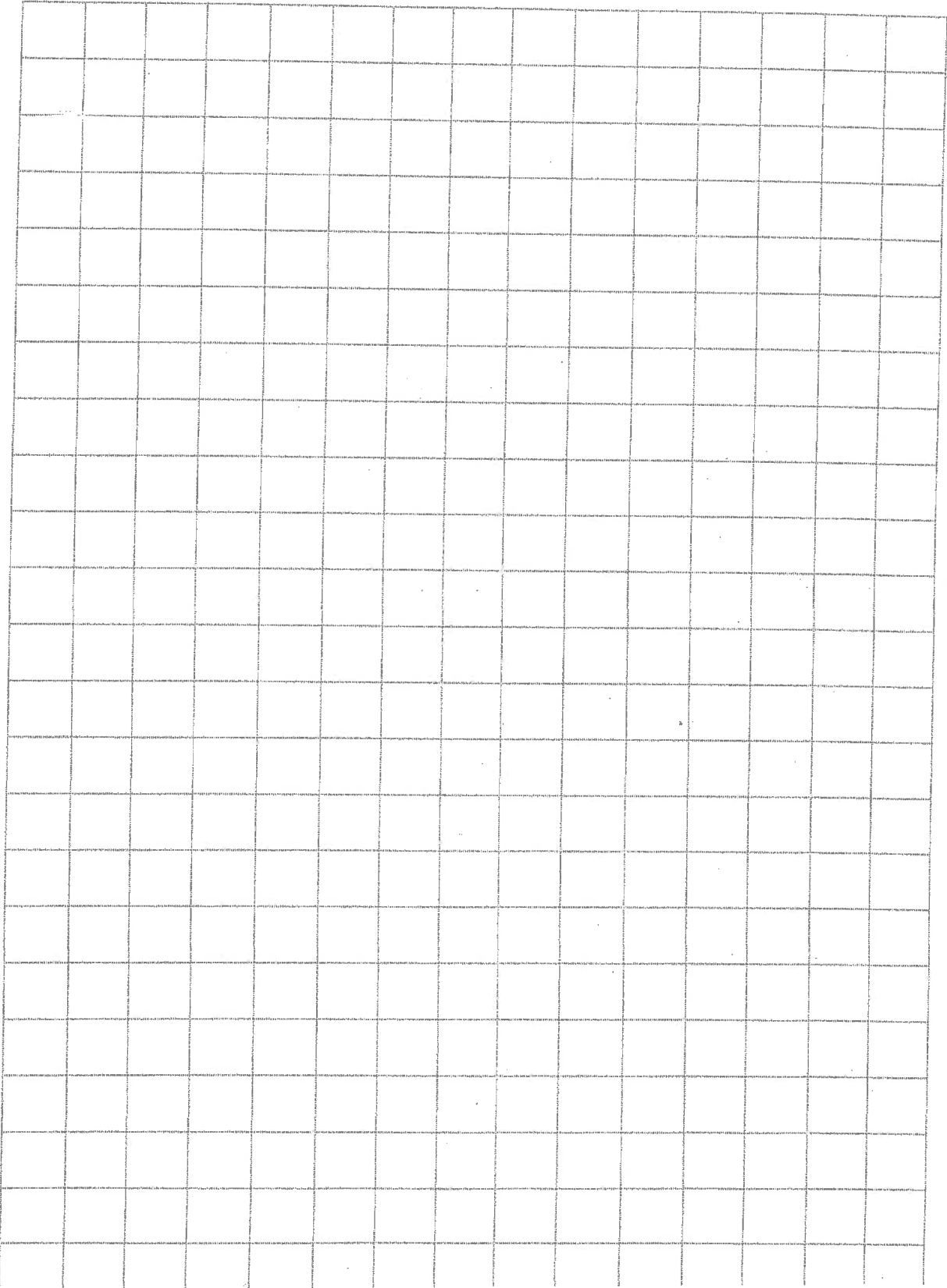
تابع السؤال الثاني :

(b) ادرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

(6 درجات)

ثم ارسم بيانها

ورقة الرسم البياني



السؤال الثالث :

10

(a) لتكن الدالة  $f : f(x) = x^2 - 3x$  ، الدالة  $g : g(x) = \sqrt{x}$

(4 درجات)

ابحث إتصال الدالة  $(g \circ f)$  عند  $x = -1$

تابع السؤال الثالث :

$$f(x) = x + \frac{4}{x} : [1, 4] \text{ متصلة على } f$$

(6 درجات)

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة  $[1, 4]$

السؤال الرابع

(  $a$  ) لتكن الدالة  $f$  :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

( 6 درجات )

دالة متصلة على مجالها ، أوجد  $f'(x)$  إن أمكن

تابع السؤال الرابع :

(b) أخذت عينه عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها  $n=81$  ومتوسطها الحسابي هو  $\bar{x} = 50$  وانحرافها المعياري  $S=9$  باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

(4 درجات)

(3) فسر فترة الثقة

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (1-3) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$

(2) إذا كانت  $f$  دالة متصلة على  $[-2, 3]$  فإن :  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2)$

(3) إذا كانت الدالة  $f : \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$  فإن مجال  $f'$  هو  $\mathbb{R}$

ثانياً : في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم  
ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$  هي :

(a) 0

(b)  $-\frac{1}{4}$

(c)  $\frac{1}{4}$

(d) غير موجوده

(5) إذا كانت الدالة  $f : \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & : x \neq 0 \\ a & : x = 0 \end{cases}$  متصلة عند  $x = 0$   
فإن  $a$  تساوي

(a) 4

(b)  $-\frac{1}{4}$

(c) -4

(d)  $\frac{1}{4}$

(6) إن الدالة  $f : f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$  ليست قابلة للإشتقاق عند  $x = 0$  لوجود

(a) مماس عمودي

(b) إنفصال

(c) ناب

(d) ركن

(7) إذا كانت :  $y = \frac{4}{3\pi} \sin 3t - \frac{4}{5\pi} \cos 5t$  فإن  $\frac{dy}{dt}$  تساوي

(a)  $\frac{4}{\pi} \cos 3t + \frac{4}{\pi} \sin 5t$

(b)  $\frac{4}{\pi} \sin 3t - \frac{4}{\pi} \cos 5t$

(c)  $\frac{4}{\pi} \cos 3t - \frac{4}{\pi} \sin 5t$

(d)  $\frac{4}{\pi} \cos 3t - \frac{4}{\pi} \sin 3t$

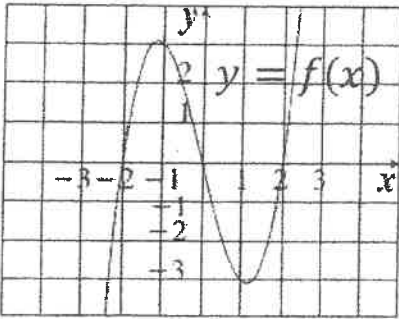
(8) عدد النقاط الحرجة للدالة :  $y = 3x^3 - 9x - 4$  على الفترة (0, 2) يساوي

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 3



(9) إذا كان بيان الدالة  $f$  ممثلاً بالشكل المقابل :  
فإن  $f''(x) < 0$  في الفترة

(a)  $(-\infty, 0)$

(b)  $(0, \infty)$

(c)  $(-1, 1)$

(d)  $(-\infty, 1)$

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم و كانت فترة الثقة هي :  $(-1.96, 1.96)$  فإن قيمة الإختبار  $z$  يمكن أن تكون :

(a) 1.5

(b) 1.87

(c) -1.5

(d) -2.5

انتهت الأسئلة ...

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

10

( 5 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الأول :

( 5 درجات )

( b ) أوجد قيمة  $a, b$  بحيث تكون الدالة  $f$  متصلة على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x < 1 \\ 3x + a & : x > 1 \\ b & : x = 1 \end{cases}$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

السؤال الثاني

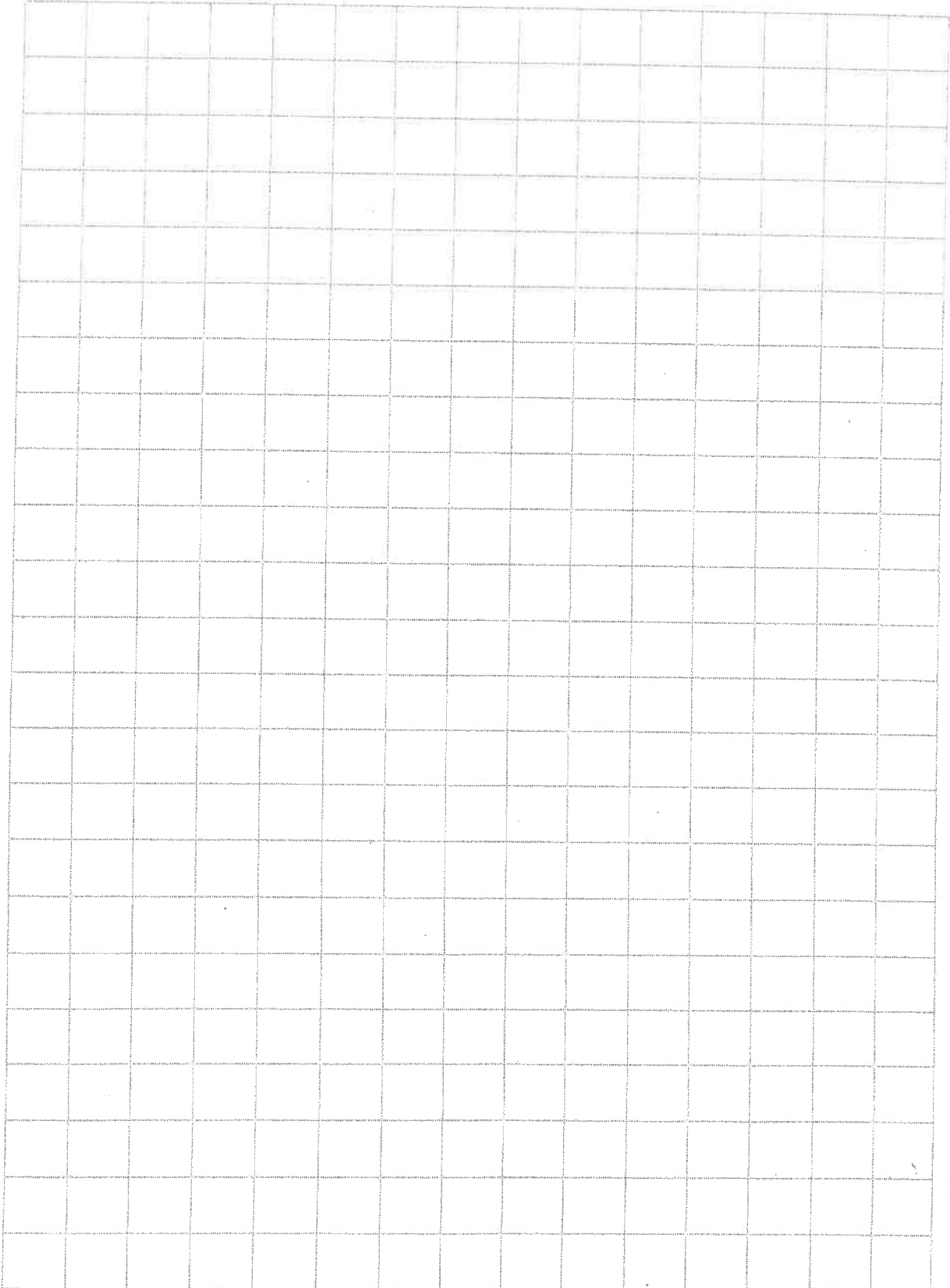
10

( a ) ادرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = x^3 - 3x$  وارسم بيانها

(7 درجات)

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

ورقة الرسم البياني



إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الثاني :

( b ) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينته معينه يساوي 290 ديناراً كويتياً ، فإذا أخذت عينه عشوائيه مكونه من 10 منازل فتيبين أن متوسطها الحسابي  $\bar{x} = 283$  وانحرافها المعياري  $S=32$  فهل يمكن الإعتماد على هذه العينه لتأكيد ما إفترضه المدير  
إستخدم مستوى ثقته 95% ( علماً بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي )  
(3 درجات)

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

السؤال الثالث :

10

( a ) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $f(x) = \frac{5x-7}{x^2-2}$  :

( 5 درجات )

عند النقطة  $A(1, 2)$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الثالث :

( b ) تعطي الدالة  $V(h) = 2\pi (-h^3 + 36h)$  حجم أسطوانه بدلالة إرتفاعها  $h$

أوجد الإرتفاع  $h$  (cm) للحصول على أكبر حجم للأسطوانه

( 5 درجات )

ثم أوجد هذا الحجم .

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

السؤال الرابع

10

$$g(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & , \quad x \leq 1 \\ 3x-2 & , \quad x > 1 \end{cases} : g \text{ لتكن الدالة } (a)$$

(5 درجات)

أوجد إن أمكن  $g'(1)$  .

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الرابع :

( 5 درجات )

( b ) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسيه الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014/ 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

أولا : في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

معلق

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{(3-x)^9} = -\infty \quad (1)$$

$$(2) \quad \text{إذا كانت } f(x) = \sin 2x \text{ فإن } f'(x) = 2 \cos 2x$$

$$(3) \quad \text{إذا كانت } f \text{ داله متصله عند } x=c \text{ فإن الداله } g(x) = \sqrt{f(x)} \text{ متصله عند } x=c$$

ثانيا : في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم  
ظلل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{\sqrt{4x^2 - x + 3}} =$$

(a) -1

(b)  $\frac{-1}{2}$

(c)  $\frac{1}{2}$

(d) 1

$$(5) \quad \text{لتكن الدالتين } f(x) = x^2 + 3 \text{ , } g(x) = 5x + 1$$

فإن  $(g \circ f)(x)$  تساوي :

(a)  $5x^2 + 16$

(b)  $25x^2 + 10x + 4$

(c)  $10x$

(d)  $50x + 10$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

(6) الدالة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة  $[-2, 3]$  هي  $f(x) =$

(a)  $\sqrt[3]{x}$  (b)  $\tan x$

(c)  $\sqrt{9 - x^2}$  (d)  $\frac{1}{x}$

(7) إذا كانت  $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$  فإن  $f''(x)$  يساوي

(a)  $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$  (b)  $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c)  $-8(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$  (d)  $-64(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت :  $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$  فإن  $\frac{dy}{dx} =$

(a)  $\frac{y-x}{3y-x}$  (b)  $\frac{y+x}{3y-x}$

(c)  $\frac{x-y}{3y-x}$  (d)  $\frac{y-x}{3y+x}$

(9) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود ،  $(c, f(c))$  نقطة إنعطاف لها فإن :

(a)  $f''(c)=0$  (b)  $f'(c) = 0$

(c)  $f(c) = 0$  (d)  $f''(c)$  غير موجودة

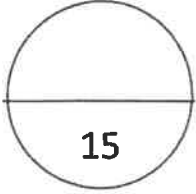
(10) القيمة الحرجة  $Z_{\frac{\alpha}{2}}$  المناظرة لمستوى ثقة 96.6% هي :

(a) 2.21 (b) 2.17

(c) 21.2 (d) 2.12

إنتهت الأسئلة ،،،

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي 2023 /2022 م



(7 درجات)

القسم الأول : أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول :

(a) أوجد :  $\frac{dy}{dx}$  حيث :  $y = x + x^2y^5$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dx} + d \frac{(x^2y^5)}{dx}$$

2

$$y' = 1 + y^5 \frac{d}{dx}(x^2) + x^2 \frac{d}{dx}(y^5)$$

1+1

$$y' = 1 + 2xy^5 + 5x^2y^4y'$$

1

$$y' - 5x^2y^4y' = 1 + 2xy^5$$

$\frac{1}{2}$

$$y'(1 - 5x^2y^4) = 1 + 2xy^5$$

1

$$y' = \frac{1 + 2xy^5}{1 - 5x^2y^4}$$



تابع / السؤال الأول :

(b) أوجد :

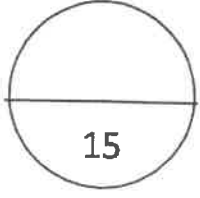
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

(8 درجات)

الحل :

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{1 - \cos x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \cdot (1 + \cos x) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{(1 - \cos^2 x)} \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\
 &= \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\
 &= (1)^2 \times \left( \lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right) \\
 &= 1 \times 2 = 2
 \end{aligned}$$





السؤال الثاني :

(a) لتكن الدالة  $f : f(x) = x^3 - 12x - 4$ . أوجد كلاً مما يلي :

(a) النقاط الحرجة للدالة.

(b) الفترات التي تكون الدالة  $f$  متزايدة أو متناقصة عليها.

(c) القيم القصوى المحلية.

(8 درجات)

الحل :

(a)  $f$  دالة كثيرة حدود

$f$  متصلة وقابلة للإشتقاق عند كل  $x \in R$  ،

نوجد النقاط الحرجة

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 3x^2 - 12 = 0$$

$$3(x - 2)(x + 2) = 0 \rightarrow x = 2 , x = -2$$

$\therefore$  النقاط الحرجة هي :  $(-2, 12)$  ,  $(2, -20)$

(b) نكون الجدول لدراسة إشارة  $f'$  :

	$-\infty$	$-2$	$2$	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$	
إشارة $f'$	+++	---	+++	
سلوك الدالة $f$	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗	

نلاحظ من الجدول : الدالة متزايدة على الفترة  $(-\infty, -2)$  والفترة  $(2, \infty)$

ومتناقصة على الفترة  $(-2, 2)$

(c) القيمة الصغرى المحلية عند  $x = 2$  هي  $f(2) = -20$ .

والقيمة العظمى المحلية عند  $x = -2$  هي  $f(-2) = 12$

تابع : السؤال الثاني :

(b) نتكن :  $f(x) = x^2 + 5$  ,  $g(x) = \sqrt{x}$

ابحث اتصال الدالة  $gof$  عند  $x = -2$

( 7 درجات )

الحل :

1

(1)  $f$  دالة متصلة عند  $x = -2$  ←

2

$$f(-2) = (-2)^2 + 5 = 9$$

1

$g(x) = \sqrt{x}$  , متصلة عند كل  $x \in R^+$

1

$\therefore g$  دالة متصلة عند  $x = 9$

1

(2) أي أن  $g$  دالة متصلة عند  $x = f(-2)$

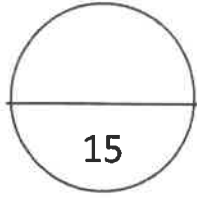
من (1), (2) نجد أن :

1

$(gof)$  متصلة عند  $x = -2$



السؤال الثالث :



(a) أوجد فترات التقعر ونقطة الإنعطاف لمنحنى الدالة  $f$  :

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$$

( 7 درجات )

الحل :

$f$  :: دالة كثيرة حدود

$f$  :: قابلة للاشتقاق على  $R$

1

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

1

$$f''(x) = 12x + 6$$

$$f''(x) = 0$$

$\frac{1}{2}$

$$12x + 6 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{2}$$

نكون جدول لدراسة إشارة  $f''$  :

$\frac{1}{2}$

	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\infty$
الفترات	$\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$	$\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$	
إشارة $f''$	---	+++	
بيان الدالة $f$	مقعراً لأسفل	مقعراً لأعلى	

1

1

$\frac{1}{2}$

بيان الدالة  $f$  مقعراً لأسفل على الفترة  $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$

$\frac{1}{2}$

بيان الدالة  $f$  مقعراً لأعلى على الفترة  $\left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

$\frac{1}{2}$

نقطة الإنعطاف هي :  $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

تابع: السؤال الثالث :  
 (b) لتكن الدالة  $f$  :  

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x + 3} & : x > -1 \end{cases}$$

ادرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها

(8 درجات)

الحل : مجال الدالة  $f$  هو :  $D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = R$

نفرض أن :  $g(x) = x + 3$

$g$  دالة كثيرة حدود متصلة على  $R$

$\therefore f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, -1]$

$\therefore f$  دالة متصلة على  $(-\infty, -1]$  (1)

نفرض أن :  $h(x) = \frac{4}{x + 3}$

$h$  دالة حدودية نسبية متصلة لكل  $x \in R - \{-3\}$

$\therefore f(x) = h(x) \quad \forall x \in (-1, \infty)$

$\therefore f$  دالة متصلة على  $(-1, \infty)$  (2)

ندرس اتصال الدالة  $f$  عند  $x = -1$  من جهة اليمين .

$f(-1) = 2$

حيث نهاية المقام  $\neq 0$  ،  
 $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4}{x + 3} = 2$

$\therefore f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

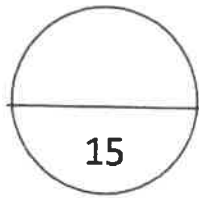
$\therefore$  الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -1$  من جهة اليمين (3)

من (1), (2), (3)

$\therefore$  الدالة  $f$  متصلة على الفترة  $(-\infty, \infty)$

$\therefore f$  متصلة على  $R$

السؤال الرابع :



(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $y = \frac{8}{4 + x^2}$  عند النقطة (2, 1)

(8 درجات)

الحل :

$$f'(x) = \frac{(4 + x^2)(8)' - (8)(4 + x^2)'}{(4 + x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{(4 + x^2)(0) - (8)(2x)}{(4 + x^2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-16x}{(4 + x^2)^2}$$

$$f'(2) = \frac{-16 \times 2}{(4 + 4)^2} = \frac{-32}{64} = -\frac{1}{2}$$

∴ ميل المماس يساوي  $-\frac{1}{2}$

معادلة خط المماس  $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$



تابع / السؤال الرابع :

(b) عينة عشوائية حجمها 36 ، فإذا كان المتوسط الحسابي للعينة 60 وتباينها 16

باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ .

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$ .

(3) فسر فترة الثقة .

(7 درجات)

الحل :

حجم العينة :  $n = 36$  ، المتوسط الحسابي :  $\bar{x} = 60$

التباين :  $S^2 = 16$  ، الانحراف المعياري :  $S = 4$

(1) :: مستوى الثقة 95%

$$\therefore Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

::  $\sigma^2$  غير معلوم ،  $n > 30$  ،

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$= 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{36}}$$

$$= 1.3066$$

:: هامش الخطأ  $\approx 1.3067$

(2) فترة الثقة هي :  $(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$

$$(60 - 1.3067, 60 + 1.3067)$$

$$(58.6933, 61.3067)$$

(3) عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه ( $n = 36$ ) وحساب حدود فترة

الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع  $\mu$

القسم الثاني ( البنود الموضوعية )

أولاً : في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2 \quad (1)$$

(2) الدالة  $f(x) = x|x|$  غير قابلة للإشتقاق  $\forall x \in R$ .

(3) إذا كانت  $f''(c) = 0$  فإن لمنحنى الدالة  $f$  نقطة انعطاف هي  $(c, f(c))$

ثانياً : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} \text{ يساوي :} \quad (4)$$

(a) 0                      (b)  $\infty$                       (c) -2                      (d) 2

(5) لتكن الدالة  $g$  :  $x > a$  :  $g(x) = \begin{cases} x+1 \\ 3-x \end{cases}$  متصلة عند  $x = a$ ,

$a \in Z$  فإن  $a$  تساوي :

(a) 0                      (b) 1                      (c) 2                      (d) -1

(6) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -2$  وكانت  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7$

فإن  $f(-2)$  تساوي :

(a) 3                      (b) 5                      (c) 9                      (d) 11

(7) إذا كانت  $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$  فإن  $f'''(x)$  تساوي :

(a)  $\frac{8}{27}(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b)  $8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c)  $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(d)  $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت  $y = \frac{1}{x} + 5\sin x$  فإن  $y'$  تساوي :

(a)  $\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

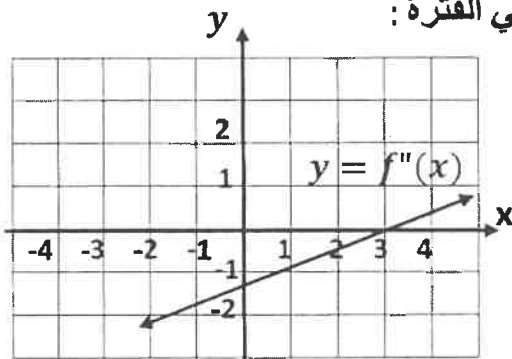
(b)  $-\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(c)  $\frac{1}{x^2} - 5\cos x$

(d)  $-\frac{1}{x^2} + 5\cos x$

(9) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل

يوضح بيان  $f''$  فإن منحنى الدالة  $f$  مقعراً للأسفل في الفترة :



(a)  $(-1, 4]$

(b)  $(3, \infty)$

(c)  $(-\infty, 3)$

(d)  $(3, 5)$

(10) مستطيل مساحته  $36 \text{ cm}^2$  فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

(a)  $6 \text{ cm}, 6 \text{ cm}$

(b)  $12 \text{ cm}, 3 \text{ cm}$

(c)  $9 \text{ cm}, 4 \text{ cm}$

(d)  $18 \text{ cm}, 2 \text{ cm}$

انتهت الأسئلة

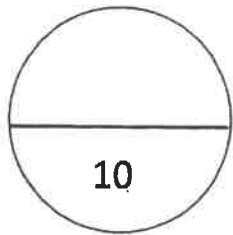
جدول إجابة البنود الموضوعية



( 1 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 2 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 3 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)



لكل بند درجة واحدة



الدرجة: .....

القسم الأول – أسئلة المقال  
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2}$$

(8 درجات)

الحل :

عند التعويض المباشر عن  $x$  بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} = \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} \times \frac{\sqrt{2x-3} + 1}{\sqrt{2x-3} + 1}$$

$$= \frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3} + 1)}$$

$$= \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3} + 1)}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2x-3} + 1}, \quad x \neq 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3) = 1, \quad 1 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3} + 1) = \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2x-3} + \lim_{x \rightarrow 2} 1$$

$$= \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} (2x-3)} + 1 = 1 + 1 = 2, \quad 2 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{\sqrt{2x-3} + 1}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 2} 2}{\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{2x-3} + 1)} = \frac{2}{2} = 1$$



تابع السؤال الأول:

(b) أوجد معادلة المماس عند النقطة  $(1, \frac{2}{3})$  لمنحنى الدالة  $f$

(7 درجات)

$$f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 2} \quad \text{حيث}$$

الحل:

نوجد  $f'$  عند  $x = 1$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 2)(x^3 + 1)' - (x^3 + 1)(x^2 + 2)'}{(x^2 + 2)^2}$$

3

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 2)(3x^2) - (x^3 + 1)(2x)}{(x^2 + 2)^2}$$

1 + 1

$$f'(1) = \frac{(1^2 + 2)(3(1)^2) - (1^3 + 1)(2(1))}{(1^2 + 2)^2} = \frac{5}{9} \quad \text{ومنه الميل :}$$

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

معادلة المماس :

1

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$y - \frac{2}{3} = \frac{5}{9}(x - 1)$$

$$y = \frac{5}{9}x - \frac{5}{9} + \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{5}{9}x + \frac{1}{9}$$



السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) ادرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & : x \leq -1 \\ \frac{4}{x + 3} & : x > -1 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$

مجال الدالة  $f$  :  $D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = \mathbb{R}$

$\frac{1}{2}$

ندرس اتصال الدالة  $f$  على مجالها :

$\frac{1}{2}$

نفرض :  $g(x) = x + 3$

$g$  دالة كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$

$\therefore f(x) = g(x) \quad \forall x \in (-\infty, -1]$

1

(1)  $f$  متصلة على  $(-\infty, -1]$  .....

نفرض  $h(x) = \frac{4}{x + 3}$

$\frac{1}{2}$

$h$  دالة حدودية نسبية متصلة لكل  $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$

$\frac{1}{2}$

$\therefore f(x) = h(x) \quad \forall x \in (-1, \infty)$

1

(2)  $f$  متصلة على  $(-1, \infty)$  .....

ندرس اتصال الدالة  $f$  عند  $x = -1$  من جهة اليمين

$\frac{1}{2}$

$f(-1) = 2$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

حيث نهاية المقام  $\neq 0$   $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{4}{x + 3} = 2$

1

$\therefore f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

$\frac{1}{2}$

(3)  $f$  متصلة عند  $x = -1$  من جهة اليمين .....

من (1), (2), (3)

$\therefore$  الدالة  $f$  متصلة على الفترة  $(-\infty, \infty)$

$\therefore$  الدالة  $f$  متصلة على  $\mathbb{R}$

$\frac{1}{2}$



تابع السؤال الثاني :

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x} \quad (x \neq 0), \quad g(x) = x^2 + 1 \quad (b) \text{ لتكن :}$$

أوجد (1) باستخدام قاعدة السلسلة  $(f \circ g)'(x)$

(7 درجات)

$$(f \circ g)'(1) \quad (2)$$

الحل:

$$\frac{1}{2}$$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$1 + 1$$

$$f'(x) = \frac{2x - (2x + 1)}{x^2} = \frac{-1}{x^2}, \quad g'(x) = 2x$$

$$1$$

$$f'(g(x)) = f'(x^2 + 1) = \frac{-1}{(x^2 + 1)^2}$$

$$1$$

$$\therefore (f \circ g)'(x) = \frac{-1}{(x^2 + 1)^2} \cdot 2x$$

$$1$$

$$= \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$(f \circ g)'(1) = \frac{-2(1)}{((1)^2 + 1)^2} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$



السؤال الثالث : (15 درجة)

( a ) أوجد  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$

(7 درجات)

الحل :

$$\begin{aligned}
 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right) \\
 1 \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} \right) \\
 \frac{1}{2} \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2(1 + \cos x)}{\sin^2 x} \right) \\
 \frac{1}{2} \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x^2}{\sin^2 x} \right) \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 \frac{1}{2} \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right) \\
 \frac{1}{2} \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) \\
 \frac{1}{2} \quad &= \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left( \lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right) \\
 1 \quad &= (1)^2 \times (1 + 1) \\
 \frac{1}{2} \quad &= 1 \times 2 = 2
 \end{aligned}$$



تابع السؤال الثالث :

( b ) للمنحنى الذي معادلته  $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$

أوجد  $y'$  ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1, 1)

( 8 درجات )

الحل :

3

$$2x - 2y y' + y + x y' - 0 = 0$$

1

$$-2y y' + x y' = -2x - y$$

1

$$y'(-2y + x) = -2x - y$$

1

$$y' = \frac{-2x - y}{x - 2y}$$

1 + 1

$$y' = \frac{-2(1) - (1)}{(1) - 2(1)} = \frac{-3}{-1} = 3 \quad \text{بالتعويض بـ (1,1)}$$

∴ ميل المماس = 3



السؤال الرابع : (15 درجة)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & : x > 3 \\ 7 & : x \leq 3 \end{cases} \quad (a) \text{ لتكن } f$$

(6 درجات)

ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 3$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$f(3) = 7$$

1

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} 7 = 7$$

$\frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3}$$

$\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} (x + 3) = 3 + 3 = 6$$

1

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

1

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \text{ ليست موجودة}$$

1

$$\therefore \text{الدالة } f \text{ ليست متصلة عند } x = 3$$



تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن الدالة  $f : f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي :

(9 درجات)

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة  $f$  متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

(1)  $f$  دالة كثيرة حدود

$f$  متصلة وقابلة للاشتقاق عند كل  $x \in \mathbb{R}$  :

نوجد النقاط الحرجة :

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 2, x = -2$$

∴ النقاط الحرجة هي :

$$(-2, f(-2)) = (-2, 11)$$

$$(2, f(2)) = (2, -21)$$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة  $f'$

	$-\infty$	$-2$	$2$	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, \infty)$	
إشارة $f'$	+++	---	+++	
سلوك الدالة $f$	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗	

الدالة متزايدة على الفترة  $(-\infty, -2)$  ، الفترة  $(2, \infty)$

و متناقصة على الفترة  $(-2, 2)$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند  $x = -2$  وهي  $f(-2) = 11$

توجد قيمة صغرى محلية عند  $x = 2$  وهي  $f(2) = -21$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 7}{\sqrt{4x^2 - 8x + 5}} = \frac{3}{2} \quad (1)$$

(2) الدالة  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ : متصلة عند  $x = 3$



(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته  $16 \text{ cm}^2$  هو  $16 \text{ cm}$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x+3}$  يساوي :

- (a)  $\infty$       (b)  $-\infty$       (c) 1      (d) 0

(5) لتكن الدالة  $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$  ،  $g(x) = x^2 - 3$  فإن  $(f \circ g)(0)$  يساوي

- (a) -1      (b) -4  
(c) 1      (d) 4

(6) الدالة  $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$  متصلة على :

- (a)  $(-\infty, \frac{1}{2})$       (b)  $(5, \infty)$       (c)  $R$       (d)  $(-5, 5)$



(7) إذا كانت الدالة  $y = \frac{1}{x} + 5 \sin x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

(a)  $-\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

(b)  $\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(c)  $-\frac{1}{x^2} + 5 \cos x$

(d)  $\frac{1}{x^2} - 5 \cos x$

(8) إذا كانت  $f' : f'(x) = -x^2$  ، فإن الدالة  $f$  :

(a) متزايدة على مجال تعريفها

(b) متناقصة على مجال تعريفها

(c) متزايدة على الفترة  $(-\infty, 0)$  فقط

(d) متناقصة على الفترة  $(0, \infty)$  فقط

(9) عدد النقاط الحرجة للدالة  $y = 3x^3 - 9x - 4$  على الفترة  $(0, 2)$  هو

(a) 3

(b) 0

(c) 1

(d) 2

(10) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود ، :  $(c, f(c))$  نقطة انعطاف لها فإن:

(a)  $f''(c) = 0$

(b)  $f'(c) = 0$

(c)  $f(c) = 0$

(d) غير موجودة  $f''(c)$



انتهت الأسئلة



اجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
( 1 )	a	b		
( 2 )	a	b		
( 3 )	a	b		
( 4 )	a	b	c	d
( 5 )	a	b	c	d
( 6 )	a	b	c	d
( 7 )	a	b	c	d
( 8 )	a	b	c	d
( 9 )	a	b	c	d
( 10 )	a	b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط

10



## القسم الأول - أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : ( 14 درجة )

( 7 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

(a) أوجد

الحل :

1

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right)$$

1

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} \right)$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2(1 + \cos x)}{\sin^2 x} \right)$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x^2}{\sin^2 x} \right) \cdot (1 + \cos x) \right)$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right)$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left( \lim_{x \rightarrow 0} (1) + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right)$$

1

$$= (1)^2 \times (1 + 1)$$

 $\frac{1}{2}$ 

$$= 1 \times 2 = 2$$



تابع السؤال الأول :

( 7 درجات )

( b ) ابحث اتصال الدالة  $f$  عند  $x = 0$  حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

$$\frac{x^2 - 3x}{|x|} = \begin{cases} \frac{x(x-3)}{x} & : x > 0 \\ \frac{x(x-3)}{-x} & : x < 0 \end{cases}$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x - 3 & : x > 0 \\ -x + 3 & : x < 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

$$f(0) = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - 3) = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x + 3) = 3$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ليست موجودة

$\therefore$  الدالة  $f$  ليست متصلة عند  $x = 0$



السؤال الثاني : ( 14 درجة )

( 7 درجات )

( a ) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

الحل:

بفرض أن  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

1  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}} = \frac{x(1-\frac{2}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}}$

$\frac{1}{2}$   $= \frac{x(1-\frac{2}{x})}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   $= \frac{x(1-\frac{2}{x})}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$  عندما  $x > 0$  يكون  $|x| = x$

$\frac{1}{2}$   $= \frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$  بشرط  $x \neq 0$

$\frac{1}{2}$   $\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x^2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   $= 1 + 0 - 0 = 1$  ,  $1 > 0$

1  $\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2})} = \sqrt{1} = 1$  ,  $1 \neq 0$

$\frac{1}{2}$   $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = 1 - 0 = 1$

$\frac{1}{2}$   $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{2}{x})}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}}$

$\frac{1}{2}$   $= \frac{1}{1} = 1$



تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $y = \frac{8}{4+x^2}$  عند  $x = 2$  (7 درجات)

الحل :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{8}{4+x^2} \right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-8(2x)}{(4+x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2} = \left[ \frac{-16x}{(4+x^2)^2} \right]_{x=2} = \frac{-16(2)}{(4+(2)^2)^2} = \frac{-1}{2}$$

ميل المماس لمنحنى الدالة يساوي  $\frac{-1}{2}$

$$\because x = 2 , \quad \therefore y = \frac{8}{4+(2)^2} = 1$$

معادلة المماس لمنحنى الدالة :  $y - y_1 = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=2} \cdot (x - x_1)$

$$y - 1 = \left( \frac{-1}{2} \right) (x - 2)$$

$$y - 1 = \frac{-1}{2} x + 1$$

$$y = \frac{-1}{2} x + 2$$



السؤال الثالث : ( 14 درجة )

( 7 درجات )

( a ) لتكن الدالة  $f : f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي :

- (1) النقاط الحرجة للدالة
- (2) الفترات التي تكون الدالة  $f$  متزايدة أو متناقصة عليها
- (3) القيم القصوى المحلية

الحل :

(1)  $f$  دالة كثيرة الحدود

$f$  متصلة وقابلة للاشتقاق عند كل  $x \in \mathbb{R}$  :

نوجد النقاط الحرجة :

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$$

$$x = 2, x = -2$$

$\therefore$  النقاط الحرجة هي :

$$(-2, f(-2)) = (-2, 11)$$

$$(2, f(2)) = (2, -21)$$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة  $f'$

	$-\infty$	$-2$	$2$	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -2)$		$(-2, 2)$	$(2, \infty)$
إشارة $f'$	+++		---	+++
سلوك الدالة $f$	متزايدة ↗		متناقصة ↘	متزايدة ↗

الدالة متزايدة على الفترة  $(-\infty, -2)$  و الفترة  $(2, \infty)$

و متناقصة على الفترة  $(-2, 2)$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند  $x = -2$  وهي  $f(-2) = 11$

توجد قيمة صغرى محلية عند  $x = 2$  وهي  $f(2) = -21$



تابع السؤال الثالث :

( b ) بين أن الدالة  $f : f(x) = x + \frac{1}{x}$  تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة  $\left[ \frac{1}{2}, 2 \right]$  ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ به النظرية ، فسر اجابتك

الحل :

( 7 درجات )

لتكن الدالة  $g : g(x) = x$

الدالة  $g$  دالة كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$

الدالة  $h : h(x) = \frac{1}{x}$

الدالة  $h$  حدودية نسبية متصلة على  $\mathbb{R} - \{0\}$

∴ دالة الجمع  $f$  حيث  $f(x) = g(x) + h(x)$  هي دالة متصلة على  $\mathbb{R} - \{0\}$

∴ الدالة  $f$  متصلة على  $\left[ \frac{1}{2}, 2 \right]$  و قابلة للاشتقاق على  $\left( \frac{1}{2}, 2 \right)$

∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة  $\left[ \frac{1}{2}, 2 \right]$

∴ يوجد على الأقل  $c \in \left( \frac{1}{2}, 2 \right)$  بحيث

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(2) - f\left(\frac{1}{2}\right)}{2 - \frac{1}{2}}$$

$$f(2) = \frac{5}{2}, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \rightarrow f'(c) = 1 - \frac{1}{c^2}$$

$$1 - \frac{1}{c^2} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}}{2 - \frac{1}{2}} \rightarrow 1 - \frac{1}{c^2} = 0 \quad \therefore c^2 = 1 \Rightarrow c = \pm 1$$

$$c = 1 \in \left( \frac{1}{2}, 2 \right), \quad c = -1 \notin \left( \frac{1}{2}, 2 \right)$$

التفسير: يوجد مماس لمنحنى الدالة  $f$  عند  $x = 1$  يوازي القاطع المار بالنقطتين  $\left( \frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right)$  ،  $\left( 2, \frac{5}{2} \right)$

السؤال الرابع : ( 14 درجة )

دالة متصلة على مجالها ( a ) لتكن الدالة f :  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \leq 2 \\ 4x - 3 & : x > 2 \end{cases}$

( 8 درجات )

أوجد  $f'(x)$  إن أمكن

الحل :

$\frac{1}{2}$

$D_f = (-\infty, 2] \cup (2, \infty) = \mathbb{R}$

مجال الدالة :

$\frac{1}{2}$

$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ \text{تبحث} & : x = 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$

$\frac{1}{2}$

$f(2) = 2^2 + 1 = 5$

$\frac{1}{2}$

$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

( إن وجدت )

$\frac{1}{2}$

$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 1 - 5}{x - 2}$

$\frac{1}{2}$

$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

1

$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 2) = 4$

$\frac{1}{2}$

$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

( إن وجدت )

$\frac{1}{2}$

$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 3 - 5}{x - 2}$

$\frac{1}{2}$

$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x - 8}{x - 2}$

1

$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4(x - 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} 4 = 4$

$\frac{1}{2}$

$f'_-(2) = f'_+(2) = 4$

$\frac{1}{2}$

$\therefore f'(2) = 4$

$\frac{1}{2}$

$\therefore f'(x) = \begin{cases} 2x & : x \leq 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$



تابع السؤال الرابع:

(6 درجات)

(b) إذا كانت :  $n = 20$  ,  $\bar{x} = 40$  ,  $S = 7$

اختبر الفرض بأن  $\mu = 35$  عند مستوى معنوية  $\alpha = 0.05$

الحل :

$n = 20$  ,  $\bar{x} = 40$  ,  $S = 7$

(1) صياغة الفروض :

$H_0: \mu = 35$  مقابل  $H_1: \mu \neq 35$

(2)  $\sigma$  غير معلومة ،  $n < 30$  :

نستخدم المقياس الاحصائي  $t$  :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{40 - 35}{\frac{7}{\sqrt{20}}} \approx 3.194$$

(3)  $n = 20$   $\therefore$  درجات الحرية  $n - 1 = 20 - 1 = 19$

مستوى المعنوية  $\alpha$  :  $\alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$

من جدول توزيع  $t$  :  $\therefore t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.093$

(4) منطقة القبول هي :  $(-2.093, 2.093)$

(5) اتخاذ القرار الإحصائي :  $\therefore 3.194 \notin (-2.093, 2.093)$

$\therefore$  القرار نرفض فرض العدم  $\mu = 35$  و نقبل الفرض البديل  $\mu \neq 35$



القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولاً: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|2x - 3|} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{10}{x^2} \csc^2\left(\frac{2}{x}\right) \text{ فإن } y = 5 \cot\left(\frac{2}{x}\right) \text{ إذا كانت } (2)$$

(3) أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات و رأساه العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته  $y = 12 - x^2$  هي  $24 \text{ units}^2$

(4) إن القيمة الحرجة  $Z_{\frac{\alpha}{2}}$  لدرجة الثقة 96% هي 2.055

ثانياً : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x + 3} \text{ يساوي } (5)$$

- (a) -9      (b) -3      (c) 0      (d) 9

(6) لتكن الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$  ،  $g(x) = x^2 - 3$  فإن  $(f \circ g)(0)$  يساوي

- (a) 1      (b) -1      (c) 4      (d) -4

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3 \text{ إذا كان } (7) \text{ فإن قيم } a, b \text{ هي}$$

- (a)  $a = 0, b = 6$       (b)  $a = 0, b = -6$   
(c)  $a = 6, b = 0$       (d)  $a = -6, b = 0$

$$f(x) = \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - 25}} \text{ متصلة على } (8) \text{ الدالة } f :$$

- (a)  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$       (b)  $(5, \infty)$       (c)  $R$       (d)  $(-5, 5)$

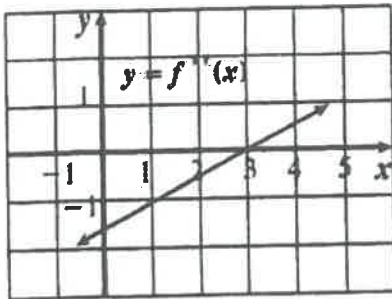
(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

(a)  $f(x) = x^3 + 5x$

(b)  $f(x) = 4x^2 - 2x^4$

(c)  $f(x) = x^3$

(d)  $f(x) = (x - 2)^4$



(10) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان  $f'''$  فإن منحنى  $f$  مقعرا للأسفل في الفترة

(a)  $(-\infty, 3)$

(b)  $(3, \infty)$

(c)  $(-1, 4)$

(d)  $(3, 5)$

(معلق)

(11) الدالة  $k$  :  $k(x) = -|x^2 - 4|$  لها

(a) نقطتان حرجتان فقط

(b) قيمة صغرى مطلقة

(c) قيمة عظمى مطلقة

(d) ليس أي مما سبق

(12) إن الدالة  $f$  :  $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$  ليست قابلة للاشتقاق عند  $x = 0$  و السبب هو

(a) ناب

(b) ركن

(c) مماس عمودي

(d) غير متصلة

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة  $A(3, 2)$  على

منحنى :  $x^2 - y^2 - 2xy = -7$  هو

(a)  $-5$

(b)  $-\frac{1}{5}$

(c)  $\frac{1}{5}$

(d)  $5$

(14) لتكن الدالة  $f$  :  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$  فإن مجال  $f'$  هو

(a)  $\{1\}$

(b)  $[1, \infty)$

(c)  $\mathbb{R}$

(d)  $\mathbb{R} - \{1\}$

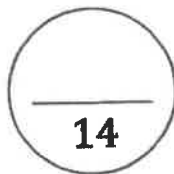


انتهت الأسئلة



ورقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)		(c)	(d)
(2)		(b)	(c)	(d)
(3)	(a)		(c)	(d)
(4)		(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	
(6)	(a)	(b)		(d)
(7)		(b)	(c)	(d)
(8)	(a)		(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	
(10)		(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)		(d)
(12)	(a)		(c)	(d)
(13)		(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)		(d)



دولة الكويت

وزارة التربية

نموذج إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م  
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول: أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

(6 درجات)

السؤال الأول:

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

الحل:

عند التعويض المباشر عن  $x$  بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \frac{(x+1-3)(x+1+3)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{x+4}{x}, \quad x \neq 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} x = 2, \quad 2 \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x+4)}{\lim_{x \rightarrow 2} x}$$

$$= \frac{2+4}{2} = 3$$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال



(1)



تابع السؤال الأول :

(8 درجات)

(b) إذا كانت :  $f(x) = 2x + 1$  ,  $g(x) = x^3$

(1) أوجد  $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة  $(g \circ f)(x)$  عند النقطة  $A(0, 1)$

الحل :

1  $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$  (1)

1  $g'(x) = 3x^2$

1  $g'(f(x)) = 3(2x + 1)^2$

1  $f'(x) = 2$

1  $(g \circ f)'(x) = 3(2x + 1)^2 (2)$   
 $= 6(2x + 1)^2$

(2) ميل المماس للدالة  $(g \circ f)(x)$  عند  $x = 0$

1  $(g \circ f)'(0) = 6(0 + 1)^2 = 6$

∴ معادلة المماس هي :

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 1 = 6(x - 0)$

$6x - y + 1 = 0$



(2)



14
----

**السؤال الثاني :**

(a) لتكن  $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$  :

(7 درجات)

أوجد مجال الدالة  $f$  ثم ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-1, 1]$

**الحل :**

نفرض ان

$f(x) = \sqrt{g(x)}$  ،  $g(x) = x^2 - 7x + 10$

$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$

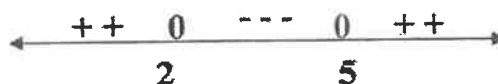
$x^2 - 7x + 10 \geq 0$

المعادلة المناظرة :

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x - 2)(x - 5) = 0$

$x = 2$  ،  $x = 5$



∴ مجال الدالة  $f$  هو  $(-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

لدراسة اتصال الدالة  $f$  على  $[-1, 1]$

$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

∴  $[-1, 1]$  مجموعة جزئية من  $D_f$

∴  $g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 1]$  (1)

(2) الدالة  $g(x) = x^2 - 7x + 10$  متصلة على  $[-1, 1]$

من (1) و (2)

متصلة على  $[-1, 1]$

(3)



(7 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

أثبت أن  $y' = (y \cdot \csc x)^2$

الحل:

$$y' = \frac{(\sin x)' (\sin x + \cos x) - (\sin x)(\sin x + \cos x)'}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x (\sin x + \cos x) - \sin x (\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x \cdot \sin x + \cos^2 x - \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$(y \cdot \csc x)^2 = \left( \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} \cdot \frac{1}{\sin x} \right)^2$$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= y'$$

$1+1+1+\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$



14

السؤال الثالث:

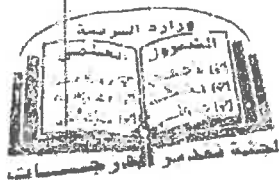
( a ) أوجد

( 8 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

الحل :

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{x - 5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}} \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2 \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)}} \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{x \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \quad |x| = x : x > 0 \\
 &= \frac{1 - \frac{5}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \quad : x \neq 0 \\
 \therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x^2} \\
 &= 1 - 0 - 0 = 1, 1 > 0 \\
 \therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)} &= \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1, 1 \neq 0 \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x} = 1 - 0 = 1 \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{5}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} = \frac{1}{1} = 1
 \end{aligned}$$



تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها  $8 \text{ cm}$  واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

الحل :

يفرض طول البعد الأول للمستطيل هو  $x$  وطول البعد الثاني  $y$

$$\frac{1}{2} \quad \text{المحيط} = 2x + 2y \rightarrow 8 = 2x + 2y$$

$$\frac{1}{2} \quad 4 = x + y \rightarrow y = 4 - x$$

$\therefore$  طول البعد الثاني للمستطيل هو  $4 - x$

$x$  لا يمكن أن تزيد على 4 أي :  $0 < x < 4$

مساحة المستطيل = حاصل ضرب البعدين

$$\frac{1}{2} \quad s(x) = x \cdot (4 - x)$$

$$= 4x - x^2$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad s'(x) = 4 - 2x$$

نضع  $s'(x)$

$$\frac{1}{2} \quad 4 - 2x = 0$$

$$x = 2 \in (0, 4)$$

$\therefore$  نقطة حرجة  $(2, s(2))$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad s''(x) = -2, \quad -2 < 0$$

$\therefore$  توجد قيمة عظمى مطلقة عند  $x = 2$

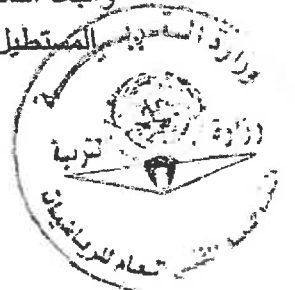
$\therefore$  أكبر مساحة ممكنة للمستطيل عند  $x = 2$

$\therefore$  البعد الأول للمستطيل هو  $x = 2 \text{ cm}$

والبعد الثاني هو  $4 - x = 4 - 2 = 2 \text{ cm}$

المستطيل يصبح مربع لأن بعديه متساويان

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$



السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة  $f : f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

ثم ارسم بيانها

(9 درجات)

الحل:

$f$  دالة كثيرة الحدود مجالها  $\mathbb{R}$   
توجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2x^3 = \infty$$

توجد النقاط الحرجة حيث  $f$  دالة قابلة للإشتقاق على مجالها

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

$$f'(x) = 0$$

نضع

$$6x^2 + 6x = 0$$

$$6x(x + 1) = 0$$

$$6x = 0 \rightarrow x = 0 \quad \text{أو} \quad x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

$$f(0) = -1, \quad f(-1) = 0$$

النقاط الحرجة  $(0, -1)$ ,  $(-1, 0)$

تكون جدول التغير لدراسة إشارة  $f'$

	$-\infty$	$-1$	$0$	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, \infty)$	
إشارة $f'$	++++	----	++++	
سلوك الدالة $f$	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗	

الدالة  $f$  متزايدة في الفترة  $(-\infty, -1)$  والفترة  $(0, \infty)$

الدالة  $f$  متناقصة في الفترة  $(-1, 0)$

للدالة  $f$  قيمة عظمى محلية عند  $x = -1$  وقيمة صغرى محلية عند  $x = 0$

$$f''(x) = 12x + 6$$

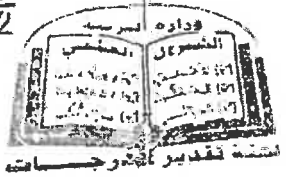
نضع

$$f''(x) = 0$$



$$12x + 6 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

(7)

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$



1

	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -\frac{1}{2})$		$(-\frac{1}{2}, \infty)$
إشارة "f"	---		+++
التقر			

منحنى الدالة مقعر للأسفل على الفترة  $(-\infty, -\frac{1}{2})$

منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة  $(-\frac{1}{2}, \infty)$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

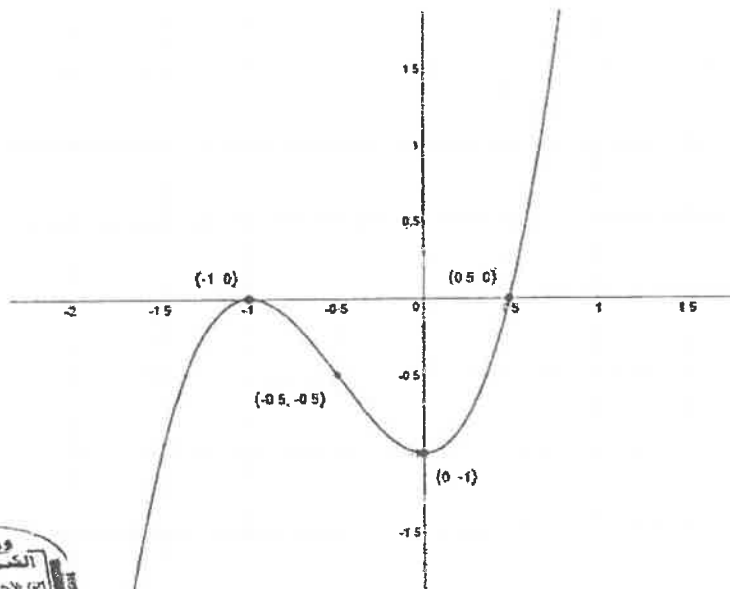
نقطة انعطاف  $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \therefore$

$\frac{1}{2}$

نقاط اضافية

x	-2	-1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
f(x)	-5	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	4

$1\frac{1}{2}$



(8)



(5 درجات)

تابع السؤال الرابع:

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث  $n = 40$  والانحراف المعياري لمجتمع الإناث  $\sigma = 12.5$  ، والمتوسط الحسابي للعينة  $\bar{x} = 76.3$  .

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

الحل:

(1) مستوى الثقة 95%

1

∴ القيمة الحرجة: نستخدم توزيع  $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

نلاحظ أن  $\sigma$  معلومة

$$\because n = 40 , \sigma = 12.5 , \bar{x} = 76.3$$

1

$$\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{هامش الخطأ هو:}$$

1

$$= (1.96) \cdot \frac{12.5}{\sqrt{40}} \approx 3.87379$$

∴ هامش الخطأ  $\approx 3.8738$

(2) فترة الثقة هي:  $(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$

2

$$= (76.3 - 3.8738 , 76.3 + 3.8738)$$

$$= (72.4262 , 80.1738)$$



القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (1-4) ظل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} = 3 \quad (1)$$

$$a = -3, b = -2 \quad \text{فإن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1 \quad \text{إذا كانت} \quad (2)$$

$$(3) \text{ الدالة } f : f(x) = x|x| \text{ قابلة للإشتقاق } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$(4) \text{ الدالة } f : f(x) = \sqrt[3]{x-1} \text{ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة } [-1, 2]$$

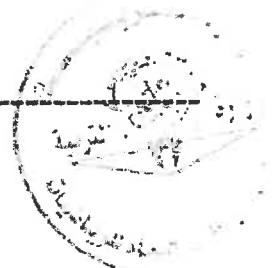
ثانياً : في البنود (5-14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$(5) \text{ إذا كانت الدالة } f : f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}} \text{ فإن } f'(1) \text{ تساوي}$$

- (a)  $-\frac{3}{2}$       (b)  $\frac{3}{2}$       (c)  $-3$       (d)  $3$

$$(6) \text{ ميل الناظم لمنحنى الدالة } f : f(x) = \frac{2}{x} \text{ عند } x = -2 \text{ هي}$$

- (a)  $-2$       (b)  $-\frac{1}{2}$       (c)  $\frac{1}{2}$       (d)  $2$



جدول إجابة البنود الموضوعية

( 1 )	(a)	(b)		
( 2 )	(a)	(b)		
( 3 )	(a)	(b)		
( 4 )	(a)	(b)		
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

الدرجة: .....



## القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

(a) أوجد

14

(7 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

الحل :

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x}$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot (1 + \cos x)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right)$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left( \lim_{x \rightarrow 0} 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = (1)^2 \cdot (1 + 1)$$

$$\frac{1}{2} \quad = 2$$

(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته  $2\sqrt{y} + y = x$  أوجد:

(1)  $y'$

(2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1, 3)

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$2y^{\frac{1}{2}} + y = x$$

بالاشتقاق الضمني

3

$$2 \cdot \frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} y' + y' = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{y'}{y^{\frac{1}{2}}} + y' = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$y' \left( \frac{1}{\sqrt{y}} + 1 \right) = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$y' = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}} + 1}$$

1

$$y' = \frac{\sqrt{y}}{1 + \sqrt{y}}$$

بالتعويض بـ (1, 3)

1

$$\therefore y' = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$  ميل المماس =  $\frac{1}{2}$



14

السؤال الثاني:

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

الحل:

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

$$= \frac{\sqrt{x^2(2 - \frac{1}{x})}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

$$= \frac{|x| \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

$$= \frac{x \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})}$$

$$= \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x}} \quad : x \neq 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 2 - 0 = 2, \quad 2 > 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x})} = \sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1, \quad 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{(1 + \frac{1}{x})} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$



عندما  $x > 0$  يكون  $|x| = x$

(7 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربيهما أكبر ما يمكن

الحل:

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

بفرض أن أحد العددين  $x$  حيث  $0 < x < 20$

∴ العدد الآخر هو  $20 - x$

∴ حاصل ضربيهما هو:

1

$$f(x) = x(20 - x)$$

$$f(x) = 20x - x^2$$

1

$$f'(x) = 20 - 2x$$

$\frac{1}{2}$

$$f'(x) = 0$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore 20 - 2x = 0$$

$$x = 10$$

∴ توجد نقطة حرجة عند  $x = 10$

1

$$f''(x) = -2$$

$\frac{1}{2}$

$$f''(10) = -2, \quad -2 < 0$$

$\frac{1}{2}$

∴ توجد قيمة عظمى مطلقة عند  $x = 10$

1

∴ العدد الأول هو:  $x = 10$

$\frac{1}{2}$

العدد الثاني هو:  $20 - x = 20 - 10 = 10$

$\frac{1}{2}$

∴ العددان هما 10 و 10



بوضع

السؤال الثالث:

14

(a) ادرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 1 - x^3$

ثم ارسم بيانها

الحل :

$f$  دالة كثيرة حدود مجالها  $\mathbb{R}$   
نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3) = -\infty$$

نوجد النقاط الحرجة حيث  $f$  دالة قابلة للاشتقاق على مجالها  $\mathbb{R}$

$$f'(x) = -3x^2$$

$$f'(x) = 0$$

$$\therefore -3x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 1$$

نضع

$\therefore (0,1)$  نقطة حرجة

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة  $f'$

	$-\infty$	0	$\infty$
إشارة $f'$	---		---
سلوك الدالة $f$	متناقصة $\infty$		متناقصة $-\infty$

الدالة  $f$  متناقصة على الفترة  $(-\infty, 0)$  وعلى الفترة  $(0, \infty)$

لا توجد نقاط محلية عظمى أو نقاط محلية صغرى

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة  $f''$

$$f''(x) = -6x$$

$$f''(x) = 0$$

$$-6x = 0 \rightarrow x = 0$$

$$f(0) = 1$$

نضع

	$-\infty$	0	$\infty$
إشارة $f''$	+++		---
التقعر	U		n
	تقعر لأعلى		تقعر لأسفل

$(0,1)$  نقطة انعطاف

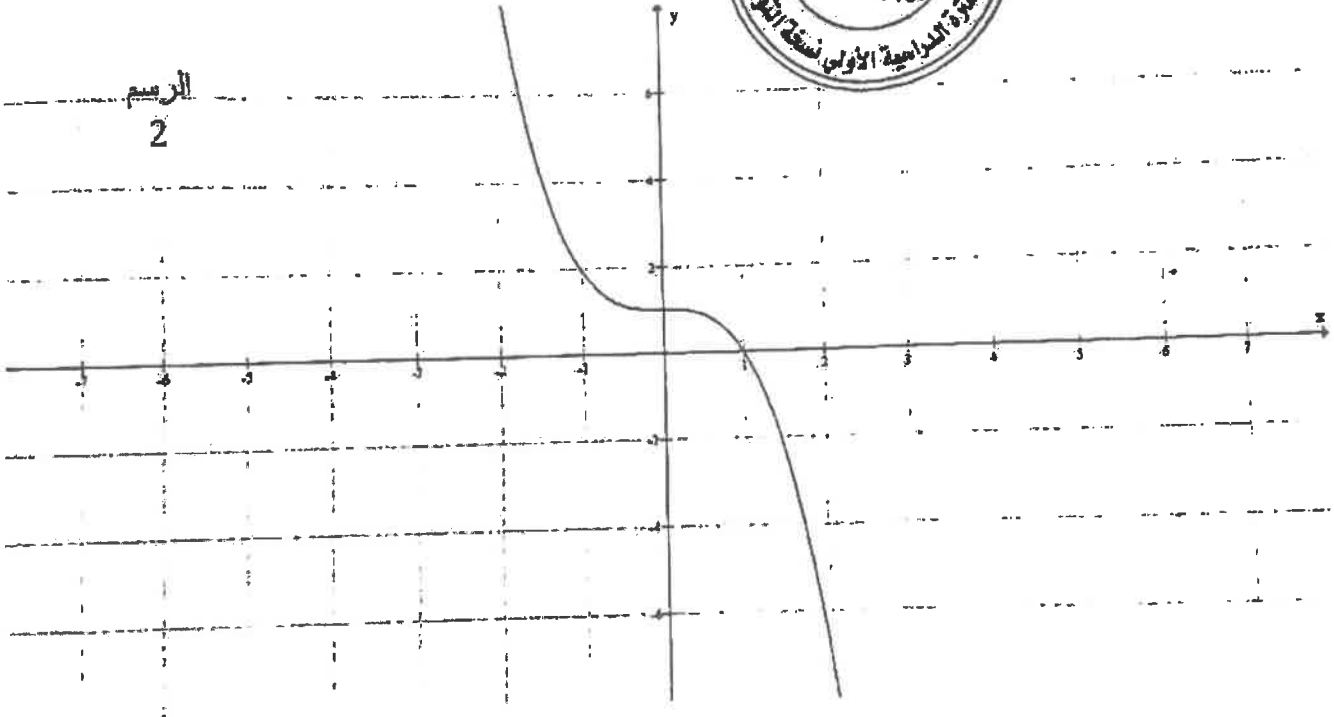
إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

نقاط اختيارية

$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7



الرسم  
2



تابع السؤال الثالث:

(5 درجات)

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها  $n = 25$  ، فإذا كان الانحراف

المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي ( $\bar{x}$ ) يساوي 15 ،

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

الحل :

(1)  $\sigma^2$  غير معلوم ،  $n \leq 30$  ،

$\therefore$  نستخدم توزيع  $t$

$$\therefore n = 25$$

$\frac{1}{2}$

$$n - 1 = 25 - 1 = 24$$

درجات الحرية

$\therefore$  مستوى الثقة

$$1 - \alpha = 0.95$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \alpha = 0.50 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

من جدول توزيع  $t$

1

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064$$

هامش الخطأ :

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

1

$$= (2.064) \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$$

(2) فترة الثقة :

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

2

$$= (15 - 4.128, 15 + 4.128)$$

$$= (10.872, 19.128)$$



السؤال الرابع:

14

(a) لتكن  $f$  :  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

الدرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-2, 2]$

(7 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$

يفرض أن  $f(x) = \sqrt{g(x)} : g(x) = 4 - x^2$

$\frac{1}{2}$

$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$

$\frac{1}{2}$

$4 - x^2 \geq 0$

$\frac{1}{2}$

$4 - x^2 = 0$

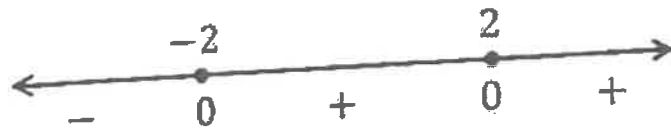
$\frac{1}{2}$

$(2 - x)(2 + x) = 0$

$\frac{1}{2}$

$x = 2$  أو  $x = -2$

$\frac{1}{2}$



مجال الدالة هو :  $[-2, 2]$

1

$\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-2, 2]$

1

$g$  متصلة على  $[-2, 2]$

1

$\therefore$  الدالة  $f$  متصلة على  $[-2, 2]$

1

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع:

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

(b) لتكن الدالة  $f$ :

أوجد  $f'(x)$  وعين مجالها

الحل:

مجال  $f$ :

$$D_f = [2, \infty) \cup (-\infty, 2) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4}{x^2} & : x > 2 \\ \text{نيحت} & : x = 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$

$$f(2) = 2 - 2 = 0$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)} \rightarrow (1)$$

إن وجدت

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

إن وجدت

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - \frac{4}{x} - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x(x - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 2}{x} = 2 : \lim_{x \rightarrow 2^+} x = 2 \neq 0$$

$$\therefore f'_-(2) \neq f'_+(2)$$

$\therefore f'(2)$  غير موجودة

$$\therefore f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4}{x^2} & : x > 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$

مجال  $f'$  هو  $\mathbb{R} - \{2\}$

جدول إجابة البنود الموضوعية

( 1 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 2 )	(a)	(b)	(c)	(d)



الدرجة: ..... = 1 × .....

( 3 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة: ..... = 1.5 × .....

الدرجة: .....

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

14

( 6 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل :

$$\frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x \cos 4x}{5x} \quad [2]$$

$$= \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x, \quad x \neq 0 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} \right) = \frac{2}{5} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3x \cos 4x}{5x} \right) = \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \cos 4x = \frac{3}{5} (1) = \frac{3}{5} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x \right) \quad [0.5]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} \right) + \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x) \quad [0.5]$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1 \quad [0.5]$$

تراجعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية (



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(8 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

الحل :

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \frac{\sqrt{x^2(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad [1]$$

$$= \frac{|x| \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad , \quad |x| = -x \text{ يكون } x < 0 \text{ عندما} \quad [0.5]$$

$$= \frac{-x \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} = - \frac{\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}} \quad , x \neq 0 \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 3 - 0 + 0 = 3 \quad , 3 > 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}\right)} = \sqrt{3} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} = 3 - 0 = 3 \quad , \quad 3 \neq 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}}$$

$$= \frac{-\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x}\right)} = \frac{-\sqrt{3}}{3} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \quad [1.5]$$



(a) إدرس إتصال الدالة  $f$  على  $[1, 3]$  حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

$$f(x) = x^2 - 3 \quad : x \in (1,3)$$

$$\forall c \in (1,3), \quad f(c) = c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} (x^2 - 3) = c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \quad \forall x \in (1,3) \quad [0.5]$$

$$(1) \dots \dots \dots (1,3) \text{ متصله على } f \quad \therefore \quad [0.5]$$

ندرس إتصال الداله  $f$  عند  $x = 1$  من اليمين

$$f(1) = -2 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 3) \quad [0.5]$$

$$= 1 - 3 = -2 = f(1) \quad [0.5]$$

$$(2) \dots \dots \dots \text{ الداله } f \text{ متصله عند } x = 1 \text{ من اليمين} \quad [0.5]$$

ندرس إتصال الداله  $f$  عند  $x = 3$  من اليسار

$$f(3) = 5 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2 - 3) \quad [0.5]$$

$$= 9 - 3 = 6 \neq f(3) \quad [0.5]$$

$$(3) \dots \dots \dots \text{ الداله } f \text{ غير متصله عند } x = 3 \text{ من اليسار} \quad [0.5]$$

[1] من (1)، (2)، (3)  $f$  ليست متصله على  $[1, 3]$  و لكنها متصله على  $[1, 3)$



تابع السؤال الثاني :

$$y = x \sin x \quad (b) \text{ إذا كانت :}$$

(7 درجات)

$$y'' + y - 2 \cos x = 0 \quad \text{فأثبت أن :}$$

الحل :

$$y = x \sin x$$

$$y' = \sin x \cdot (x)' + x \cdot (\sin x)' = \sin x + x \cos x \quad [3]$$

$$y'' = \cos x + \cos x \cdot (x)' + x \cdot (\cos x)' \quad [1.5]$$

$$= \cos x + \cos x + x \cdot (-\sin x) = 2\cos x - x \sin x \quad [1]$$

$$y'' + y - 2 \cos x = 2\cos x - x \sin x + x \sin x - 2 \cos x \quad [1]$$

$$= 0 \quad [0.5]$$



السؤال الثالث :

(a) بين أن الدالة  $f : f(x) = x^3 - 3x + 2$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة  $[0, 4]$

(5 درجات)

ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ بها النظرية

الحل :

$f$  دالة كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$  وبالتالي فهي متصلة على الفترة  $[0, 4]$  [0.5]

وقابلة للاشتقاق على  $(0, 4)$  [0.5]

∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة  $[0, 4]$  ∴ يوجد على الأقل  $c \in (0, 4)$  بحيث : 0.5

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad [0.5]$$

$$= \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$

$$\because f(4) = (4)^3 - 3(4) + 2 = 54 \quad [0.5]$$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 2 = 2 \quad [0.5]$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3, \quad f'(c) = 3c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\therefore 3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4} \quad [0.5]$$

$$3c^2 - 3 = 13 \Rightarrow 3c^2 = 16 \Rightarrow c^2 = \frac{16}{3} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow c = \frac{\pm 4}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{-4}{\sqrt{3}} \notin (0, 4)$$

$$\therefore c = \frac{4}{\sqrt{3}} \in (0, 4) \quad [0.5]$$



تابع السؤال الثالث :

$$f(x) = 2x^2 - x^4 + 5 : f \text{ (b) إدرس تغير الدالة}$$

وإرسم بيانها

(9 درجات)

الحل:

$f$  دالة كثيرة حدود مجالها  $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

توجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^4) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^4) = -\infty \quad [0.5]$$

توجد النقاط الحرجة للدالة  $f$

$f$  دالة كثيرة حدود فهي متصلة على  $\mathbb{R}$  وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 4x - 4x^3 \quad [0.5]$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x(1 - x^2) = 0 \Rightarrow 4x(1 - x)(1 + x) = 0$$

$$4x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 2(0)^2 - (0)^4 + 5 = 5$$

$\therefore (0,5)$  نقطة حرجة [0.5]

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2(1)^2 - (1)^4 + 5 = 6$$

$\therefore (1,6)$  نقطة حرجة [0.5]

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 - (-1)^4 + 5 = 6$$

$\therefore (-1,6)$  نقطة حرجة [0.5]

نكون الجدول لدراسة إشارة  $f'$ : [2]

	$-\infty$	-1	0	1	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$	
إشارة $f'$	+++	---	+++	---	
سلوك الدالة	$\nearrow \nearrow$	$\searrow \searrow$	$\nearrow \nearrow$	$\searrow \searrow$	

من الجدول :

$f$  متزايدة على كلا من الفترتين  $(-\infty, -1)$ ,  $(0, 1)$ ,  $f$  متناقصة على كلا من الفترتين  $(-1, 0)$ ,  $(1, \infty)$

نستطيع أن نلاحظ من الجدول أنه توجد قيمة صغرى محلية عند  $x = 0$  وقيمتها  $f(0) = 5$

وتوجد قيمة عظمى محلية عند  $x = -1$  وقيمتها  $f(-1) = 6$



وتوجد قيمة عظمى محلية عند  $x = 1$  وقيمتها  $f(1) = 6$   
نكون الجدول لدراسة إشارة  $f''$  :

$$f''(x) = 4 - 12x^2 \quad [0.5]$$

$$f''(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$4 - 12x^2 = 0 \Rightarrow 12x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \quad [0.5]$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \quad [0.5]$$

	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}})$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$	
إشارة $f''$	+	-	+	
بيان الدالة $f$	مقر لأعلى	مقر لأسفل	مقر لأعلى	

[1.5]

من الجدول نجد أن :

بيان الدالة  $f$  مقر لأعلى على الفترتين  $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}})$  ،  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$  ،

بيان الدالة  $f$  مقر لأسفل على الفترة  $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$

النقطة  $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$  نقطة انعطاف

النقطة  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$  نقطة انعطاف





السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f :  $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$  عند  $x = 0$  (8 درجات)

الحل:

$$f(0) = \frac{0-4}{0+2} = \frac{-4}{2} = -2 \quad [0.5]$$

$$f'(x) = \frac{(x+2) \cdot (3x-4)' - (x+2)' \cdot (3x-4)}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{(x+2) \cdot (3) - (3x-4) \cdot (1)}{(x+2)^2} \quad [3]$$

$$= \frac{10}{(x+2)^2} \quad [1]$$

ميل المماس :

$$m = f'(a) = f'(0) = \frac{10}{(0+2)^2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \quad [1.5]$$

فتكون معادلة المماس هي

$$y - f(a) = f'(a) (x - a) \quad [1]$$

$$y - (-2) = \frac{5}{2} (x - 0) \quad [0.5]$$

$$2y + 4 = 5x \quad [0.5]$$

$$2y - 5x + 4 = 0$$



تابع السؤال الرابع :

( b ) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي  $\bar{x} = 283$  دينار وإنحرافها المعياري  $S = 32$  دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % ( علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي ) (6 درجات)

الحل :

$$S = 32 , n = 10 , \bar{x} = 283$$

① صياغة الفروض الإحصائية

$$H_0 : \mu = 290 \quad \text{مقابل} \quad H_1 : \mu \neq 290 \quad [0.5]$$

② نوجد المقياس الإحصائي

$$\because \sigma \text{ غير معلوم ، } n \leq 30 \quad [0.5]$$

$$\therefore t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} \approx -0.6917 \quad [1.5]$$

$$\therefore n = 10 \quad ③$$

∴ درجات الحرية :

$$n - 1 = 10 - 1 = 9 \quad [0.5]$$

مستوى الثقة 95 %

$$\therefore 1 - \alpha = 0.95$$

$$\therefore \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad [0.5]$$

من جدول توزيع t نجد :

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.262 \quad [0.5]$$

$$(-t_{\frac{\alpha}{2}}, t_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2.262, 2.262) \quad [1] \quad ④ \quad \text{منطقة القبول :}$$

⑤ اتخاذ القرار الإحصائي :

$$\because -0.6917 \in (-2.262, 2.262) \quad [0.5]$$

$$\therefore \text{القرار بقبول فرض العدم } \mu = 290 \quad [0.5]$$



القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

أولاً : في البنود ( 2 - 1 ) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة على  $[-3, 1]$  ،  $g$  دالة متصلة على  $[-1, 3]$  فإن  $f + g$  هي دالة متصلة عند  $x = 0$

(2) إذا كانت الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x+3}$  فإن  $f'(1) = \frac{1}{4}$

ثانياً : في البنود ( 10 - 3 ) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{(x-3)} =$

(a)  $\infty$

(b)  $-\infty$

(c) 5

(d) 0

معلق

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3$$

فإن قيم الثابتين  $a, b$  هما :

(a)  $a = 0, b = 6$

(b)  $a = 0, b = -6$

(c)  $a = 0, b = 2$

(d)  $a = 0, b = -2$

(5) الدالة المتصلة عند  $x = 2$  فيما يلي هي

(a)  $f(x) = \sqrt{x-2}$

(b)  $g(x) = |x-2|$

(c)  $h(x) = \frac{1}{x-2}$

(d)  $k(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة  $f : f(x) = 3x + \tan x$  ، فإن  $f'(0)$  تساوي

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) 4



(7) الدالة  $f : f(x) = |x^2 - 1|$  لها :

- (a) قيمة صغرى مطلقة  
(b) قيمة عظمى مطلقة  
(c) نقطتان حرجتان فقط  
(d) ليس أيا مما سبق

(a)

(8) إذا كانت الدالة  $f' : f'(x) = -3x$  فإن الدالة  $f$

- (a) متزايدة على الفترة  $(0, \infty)$   
(b) متزايدة على مجال تعريفها  
(c) متزايدة على الفترة  $(-\infty, 0)$  ، متناقصة على الفترة  $(0, \infty)$   
(d) متناقصة على الفترة  $(-\infty, 0)$

(c)

(9) للدالة  $f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  مماس رأسي معادلته :

- (a)  $x = 0$   
(b)  $x = 1$   
(c)  $y = 0$   
(d)  $y = 1$

b

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي  $\mu = 125$  أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها  $n = 36$  فتبين أن متوسطهما الحسابي  $\bar{x} = 130$  إذا كان المقياس الإحصائي  $Z = 3.125$  فإن الإنحراف المعياري  $\sigma$  تحت مستوى ثقة 95% يساوي

- (a) -9.6  
(b) 6.9  
(c) 9.6  
(d) -6.9

(c)

إنتهت الأسئلة ،،،

$$Z = \frac{516}{3.125} = 165$$

$$5 = \frac{30}{3.125}$$



جدول الإجابة

( 1 )	<input checked="" type="radio"/>	(b)	(c)	(d)
( 2 )	<input checked="" type="radio"/>	(b)	(c)	(d)

الدرجة : ..... = 1 × .....

( 3 )	(a)	<input checked="" type="radio"/>	(c)	(d)
( 4 )	<input checked="" type="radio"/>	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	<input checked="" type="radio"/>	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="radio"/>
( 7 )	<input checked="" type="radio"/>	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	<input checked="" type="radio"/>	(d)
( 9 )	(a)	<input checked="" type="radio"/>	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	<input checked="" type="radio"/>	(d)

الدرجة : ..... = 1.5 × .....

الدرجة : .....

14



دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م  
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 10 صفحات

المجال الدراسي : الرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال :

اجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

(6 درجات)



الحل :

$$1 \quad \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3} = \frac{\sqrt{x^2(1 - \frac{3}{x})}}{x(1 - \frac{3}{x})} = \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{x(1 - \frac{3}{x})}$$

عندما  $x > 0$  يكون  $|x| = x$  ،

$$1 \quad = \frac{x \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{x(1 - \frac{3}{x})} = \frac{\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{(1 - \frac{3}{x})}$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x} = 1 - 0 = 1, 1 \neq 0$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right) = 1, 1 > 0$$

$$0.5 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{3}{x}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)} = \sqrt{1} = 1$$

$$1.5 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{(1 - \frac{3}{x})} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{3}{x})} = \frac{1}{1} = 1$$

تراجع الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية

تابع السؤال الأول :

( b ) أوجد ميل المماس  $( \frac{dy}{dx} )$  للمنحنى الذي معادلته :  
 $2y = x^2 - \cos y$  عند النقطة  $A(1,0)$

الحل :

( 4 درجات )

2  $2y = x^2 - \cos y$   
 $2y' = 2x - y'(-\sin y)$   
 $2y' = 2x + y' \sin y$   
 $2y' - y' \sin y = 2x$   
0.5  $y'(2 - \sin y) = 2x$   
0.5  $y' = \frac{2x}{2 - \sin y}$



ميل المماس للمنحنى عند النقطة  $A(1,0)$  هو :

1  $m = y' \Big|_{x=1, y=0} = \frac{2}{2 - \sin 0}$   
 $= 1$

أو

$2y' = 2(1) + y' \sin(0)$  ①

$2y' = 2 + 0$  ②

$y' = 1$  ③

10

السؤال الثاني  
(a) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

الحل :

(4 درجات)

0.5

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x \sin x}{\cos x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x \sin x}{\cos x - 1} \right) \left( \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1} \right) \right)$$

0.5

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x \sin x (\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1} \right)$$

0.5

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x \sin x (\cos x + 1)}{-\sin^2 x} \right)$$

0.5

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{-x}{\sin x} \right) (\cos x + 1) \right)$$

0.5

$$= -\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + 1)$$

0.5 + 0.5

$$= -1 \cdot (\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x) + \lim_{x \rightarrow 0} (1))$$

0.5

$$= -1(1 + 1)$$



تابع السؤال الثاني :

$$f(x) = 2x^3 - 6x + 1 : f \text{ (b) إدرس تغير الدالة}$$

ثم إرسم بياناتها

الحل :

(6 درجات)

$f$  دالة كثيرة حدود مجالها  $\mathbb{R}$   
نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$0.5 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3) = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة  $f$

$f$  دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

$$0.5 \quad f'(x) = 6x^2 - 6$$

$$0.5 \quad f'(x) = 0$$

$$0.5 \quad 6x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 6(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1, x = -1$$

$$0.5 \quad x = 1 \Rightarrow f(1) = -3$$

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 5$$



$\therefore (1, -3)$  نقطة حرجة

$\therefore (-1, 5)$  نقطة حرجة

نكون الجدول لدراسة إشارة  $f'$  :

	$-\infty$	$-1$	$1$	$\infty$
0.5	الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$
0.5	إشارة $f'$	+++	---	+++
0.5	سلوك الدالة $f$	$\nearrow \nearrow$	$\searrow \searrow$	$\nearrow \nearrow$

منحنى الدالة  $f$  متناقص على الفترة  $(-1, 1)$

و متزايد على كلا من الفترة  $(1, \infty)$  و الفترة  $(-\infty, -1)$

$(-1, 5)$  نقطة عظمى محلية

$(1, -3)$  نقطة صغرى محلية

0.5



$$f''(x) = 12x$$

نكون الجدول لدراسة إشارة  $f''$  :

$$f''(x) = 0$$

$$12x = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 1$$

الفترة	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة $f''$	- - -	+ + +
التقعر	مقعر للأسفل	مقعر لأعلى

0.5

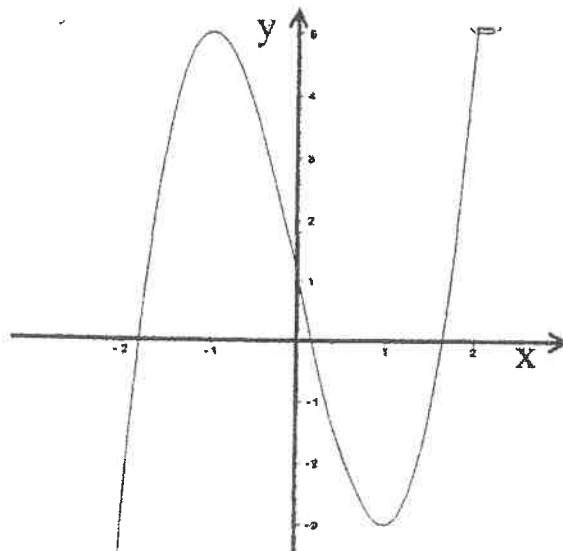
0.5

من الجدول نجد أن :

بيان الدالة  $f$  مقعر للأعلى على الفترة  $(0, \infty)$  ، بيان الدالة  $f$  مقعر للأسفل على الفترة  $(-\infty, 0)$

النقطة  $(0,1)$  نقطة انعطاف

$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	5	1	-3	5
	نقطة إضافيه	نقطة عظمى محليه	نقطة إنعطاف	نقطة صغرى محليه	نقطة إضافيه



1

10

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة  $f(x) = x^2 - 3x$  ، الدالة  $g(x) = \sqrt{x}$

ابحث إتصال الدالة  $(g \circ f)$  عند  $x = -1$

(4 درجات)

الحل :

0.5

0.5

0.5

1

0.5

0.5

0.5

①

الدالة  $f$  كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$  ،

الدالة  $f$  متصله عند  $x = -1$  ..... (1)

$$f(-1) = 1 - 3(-1) = 4$$

∴ الدالة  $g$  داله جذر تربيعي متصله على  $[0, \infty)$

∴ دالة  $g$  متصلة عند  $x = 4$  أيضا ✓

أي ان  $g$  متصله عند  $f(-1)$  ..... (2)

من (1) ، (2) نجد ان الدالة  $g \circ f$  متصله عند  $x = -1$



حل آخر

①/2  $(g \circ f)(x) = g[x^2 - 3x] = \sqrt{x^2 - 3x}$

مجال تعريفه هو  $\{x : x^2 - 3x \geq 0, x \in \mathbb{R}\}$

①/2  $x[x - 3] \geq 0$



مجاله هو  $\mathbb{R} - (0, 3)$

①/2  $(g \circ f)(x) = \sqrt{h(x)}$

①  $h(x) = x^2 - 3x$  متصله عند  $x = -1$  لنز متصله

على كل من  $[-\infty, 0]$  و  $[3, \infty)$

①/2  $h(-1) > 0 \iff h(-1) = 4$

∴  $(g \circ f)(x)$

تابع السؤال الثالث :

$$(b) \text{ إذا كانت الدالة } f \text{ متصلة على } [1, 4] : f(x) = x + \frac{4}{x}$$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة  $[1, 4]$

(6 درجات)

الحل :

∴ الدالة متصلة على  $[1, 4]$

∴ الدالة لها قيم قصوى مطلقة في هذه الفترة

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية  $x = 1, x = 4$ .

0.5  $f(4) = 4 + 1 = 5$

0.5  $f(1) = 1 + 4 = 5$

$$f(x) = x + \frac{4}{x}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$$

1  $f'(x) = 0$

1.5  $1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{4}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2, x = -2$

0.5  $x = -2 \notin (1, 4)$

0.5  $x = 2 \in (1, 4)$

0.5  $f(2) = 4$



∴ النقطة  $(2, 4)$  نقطة حرجة.

$x$	1	4	2
$f(x)$	5	5	4

من الجدول :

أكبر قيمة للدالة  $f$  في الفترة  $[1, 4]$  هي 5

∴ 5 قيمة عظمى مطلقة.

أصغر قيمة للدالة  $f$  في الفترة  $[1, 4]$  هي 4

∴ 4 قيمة صغرى مطلقة.

0.5

0.5

السؤال الرابع

10

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases} \quad (a) \text{ لتكن الدالة } f$$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد  $f'(x)$  إن أمكن

الحل :

(6 درجات)

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1, \infty) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{تبحث} & : x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 1)$$

$$f'_-(1) = 2 \dots \dots \dots (1)$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2\sqrt{x} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x} + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 1^+} (1) = 1 + 1 = 2, 2 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1^+} (2)}{\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x} + 1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$f'_+(1) = 1 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نجد :  $f'_+(1) \neq f'_-(1)$  وبالتالي  $f'(1)$  غير موجودة

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{غير موجودة} & : x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases} \quad \text{ومنهُ :}$$

القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

جدول الإجابة



( 1 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 2 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 3 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	(c)	(d)

10

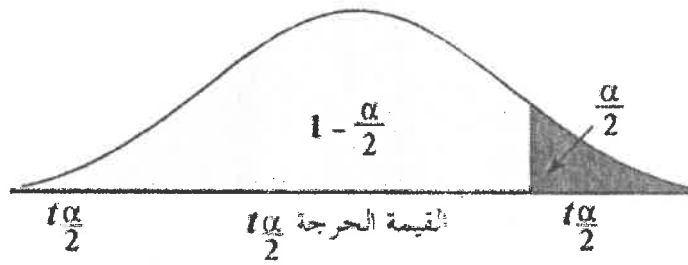
الدرجة : .....

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

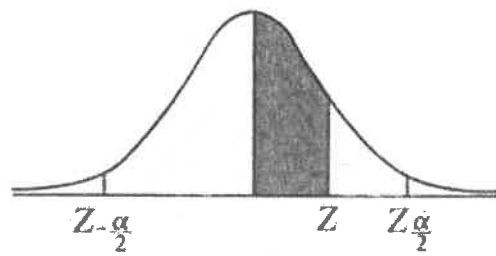
Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10	0.4999									
وأكثر										

ملاحظة: استخدم 0.4999 عندما تزيد قيمة Z عن 3.09



جدول التوزيع  $t$

درجات الحرية ( $n - 1$ )	$\frac{\alpha}{2}$					
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078	1.000
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886	0.816
3	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638	0.765
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533	0.741
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476	0.727
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440	0.718
7	3.500	2.998	2.365	1.895	1.415	0.711
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397	0.706
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383	0.703
10	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372	0.700
11	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363	0.697
12	3.054	2.681	2.179	1.782	1.356	0.696
13	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350	0.694
14	2.977	2.625	2.145	1.761	1.345	0.692
15	2.947	2.602	2.132	1.753	1.341	0.691
16	2.921	2.584	2.120	1.746	1.337	0.690
17	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333	0.689
18	2.878	2.552	2.101	1.734	1.330	0.688
19	2.861	2.540	2.093	1.729	1.328	0.688
20	2.845	2.528	2.086	1.725	1.325	0.687
21	2.831	2.518	2.080	1.721	1.323	0.686
22	2.819	2.508	2.074	1.717	1.321	0.686
23	2.807	2.500	2.069	1.714	1.320	0.685
24	2.797	2.492	2.064	1.711	1.318	0.685
25	2.787	2.485	2.060	1.708	1.316	0.684
26	2.779	2.479	2.056	1.706	1.315	0.684
27	2.771	2.473	2.052	1.703	1.314	0.684
28	2.763	2.467	2.048	1.701	1.313	0.683
29	2.756	2.462	2.045	1.699	1.311	0.683
30 وأكثر	2.575	2.327	1.960	1.645	1.282	0.675



جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10	0.4999									
وأكثر										

ملاحظة: استخدم 0.4999 عندما تزيد قيمة Z عن 3.09

## قوانين الإحصاء

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{1-\alpha}{2}} ; -Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{\frac{1-\alpha}{2}} \quad (\text{القيمة الحرجة})$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{الخطأ المعياري للمجتمع})$$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع طبيعي})$$

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) \quad \text{فترة الثقة للمتوسط الحسابي}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (\text{التوزيع } t)$$

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع } t \text{ الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معاوم})$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي})$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع } t \text{ - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معاوم})$$