اليمني
Elyamany

الصف : 11 علمي

مذكرة اليمني(محلولة)

نماذج التقويمي الثاني

+

دروس التقويمي الثاني

لمتابعة الشرح فيديوهات

أكتب باليوتيوب:

أستاذ عبدالرحمن اليمني

نماذج الاختبار التقويمي الثاني – الصف 11 علمي

نموذج (1)

السؤال المقالي الأول : (3 درجات)

أوجد مجموعة حل المتباينة : $\frac{x^2-1}{x^2+1} \leq 0$

$\frac{(x+1)(x-1)}{x^2+1} \leq 0$

أصفار البسط :

$(x+1)(x-1)=0$

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$ | $x-1=0 \Rightarrow x=1$

$\{-1, 1\}$

أصفار المقام :

$x^2+1=0$ (دائماً موجب)

لا يوجد أصفار للمقام

لإيجاد قيم x التي تحقق المتباينة $\frac{(x-1)(x+1)}{x^2+1} \leq 0$ نتبع ما يلي :

$x+1>0 \Rightarrow x>-1$ | $x-1>0 \Rightarrow x>1$

$x+1<0 \Rightarrow x<-1$ | $x-1<0 \Rightarrow x<1$

نكون الجدول :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
x^2+1		$+$		$+$		$+$	
$\frac{(x+1)(x-1)}{x^2+1}$		$+$	0	$-$	0	$+$	

∴ مجموعة الحل $= [-1, 1]$

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

$(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية : $P(x) = x^3 - x^2 - 2x$

(a) (b)

$P(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 2(-1) = 0$

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$

السؤال المقالي الثاني : (3 درجات)

أوجد معكوس الدالة : $y = \sqrt[3]{x-1}$

نبدل بين x و y

$x = \sqrt[3]{y-1}$

نخلص بالنسبة لـ y

$x = (y-1)^{\frac{1}{3}}$

$(x)^3 = ((y-1)^{\frac{1}{3}})^3$

$x^3 = y-1$

$y-1 = x^3$

∴ معكوس الدالة هو $y = x^3 + 1$

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين عدة إجابات :

أي مما يلي يساوي $2x^4 - 3x + 6$ ؟

a) $(x^4 - 2x^2 + 3) - (x^4 - x^2 - 9)$

$x^4 - 2x^2 + 3 - x^4 + x^2 + 9$

$-x^2 + 12$

b) $2x^4 - 3(x + 6)$

$2x^4 - 3x - 18$

c) $(3x^4 - x + 3) + (3 - 2x - x^4)$

$3x^4 - x + 3 + 3 - 2x - x^4$

$2x^4 - 3x + 6$

d) $x(2x^3 - 3x) + 6$

نماذج الاختبار التقويمي الثاني – الصف 11 علمي

نموذج (2)

السؤال المقالي الأول : (3 درجات)

أكتب كثيرة الحدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة و عدد الحدود :

$(a)\quad (2x^2+9)-(3x^2-7)$ $\qquad$ $(b)\quad (x^2+1)^2$

(a) $2x^2+9-3x^2+7$

$-x^2+16$

الدرجة الثانية
ثنائية الحد

(b) $(x^2+1)^2$

$=(x^2)^2+2x^2+(1)^2$

$=x^4+2x^2+1$

الدرجة الرابعة
ثلاثية الحدود

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

$y=x\sqrt{x}$ دالة زوجية

$f(-x)=-x\sqrt{-x}$

لا تعرفة

ليست زوجية وليست فردية

(a) (b)

السؤال المقالي الثاني : (3 درجات)

$2x-1=0$
$2x=1$
$x=\frac{1}{2}$

أكتب دالة كثيرة الحدود في الصورة العامة مستخدما الاصفار المعطاة :

$\frac{1}{2}$ ، $\frac{-1}{2}$ ، 2 (مكرر مرتين)

$$(2x-1)(2x+1)(x-2)^2$$
$$(4x^2+2x-2x-1)(x^2-4x+4)$$
$$(4x^2-1)(x^2-4x+4)$$
$$4x^4-16x^3+16x^2-x^2+4x-4$$
$$P(x)=4x^4-16x^3+15x^2+4x-4$$

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين عدة إجابات :

$x^2+1>0$
R

إن مجموعة حل المتباينة : $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3}>0$

$x-3=0$ صفر المقام
$x=3$

(a) R (b) R^* (c) $R-\{3\}$ (d) $R-\{0\ ،\ 3\}$

$-\infty$ 3 $+\infty$ $(-\infty,3)\cup(3,\infty)$

نماذج الاختبار التقويمي الثاني – الصف 11 علمي

نموذج (3)

السؤال المقالي الأول : (3 درجات)

أوجد مجموعة حل المتباينة : $\frac{x-1}{x^2-4} \leq 0$

$\frac{x-1}{(x-2)(x+2)} \leq 0$

أصفار البسط: $x-1=0 \Rightarrow x=1$

أصفار المقام: $(x-2)(x+2)=0$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$ | $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

لإيجاد قيم x التي تحقق المتباينة $\frac{x-1}{(x-2)(x+2)} \leq 0$ نشيء جدولين:

$x-1>0 \Rightarrow x>1$ ، $x-1<0 \Rightarrow x<1$

$x-2>0 \Rightarrow x>2$ ، $x-2<0 \Rightarrow x<2$

$x+2>0 \Rightarrow x>-2$ ، $x+2<0 \Rightarrow x<-2$

نكون الجدول

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$x-1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$\frac{x-1}{(x-2)(x+2)}$	$-$ غير معرف	$+$	0	$-$ غير معرف	$+$

$\frac{x-1}{x^2-4} < 0$ ، $(-\infty,-2) \cup [1,2)$

$\therefore$ مجموعة الحل $= (-\infty,-2) \cup [1,2)$

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة n فإن لها n حدا

(a) (b)

السؤال المقالي الثاني : (3 درجات)

أوجد معكوس الدالة : $y = \frac{1}{3}x^4$

نبدل بين x ، y

$x = \frac{1}{3}y^4$

ثم نحل بالنسبة لـ y

$3x = 3 \times \frac{1}{3}y^4$

$y^4 = 3x$ ← مجهول أس زوجي

$\therefore y = \pm \sqrt[4]{3x}$ معكوس الدالة هو

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين عدة إجابات :

معادلة مكونة من ثلاثة حدود

أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x - 1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية

(a) $(x-1)^2$

$(x^2 - 2x + 1)(x-1)$

$= x^3 - x^2 - 2x^2 + 2x + x - 1$

$x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ ← تكعيبية رباعية الحدود

(b) $x^2 - x$

$(x^2 - x)(x-1) = x^3 - x^2 - x^2 + x$

$x^3 - 2x^2 + x$ ← تكعيبية ثلاثية الحدود

(c) $x^2 - 1$

(d) $x^2 + 1$

نماذج الاختبار التقويمي الثاني – الصف 11 علمي

نموذج (4)

السؤال المقالي الأول : (3 درجات)

أكتب كثيرة الحدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة و عدد الحدود :

(a) $(7x^2+8x-5)\oplus(9x^2-9x)$ (b) $\frac{3x^5+4x}{6}$

$7x^2+8x-5+9x^2-9x$

(a) $16x^2-x-5$

∴ الدرجة الثانية
∴ ثلاثية الحدود

$\frac{3x^5+4x}{6} = \frac{3}{6}x^5+\frac{4}{6}x$

$= \frac{1}{2}x^5 \oplus \frac{2}{3}x$

∴ الدرجة الخامسة
∴ ثنائية الحد

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

زوجية $f(-x)=f(x)$
فردية $f(-x)=-f(x)$

ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل b إذا كانت العبارة خاطئة :

$f(-x)=(-x+4)^2$
$=(-(x-4))^2$
$=(x-4)^2 \neq f(x)$

$y=(x+4)^2$ دالة زوجية

ليست زوجية ولا فردية

(a) (b)

السؤال المقالي الثاني : (3 درجات)

عين أصفار الدالة و تكرارها :

$$y = x(x-2)^2(x+9)$$

$x=0$ | $x-2=0$ | $x+9=0$

$x=2$ | $x=-9$

∴ الأصفار : 0 ، -9 ، 2 (مكررة مرتين)

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين عدة إجابات :

المتباينة التي مجموعة حلها $[-2\ ،\ 3]$ هي

(a) $x^2 - x - 6 < 0$

(b) $x^2 - x - 6 \leq 0$

(c) $x^2 - x - 6 > 0$

(d) $x^2 - x - 6 \geq 0$

	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+2)(x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

نماذج الاختبار التقويمي الثاني – الصف 11 علمي

نموذج (5)

السؤال المقالي الأول : (3 درجات)

أوجد مجموعة حل المتباينة : $21 + 4x > x^2$

$x^2 < 21 + 4x$

$x^2 - 4x - 21 < 0$

المعادلة المناظرة هي :

$x^2 - 4x - 21 = 0$

$(x-7)(x+3) = 0$

$x - 7 = 0$ or $x + 3 = 0$

$x = 7$ $\quad x = -3$

الأعداد التي تجعل المتباينة $x^2 - 4x - 21 < 0$ تتحول كما يلي :

$x - 7 > 0 \Rightarrow x > 7$ $\quad x + 3 > 0 \Rightarrow x > -3$

$x - 7 < 0 \Rightarrow x < 7$ $\quad x + 3 < 0 \Rightarrow x < -3$

تكوين الجدول :

x	$-\infty$		-3		7		$+\infty$
$x-7$		−		−	0	+	
$x+3$		−	0	+		+	
$(x-7)(x+3)$		+	0	−	0	+	

$\therefore$ مجموعة الحل $= (-3, 7)$

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

كثيرة الحدود $(x+1)(1-x^2)^3$ هي من الدرجة السابعة

$(x+1)(1-x^2)(1-x^2)(1-x^2)$

(a) (b)

السؤال المقالي الثاني : (3 درجات)

أوجد معكوس الدالة : $y = \frac{1}{3}\sqrt[3]{x}$

نبدل بين x و y

$x = \frac{1}{3}\sqrt[3]{y}$

ثم نضرب بالتبديل في y

$3x = \sqrt[3]{y}$ أو $3x = (y)^{\frac{1}{3}}$

$(y)^{\frac{1}{3}})^3 = (3x)^3$

معكوس الدالة هو : $y = 27x^3$

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين عدة إجابات :

قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عامل من عوامل الحدودية $f(x) = (x^2 + x - 2) + 2k$

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$f(1) = (1)^2 + (1) - 2) + 2k$

$0 + 2k = 0$

$\frac{2k}{2} = \frac{0}{2}$

$k = 0$

a 1

b 2

c 0

d $\frac{1}{2}$

نماذج الاختبار التقويمي الثاني – الصف 11 علمي

نموذج (6)

السؤال المقالي الأول : (3 درجات)

أكتب كثيرة الحدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة و عدد الحدود :

(a) $(7x^3 + 9x^2 + 8x + 11) - (5x^3 - 13x - 16)$

$7x^3 + 9x^2 + 8x + 11 - 5x^3 + 13x + 16$

$2x^3 + 9x^2 + 21x + 27$

الدرجة الثالثة
رباعية الحدود

(b) $5x^2(6x - 2)$

$30x^3 - 10x^2$

الدرجة الثالثة
ثنائية الحد

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

$f : [-3 ، 3] \longrightarrow R$ ، $f(x) = x^5$ دالة فردية

(a) (b)

متماثل حول نقطة الأصل

السؤال المقالي الثاني : (3 درجات)

عين أصفار الدالة و تكرارها :

$$y = (x-1)(x+2)$$

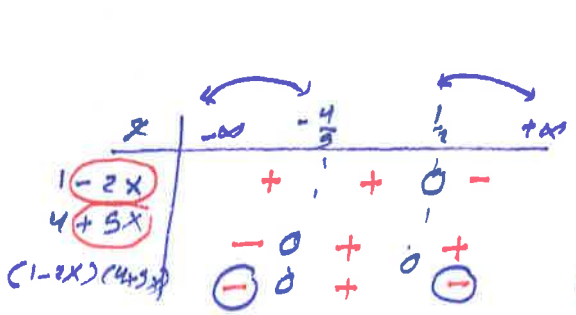
$x-1=0$ | $x+2=0$

$x=1$ | $x=-2$

∴ أصفار الدالة هي : -2 ، 1

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين عدة إجابات :



$1-2x=0$ | $4+5x=0$

$-2x=-1$ | $5x=-4$

$x=\frac{1}{2}$ | $x=-\frac{4}{5}$

مجموعة حل المتباينة : $(1-2x)(4+5x) < 0$ هي

(a) $(-\frac{4}{5}, \frac{1}{2})$

(b) $(-\infty, -\frac{4}{5}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$

(c) $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{4}{5}, \infty)$

(d) $(-\infty, -\frac{4}{5}) \cup (-\frac{1}{2}, \infty)$

نماذج الاختبار التقويمي الثاني – الصف 11 علمي

نموذج (7)

السؤال المقالي الأول : (3 درجات)

أوجد مجموعة حل المتباينة : $-3x^2 + 2x < -1$

$-3x^2 + 2x + 1 < 0$

$3x^2 - 2x - 1 > 0$

المعادلة المناظرة :

$3x^2 - 2x - 1 = 0$

$(x-1)(3x+1) = 0$

$x - 1 = 0$ | $3x + 1 = 0$

$x = 1$ | $3x = -1$

$x = -\frac{1}{3}$

لإيجاد قيم x التي تحقق المتباينة $3x^2 - 2x - 1 > 0$

نتتبع مايلي :

$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$ | $3x + 1 > 0 \Rightarrow x > -\frac{1}{3}$

$x - 1 < 0 \Rightarrow x < 1$ | $3x + 1 < 0 \Rightarrow x < -\frac{1}{3}$

نكون الجدول

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$x-1$		−		−	0	+	
$3x+1$		−	0	+		+	
$(x-1)(3x+1)$		+	0	−	0	+	

∴ مجموعة الحل = $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (1, \infty)$

$R \setminus [-\frac{1}{3}, 1]$

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

إذا كانت $(x + 2)$ عامل من عوامل الحدودية g فإن : $g(-2) = 0$ (a) (b)

$x + 2 = 0$ ∴ صح

تابع نموذج (7)

السؤال المقالي الثاني : (3 درجات)

أوجد معكوس الدالة : $y = \frac{1}{3}x^3$

نبدل بين x و y

$x = \frac{1}{3}y^3$

نضرب بالمقلوب لـ y

$(3)\ x = (3)\frac{1}{3}y^3$

$y^3 = 3x$

$y = \sqrt[3]{3x}$ معكوس الدالة الأصلية

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين عدة إجابات :

$(x+1)^3$ يساوي

$(x+1)(x+1)(x+1)$

$(x^2+x+x+1)(x+1)$

$(x^2+2x+1)(x+1) = x^3+x^2+2x^2+2x+x+1$

x^3+3x^2+3x+1

a) x^3+1

b) $(x+1)(x^2+x+1)$

c) x^3+3x^2+3x+1

d) x^3+x^2+x+1

نماذج الاختبار التقويمي الثاني – الصف 11 علمي

نموذج (8)

السؤال المقالي الأول : (3 درجات)

أكتب كثيرة الحدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة و عدد الحدود :

(a) $(30x^3 - 49x^2 + 7x) + (50x^3 - 75x - 60x^2)$

$30x^3 - 49x^2 + 7x + 50x^3 - 75x + 60x^2$

$80x^3 + 11x^2 - 68x$

الدرجة الثالثة
ثلاثية الحدود

(b) $(2c - 3)(2c + 4)(2c - 1)$

$(4c^2 + 8c - 6c - 12)(2c - 1)$

$(4c^2 + 2c - 12)(2c - 1)$

$8c^3 + 4c^2 + 4c^2 - 2c - 24c + 12$

$8c^3 - 26c + 12$

الدرجة الثالثة
ثلاثية الحدود

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل b إذا كانت العبارة خاطئة :

$y = \sqrt{x^4}$ دالة قوى $\quad y = \sqrt{x^4} = \sqrt{(x^2)^2} = x^2$

~~a~~ b

السؤال المقالي الثاني : (3 درجات)

عين أصفار الدالة و تكرارها :

$$y = (x+3)^3$$

$x+3=0$

$x=-3$

صفر الدالة هو -3 (متكرر ٣ مرات)

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين عدة إجابات :

$2x-3=0$ | $3x+2=0$

$\frac{2}{2}x=\frac{3}{2}$ | $\frac{3}{3}x=\frac{-2}{3}$

$x=\frac{3}{2}$ | $x=-\frac{2}{3}$

إذا كانت : $f(x)=\frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ فإن قيم x التي تجعل f غير معرفة هي :

(a) $\{\frac{2}{3}, \frac{-3}{2}\}$

(b) $\{\frac{-2}{3}, \frac{3}{2}\}$

(c) $\{\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\}$

(d) $\{\frac{-2}{3}, \frac{-3}{2}\}$

نماذج الاختبار التقويمي الثاني – الصف 11 علمي

نموذج (9)

السؤال المقالي الأول : (3 درجات)

أوجد مجال الدالة : $f(x)=\sqrt{x-x^2}$

مجال الدالة

$x-x^2 \geq 0$

المعادلة المناظرة :

$x-x^2=0$

$x(1-x)=0$

$x=0$ | $1-x=0$

$-x=-1$

$x=1$

لإيجاد قيم x التي تحقق المتباينة $x-x^2 \geq 0$ نستخدم طريقة

$x>0$ | $1-x>0 \Rightarrow -x>-1 \Rightarrow x<1$

$x<0$ | $1-x<0 \Rightarrow x>1$

تكون الجدول :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$1-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$x(1-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

مجال الدالة هو $[0,1]$

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت (a) (b)

باقي القسمة تكون أقل من درجة المقسوم عليه

السؤال المقالي الثاني : (3 درجات)

أوجد معكوس الدالة : $y = 2\sqrt[4]{x}$

نبدل بين x و y

$x = 2\sqrt[4]{y}$

نخلي y لوحدها

$\frac{x}{2} = \frac{2}{2}(y)^{\frac{1}{4}}$

$(y^{\frac{1}{4}})^4 = (\frac{x}{2})^4$

$y = (\frac{x}{2})^4 \quad ; x \geq 0$

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين عدة إجابات :

المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود : $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1 - x^2)$ هو

$= 2x^5 - 3x^3 + 3x^5$

$= 5x^5 - 3x^3$

(a) 2

(b) -3

(c) 5

(d) 3

نماذج الاختبار التقويمي الثاني – الصف 11 علمي

نموذج (10)

السؤال المقالي الأول : (3 درجات)

أكتب كثيرة الحدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة و عدد الحدود :

(a) $(w-1)^4$

$(w-1)(w-1)(w-1)(w-1)$

$(w-1)^2 \quad (w-1)^2$

$(w^2-2w+1)(w^2-2w+1)$

$w^4-2w^3+w^2-2w^3+4w^2-2w+w^2-2w+1$

$w^4-4w^3+6w^2-4w+1$

الدرجة الرابعة
عدد الحدود

(b) $(2x-5)(x^2-1)$

$2x^3-2x-5x^2+5$

$2x^3-5x^2-2x+5$

الدرجة الثالثة
بأربعة حدود

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة ، ظلل b إذا كانت العبارة خاطئة :

المستقيم الذي معادلته $y=x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r و النقاط التي تمثل معكوسها

(a,b)
(b,a)

a b

السؤال المقالي الثاني : (3 درجات)

أوجد مجموعة حل المتباينة : $(x-3)(2x+5)<0$

المعادلة المناظرة: $(x-3)(2x+5)=0$

$x-3=0$ أو $2x+5=0$

$x=3$ $\quad 2x=-5$

$x=-\frac{5}{2}$

لإيجاد قيم x التي تحقق المتباينة $(x-3)(2x+5)<0$ نتبع ما يلي

$x-3>0 \Rightarrow x>3$ | $2x+5>0 \Rightarrow x>-\frac{5}{2}$

$x-3<0 \Rightarrow x<3$ | $2x+5<0 \Rightarrow x<-\frac{5}{2}$

نكون الجدول

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		3		$+\infty$
$x-3$		−		−	0	+	
$2x+5$		−	0	+		+	
$(x-3)(2x+5)$		+	0	−	0	+	

مجموعة الحل $\left(-\frac{5}{2}, 3\right)$

$(x-3)(2x+5)\leq 0$

$\left[-\frac{5}{2}, 3\right]$

سؤال موضوعي : (درجة واحدة)

اختر الإجابة الصحيحة من بين عدة إجابات :

بيان دالة زوجية متماثل حول : محور الصادات $x=$

(a) المستقيم الذي معادلته $x \equiv 0$

(b) المستقيم الذي معادلته $y \equiv 0$

(c) المستقيم الذي معادلته $y \equiv x$

(d) نقطة الأصل

مثال (1)

أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 - x - 6 < 0$.

المعادلة المناظرة: $x^2 - x - 6 = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$

$x - 3 = 0$ or $x + 2 = 0$

$x = 3$ $x = -2$

للبحث عن قيم x التي تحقق المتباينة $(x-3)(x+2) < 0$ نقوم بما يلي:

$x - 3 > 0 \Rightarrow x > 3$ | $x + 2 > 0 \Rightarrow x > -2$

$x - 3 < 0 \Rightarrow x < 3$ | $x + 2 < 0 \Rightarrow x < -2$

نكونه بجدول:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-3)(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

بما أن $(x-3)(x+2) < 0$

لكل قيم x حيث $-2 < x < 3$

مجموعة الحل $(-2, 3)$

حاول أن تحل

1 أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 + 4x + 3 \leq 0$.

المعادلة المناظرة: $x^2+4x+3=0$

$(x+1)(x+3)=0$

$x+1=0$ or $x+3=0$

$x=-1$ $x=-3$

$(x+1)(x+3) \leq 0$ للتحقق من قيم x التي تحقق المتباينة

نتبع ما يلي:

$x+1>0 \Rightarrow x>-1$ | $x+3>0 \Rightarrow x>-3$

$x+1<0 \Rightarrow x<-1$ | $x+3<0 \Rightarrow x<-3$

نكون جدول

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$x+1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x+1)(x+3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

بما أن $(x+1)(x+3) \leq 0$

لكل قيم x حيث $-3 \leq x \leq -1$

مجموعة الحل: $[-3, -1]$

مثال (2)

أوجد مجموعة حل المتباينة: $-x^2 + 7x - 10 \leq 0$

نضرب المتباينة في -1

$x^2 - 7x + 10 \geq 0$

المعادلة المناظرة:

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-5)(x-2) = 0$

$x - 5 = 0$ or $x - 2 = 0$

$x = 5$ $x = 2$

للتأكد نعوض بأي عدد في مجموعات المتباينة

$(x-5)(x-2) \geq 0$

$x - 5 > 0 \Rightarrow x > 5$ | $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$

$x - 5 < 0 \Rightarrow x < 5$ | $x - 2 < 0 \Rightarrow x < 2$

نكون جدول

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-5)(x-2)$		$\oplus$	0	$-$	0	$\oplus$	

مجموعة الحل $= (-\infty, 2] \cup [5, +\infty)$

$R \setminus (2, 5)$

حاول أن تحل

2 أوجد مجموعة قيم x التي تحقق المتباينة: $-2x^2 + 5x - 3 > 0$.

$2x^2 - 5x + 3 < 0$

المعادلة المناظرة:

$2x^2 - 5x + 3 = 0$

$(2x - 3)(x - 1) = 0$

$2x - 3 = 0$ ، $x - 1 = 0$

$\frac{2}{2}x = \frac{3}{2}$ ، $x = 1$

$x = \frac{3}{2}$

للبحث عن قيم x التي تحقق المتباينة $(2x-3)(x-1) < 0$

نتبع طريقتين:

$2x - 3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{2}$ ، $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$

$2x - 3 < 0 \Rightarrow x < \frac{3}{2}$ ، $x - 1 < 0 \Rightarrow x < 1$

نكون الجدول:

x	$-\infty$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2x-3$		−		−	0	+	
$x-1$		−	0	+		+	
$(2x-3)(x-1)$		+	0	−	0	+	

مجموعة الحل: $(1, \frac{3}{2})$

2–6 حل المتباينات
Solving Inequalities

مثال (4) تطبيق على مجال الدالة

أوجد مجال كل دالة مما يلي:

a $f(x)=\sqrt{x^2-4}$

b $g(x)=\sqrt{-x^2+4x-3}$

$f(x)=\sqrt{x^2-4}$

مجال الدالة $f(x)$ هو: $x^2-4\geq 0$

بالمعادلة المناظرة: $x^2-4=0$

$(x+2)(x-2)=0$

$x+2=0$ | $x-2=0$

$x=-2$, $x=2$

للبحث عن قيم x التي تحقق المتباينة $(x+2)(x-2)\geq 0$

نتبع حالتين:

$x+2>0 \Rightarrow x>-2$ | $x-2>0 \Rightarrow x>2$

$x+2<0 \Rightarrow x<-2$ | $x-2<0 \Rightarrow x<2$

نكون الجدول:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+2)(x-2)$		$\oplus$	0	$-$	0	$\oplus$	

$\therefore$ مجموعة الحل $=(-\infty,-2]\cup[2,\infty)$

$=R\setminus(-2,2)$

$\therefore$ مجال الدالة هو: $R\setminus(-2,2)$

مثال 4

(b) $g(x) = \sqrt{-x^2+4x-3}$

مجال الدالة هو g هو $-x^2+4x-3 \geq 0$

$x^2-4x+3 \leq 0$

المعادلة المناظرة: $x^2-4x+3=0$

$(x-3)(x-1)=0$

$x-3=0$ or $x-1=0$

$x=3$ $x=1$

لكتابة مقدم x التي تحقق المتباينة: $(x-3)(x-1) \leq 0$

نتبع مايلي: $x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$ $\{$ $x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

$x-3 < 0 \Rightarrow x < 3$ $\{$ $x-1 < 0 \Rightarrow x < 1$

نكون جدول:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$x-3$		−		−	0	+	
$x-1$		−	0	+		+	
$(x-3)(x-1)$		+	0	−	0	+	

$\therefore$ مجموعة الحل $= [1, 3]$

$\therefore$ مجال الدالة $g(x)$ هو $[1, 3]$

2-6 حل المتباينات
Solving Inequalities

حاول أن تحل

4 a هل يمكنك إيجاد مجال الدالة $y = \sqrt{x^2 - 4}$ بطريقة أخرى.

b أوجد مجال كل دالة مما يلي:

1 $h(x) = \sqrt{x^2 - x}$

2 $q(x) = \sqrt{9 - x^2}$

$h(x) = \sqrt{x^2 - x}$

مجال الدالة $h(x)$ هو

$x^2 - x \geq 0$ المعادلة المناظرة:

$x^2 - x = 0$

$x(x-1) = 0$

$x = 0$ or $x - 1 = 0$

$x = 1$

لكي يكون ناتج x يحقق المتباينة: $x(x-1) \geq 0$

نتبع ما يلي:

$x \geq 0$ | $x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$

$x < 0$ | $x - 1 < 0 \Rightarrow x < 1$

نكون الجدول

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$x(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

مجموعة الحل: $(-\infty, 0] \cup [1, \infty)$

مجال الدالة هو $R / (0, 1)$

حاول أن تحل ٢

(2-b) $g(x) = \sqrt{9-x^2}$

مجال الدالة $g(x)$ هو

$9-x^2 \geq 0$

المعادلة المناظرة:

$9-x^2=0$

$(3+x)(3-x)=0$

$3+x=0$ or $3-x=0$ $\{3-x=0 \neq x=-3$

$x=-3$ $x=3$ $x=3$

$(3+x)(3-x) \geq 0$ للحل عندما x يكون حاصل الضرب

يتبع جدول:

$3+x>0 \Rightarrow x>-3$ $\quad$ $3-x>0 \Rightarrow x<3$

$3+x<0 \Rightarrow x<-3$ $\quad$ $3-x<0 \Rightarrow x>3$

$3-x \geq 0 \Rightarrow -x \geq -3$ (÷-1) $\quad x \leq 3$

تكون الجدول:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
$3+x$	$-$	0	$+$	$+$
$3-x$	$+$	$+$	0	$-$
$(3+x)(3-x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

مجموعة الحل: $[-3, 3]$

$\therefore$ مجال الدالة هو $[-3, 3]$

مثال (5)

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x+7}{x+2} \geq 2$

$\frac{3x+7}{x+2} - \frac{2(x+2)}{1(x+2)} \geq 0$

$\frac{3x+7-2x-4}{x+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{x+3}{x+2} \geq 0$

$x+3=0$ ، $x+2=0$

$x=-3$ ، $x=-2$

لإيجاد قيم x التي تحقق المتباينة نتبع ما يلي:

نتبع ما يلي: $\frac{x+3}{x+2} \geq 0$

$x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$ ، $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$

$x+3 < 0 \Rightarrow x < -3$ ، $x+2 < 0 \Rightarrow x < -2$

نكون جدول:

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{x+3}{x+2}$		$+$	0	$-$	غير معرفة	$+$	

مجموعة الحل $= (-\infty, -3] \cup (-2, \infty)$

$R \setminus (-3, -2]$

حاول أن تحل

5 أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

$3x-5=0$ ، $-2x+3=0$

$\frac{3}{3}x=\frac{5}{3}$ ، $\frac{-2}{-2}x=\frac{-3}{-2}$

$x=\frac{5}{3}$ ، $x=\frac{3}{2}$

$\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$ لإيجاد قيم x التي تحقق المتباينة نتبع ما يلي:

$3x-5>0 \Rightarrow x>\frac{5}{3}$ ، $-2x+3>0 \Rightarrow x<\frac{3}{2}$

$3x-5<0 \Rightarrow x<\frac{5}{3}$ ، $-2x+3<0 \Rightarrow x>\frac{3}{2}$

نكون الجدول

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$3x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$-2x+3$		$+$	0	$-$		$-$	
$\frac{3x-5}{-2x+3}$		$-$	غير معرف	$+$	0	$-$	

∴ مجموعة الحل = $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}\right]$

مثال (6)

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-5x+3}{x+4} < 3$

$\frac{x^2-5x+3}{x+4} - \frac{3(x+4)}{(x+4)} < 0$

$\frac{x^2-5x+3-3x-12}{x+4} = \frac{x^2-8x-9}{x+4} < 0$

$\frac{(x-9)(x+1)}{x+4} < 0$

$x-9=0$ ، $x+1=0$ ، $x+4=0$

$x=9$ ، $x=-1$ ، $x=-4$

لا يجاد قيم x التي تحقق المتباينة $\frac{(x-9)(x+1)}{x+4} < 0$ ، نتبع ما يلي:

$x-9>0 \Rightarrow x>9$ ، $x+1>0 \Rightarrow x>-1$ ، $x+4>0 \Rightarrow x>-4$

$x-9<0 \Rightarrow x<9$ ، $x+1<0 \Rightarrow x<-1$ ، $x+4<0 \Rightarrow x<-4$

نكون الجدول

x	$-\infty$	-4	-1	9	$+\infty$
$x-9$	−	−	−	0	+
$x+1$	−	−	0	+	+
$x+4$	−	0	+	+	+
$\frac{(x-9)(x+1)}{x+4}$	−	غير معرفة	+	0	− 0 +

∴ مجموعة الحل: $(-\infty, -4) \cup (-1, 9)$

حاول أن تحل

6 أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$.

$\frac{x^2+5x}{x+3} + \frac{2(x+3)}{(x+3)} = \frac{x^2+5x+2x+6}{x+3} > 0$

$\frac{x^2+7x+6}{x+3} > 0 \Rightarrow \frac{(x+6)(x+1)}{x+3} > 0$

$x+6=0 \Rightarrow x=-6$ | $x+1=0 \Rightarrow x=-1$ | $x+3=0 \Rightarrow x=-3$

$\frac{(x+6)(x+1)}{x+3} > 0$ لإيجاد قيم x التي تحقق المتباينة

نتبع ما يلي

$x+6>0 \Rightarrow x>-6$ | $x+1>0 \Rightarrow x>-1$ | $x+3>0 \Rightarrow x>-3$

$x+6<0 \Rightarrow x<-6$ | $x+1<0 \Rightarrow x<-1$ | $x+3<0 \Rightarrow x<-3$

أكمل الجدول

x	$-\infty$	-6	-3	-1	$+\infty$
$x+6$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x+1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$\frac{(x+6)(x+1)}{x+3}$	$-$	0	$+$ غير معرف	$-$	0 $+$

مجموعة الحل $= (-6,-3) \cup (-1,\infty)$

مثال (7)

أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{x^2-5x+6}{x-3} > 0$.

$\frac{(x-3)(x-2)}{x-3} > 0$

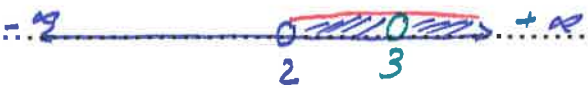
صفر المقام:

$x-3=0$

$x=3$

$x-2>0$

$x>2$



∴ مجموعة الحل = $(2,3)\cup(3,\infty)$

$(2,\infty) / \{3\}$

2–6 حل المتباينات

Solving Inequalities

حاول أن تحل

7 أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-49}{x+7} \leq 0$

$\frac{(x-7)(x+7)}{x+7} \leq 0$

$x-7 \leq 0$

$x \leq 7$

$x+7=0$

$x=-7$

صفر المقام

مجموعة الحل $(-\infty,-7) \cup (-7,7]$

$(-\infty,7] / \{-7\}$

2–6 حل المتباينات

Solving Inequalities

الأسئلة الموضوعية

في التمارين (1 – 5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 > 0$ هي $\mathbb{R}$ — (a) (b)

(2) كل x ينتمي للفترة $(0, \infty)$ هو حل للمتباينة $\frac{x-1}{x^2-x} \geq 0$ — (a) (b)

(3) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 + 2 < 1$ هي المجموعة الخالية ϕ — (a) (b)

(4) مجموعة حل المتباينة $\frac{x+2}{x+1} \geq 1$ هي $(-1, \infty)$ — (a) (b)

(5) مجموعة حل المتباينة $(-x-3)^2 < 0$ هي $\{3\}$ — (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(7) إن مجموعة حل المتباينة $(1-2x)(4+5x) < 0$ هي:

(a) $\left(-\frac{4}{5}, \frac{1}{2}\right)$ (b) $\left(-\infty, -\frac{4}{5}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

(c) $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{4}{5}, \infty\right)$ (d) $\left(-\infty, -\frac{4}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, \infty\right)$

(8) إن مجموعة حل المتباينة $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3} > 0$ هي:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^*$ (c) $\mathbb{R} - \{3\}$ (d) $\mathbb{R} - \{0, 3\}$

(9) المتباينة التي مجموعة حلها $[-2, 3]$ هي:

(a) $x^2 - x - 6 < 0$ (b) $x^2 - x - 6 \leq 0$ (c) $x^2 - x - 6 > 0$ (d) $x^2 - x - 6 \geq 0$

(11) إذا كانت $f(x) = \frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ فإن قيم x التي تجعل f غير معرّفة هي:

(a) $\left\{\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}\right\}$ (b) $\left\{\frac{-2}{3}, \frac{3}{2}\right\}$ (c) $\left\{\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right\}$ (d) $\left\{\frac{-2}{3}, -\frac{3}{2}\right\}$

3–1 دوال القوى ومعكوساتها

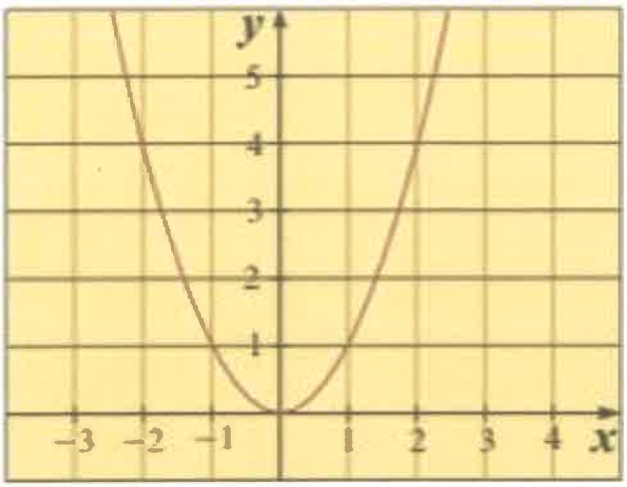
Power Functions and their Inverses

تعريف

تكون الدالة $f(x) = y$ التي مجالها D دالة زوجية إذا وفقط إذا كان:

1. $\forall x \in D \ , \ -x \in D$
2. $f(-x) = f(x)$

في مستوى الإحداثيات، المحور الصادي هو محور تماثل (تناظر) لبيان كل دالة زوجية.

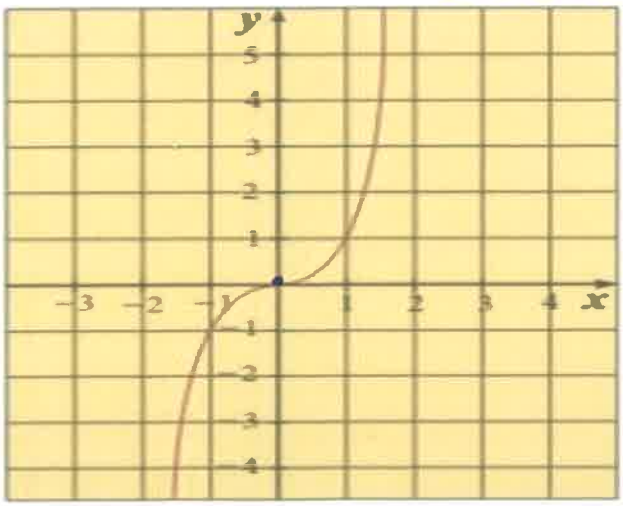


تعريف

تكون الدالة $f(x) = y$ التي مجالها D دالة فردية إذا وفقط إذا كان:

1. $\forall x \in D \ , \ -x \in D$
2. $f(-x) = -f(x)$

في مستوى الإحداثيات نقطة الأصل هي نقطة تماثل (تناظر) لبيان كل دالة فردية.



مثال (3)

بيّن ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية.

a $f(x) = 2x^7$

b $y = -x^8$

c $y = (x+2)^2$

d $h(x) = 4$

(a) $f(x) = 2x^7$

$f(-x) = 2(-x)^7 = -2(x)^7 = -f(x)$

∴ الدالة فردية

(b) $g(x) = -x^8$

$g(-x) = -(-x)^8 = -(x)^8 = g(x)$

∴ الدالة زوجية

(c) $g(x) = (x+2)^2$

$g(-x) = (-x+2)^2 = (-(x-2))^2 = (x-2)^2$

$g(-x) \neq g(x)$

$\neq -g(x)$

∴ الدالة ليست زوجية وليست فردية

(d) $h(x) = 4$

$h(-x) = 4 = h(x)$

∴ الدالة زوجية

3–1 دوال القوى ومعكوساتها

Power Functions and their Inverses

حاول أن تحل

3 بيّن ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية.

a $f_1(x) = x^5$

b $f_2(x) = x$

c $f_3(x) = 2x^4$

d $f_4(x) = (x+3)^3$

$f_1(x) = x^5$

$f_1(-x) = (-x)^5 = -x^5 = -f_1(x)$

∴ الدالة فردية

$f_2(x) = x$

$f_2(-x) = -x = -f_2(x)$

∴ الدالة فردية

$f_3(x) = 2x^4$

$f_3(-x) = 2(-x)^4 = 2x^4 = f_3(x)$

∴ الدالة زوجية

$f_4(x) = (x+3)^3$

$f_4(-x) = (-x+3)^3 = (-(x-3))^3 = -(x-3)^3$

$f_4(-x) \neq -f_4(x)$

∴ ليست دالة زوجية وليست $\neq f_4(x)$ دالة فردية

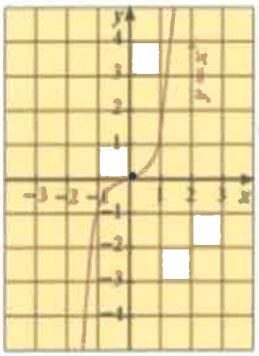
3–1 دوال القوى ومعكوساتها

Power Functions and their Inverses

مثال (4)

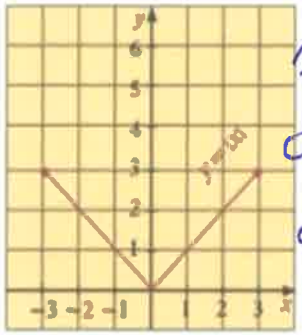
الأشكال التالية تمثل دوال. صف تماثل كل دالة ثم وضح هل هي زوجية أم فردية أم ليست زوجية وليست فردية.

(a) $y = x^5,\ x \in \mathbb{R}$



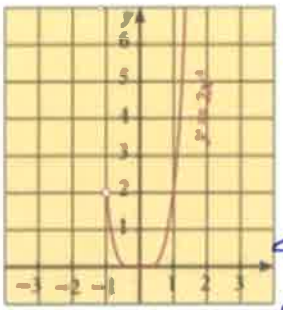
الدالة فردية
نقطة الأصل
نقطة التماثل

(b) $y = |x|,\ x \in [-3, 3]$



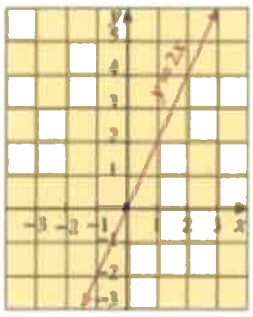
الدالة زوجية
محور التماثل
محور الصادات

(c) $y = 2x^4,\ x \in (-1, \infty)$



ليست زوجية
ليست فردية
ليس لها
محور تماثل
ولا نقطة تماثل

(d) $y = 2x,\ x \in \mathbb{R}$

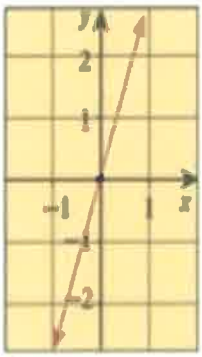


الدالة فردية
نقطة الأصل
هي
نقطة التماثل

حاول أن تحل

4 الأشكال التالية تمثل دوال. صف تماثل كل دالة ثم وضح هل هي فردية أم زوجية أم ليست فردية وليست زوجية.

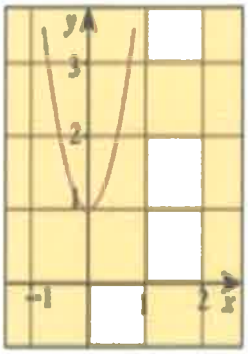
(a)



$y = 3x$

دالة فردية
نقطة الأصل هي
نقطة التماثل

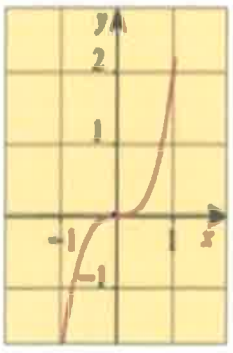
(b)



$y = 4x^2 + 1$

دالة زوجية
محور الصادات
هو محور التماثل

(c)



$y = 2x^3$

دالة فردية
نقطة الأصل
هي
نقطة التماثل

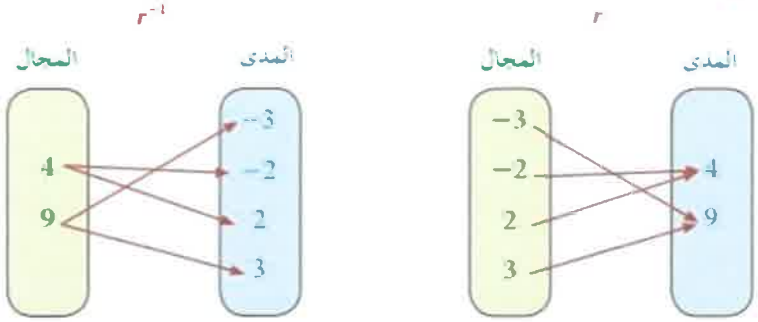
3–1 دوال القوى ومعكوساتها

Power Functions and their Inverses

معكوس العلاقة (r^{-1}) Inverse Relation (r^{-1})

تعرّفت في الوحدة الثانية على معكوس العلاقة. ونذكر بالنقاط التالية:

- إذا كانت علاقة r تربط عنصرًا a من المجال بعنصر b من المدى، فمعكوس العلاقة يربط العنصر b بالعنصر a.
- إذا كان (a, b) عنصرًا من العلاقة r فإن (b, a) هو عنصر من معكوس العلاقة r^{-1}.
- مجال معكوس العلاقة (r^{-1}) هو مدى العلاقة r
- المستقيم الذي معادلته $y = x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها.



بعض العلاقات تعتبر دوال لذلك إذا كان لدينا دالة فيمكننا إيجاد معكوسها مع ملاحظة أنه ليس بالضرورة أن يكون المعكوس دالة.

مثال (5)

أوجد معكوس الدالة: $y = 2x^4$

شدل بسيط x ... y

$x = 2y^4$

ثم نضرب بالبسط لـ y

$\frac{x}{2} = \frac{2y^4}{2}$

$y^4 = \frac{x}{2}$

$y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{2}} = \pm\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{4}}$

حاول أن تحل

5 أوجد معكوس الدالة: $y = 5x^3$

نبدل بين x ، y

$x = 5y^3$

ثم نخلي بالنسبة لـ y

$\frac{x}{5} = \frac{5}{5}y^3$

$y^3 = \frac{x}{5}$

$y = \sqrt[3]{\frac{x}{5}} = \left(\frac{x}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$

مثال (6)

أوجد معكوس الدالة: $f(x) = \sqrt{x+2}$ ، $y =$

نبدل بين x ، y

$x = \sqrt{y+2}$

ثم نخلي بالنسبة لـ y

$(x)^2 = \sqrt{y+2} = \left((y+2)^{\frac{1}{2}}\right)^2$

$y+2 = x^2$

$y = x^2 - 2$ ، $x \geq 0$

$y+2 \geq 0$

$y \geq -2$

$[-2, \infty)$

3–1 دوال القوى ومعكوساتها

Power Functions and their Inverses

حاول أن تحل

6 أوجد معكوس الدالة: $f(x) = \sqrt{x-4}$ ، $y =$

نبدل بين x ، y

$x = \sqrt{y-4}$

ثم نحلها بالنسبة لـ y

$(x)^2 = ((y-4)^{\frac{1}{2}})^2$

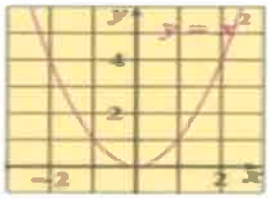
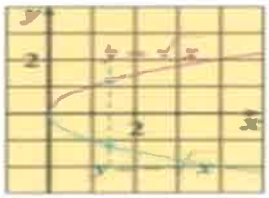
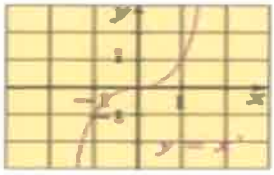
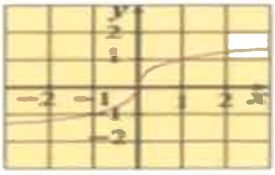
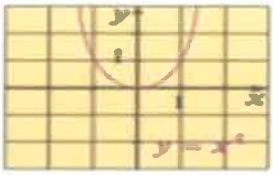
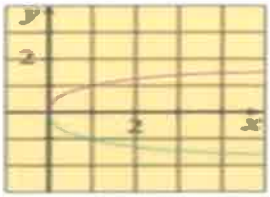
$y - 4 = x^2$

$y = x^2 + 4$ ، $x \geq 0$

تدريب

تفحص بدقة الرسوم البيانية لدوال القوى ومعكوساتها ثم أكمل الجدول.

لاحظ العلاقة بين مدى الدالة ومجال معكوسها.

دوال القوى	بيان الدالة	المعكوس	بيان المعكوس	ملاحظات
$y = x^2$ $x = y^2$ $y = \pm\sqrt{x}$		$y = \pm\sqrt{x}$		المعكوس ليس دالة
$y = x^3$ $x = y^3$ $y = \sqrt[3]{x}$		$y = \sqrt[3]{x}$		المعكوس دالة
$y = x^4$ $x = y^4$ $y = \pm\sqrt[4]{x}$		$y = \pm\sqrt[4]{x}$ $= \pm(x)^{\frac{1}{4}}$		المعكوس ليس دالة

3–1 دوال القوى ومعكوساتها

Power Functions and their Inverses

الأسئلة الموضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $y = \sqrt{x^4}$ دالة قوى — (a) (b)

(2) $f : [-3, 3] \to \mathbb{R}, f(x) = x^5$ دالة فردية — (a) (b)

(3) $y = x\sqrt{x}$ دالة زوجية — (a) (b)

(4) $y = (x+4)^2$ دالة زوجية — (a) (b)

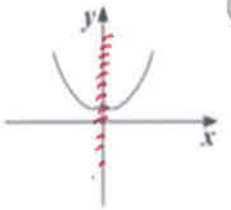
(5) المستقيم الذي معادلته $y = x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها. — (a) (b)

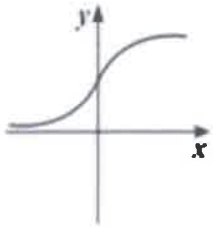
ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

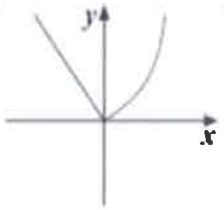
(6) معكوس دالة القوى $y = 0.2x^4$ هو

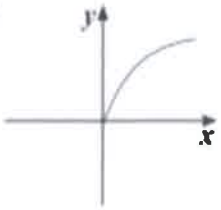
(a) $y = \sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (b) $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (c) $y = \pm\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$ (d) $y = -\sqrt[4]{5x}$

(7) أي مما يلي تمثل دالة زوجية

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

(8) الدالة $y = 4.9x^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها:

(a) $[-4, 4]$ (b) $[-4, 2]$ (c) $[-2, 2]$ (d) $[0, \infty)$

في التمرينين (11–12)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب السؤال في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
(11) بيان دالة زوجية متماثل حول:	(a) المستقيم الذي معادلته $x = 0$
(12) بيان دالة فردية متماثل حول:	(b) المستقيم الذي معادلته $y = 0$
	(c) المستقيم الذي معادلته $y = x$
	(d) نقطة الأصل

3–2 الدوال الحدودية

Polynomial Functions

دالة كثيرة حدود

$P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x - 5$

المعامل الرئيسي — حد تكعيبي — حد تربيعي — حد خطي — حد ثابت

يحدد الأس في كل حد **درجة** الحد. الحدود في كثيرة الحدود الموضحة أعلاه مرتبة تنازليًا بحسب درجاتها. هذا الترتيب يسمى **بالصورة العامة**. وفي الصورة العامة تجمع كل الحدود المتشابهة. يمكنك أن تصف أو تصنف كثيرة الحدود في الصورة العامة بعدد الحدود التي تحتويها أو **بأعلى درجة لها**.

مثال (1)

اكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعًا للدرجة وعدد الحدود.

a $-7x + 5x^4$ b $5x^3 - (4x^2 + 5x^3) + 2x^2$ c $(2l - 5)(l^2 - 1)$

$-7x + 5x^4$ $\quad 5x^4 - 7x$

الدرجة الرابعة (ثنائية الحد)

$5x^3 - (4x^2 + 5x^3) + 2x^2$

$5x^3 - 4x^2 - 5x^3 + 2x^2 = -2x^2$

الدرجة الثانية (وحيدة الحد)

$(2l - 5)(l^2 - 1) =$

$2l^3 - 2l - 5l^2 + 5$

$2l^3 - 5l^2 - 2l + 5$

الدرجة الثالثة (رباعية الحدود)

حاول أن تحل

1 اكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعاً للدرجة وعدد الحدود.

a $4x - 6x + 5$ b $3x^3 + x^2 - (4x + 2x^3)$ c $6 - 2x^5$

$4x - 6x + 5 = -2x + 5$

الدرجة الأولى (ثنائية الحد)

$3x^3 + x^2 - (4x + 2x^3)$

$3x^3 + x^2 - 4x - 2x^3$

$= x^3 + x^2 - 4x$

الدرجة الثالثة (ثلاثية الحدود)

$6 - 2x^5 = -2x^5 + 6$

الدرجة الخامسة (ثنائية الحد)

الأسئلة الموضوعية

في التمارين (1–4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) كثيرة الحدود $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5$ $\forall a \in \mathbb{R}$ هي من الدرجة الثالثة.

(a) (b)

(2) المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1-x^2)$ هو 2

(a) (b)

(3) كثيرة الحدود $(x+1)^3(x^2-1)$ هي من الدرجة السابعة.

(a) (b)

(4) إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة n فإن لها n حدًا.

(a) (b)

ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) $(x+1)^3$ يساوي

(a) x^3+1

(b) $(x+1)(x^2+x+1)$

(c) x^3+3x^2+3x+1

(d) x^3+x^2+x+1

(6) أي مما يلي يساوي $2x^4 - 3x + 6$؟

(a) $(x^4-2x^2+3)-(x^4-x^2-9)$

(b) $2x^4-3(x+6)$

(c) $(3x^4-x+3)+(3-2x-x^4)$

(d) $x(2x^3-3)+6$

3–3 العوامل الخطية لكثيرات الحدود

Linear Factors of Polynomials

مثال (1)

اكتب التعبير: $(x+5)(x+2)(x+1)$ في شكل كثيرة حدود في الصورة العامة.

$(x+1)(x+2)(x+5) = (x^2+2x+x+2)(x+5)$

$= (x^2+3x+2)(x+5)$

$= x^3+5x^2+3x^2+15x+2x+10$

$= x^3+8x^2+17x+10$

حاول أن تحل

1 اكتب التعبير: $(x+1)(x+1)(x-2)$ في شكل كثيرة حدود في الصورة العامة.

$(x+1)(x+1)(x-2) = (x^2+x+x+1)(x-2)$

$= (x^2+2x+1)(x-2)$

$= x^3-2x^2+2x^2-4x+x-2$

$= x^3-3x-2$

3–3 العوامل الخطية لكثيرات الحدود

Linear Factors of Polynomials

مثال (2)

حلّل كثيرة الحدود: $2x^3 + 10x^2 + 12x$ إلى عوامل ثم تحقق.

$2x^3 + 10x^2 + 12x = 2x(x^2 + 5x + 6)$

$= 2x(x + 2)(x + 3)$

$2x(x+2)(x+3) = (2x^2 + 4x)(x+3)$

$= 2x^3 + 6x^2 + 4x^2 + 12x$

$= 2x^3 + 10x^2 + 12x$

حاول أن تحل

2 حلّل كثيرة الحدود: $12x^3 - 12x^2 + 3x$ إلى عوامل، ثم تحقق.

$12x^3 - 12x^2 + 3x = 3x(4x^2 - 4x + 1)$

$= 3x(2x - 1)(2x - 1)$

$3x(2x-1)(2x-1) = (6x^2 - 3x)(2x-1)$

$= 12x^3 - 6x^2 - 6x^2 + 3x$

$= 12x^3 - 12x^2 + 3x$

$x^2 + 7x + 6 = (x + 6)(x + 1)$

$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$

3–3 العوامل الخطية لكثيرات الحدود

Linear Factors of Polynomials

مثال (5)

اكتب دالة كثيرة حدود حيث أصفارها: 3، 3، 2– في الصورة العامة.

$x_1 = -2$
$x_2 = 3$

$(x+2)(x-3)(x-3) =$

$= (x^2 - 3x + 2x - 6)(x-3)$

$= (x^2 - x - 6)(x-3)$

$= x^3 - 3x^2 - x^2 + 3x - 6x + 18$

$= x^3 - 4x^2 - 3x + 18$

$x^2 - x - 6 =$

$(x-3)(x+2)$

$x^2 + 5x - 6 =$

$(x-1)(x+6)$

$2 + (-5) = -1$

حاول أن تحل

5 a) اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها: 1 ، 2– ، 4–

b) اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها: 0 ، 2– ، 4–

c) اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث 3 صفر مكرر مرتين و 1– صفر بسيط.

d) التفكير الناقد: اشرح لماذا الصفر عند 0 في b) يعطي أكثر من إمكانية واحدة للإجابة.

e) هل كل دالة من الدوال التي حصلت عليها من b) ، a) وحيدة؟
فسر إجابتك.

b) $x(x+4)(x+2) = (x^2+4x)(x+2)$

$= x^3 + 2x^2 + 4x^2 + 8x$

$= x^3 + 6x^2 + 8x$

① اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها:

-4 ، -2 ، 1

$(x+4)(x+2)(x-1) =$

$(x^2+2x+4x+8)(x-1)$

$(x^2+6x+8)(x-1)$

$x^3-x^2+6x^2-6x+8x-8$

x^3+5x^2+2x-8

② اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها:

3 صفر مكرر مرتين ، -1 صفر بسيط

$(x-3)(x-3)(x+1) =$

$(x-3)^2(x+1) =$

$(x^2-6x+9)(x+1) =$

$x^3+x^2-6x^2-6x+9x+9$

x^3-5x^2+3x+9

3–3 العوامل الخطية لكثيرات الحدود
Linear Factors of Polynomials

الأسئلة الموضوعية

في التمارين (1–5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f تقبل القسمة على $(2x+3)$ فإن $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$ — (a) (b)

(2) إذا كانت $(x+2)$ عاملا من عوامل الحدودية g فإن $g(-2)=0$ — (a) (b)

(3) إذا قلت $k+1$ القسمة على x فإن $k=-1$ $f(x)=x^4-2x^2+k+1$ — (a) (b)

(4) باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت. — (a) (b)

(5) $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية $p(x)=x^3-x^2-2x$ — (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(7) أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x-1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية؟

(a) $(x-1)^2$ (b) x^2-x (c) x^2-1 (d) x^2+1

(10) قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عاملا من عوامل $f(x)=(x^2+x-2)+2k$ هي

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

(13) $x+m$ عامل من عوامل

(a) $f(x)=x^2+m$ (b) $f(x)=x^3+mx$ (c) $f(x)=x^3+mx^2$ (d) $f(x)=x^3+m^3$