

الخلاصة في الرياضيات

تجميع أ. حسن عودة

حلول الموضوعي - مع ذكر السبب

رياضيات - ٤١١

الاختبار التقويمي الثاني

الترم الأول : ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

مع حذف الأجزاء المتعلقة

حل المتباينات

Solving Inequalities

تمرن
2-6

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1 - 5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

- (1) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 > 0$ هي \mathbb{R} السبب: حيث أن الـ (-3) هو صفر للمتباينة
- (a) $(x+3)^2 > 0$ (b)

مجموعة الحل $\mathbb{R} - \{-3\} = \mathbb{R}$ وليست \mathbb{R}

- (2) كل x ينتمي للفترة $(0, \infty)$ هو حل للمتباينة $\frac{x-1}{x^2-x} \geq 0$ السبب: أصفار المقام
- (a) $x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0$ (b)
- أصفار المقام هي: $1 \in (0 - \infty)$ فإن الفترة $(0 - \infty)$ ليست حل للمتباينة

- (3) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 + 2 < 1$ هي المجموعة الخالية ϕ السبب: $(x+3)^2 + 2 < 0$ أي أن $(x+3)^2 < -2$
- (a) $\phi = \{ \} =$ مجموعة الحل (b)

- (4) مجموعة حل المتباينة $\frac{x+2}{x+1} \geq 1$ هي $(-1, \infty)$ السبب: $\frac{x+2}{x+1} \geq 1 \quad \forall x \in (-1, \infty)$
- (a) $\frac{x+2}{x+1} \neq 1, \quad \forall x \in (-1, \infty)$ (b)
- وتكون الأجوبة صحيحة إذا كتبت المتباينة بالصورة $\frac{x+2}{x+1} > 1$

- (5) مجموعة حل المتباينة $(-x-3)^2 < 0$ هي $\{3\}$ السبب: $(-x-3)^2 < 0 \Rightarrow (x+3)^2 < 0$
- (a) مجموعة حل المتباينة هي ϕ (b)

(7) إن مجموعة حل المتباينة $(1 - 2x)(4 + 5x) < 0$ هي:

(a) $(-\frac{4}{5}, \frac{1}{2})$

(b) $(-\infty, -\frac{4}{5}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$

(c) $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{4}{5}, \infty)$

(d) $(-\infty, -\frac{4}{5}) \cup (-\frac{1}{2}, \infty)$

السبب: $(1 - 2x)(4 + 5x) < 0$ معادلة المناظرة $(1 - 2x)(4 + 5x) = 0$

$x = \frac{1}{2}, x = -\frac{4}{5}$

الأصفار هي: $\frac{1}{2}, -\frac{4}{5}$

وحيث أن علاقة المتباينة أصغر فإن:

مجموعة الحل $(-\infty, -\frac{4}{5}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$

(8) إن مجموعة حل المتباينة $\frac{(x^2 + 1)(x - 3)}{x - 3} > 0$ هي:

(a) \mathbb{R}

(b) \mathbb{R}^*

(c) $\mathbb{R} - \{3\}$

(d) $\mathbb{R} - \{0, 3\}$

السبب: $\frac{(x^2 + 1)(x - 3)}{x - 3} > 0 \Rightarrow x^2 + 1 > 0 : x \neq 0$

مجموعة الحل $\mathbb{R} - \{3\}$

(9) المتباينة التي مجموعة حلها $[-2, 3]$ هي:

(a) $x^2 - x - 6 < 0$

(b) $x^2 - x - 6 \leq 0$

(c) $x^2 - x - 6 > 0$

(d) $x^2 - x - 6 \geq 0$

السبب: المتباينة التي تحتوي على علاقة التباين أصغر من أو يساوي هي التي تحتوي

مجموعة الحل $[-2, 3] = x^2 - x - 6 \leq 0$ هي المتباينة

23 - الخلاصة

(11) إذا كانت $f(x) = \frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ فإن قيم x التي تجعل f غير معرفة هي:

(a) $\{\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}\}$

(b) $\{-\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\}$

(c) $\{\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\}$

(d) $\{-\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}\}$

السبب :

قيم x التي تجعل f غير معرفة هي أصفار المقام $f(x) = \frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$

$$(2x - 3)(3x + 2) = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}, x = -\frac{2}{3}$$

دوال القوى ومعكوساتها

Power Functions and their Inverses

تمرّن
3-1

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $y = \sqrt{x^4}$ دالة قوى

السبب :

$$y = \sqrt{x^4} = x^2$$

a

b

(2) $f: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^5$ دالة فردية

السبب :

لأن الجزء المرسوم في الربع الأول هو الربع الثالث ، ونقطة الأصل هي نقطة التماثل .

a

b

(3) $y = x\sqrt{x}$ دالة زوجية

السبب :

$x \in \mathbb{R}^+$ غير معرفة $f(-x) = -x\sqrt{-x}$ الدالة ليست فردية ولا زوجية

a

b

(4) $y = (x+4)^2$ دالة زوجية

السبب :

$$y = (x+4)^4 \Rightarrow f(x) = (x+4)^4$$

$$f(-x) = (-x+4)^4 = f(x) = (-(x-4))^4 = f(x) = (x-4)^4$$

أي أن الدالة f الدالة ليست فردية ولا زوجية

a

b

(5) المستقيم الذي معادلته $y = x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل

العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها.

السبب :

عند إيجاد معكوس العلاقة ، نستبدل النقاط (a , b) التي تمثل العلاقة ، بالنقاط (b , a) والتي

تمثل معكوسها .

a

b

(6) معكوس دالة القوى $y = 0.2x^4$ هو:

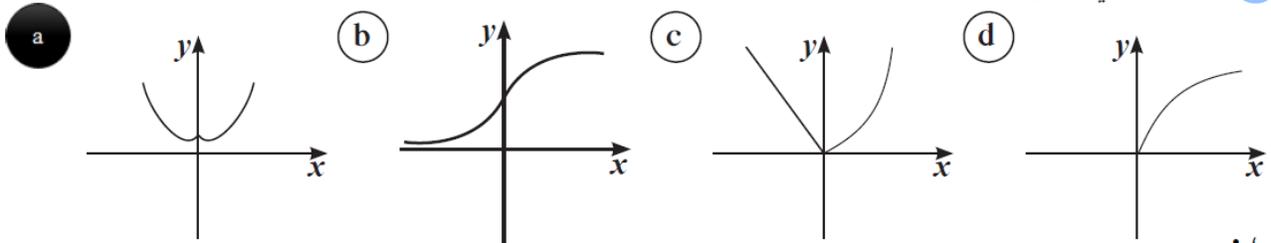
- (a) $y = \sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (b) $y = \pm \sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (c) $y = \pm \sqrt[4]{\frac{x}{2}}$ (d) $y = -\sqrt[4]{5x}$

السبب :

نقوم بتبديل x بالـ y

$$x = 0.2 y^4 \Rightarrow y^4 = \frac{x}{0.2} \Rightarrow y^4 = 5x \Rightarrow y = \pm \sqrt[4]{5x}$$

(7) أي مما يلي تمثل دالة زوجية.



السبب :

الدالة الزوجية هي الدالة التي محور تماثلها محور الصادات

(8) الدالة $y = 4.9t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها:

- (a) $[-4, 4)$ (b) $[-4, 2)$ (c) $[-2, 2]$ (d) $[0, \infty)$

السبب :

الدالة $y = 4.9 t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها $[-2, 2]$ لأنها يكون محور التماثل محور الصادات

في التمرينين (11-12)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب السؤال في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (2)	القائمة (1)
<p>(a) المستقيم الذي معادلته $x = 0$</p> <p>(b) المستقيم الذي معادلته $y = 0$</p> <p>(c) المستقيم الذي معادلته $y = x$</p> <p>(d) نقطة الأصل</p>	<p>(11) بيان دالة زوجية متماثل حول: (a)</p> <p>(12) بيان دالة فردية متماثل حول: (d)</p>

السبب :

(11) بيان الدالة الزوجية متماثل حول المستقيم الذي معادلته $x = 0$ (محور الصادات)

(12) بيان الدالة الفردية متماثل حول نقطة الأصل .

الدوال الحدودية

Polynomial Functions



المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-4)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) كثيرة الحدود، $\forall a \in \mathbb{R}$ ، $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5$ هي من الدرجة الثالثة. (a) (b)

السبب: $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

فتكون $f(x)$ من الدرجة الثالثة .

وعندما $a = 0$ فإن $\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) = 2x^2 + 5$

أي تكون $f(x)$ من الدرجة الثانية

(2) المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1-x^2)$ هو 2 (a) (b)

السبب: $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1-x^2) \Rightarrow f(x) = 2x^5 - 3x^3 + 3x^5$

$f(x) = 5x^5 - 3x^3$

معامل الحد الرئيسي 5 وليس 2

(3) كثيرة الحدود $(1-x^2)^3(x+1)$ هي من الدرجة السابعة. (a) (b)

السبب: بفك كثيرة الحدود $(1-x^2)^3(x+1) = (1-3x^2+3x^4-x^6)(x+1)$

$= x - 3x^3 + 3x^5 - x^7 + 1 - 3x^2 + 3x^4 - x^6$

كثيرة حدود من الدرجة السابعة

(4) إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة n فإن لها n حدًا. (a) (b)

ليس من الضروري أن عدد الحدود يساوي درجة الحدودية

في التمارين (5-7)، ظلل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

29 - الخلاصة

(5) $(x+1)^3$ يساوي:

a $x^3 + 1$

b $(x+1)(x^2+x+1)$

c $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

d $x^3 + x^2 + x + 1$

السبب:

$$\begin{aligned}(x+1)^3 &= (x+1)(x+1)^2 = (x+1)(x^2+2x+1) \\ &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1\end{aligned}$$

(6) أي مما يلي يساوي $2x^4 - 3x + 6$ ؟

a $(x^4 - 2x^2 + 3) - (x^4 - x^2 - 9)$

b $2x^4 - 3(x+6)$

c $(3x^4 - x + 3) + (3 - 2x - x^4)$

d $x(2x^3 - 3x) + 6$

السبب:

$$f(x) = (3x^4 - x + 3) + (3 - 2x - x^4) = 2x^4 - 3x + 6$$

العوامل الخطية لكثيرات الحدود

Linear Factors of Polynomials

تمرّن
3-3

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f تقبل القسمة على $(2x+3)$ فإن $f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$ **(a)** **(b)**
السبب:

تقبل الدالة f القسمة على $(2x+3)$ إذا كان $f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0$ وليس $f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$

(2) إذا كانت $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية g فإن $g(-2) = 0$ **(a)** **(b)**
السبب:

عندما يكون $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية ل g فإن $g(-2) = 0$ صفر من الأصفار أي

(3) إذا قبلت $f(x) = x^4 - 2x^2 + k + 1$ القسمة على x فإن $k = -1$ **(a)** **(b)**
السبب:

لان عندما تكون $k = -1$ تكون $f(x) = x^4 - 2x^2$ وهي تقبل القسمة على x

(4) باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت. **(a)** **(b)**
السبب:

لان درجة باقي القسمة تكون دائماً أقل من درجة المقسوم عليه .

(5) $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية: $p(x) = x^3 - x^2 - 2x$ **(a)** **(b)**
السبب:

عندما يكون $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية فإن $x = -1$ صفرأ لها أي أن

$$p(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 2(-1) = -1 - 1 + 2 = 0$$

(7) أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x-1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية:

(a) $(x-1)^2$

(b) $x^2 - x$

(c) $x^2 - 1$

(d) $x^2 + 1$

السبب:

$$(x-1)(x-1)^2 = (x-1)(x^2 - 2x + 1) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \quad \text{عندما}$$

(10) قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عاملاً من عوامل $f(x) = (x^2 + x - 2) + 2k$ هي:

(a) 1

(b) 2

(c) 0

(d) $\frac{1}{2}$

السبب:

عندما يكون $x-1$ عاملاً من العوامل الحدودية فإن $x=1$ فإن $f(1) = 0$

$$(1 + 1 - 2) + 2k = 0 \Rightarrow 2k = 0 \Rightarrow k = 0$$