الخلاصـــة في الرياضيات

تجميع أ. حســن عودة

رياضيات الصف - ١١ ع

حلول الموضوعي

لكامل كراسة التمارين

مع ذكر السبب

الترم الأول : ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

مع حذف الأجزاء المعلقة

الخلاصـــة في الرياضيات

تجميع أ. حســن عودة

رياضيات الصف - ١١ ع

حلول الموضوعي مع السبب

الوحدة الأولى

الترم الأول : ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

مع حذف الأجزاء المعلقة

الجذور والتعبيرات الجذرية
Roots and Radical Expressions

تمرّنْ 1–1

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sqrt[3]{-64x^3} + 4x = 0$ (a) (b)

السبب :

$$\sqrt[3]{(-4x^3)^3} + 4x = -4x + 4x = 0$$

(2) $\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$ (a) (b)

السبب :

$$\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} = 4 \in \mathbb{Z}$$

(3) $(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = 1$ (a) (b)

السبب :

$$(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = \left((3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})\right)^{27}$$
$$= (9-4\times 2)^{27} = (9-8)^{27} = 1$$

(4) $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5}$ (a) (b)

السبب :

$$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = 2.702 \neq \sqrt[3]{5}$$

(5) $|m| \times \sqrt{m^2} = m^2, \forall m \in \mathbb{R}$ (a) (b)

السبب :

$$|m| \times \sqrt{x^2} = |m| \times |x| = m^2$$

في التمارين (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو:

(a) $\sqrt[3]{216}$ (b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ (c) $\sqrt[3]{9}$ (d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

السبب : حسب التعريف

---

(7) لوضع التعبير الجذري $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$ في أبسط صورة نضرب كلًّا من البسط والمقام في:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) 2 (d) 4

السبب:

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{10}}{2}$$

---

(8) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ يساوي:

(a) $2-\sqrt{3}$ (b) $2+\sqrt{3}$ (c) $3-\sqrt{2}$ (d) $3+\sqrt{2}$

السبب : باستخدام الآلة الحاسبة

$$\sqrt{7+4\sqrt{2}} = 3.732$$

$$\sqrt{7+4\sqrt{2}} = 3.732$$

$$2-\sqrt{2} \approx 0.586 \qquad 2+\sqrt{3} = 3.732$$

$$3-\sqrt{3} = 1.586 \qquad 3+\sqrt{3} = 4.414$$

---

(10) إذا كان $x \in \mathbb{R}^-$ فإن $\frac{1}{x} \cdot |x|$ يساوي:

(a) -1 (b) $-x$ (c) 1 (d) x

الأسس النسبية
Rational Exponents

تمرّنْ 1–2

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $16^{-\frac{3}{4}} = 32^{-\frac{3}{5}}$

a b

السبب : استخدام الآلة حاسبة

$16^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{8}$ ، $32^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{8}$

(4) $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x \ , \ x > 0$

a b

السبب :

$\sqrt[4]{\sqrt{x}} = \sqrt[8]{x} = x^{\frac{1}{8}}$

(5) $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = 4$

a b

السبب : استخدام الآلة الحاسبة

$\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = \sqrt{32 \times 16^{-1}} = \sqrt{2}$

في البنود (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $n > 0$ ، فإن التعبير الذي **لا يكافئ** $\sqrt[4]{4n^2}$ هو:

(a) $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$ (b) $2n^{\frac{1}{2}}$ (c) $(2n)^{\frac{1}{2}}$ (d) $\sqrt{2n}$

السبب :

$\sqrt[4]{4x^2} = \sqrt[4]{(2x)^2} = \sqrt{2x} = (2n)^{\frac{1}{2}}$

(7) إذا كان: $y > 0$ ، فإن التعبير $\dfrac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي:

(a) $14y$ (b) $\frac{1}{7}y$ (c) $2y$ (d) $\frac{8}{7}y$

السبب :

$$\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{56 \times y^5}{7y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{8 \times y^5}{y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = (8\,y^3)^{\frac{1}{3}} = (2^3\,y^3)^{\frac{1}{3}} = 2y$$

(8) $\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$ $\quad : x \neq 0 \ , \ y \neq 0$

(a) $|x^{-1}|y^2$ (b) $|x|y^{-2}$ (c) xy^2 (d) $x^{-2}y^2$

السبب :

$$\left(\sqrt[4]{x^{-2}\,y^4}\right)^{-2} = \left((x^{-2}\,y^4)^{\frac{1}{4}}\right)^{-2} = (x^{-2}\,y^4)^{-\frac{1}{2}} = (x^{-2}\,y^4)^{-\frac{1}{2}}$$

(9) $\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \dfrac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

(a) $5^{-\frac{1}{2}}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $5^{\frac{1}{2}}$ (d) $5^{\frac{2}{3}}$

السبب :

$$\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} = \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5 \times 5^2}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[3]{5^3}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$$

(10) إذا كان $x + y = 2$, $x^2 - xy + y^2 = 4$ فإن $\sqrt[6]{x^3 + y^3}$ يساوي:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) $\sqrt[3]{6}$ (d) 2

السبب :

$$\sqrt[6]{x^3 + x^3} = \sqrt[6]{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} = \sqrt[6]{2 \times 4} = \sqrt[6]{8}$$
$$= \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$$

(12) إن قيمة التعبير $x > 0$, $\dfrac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}}$ تساوي:

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) 1 (d) $\sqrt{x}$

السبب :

$$\frac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}} = \frac{x^{\frac{6}{3}} \cdot x^{\frac{5}{4}}}{x^3 \cdot x^{\frac{2}{8}}} = x^{\frac{6}{3}+\frac{5}{4}-3-x^{\frac{2}{8}}} = x^0 = 1$$

حل المعادلات

Solving Equations

تمرّنْ 1–3

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل $7^{3-x} = 1$ هي $\{3\}$

(a) (b)

السبب بالتعويض عن $x = 3$

$7^{3-3} = 7^0 = 1$

(2) مجموعة حل $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$ هي $\{0\}$

(a) (b)

السبب بالتعويض عن $x = 0$

$\sqrt{0-1} \neq \sqrt{1-0}$

(3) إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2} = 3$ فإن $x = 3\sqrt{2}$

(a) (b)

السبب : بتكعيب الطرفين

$$\sqrt[3]{9+x^2} = 3$$
$$9 + x^2 = 27$$
$$x^2 = 27 - 9 = 18$$
$$x = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$$

(4) $x = -1$ حلًّا للمعادلة $2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$

(a) (b)

بالتعويض عن $x = -1$

$2^{(-1)^2-4} = 2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$

(5) مجموعة حل $25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$ هي $\mathbb{R}^-$

(a) (b)

$$25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$$
$$5^{2(|x|+\frac{1}{2})} = 5^{1-2x}$$
$$5^{(2|x|+1)} = 5^{1-2x}$$
$$2|x| + 1 = 1 - 2x$$
$$|x| = -x \implies x \in (-\infty, 0] \implies x = \mathbb{R}^- \cup \{0\}$$

في التمارين (6–10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(6) مجموعة حل $\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$ هي:

(a) $\{0\}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $\mathbb{R}^-$ (d) $\mathbb{R}$

السبب :

$$\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$$

8 - الخلاصة

$$\left((x^{20})^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$(x^{10})^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$x^2 = x^2 \qquad x \in \mathbb{R}$$

(7) مجموعة حل $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$ هي:

(a) $\{2\}$ (b) $\{1,2\}$ (c) $\{1,2,3\}$ (d) $\{2,3\}$

السبب :

بالتعويض عن

$\sqrt[3]{2-2} = \sqrt{2-2}$ $\quad x = 2$

$\sqrt[3]{1-2} \neq \sqrt{1-2}$ $\quad x = 1$

$\sqrt[3]{3-2} = \sqrt{3-2}$ $\quad x = 3$

(8) مجموعة حل $\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$ هي:

(a) $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$ (b) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ (c) $\left\{-1, \frac{-1}{2}\right\}$ (d) $\left\{1, \frac{1}{2}\right\}$

السبب :

بالتعويض عن

$\sqrt[3]{2(-1)^2+2} = \sqrt[3]{3-(-1)}$ $\quad x = -1$

$\sqrt[3]{2\left(\frac{1}{2}\right)^2+2} = \sqrt[3]{3-\left(\frac{1}{2}\right)}$ $\quad x = \frac{1}{2}$

$\sqrt[3]{2\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-\left(-\frac{1}{2}\right)}$ $\quad x = -\frac{1}{2}$

$\sqrt[3]{2(1)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-(1)}$ $\quad x = 1$

(9) مجموعة حل $x^2 = |x|$ هي:

(a) $\{-1,0,1\}$ (b) $\{0,1\}$ (c) $\{0\}$ (d) $\{1\}$

السبب :

بالتعويض عن

$(-1)^2 = |-1|$ $\quad x = -1$

$(0)^2 = |0|$ $\quad x = 0$

$(1)^2 = |1|$ $\quad x = 1$

(10) إذا كان $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$ فإن x تساوي:

(a) -2 (b) 2 (c) -4 (d) 4

السبب :

$$\left(\tfrac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow \left(\tfrac{1}{3^2}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow (3^{-2})^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow (3)^{-2x-2} = 3^{2-x}$$

$$-2x-2 = 2-x \Rightarrow -2x+x = 2+2 \Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = -4$$

سؤال رقم 9 – تمرين (1-1) صف 11 ع – الترم الأول – الطبعة الثانية

(9) إذا كان $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ فإن:

(a) $\varphi^2 + \varphi = 1$ (b) $\varphi^2 = \varphi + 1$ (c) $\varphi + \varphi^2 + 1 = 0$ (d) $\varphi^2 + 1 = \varphi$

الإجابة B

الخلاصـــة في الرياضيات

تجميع أ. حســن عودة

رياضيات الصف - ١١ ع

حلول الموضوعي مع السبب

الوحدة الثانية

الترم الأول : ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

مع حذف الأجزاء المعلقة

مجال الدالة

Domain of the Function

تمرّنْ 2−1

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5−1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجال الدالة $f(x)=\sqrt{(x-2)^2}$ هو $\mathbb{R}$ a b

السبب : $f(x)=\sqrt{(x-2)^2}=|x-2|$

مجال دالة المطلق $\mathbb{R}$

(2) مجال الدالة $f(x)=\frac{3}{\sqrt{2x-6}}$ هو $[3,\infty)$ a b

السبب : لأن الـ **3** وبالتالي لا يصح أن يحتوي المجال على العدد **3**

(3) مجال الدالة $f(x)=\sqrt{-x}$ هو $(-\infty,0]$ a b

السبب : مجال الدالة f هو مجموعة قيم x الحقيقية والتي تجعل المجذور $(-x)$ عدداً موجباً

$-x\geq 0 \Rightarrow x\leq 0$ أي أن مجال الدالة $f=(-\infty,0]$

(4) مجال الدالة $f(x)=\frac{1}{x^2}\sqrt{x+3}$ هو $[-3,\infty)$ a b

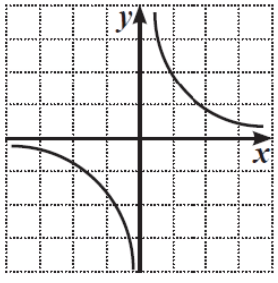
السبب : بفرض أن : $f(x)=n(x)=m(x)$ حيث $n(x)=|x|$, $m(x)=-2$

مجال الدالة $n=\mathbb{R}$ (دالة مطلق) ومجال $m=\mathbb{R}$ (دالة ثابتة)

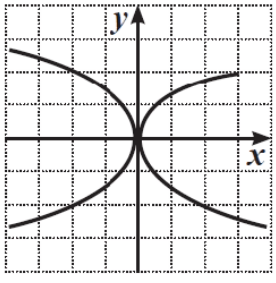
في التمارين (11−6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) أيًّا مما يلي لا يمثل بيان دالة:

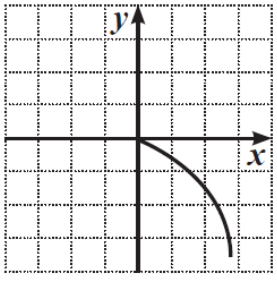
a



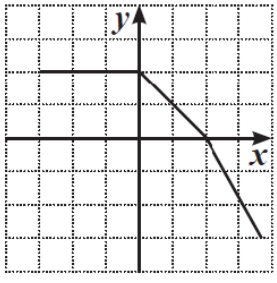
b



c



d



السبب : هذا البيان لا يمثل دالة

لان يمكن رسم على الأقل مستقيم رأسي واحد يقطع بيان هذا الدالة بأكثر من نقطة

(7) مجال الدالة $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}/\{1\}$ (c) $\mathbb{R}/\{-1,1\}$ (d) $\mathbb{R}/\{-1\}$

السبب :

مجال دالة البسط $=\mathbb{R}$ ، مجال دالة المقام $=\mathbb{R}$

أصفار المقام $x^2+2x+1=0 \Rightarrow (x+1)^2=0 \Rightarrow x=-1$

مجال دالة $f=\mathbb{R}-\{-1\}$

(8) مجال الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x^2}}{x}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{0\}$ (b) $[0,\infty)$ (c) $(-\infty,0)$ (d) $(0,\infty)$

السبب :

مجال دالة البسط $=\mathbb{R}$ (دالة مطلق) ، مجال دالة المقام $=\mathbb{R}$ (دالة حدودية)

أصفار المقام $x=0 \Rightarrow$

مجال دالة $f=\mathbb{R}-\{0\}$

(9) مجال الدالة $f(x)=\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{1\}$ (b) $\mathbb{R}/\{0,1\}$ (c) $\mathbb{R}-\{0\}$ (d) $(0,\infty)/\{1\}$

السبب :

$f(x)=\frac{A(x)}{B(x)-C(x)}$ حيث $A(x)=x-1\ ,B(x)=x\ ,C(x)=\sqrt{x}$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$ مجال الدالة $B=\mathbb{R}$ مجال الدالة $C=[0,\infty)$

أصفار المقام : بتربيع الطرفين $x-\sqrt{x}=0 \Rightarrow x=\sqrt{x}$

$x^2=x \Rightarrow x^2-x=0 \Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow x=0\ x=1$

مجال دالة $f=\mathbb{R}\cup\mathbb{R}\cup[0,\infty)-\{0,1\}=(0,\infty)-\{1\}$

(10) مجال الدالة $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ هو:

(a) $(0,\infty)$ (b) $[1,\infty)$ (c) $(-1,\infty)$ (d) $[-1,\infty)/\{0\}$

السبب : $f(x)=\frac{A(x)}{B(x)-C(x)}$ حيث $A(x)=x\ ,B(x)=\sqrt{x+1}\ ,C(x)=-1$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$ مجال الدالة $B=[-1,\infty)$ مجال الدالة $C=\mathbb{R}$

أصفار المقام : بتربيع الطرفين $\sqrt{x+1}-1=0 \Rightarrow \sqrt{x+1}=1$

$x+1=1 \Rightarrow x=0$

مجال دالة $f=\mathbb{R}\cup\mathbb{R}\cup[-1,\infty)-\{0\}=[-1,\infty)-\{0\}$

(11) لتكن $g:[-2,2]\to\mathbb{R}, g(x)=x^2$ ، $f(x)=x\sqrt{x}$. فإن مجال الدالة $f\circ g$ هو:

a $[-2,2]$

b $[0,2]$

c $(0,2)$

d ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

السبب :

$f(x)=A(x).B(x)$ حيث $B(x)=\sqrt{x}$ ، $A(x)=x$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$ ، مجال الدالة $B=[0,\infty)$

مجال دالة $f=[0,\infty)$

مجال دالة $f.g=[0,2]=[0,\infty)\cup[-2,2]$

الدوال التربيعية ونمذجتها

Quadratic Functions and their Modelling

تمرّن 2-2

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1-5)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $k \in \mathbb{Z}$, $f(x) = kx^2 + x - 3$ يمكن أن تكون دالة خطية.

a b

السبب :

لأنه عندما تكون **K =0** تكون الدالة **f** دالة خطية

(2) الدالة $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$ هي دالة خطية.

a b

السبب :

$$\frac{|x|}{x} = \begin{cases} \frac{x}{x} & : x > 0 \\ \frac{-x}{x} & : x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 1 & : x > 0 \\ -1 & : x < 0 \end{cases}$$

فأن جميع النقاط ليست على خط مستقيم واحد .

(3) النقطة $A(1, 6)$ تنتمي إلى منحنى الدالة: $f(x) = (3x)(2x) + 6$

a b

السبب :

$$f(x) = 6x^2 + 6 \quad , \quad f(1) = 6(1)^2 + 6 = 12 \quad , 12 \neq 6$$

النقطة (1,6) لاتنتمي للدالة f

(4) الدالة $y = x(1-x) - (1-x^2)$ هي دالة خطية.

a b

السبب :

$$y = x\,(1-x) - \ (1-x^2) = x - \ x^2 - 1 + x^2 = x - 1$$

الدالة خطية من الدرجة الأولي

(5) الدالة $f(x) = \pi^2 - x$ هي دالة تربيعية.

a b

السبب :

الدالة f هي دالة خطية (من الدرجة الأولي) لأن (π^2) لا تمثل متغيراً

في التمارين (6–10)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة التربيعية التي حدها الثابت يساوي 3− فيما يلي هي:

a $y=(3x+1)(-x-3)$

b $y=x^2-3x+3$

c $f(x)=(x-3)(x-3)$

d $y=-3x^2+3x+9$

السبب :

$$y=(3x+1)(-x-3)=-3x^2-9x-3=-3x^2-10x-3$$

---

(7) أي دالة مما يلي **ليست** دالة تربيعية:

a $y=(x-1)(x-2)$

b $y=x^2+2x-3$

c $y=3x-x^2$

d $y=-x^2+x(x-3)$

السبب :

$$y=(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$$

$$y=-x^2+x(x-3)=-x^2-x^2-3x=-3x$$

---

(8) أي نقطة مما يلي تنتمي إلى منحنى دالة $f(x)=3x^2-5x+1$ ؟

a $(3,12)$

b $(-1,-1)$

c $(2,3)$

d $(-2,22)$

$$(3,12) \qquad f(3)=3(3)^2-5(3)+1=13\neq 12$$

$$(-1,-1) \qquad f(-1)=3(-1)^2-5(-1)+1=9\neq -1$$

$$(2,3) \qquad f(2)=3(2)^2-5(2)+1=3=3$$

$$(-2,22) \qquad f(-2)=3(-2)^2-5(-2)+1=23\neq 22$$

---

(9) تكون الدالة $f(x)=(a^2-4)x^2-(a-2)x+5$ دالة تربيعية لكل a تنتمي إلى:

a $\mathbb{R}$

b $\mathbb{R}-\{-2,2\}$

c $\mathbb{R}-\{2\}$

d $\mathbb{R}-\{-2\}$

$$f(x)=(a^2-4)x^2-(a-2)x+5$$

$$(a^2-4)=0 \Rightarrow (x-2)(x+2)=0 \Rightarrow x=2\ ,\ x=-2$$

الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

Quadratic Functions and Parabolas

تمرّنْ 2–3

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ.

(a) (b)

السبب :

$$y = 2x^2 - 2(3-x)^2 = 2x^2 - 2(9 - 6x + x^2) = 2x^2 - 18 + 12x - 2x^2$$
$$= -18 + 12x$$

هذا المعادلة تمثل دالة خطية ولا تمثل معادلة قطع مكافئ

(2) القطع المكافئ $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ فتحته إلى الأعلى.

(a) (b)

السبب :

$a = -\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3} < 0$ فتحة القطع إلى أسفل

(3) المعادلة $y = 2(x-1)^2 + 2$ يكون بيانها أكثر اتساعًا من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

(a) (b)

السبب :

كلما قل معامل حد الدرجة الثانية كلما زاد اتساع القطع المكافئ

(4) توجد عند رأس منحنى الدالة $y = -(x-3)^2 - 2$ قيمة عظمى.

(a) (b)

السبب :

$a = -1$, $-1 < 0$

فتحة القطع إلي أسفل ، وبالتالي يكون عند رأس القطع المكافئ قيمة عظمي للدالة

(5) منحنى القطع المكافئ $y = (-x+2)^2 + 3$ يمر بالنقطة $P(2, 3)$

(a) (b)

نقوم بالتعويض عن $x = 2$ في المعادلة $y = (-x+2)^2 + 3$

$$y = (-2+2)^2 + 3 = 3$$

النقطة **(2,3)** تقع على القطع

في التمارين (11–6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة $y = a(3-x)^2 - 2$ يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة $y = -2x^2$ إذا كان:

(a) $|a| = 2$ (b) $|a| > 2$ (c) $a < 2$ (d) $|a| < 2$

السبب :

إذا كان معامل حد الدرجة الثانية مثلاً هو **2-** أو **2** فإن اتساع بيان الدالة هو نفسه ولكن الإشارة تدل على إتجاه فتحة المنحني إلى أعلي أو إلى أسفل وبالتالي فإن الدالة التي يكون رسمها **$|a| < 2$**

(7) معادلة القطع المكافئ $y = 2x^2$ الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يسارًا و4 وحدات لأعلى هي:

(a) $y = (2x+2)^2 + 4$ (b) $y = 2(x-2)^2 + 4$

(c) $y = 2(x+2)^2 + 4$ (d) $y = 2(x+2)^2 - 4$

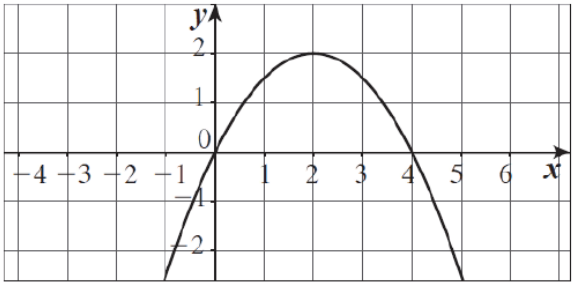
السبب :

عند إزاحة القطع المكافئ الذي معادلة $y = 2x^2$

$y = 2(x+2)^2 + 4$

أزاحة منحني الدالة وحدتين يسار و أربعة وحدات يمين

(8) الشكل أدناه يمثل منحنى قطع مكافئ معادلته هي:



(a) $y = (x-2)^2 + 2$ (b) $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

(c) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ (d) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

السبب :

لأن رأس المنحني هو النقطة **(2 , 2)** والمنحني مفتوح إلى الأسفل

(9) القطع المكافئ $y = a(x-h)^2 + k$ يقطع المحورين على الأكثر في:

(a) نقطة (b) نقطتين

(c) 3 نقاط (d) 4 نقاط

السبب :

القطع المكافئ يقطع محور السينات في نقطتين فقط و يقطع محو الصادات في نقطة واحدة

(10) القيمة الصغرى للدالة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي عند النقطة:

a $(3, -2)$

b $(-3, 2)$

c $(-3, -2)$

d $(3, 2)$

السبب :

المعادلة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي المعادلة $y = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 2$

فإن رأس المنحني هو النقطة **(3 , -2)**

تمرّنْ 2–5

المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

Inverses and Square Root Functions

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت النقطة $M(x, y)$ تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة $N(y, x)$ تنتمي لبيان معكوس هذه الدالة.

(a) (b)

السبب :

إذا كانت النقطة (a,b) تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة (b,a) تنتمي لبيان معكوس الدالة f

---

(2) إذا كانت $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$ فإن الدالتين كل منهما معكوس للأخرى.

(a) (b)

السبب :

$$f(x) = x + 1 \implies y = x + 1$$

نقوم بتبديل كل من x, y ثم الحل بالنسبة إلي y كالتالي

$$x = y + 1 \implies y = x - 1 \implies g(x) = x - 1$$

---

(3) المستقيم $y = x$ هو خط انعكاس لبيان دالة f وبيان معكوسها.

(a) (b)

السبب :

العبارة صحيحة

---

(4) إذا مر بيان دالة بنقطة الأصل فإن بيان معكوسها يمر أيضًا بنقطة الأصل.

(a) (b)

---

(5) لا يتغير مجال دالة الجذر التربيعي بعد إزاحة بيانها 3 وحدات يمينًا.

(a) (b)

السبب :

لأنه عند التبديل x, y نحصل على نفس نقطة الأصل

في التمارين (10–6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة:

---

(6) إذا انتمت النقطة $A(2, 3)$ إلى بيان دالة فإن النقطة التي تنتمي إلى بيان معكوس تلك الدالة هي:

(a) $(-2, 3)$ (b) $(2, -3)$ (c) $(3, -2)$ (d) $(3, 2)$

السبب :

لأنه إذا كانت النقطة (a,b) تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة (b,a) تنتمي لبيان معكوس الدالة f

(7) بيان الدالة $y=\sqrt{x+2}-2$ هو انسحاب لبيان الدالة $y=\sqrt{x}$:

(a) وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأعلى

(b) وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأسفل

(c) وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأعلى

(d) وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأسفل

السبب :

من خلال العلاقة بين الدالتين بيان الدالة $y=\sqrt{x}$

$y=\sqrt{x+2}-2$ هو انسحاب لبيان الدالة $y=\sqrt{x}$ وحدتين يسار ووحدتين إلى أسفل

(9) معكوس الدالة $y=5x-1$ هو:

(a) $y=5x+1$

(b) $y=\frac{x+1}{5}$

(c) $y=\frac{x}{5}+1$

(d) $y=\frac{x}{5}-1$

السبب :

$$x=5y-1 \Longrightarrow 5y=x+1 \Longrightarrow y=\frac{x+1}{5}$$

معكوس الدالة $y=5x-1$ هو $y=\frac{x+1}{5}$

(10) مجال معكوس الدالة $y=\sqrt{x+3}-1$ هو:

(a) $\mathbb{R}$

(b) $(-1,\infty)$

(c) $(-\infty,1)$

(d) $[-1,\infty)$

السبب : مدى هو $[-1,\infty)$ **و مجال معكوس الدالة هو** $[-1,\infty)$

تمرّنْ
2–6

حل المتباينات

Solving Inequalities

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5 – 1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 > 0$ هي $\mathbb{R}$ (a) (b)

السبب : حيث أن الـ (-3) هو صفر للمتباينة $(x+3)^2 > 0$

مجموعة الحل $= \mathbb{R} - \{-3\}$ وليست $\mathbb{R}$

(2) كل x ينتمي للفترة $(0, \infty)$ هو حل للمتباينة $\frac{x-1}{x^2-x} \geq 0$ (a) (b)

السبب : أصفار المقام $x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0$

أصفار المقام هي : $1 \in (0-\infty)$ فأن الفترة $(0-\infty)$ ليست حل للمتباينة

(3) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 + 2 < 1$ هي المجموعة الخالية ϕ (a) (b)

السبب : $(x+3)^2 + 2 < 0$ أي أن $(x+3)^2 < -2$

مجموعة الحل $= \{\ \} = \varphi$

(4) مجموعة حل المتباينة $\frac{x+2}{x+1} \geq 1$ هي $(-1, \infty)$ (a) (b)

السبب : $\frac{x+2}{x+1} \geq 1 \quad \forall x \in (-1, \infty)$ $\frac{x+2}{x+1} \neq 1 \ , \ \forall x \in (-1, \infty)$

وتكون الأجابة صحيحة إذا كتبت المتباينة بالصورة $\frac{x+2}{x+1} > 1$

(5) مجموعة حل المتباينة $(-x-3)^2 < 0$ هي $\{3\}$ (a) (b)

السبب : $(-x-3)^2 < 0 \Rightarrow (x+3)^2 < 0$

مجموعة حل المتباينة هي φ

في التمارين (13–6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(7) إن مجموعة حل المتباينة $(1-2x)(4+5x)<0$ هي:

(a) $\left(-\frac{4}{5},\frac{1}{2}\right)$ (b) $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(\frac{1}{2},\infty\right)$

(c) $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{4}{5},\infty\right)$ (d) $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},\infty\right)$

السبب : $(1-2x)(4+5x)<0$ معادلة المناظرة $(1-2x)(4+5x)=0$

الأصفار هي : $-\frac{4}{5}, \frac{1}{2}$ $\quad x=-\frac{4}{5}, x=\frac{1}{2}$

وحيث أن علاقة المتباينة أصغر فأن :

مجموعة الحل $=\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(\frac{1}{2},\infty\right)$

(8) إن مجموعة حل المتباينة $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3}>0$ هي:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^*$ (c) $\mathbb{R}-\{3\}$ (d) $\mathbb{R}-\{0,3\}$

السبب : $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3}>0 \Rightarrow x^2+1>0 : x\neq 0$

مجموعة الحل $=\mathbb{R}-\{3\}$

(9) المتباينة التي مجموعة حلها $[-2,3]$ هي:

(a) $x^2-x-6<0$ (b) $x^2-x-6\leq 0$ (c) $x^2-x-6>0$ (d) $x^2-x-6\geq 0$

السبب : المتباينة التي تحتوي على علاقة التباين أصغر من أو يساوي هي التي تحتوي

مجموعة الحل= $[-2, 3]$ المتباينة هي $x^2-x-6\leq 0$

(11) إذا كانت $f(x)=\frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ فإن قيم x التي تجعل f غير معرّفة هي:

(a) $\{\frac{2}{3},-\frac{3}{2}\}$ (b) $\{\frac{-2}{3},\frac{3}{2}\}$ (c) $\{\frac{2}{3},\frac{3}{2}\}$ (d) $\{\frac{-2}{3},-\frac{3}{2}\}$

السبب :

$f(x)=\frac{x\,(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ قيم x التي تجعل f غير معرّفة هي أصفار المقام

$$(2x-3)(3x+2)=0 \implies x=\frac{3}{2}\ ,\ x=-\frac{2}{3}$$

الخلاصـــة في الرياضيات

تجميع أ. حســن عودة

رياضيات الصف - ١١ ع

حلول الموضوعي مع السبب

الوحدة الثالثة

الترم الأول : ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

مع حذف الأجزاء المعلقة

دوال القوى ومعكوساتها

Power Functions and their Inverses

تمرّنْ 3–1

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $y=\sqrt{x^4}$ دالة قوى

a b

السبب :

$$y=\sqrt{x^4}=x^2$$

---

(2) $f:[-3,3]\longrightarrow\mathbb{R}, f(x)=x^5$ دالة فردية

a b

السبب :

لأن الجزء المرسوم في الربع الأول هو الربع الثالث ، ونقطة الأصل هي نقطة التماثل .

---

(3) $y=x\sqrt{x}$ دالة زوجية

a b

السبب :

الدالة ليست فردية ولا زوجية $x\in\mathbb{R}^+$ غير معرفة $f(-x)=-x\sqrt{-x}$

---

(4) $y=(x+4)^2$ دالة زوجية

a b

السبب :

$$y=(x+4)^4 \Rightarrow f(x)=(x+4)^4$$

$$f(-x)=(-x+4)^4=f(x)=(-(x-4))^4=f(x)=(x-4)^4$$

أي أن الدالة f الدالة ليست فردية ولا زوجية

---

(5) المستقيم الذي معادلته $y=x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها.

a b

السبب :

عند إيجاد معكوس العلاقة ر نستبدل النقاط (a , b) التي تمثل العلاقة ر بالنقاط (b , a) والتي تمثل معكوسها .

في التمارين (6–10)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) معكوس دالة القوى $y = 0.2x^4$ هو:

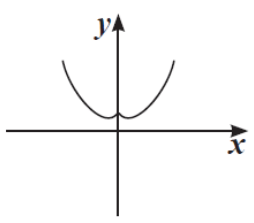
(a) $y = \sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (b) $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (c) $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{2}}$ (d) $y = -\sqrt[4]{5x}$

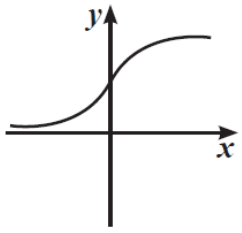
السبب :

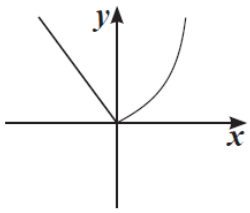
نقوم بتبديل x بالـ y $\qquad y = 0.2\,x^4$

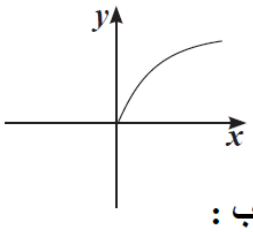
$$x = 0.2\,y^4 \implies y^4 = \frac{x}{0.2} \implies y^4 = 5x \implies y = \pm\sqrt[4]{5x}$$

(7) أي مما يلي تمثل دالة زوجية.

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

السبب :

الدالة الزوجية هي الدالة التي محور تماثلها محور الصادات

(8) الدالة $y = 4.9t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها:

(a) $[-4,4)$ (b) $[-4,2)$ (c) $[-2,2]$ (d) $[0,\infty)$

السبب :

الدالة $y = 4.9\,t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها $[-2, 2]$ لانها يكون محور التماثل محور الصادات

في التمرينين (12–11)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب السؤال في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)		القائمة (2)
(11) بيان دالة زوجية متماثل حول:	a	(a) المستقيم الذي معادلته $x = 0$
(12) بيان دالة فردية متماثل حول:	d	(b) المستقيم الذي معادلته $y = 0$
		(c) المستقيم الذي معادلته $y = x$
		(d) نقطة الأصل

السبب :

(11) بيان الدالة الزوجية متماثل حول المستقيم الذى معادلته $x = 0$ (محور الصادات)

(12) بيان الدالة الفردية متماثل حول نقطة الأصل .

تمرّنْ
3–2

الدوال الحدودية
Polynomial Functions

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) كثيرة الحدود، $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5 \ , \ \forall a \in \mathbb{R}$ هي من الدرجة الثالثة.

(a) (b)

السبب :

$$f(x) = a\,x^3 + (a+2)x^2 + 5 \qquad \forall\, x \in \mathbb{R}$$

فتكون $f(x)$ من الدرجة الثالثة .

وعندما $a = 0$ فأن $\forall\, x \in \mathbb{R}$ $\qquad f(x) = 2x^2 + 5$

أي تكون $f(x)$ من الدرجة الثانية

---

(2) المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1-x^2)$ هو 2

(a) (b)

السبب :

$$f(x) = 2\,x^5 - 3x^3(1-x^2) \Longrightarrow f(x) = 2\,x^5 - 3x^3 + 3\,x^5$$

$$f(x) = 5\,x^5 - 3x^3$$

معامل الحد الرئيسي 5 وليس 2

---

(3) كثيرة الحدود $(1-x^2)^3(x+1)$ هي من الدرجة السابعة.

(a) (b)

السبب :

بفك كثيرة الحدود $(1-x^2)^3(x+1) = (1 - 3\,x^2 + 3\,x^4 - x^6)(x+1)$

$$= x - 3\,x^3 + 3\,x^5 - x^7 + 1 - 3\,x^2 + 3\,x^4 - x^6$$

كثيرة حدود من الدرجة السابعة

---

(4) إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة n فإن لها n حدًّا.

(a) (b)

ليس من الضروري أن عدد الحدود يساوي درجة الحدودية

في التمارين (7–5)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) $(x+1)^3$ يساوي:

(a) x^3+1

(b) $(x+1)(x^2+x+1)$

(c) x^3+3x^2+3x+1

(d) x^3+x^2+x+1

السبب:

$$(x+1)^3=(x+1)(x+1)^2=(x+1)(x^2+2x+1)$$
$$=x^3+3x^2+3x+1$$

---

(6) أي مما يلي يساوي $2x^4-3x+6$ ؟

(a) $(x^4-2x^2+3)-(x^4-x^2-9)$

(b) $2x^4-3(x+6)$

(c) $(3x^4-x+3)+(3-2x-x^4)$

(d) $x(2x^3-3x)+6$

السبب :

$$f(x)=(3x^4-x+3)+(3-2x-x^4)=2x^4-3x+6$$

تمرّنْ
3–3

العوامل الخطية لكثيرات الحدود
Linear Factors of Polynomials

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت f تقبل القسمة على $(2x+3)$ فإن $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$ (a) (b)

السبب :

تقبل الدالة **f** القسمة على $(2x+3)$ إذا كان $f\left(-\frac{3}{2}\right)=0$ وليس $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$

(2) إذا كانت $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية g فإن $g(-2)=0$ (a) (b)

السبب :

عندما يكون $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية ل فإن **-2** صفر من الأصفار أي **f (- 2) = 0**

(3) إذا قبلت $f(x)=x^4-2x^2+k+1$ القسمة على x فإن $k=-1$ (a) (b)

السبب :

لان عندما تكون **k = -1** تكون $f(x)=x^4-2x^2$ وهي تقبل القسمة على x

(4) باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت. (a) (b)

السبب :

لان درجة باقي القسمة تكون دائما أقل من درجة المقسوم عليه ٠

(5) $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية: $p(x)=x^3-x^2-2x$ (a) (b)

السبب :

عندما يكون **(x+1)** عامل من عوامل الحدودية فإن **x = -1** صفراً لها أي أن

$$p(-1)=(-1)^3-(-1)^2-2(-1)=-1-1+2=0$$

في التمارين (13–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x-1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية:

(a) $(x-1)^2$ (b) x^2-x (c) x^2-1 (d) x^2+1

السبب:

عندما $(x-1)(x-1)^2=(x-1)(x^2-2x+1)=x^3-3x^2+3x-1$

(10) قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عاملًا من عوامل $f(x)=(x^2+x-2)+2k$ هي:

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

السبب :

عندما يكون $x-1$ عامل من العوامل الحدودية فإن $x=1$ فإن $f(1)=0$

$$(1+1-2)+2k=0 \Rightarrow 2k=0 \Rightarrow k=0$$

تمرّنْ
3–4

قسمة كثيرات الحدود

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل الدائرة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان باقي قسمة كثيرة الحدود $f(x)$ على $(x+\alpha)$ يساوي صفرًا فإن α عامل من عوامل f

(a) (b)

(2) الدالة $f(x)=(x-2)^2-1$ تقبل القسمة على $(x-1)$

(a) (b)

(3) باقي قسمة (x^3+a^3) على $(x-a)$ هو $2a^3$

(a) (b)

(4) ناتج قسمة حدودية من الدرجة n حيث $n \geqslant 2$ على حدودية من الدرجة الثانية تكون حدودية من الدرجة $(n-2)$

(a) (b)

(5) ناتج قسمة حدودية من الدرجة السادسة على حدودية من الدرجة الثالثة تكون حدودية من الدرجة الثانية.

(a) (b)

في التمارين من (11–6)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) باقي قسمة $f(x)$ على $g(x)=x-k$ هو:

(a) $g(k)$ (b) $f(k)$ (c) $f(-k)$ (d) $-k$

(7) باقي قسمة (x^4+2) على $(x-3)$ هو:

(a) 3 (b) 27 (c) 81 (d) 83

(8) ناتج قسمة $(2x^4 - 8x^2)$ على $(x+2)$ يساوي:

a $2x^3 - 4x^2$ b $2x^3 - 8x^2$ c $x^3 - 4x^2$ d $2x^3 - 4x^2 + 2x$

(9) إذا كان 0 هو باقي قسمة $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + kx - 1$ على $(x+1)$ فإن k تساوي:

a 7 b -7 c -3 d 3

(10) إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^4 - kx^2 + x - k$ على $(x-1)$ هو 3 فإن k تساوي:

a $\frac{1}{2}$ b 3 c $-\frac{1}{2}$ d $\frac{5}{2}$

(11) إذا كان $f(-1) = f(0) = f(3) = -2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون:

a $x^3 - x^2 + 3x - 2$ b $x^3 - 2x^2 - 3x$

c $2x^3 - 2x^2 - 3x - 2$ d $2x^3 - 4x^2 - 6x - 2$

تمرّنْ
3–5

حل معادلات كثيرات الحدود
Solving Polynomial Equations

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل المعادلة $9x^2 + 16 = 0$ هي $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right\}$

(a) (b)

السبب :

بالتعويض المباشر عن قيمة x لا تحقق حل المعادلة

---

(2) مجموعة حل المعادلة $2x^3 + 2 = 0$، $x \in \mathbb{R}$ هي مجموعة أحادية.

(a) (b)

السبب :

$$2x^3 + 2 = 0 \Rightarrow 2(x^3 + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x + 1 = 0 \quad or \quad x^2 - x + 1 = 0$$

$x = -1$ $\qquad$ $x^2 - x + 1 = 0$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$

---

(3) إذا كانت $2k$ تنتمي إلى مجموعة حل المعادلة $(4x^2 + 1)\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) = 0$ فإن $k \in \{-1, 1\}$

(a) (b)

السبب :

$$(4x^2 + 1)\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) = 0$$

$4x^2 + 1$ لا توجد جذور حقيقية $\qquad$ $\frac{x^2}{4} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{4} = 1$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

بالتعويض $x = 2k$ $\qquad$ $\pm 2 = 2k \Rightarrow k = \pm\frac{2}{2} = \pm 1$

---

(4) إن $\{1\}$ هي مجموعة حل المعادلة $3x^4 + 12x^2 - 15 = 0$

(a) (b)

السبب :

لحل المعادلة $\qquad$ $3x^4 + 12x^2 - 15 = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^2 - 5 = 0$

$$(x^2 + 5)(x^2 - 1) = 0$$

$x^2 + 5 = 0$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$ $\qquad$ $x^2 - 1 = 0$

$$x = \pm 1$$

مجموعة الحل = $\{-1, 1\}$

في التمارين (6–8)، ظلّل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) 5 يمكن أن يكون صفرًا من أصفار الحدودية $f(x)$ تساوي:

(a) $ax^3 + x^4 + 5$ (b) $x^5 - 1$ (c) $5x^3 + 6x - 1$ (d) $(x+5)(x^2+25)$

السبب :

(٦) بالتعويض المباشر أو الأصفار النسبية المحتمل لكل معادلة

$$f(5) = a(5)^3 + 5^4 + 5 =$$

$$f(5) = (5)^5 - 1 \neq 0 \quad \text{ليس}$$

$$f(5) = 5(5)^3 + 6(5) - 1 \neq 0 \quad \text{ليس}$$

$$f(5) = (5+5) + (5^2 + 25) \neq 0 \quad \text{ليس}$$

(a) لا توجد غير

---

(7) أي قيمة مما يلي ليست حلًّا للمعادلة: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

(a) -1 (b) -3 (c) 3 (d) 2

السبب :

بالتعويض المباشر أو الأصفار النسبية المحتمل لكل معادلة

$$f(2) = 2^4 - 10(2)^2 + 9 = -15 \neq 0$$

$$f(-3) = (-3)^4 - 10(-3)^2 + 9 = 0 = 0$$

$$f(3) = 3^4 - 10(3)^2 + 9 = 17 = 0$$

$$f(-1) = (-1)^4 - 10(-1)^2 + 9 = 0 = 0$$

(8) إذا كان $f(m)=f(n)=f(-1)=0$ فإن f ممكن أن تكون:

a) $f(x)=(x-1)(x+m)(x+n)$

b) $f(x)=(x-1)(x-m)^2(x-n)$

c) $f(x)=(x+1)(x-m)(x-n)^2$

d) $f(x)=(x+1)(x-mn)$

السبب :

$$f(m)=f(n)=f(-1)=0$$

$$f(x)=(x-\mathbf{m})\,(x-n)\,(x+1)$$

الخلاصـــة في الرياضيات

تجميع أ. حســن عودة

رياضيات الصف - ١١ ع

حلول الموضوعي مع السبب

الوحدة الرابعة

الترم الأول : ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

مع حذف الأجزاء المعلقة

تمرّنْ 4–1

استكشاف النماذج الأسية
Exploring Exponential Models

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $y = 3(2)^x$ تمثل تضاؤلًا أسيًّا.

(a) (b)

السبب : الدالة الأسية $y = 3\,(2)^x$ $\quad a = 3 \;, b = 2 \;, 2 > 1$

الدلة تمثل نموا أسيا وليس تضاؤلا أسيا

(2) الدالة $y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ تمثل نموًا أسيًّا.

(a) (b)

السبب :

الدالة الأسية $y = 2\,(\frac{1}{3})^{-x} = 2\,(3)^x$ $\quad a = 2 \,, b = 3 \;, 3 > 1$

الدلة تمثل نموا أسيا

(3) عامل النمو للدالة $y = \frac{1}{3}(2)^{2x}$ هو 2

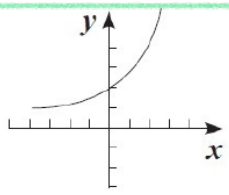
(a) (b)

السبب

الدالة الأسية $y = \frac{1}{3}(2)^{2x} = \frac{1}{3}(4)^x$ $\quad a = \frac{1}{3} \;, b = 4$

عامل النمو هو 4

(4) إذا كان بيان الدالة $y = b^x$ كما في الشكل المقابل فإن $b > 1$



(a) (b)

السبب :

الدالة الأسية التي تمثيلها البياني بهذا الشكل يكون $b > 1$ لانها ثمل نموا أسيا

في التمارين (8–5)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

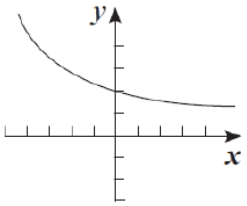
(5) عامل النمو للدالة $y = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^x$ هو:

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{9}$ (c) 3 (d) 9

السبب :

$y = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^x = ((3)^2)^x = (9)^x$

(6) ليكن بيان الدالة: $y = 2b^x$ كما في الشكل المقابل:



فإن b يمكن أن تساوي:

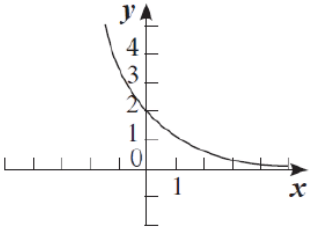
(a) -2 (b) 0 (c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

السبب :

الدالة الأسية التي تمثيلها البياني بهذا الشكل يكون $b =$ لانها تمثل تضاؤلاً أسياً

$0 < b < 1$ أي أن $0 < \frac{1}{2} < 1$

(8) أي من الدوال الأسية التالية يمكن أن يمثلها الرسم البياني المقابل:



(a) $y = \frac{1}{3}(2)^x$ (b) $y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x$ (c) $y = -3(2)^x$ (d) $y = -2(3)^x$

السبب :

بالتعويض عن $x = 0$ $y = 2\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 2$ منحني الدالة يمر بالنقطة $(0, 2)$

تمرّنْ 4–2

الدوال الأسية وتمثيلها بيانيًا

Exponential Functions and their Graphs

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) جميع الدوال الأسية على الصورة: $y = ab^x \quad a \neq 0 \ , \ b > 0, \ b \neq 1$ متقاطعة.

(a) ● (b)

السبب :

هذا العبارة صحيحة مهما اختلفت قيمة b ، وثبت قيمة الـ a

(2) بيان الدالة $y = -2^x$ هو انعكاس في محور السينات لبيان الدالة $y = 2^x$

(a) ● (b)

السبب :

لان بيان الدالة $y = -b^x$ ينتج من أنعكاس الدالة $y = b^x$ في محور السينات .

(3) بيان الدالة $y = -(3)^{-x}$ هو انعكاس في محور الصادات لبيان الدالة $y = -(3)^{-x}$

(a) ● (b)

السبب :

لان بيان $y = -b^{-x}$ ينتج من أنعكاس الدالة $y = b^x$ في محور محور الصادات

(4) بيان الدالة $y = 3(5)^{x-2}$ هو انسحاب لبيان الدالة $y = 3(5)^x$ بمقدار وحدتين جهة اليمين.

(a) ● (b)

السبب :

بيان $y = 3\,(5)^{x-2}$ هو انسحاب لبيان الدالة $y = 3\,(5)^x$ في محور محور الصادات

لأن $h = 2$

(5) بيان الدالة $y = 3(2)^x$ يقطع جزءًا من محور الصادات قدره 3.

(a) ● (b)

السبب :

بيان $y = 3\,(2)^x$ يقطع جزء أ من محور الصادات قدره 3 وحدات .

لأنه عند $x = 0$ تكون $y = 3\,(2)^0 \implies y = 3\,(1) = 3$

في البنود (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) لتكن $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} + 5$ فإن دالة المرجع لها يمكن أن تكون:

(a) $y = 3(2)^x$ ● (b) $y = 3(2)^{-x}$ (c) $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ (d) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

السبب :

الدالة $y = 3\,(2)^{-x}$ هي نفسها الدالة $y = 3\,\left(\frac{1}{2}\right)^x$

(7) باستخدام بيان الدالة $y = \frac{1}{3}(4)^x$ كدالة مرجع يمكن رسم بيان الدالة:

(a) $y = 3(4)^x$ (b) $y = 3(4)^{-x}$ (c) $y = \frac{1}{3}(2)^{2x} + 1$ (d) $y = \frac{1}{3}(2)^{3x}$

السبب :

الدالة $y = \frac{1}{3}(2)^{2x} + 1$ هي نفسها الدالة :

$$y = \frac{1}{3}(2^2)^x + 1 = \frac{1}{3}(4)^x + 1$$

---

(8) قيمة α التي تجعل بيان الدالة $y = 8\left(\frac{1}{2}\right)^{(\alpha+2)x} + 3$ خطًّا أفقيًّا هي:

(a) -3 (b) -2 (c) -8 (d) 0

السبب :

لأنه عند $\mathbf{x = 11}$ تكون $\mathbf{y = 3 + 8 = 11}$

الدالة يمثل خطاً مستقيماً يمر النقطة $(\mathbf{0 , 11})$ وعند الأنسحاب يميناً أو يساراً $\mathbf{y = 11}$

---

(9) بيان الدالة: $f(x) = 3(5)^x - 1$ هو انعكاس في محور الصادات لبيان الدالة: $g(x) =$

(a) $3(5)^x + 1$ (b) $3(5)^{-x} - 1$ (c) $-3(5)^x + 1$ (d) $3(5)^{-x} + 1$

السبب :

بيان الدالة $f(x) = 3(5)^x$ هو صورة بيان الدالة $g(x) = 3(5)^{-x}$

بالإنعكاس في محور الصادات ، وعند سحب الدالة $f(x)$ وحدة واحدة إلى الأسفل يجب سحب الدالة (x) ل وحدة واحدة إلى الأسفل لكي نحافظ على الأنعكاس .

---

(10) يمكن رسم بيان الدالة $y = \frac{1}{2}(5)^{x+2} - 3$ باستخدام بيان الدالة $y = \frac{1}{2}(5)^x$ بانسحاب:

(a) وحدتين جهة اليسار و3 وحدات لأسفل (b) وحدتين جهة اليمين و3 وحدات لأسفل

(c) 3 وحدات جهة اليمين ووحدتين لأعلى (d) وحدتين جهة اليمين و3 وحدات لأعلى

السبب : لان : $\mathbf{k = -3}$, $\mathbf{h = -2}$ أي الانسحاب وحدتين يسار و 3 وحدات إلي أسفل

---

(11) معادلة الدالة الأسية التي على الصورة $y = a(b)^x$ حيث الأساس يساوي 0.6 ويمر رسمها البياني بالنقطة $(2 , 1.8)$ هي:

(a) $y = 1.8(2)^x$ (b) $y = 0.2(1.8)^x$ (c) $y = 2(0.6)^x$ (d) $y = 5(0.6)^x$

السبب :

$y = a(b)^x$ بالتعويض عن $\mathbf{x = 2}$, $\mathbf{y = 1.8}$, $\mathbf{b = 0.6}$

$$1.8 = a(0.6)^2 \Rightarrow a = 1.8 \div 0.36 = 5$$

$$y = 5(0.6)^x$$

تمرّنْ 4–3

الدوال اللوغاريتمية وتمثيلها بيانيًّا
Logarithmic Functions and their Graphs

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت $y = 3^x$ فإن $x = \log y$

(a) (b)

السبب :

$y = 3^x$ فإن $x = \log_3 y$ ولكن $x = \log y$ للأساس *10* وليس أساس **3**

(2) إذا كانت $\log_2(-y) = x$ فإن $y = 2^{-x}$

(a) (b)

السبب :

$x = \log_2(-y)$ *فإن الصورة الأسية* هي $-y = 2^x$ وليست $y = 2^{-x}$

(3) إذا كانت $4^x = 5$ فإن $2x = \log_2 5$.

(a) (b)

السبب :

$4^x = 5$ فإن $2^{2x} = 5$ وبالتالي $\log_2 5 = 2x$ أي $2x = \log_2 5$

(4) مجال الدالة $f(x) = \log(x^2)$ هو $\mathbb{R}$

(a) (b)

السبب :

مجال الدالة $f(x) = \log(x^2)$ هو $\mathbb{R} - \{0\}$

(5) بيان الدالة $y = \log_3 x$ هو انعكاس في المستقيم $y - x = 0$ لبيان الدالة $y = 3^x$

(a) (b)

السبب :

معكوس الدالة $y = \log_3 x$ نقوم بتبديل **تبديل x بال- y** ثم الحل

$x = \log_3 y \Rightarrow y = 3^x$ أي أن $y = 3^x$ هي معكوس للدالة $y = \log_3 x$

في التمارين (11–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) معكوس الدالة $y = \log_2 x$ هو:

(a) $y = \log_x 2$ (b) $y = x^2$ (c) $y = 2^x$ (d) $y = \log 2^x$

السبب :

معكوس الدالة $y = \log_2 x$ نقوم بتبديل **x بال- y** ثم الحل

$x = \log_2 y \Rightarrow y = 2^x$ أي أن $y = 2^x$ هي معكوس للدالة $y = \log_2 x$

(7) مجال الدالة $y = \log|x-1|$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $(1,\infty)$ (d) $\mathbb{R}/\{1\}$

السبب :

مجال الدالة $g(x) = \log|x-1|$ هو $|x-1| > 0$ مجال الدالة $\mathbb{R} - \{1\} = \mathbf{g}$

---

(8) مجال الدالة $y = \log(x^2+1)$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $[1,\infty)$ (d) $(1,\infty)$

السبب :

مجال الدالة $f(x) = \log(x^2+1)$ هو $x^2+1 > 0$ مجال الدالة $\mathbb{R} = f$

(10) يمكن رسم بيان الدالة $y = \log(x+1) - 2$ معتبرًا دالة المرجع $y = \log x$ بانسحاب:

(a) وحدة إلى اليسار ووحدتين لأسفل (b) وحدة إلى اليمين ووحدتين لأسفل

(c) وحدتين إلى اليمين ووحدة لأعلى (d) وحدتين إلى اليسار ووحدة لأعلى

السبب :

بيان الدالة $y = \log_5(x+1) - 2$ دالة المرجع $y = \log_5 x$

$\mathbf{h = -1}$ (**سالب**) ، $\mathbf{k = -2}$ (سالب)

أي أن الأنسحاب لبيان دالة المرجع وحدة جهة اليسار وحدتين إلى أسفل

في البنود (12–15)، لديك قائمتان اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)	القائمة (2)
معكوس الدالة: (12) $y = -\log_{\frac{1}{4}} x$ هو a (13) $y = -\log_4 x$ هو c	a $y = 4^x$ b $y = \left(\frac{-1}{4}\right)^{-x}$ c $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ d $y = (-4)^{-x}$

القائمة (1)	القائمة (2)
(12) معكوس الدالة $y = -\log_{\frac{1}{4}} x$ نقوم بتبديل x بال y ثم الحل $x = -\log_{\frac{1}{4}} y \Rightarrow y = \left(\frac{1}{4}\right)^{-x}$ أي أن $y = (4)^x$ هي معكوس للدالة $y = -\log_{\frac{1}{4}} x$ (13) معكوس الدالة $y = -\log_4 x$ نقوم بتبديل x بال y ثم الحل $x = -\log_4 y \Rightarrow y = (4)^{-x}$ أي أن $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ هي معكوس للدالة $y = -\log_4 x$	

خواص اللوغاريتمات

Properties of Logarithms

تمرّنْ 4–4

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (6–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\log(x-1)^2 = 2\log|x-1|$ — (a) (b)

السبب : من تعريف اللوغاريتم $\log(x-1)^2 = 2\log|x-1|$

مجال كلا منهما $\mathbb{R}-\{1\}$

(2) $\log\frac{1}{x^2} = -2\log x, x>0$ — (a) (b)

السبب : حيث $x>0$ أي أن $\log\frac{1}{x^2} = \log x^{-2} = -2\log x$

(3) $\log\left(\frac{\sqrt{m}}{n}\right) = \frac{1}{2}\log m - \log n,\ m>0, n>0$ — (a) (b)

السبب : $\log\left(\frac{\sqrt{m}}{n}\right) = \log\sqrt{m} - \log m = \log m^{\frac{1}{2}} - \log n = \frac{1}{2}\log m - \log m$

(4) $\log_2 16 - \log_2 2 = \log_2 8$ — (a) (b)

السبب : $\log_2 16 - \log_2 2 = \log_2\left(\frac{16}{2}\right) = \log_2 8$ أو بأستخدام الآلة الحاسبة

(5) $\log(x-y) = \frac{\log x}{\log y}$, $x,\ y \in \mathbb{R}^+/\{1\}$ — (a) (b)

السبب : من خاصية القسمة : $\log x - \log y = \log\frac{x}{y}$, $\log(x-y) \neq \frac{\log x}{\log y}$

(6) $\log_6 4 + \log_6 9 = 2$ — (a) (b)

السبب : $\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6(4\times 9) = \log_6 36 = 2$ أو بأستخدام الآلة الحاسبة

في التمارين (13–7)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(7) المقدار $2\log_4 8 + \log_5 125$ يساوي:

(a) 4 (b) 5 (c) 6 (d) 15

السبب : $2\log_4 8 + \log_5 125 = \log_4(8)^2 + \log_5 5^3$

$= 3 + 3 = 6$ (أو بأستخدام الآلة الحاسبة)

في التمارين (13–7)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) إذا كان $\log 5 = y$, $\log 3 = x$ فإن $\log 45$ تساوي:

(a) $x+y$ (b) $2x+y$ (c) $2y+x$ (d) x^2y

السبب :

$$\log 45 = \log 5 \times 9 = \log 5 \times 3^2 = \log 5 + \log 3^2$$
$$= \log 5 + 2\log 3 = y + 2x$$

(9) $\log_2 x + \log_2 2x + \log_2 \frac{1}{x^2}, x > 0$ يساوي:

(a) 1 (b) 2 (c) x (d) $2x$

السبب :

$$\log_2 x + \log_2 2x + \log_2 \frac{1}{x^2} = \log_2 x \,.\, 2x \,.\, \frac{1}{x^2} = \log_2 2 = 1$$

(10) إذا كان $\log 2 = m, \log 3 = n$ فإن المقدار $m+n-1$ يساوي:

(a) $\log 0.06$ (b) $\log 0.6$ (c) $\log 6$ (d) $\log 60$

السبب :

$$m+n-1 = \log 2 + \log 3 - \log 10 = \log \frac{2\times 3}{10} = \log 0.6$$

(11) عندما $n = 2$, $m = 3$ فإن المقدار الأكبر قيمة فيما يلي هو:

(a) $\log n^2 - \log m^3$ (b) $\log m^2 - \log n^2$ (c) $3\log n - 2\log m$ (d) $2\log m - 3\log n$

السبب :

(a) $\log n^2 - \log m^3 = \log 2^2 - \log 3^3 = \log \frac{4}{27}$

(b) $\log m^2 - \log n^2 = \log 3^2 - \log 2^2 = \log \frac{9}{4}$

(C) $3\log n - 2\log m = \log 2^3 - \log 3^2 = \log \frac{8}{9}$

(d) $2\log m - 3\log n = \log 3^2 - \log 2^3 = \log \frac{9}{8}$

(12) مفكوك المقدار $\log\left(\sqrt[3]{\frac{8}{x^3}}\right)$ هو:

(a) $3\log \frac{8}{x^3}$ (b) $\frac{1}{3}(\log(8-x^3))$ (c) $\log 2 - \log x$ (d) $\log 2 - 3\log x$

السبب :

$$\log\left(\sqrt[3]{\frac{8}{x^3}}\right) = \log\left(\frac{8}{x^3}\right)^{\frac{1}{3}} = \log\left(\frac{2^3}{x^3}\right)^{\frac{1}{3}} = \log\left(\frac{2}{x}\right) = \log 2 - \log x$$

المعادلات الأسية واللوغاريتيمية

Exponential and Logarithmic Equations

تمرّنْ 4–5

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) حل المعادلة $9^x = 3$ هو $x = \frac{1}{2}$ a b

السبب : $\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ (بالتعويض) $2\log x = -1 \Rightarrow \log x = -\frac{1}{2} = -0.5$ $2\log x = -1 \Rightarrow \log x = -\frac{1}{2} = -0.5$

(2) حل المعادلة $2\log x = -1$ هو $x = 10^{-0.5}$ a b

الصورة الأسية هو حل المعادلة

السبب :

$$2\log x = -1 \Rightarrow \log x = -\frac{1}{2} = -0.5$$

الصورة الأسية هو حل المعادلة $x = 10^{-0.5}$

(3) إذا كان $\log(x+6) = 0$ فإن $x = -5$ a b

السبب :

$\log(x+6) = 0$ حول إلى الصورة الأسية $x + 6 = 10^0 = 1$

منها $x = 1-6 = -5$

أو بالتعويض عن قيمة $x = -5$ $\log(-5+6) = \log 1 = 0$

(4) حل المعادلة $14^{9x} = 146$ هو $x = \frac{\log 146}{\log 14}$ a b

السبب :

$14^{9x} = 146$ بأخذ لوغاريتم الطرفين $\log 14^{9x} = \log 146$

$$9x \log 14 = \log 146 \Rightarrow 9x = \frac{\log 146}{\log 14} \Rightarrow x = \frac{\log 146}{9 \log 14}$$

(5) حل المعادلة $3\log x - \log 6 + \log 2.4 = 9$ هو 5×10^4 a b

السبب :

$$3\log x - \log 6 + \log 2.4 = 9$$

$$3\log x - \log 6 + \log \frac{24}{10} = 9 \Rightarrow 3\log x - \log 6 + \log \frac{4\times 6}{10} = 9$$

$$3\log x - \log 6 + \log 4 + \log 6 - \log 10 = 9$$

$$3\log x + \log 4 = 9 + 1 \Rightarrow \log x^3 = \log 10^{10} - \log 4$$

$$\log x^3 = \log \frac{10^{10}}{4} = \log(25 \times 10^8)$$

$$x^3 = 25 \times 10^8 \Rightarrow x \sqrt[3]{25 \times 10^8}$$

أو بالتعويض عن $x = 5 \times 10^4$

$$3\log(5 \times 10^4) - \log 6 + \log 2.4 \approx 14.097 \neq 9$$

في التمارين (6–14)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $(1.5)^x = 356$ فإنّ:

(a) $x \approx 15$ (b) $x \approx 14.5$ (c) $x \approx 15.3$ (d) $x \approx 16.3$

السبب :

$$(1.5)^x = 356 \Rightarrow \log(1.5)^x = \log(356)$$

$$x\log 1.5 = \log(356) \Rightarrow x = \frac{\log 356}{\log 1.5} \approx 14.48$$

من خلال التعويض بكل قيمة من القيم

$(a)\ x = 15 \quad (1.5)^{15} = 437.89 \neq 356,$

$(b)\ x = 14.5 \quad (1.5)^{14.5} = 357.538 \approx 357.538$

(7) حل المعادلة $8 + 10^x = 1008$ هو:

(a) $x = 6$ (b) $x \approx 3.5$ (c) $x = 3$ (d) $x = 2$

السبب :

$$8 + 10^x = 1008 \Rightarrow 10^x = 1008 - 8 = 1000 = 10^3$$

$$x = 3$$

(8) إذا كان $2^{x^2} = 512$ فإنّ:

(a) $x = 3$ (b) $x = 9$ (c) $x = 3\ ,\ x = -3$ (d) $x = -9$

السبب :

$$2^{x^2} = 512 \Rightarrow 2^{x^2} = 2^9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

(9) إذا كان $2\log x = -2$ فإنّ:

(a) $x = 10^{-1}$ (b) $x = 10^{0.5}$ (c) $x = 10^{-2}$ (d) $x = 10^{-0.5}$

السبب :

$$2\log x = -2 \Rightarrow \log x = -1 \Rightarrow x = 10^{-1}$$

(10) مجموعة حل المعادلة: $\log(x^2+2)=\log(5x-4)$ هي:

(a) $\{2\}$ (b) $\{3\}$ (c) $\{2,3\}$ (d) $\{-2,-3\}$

السبب :

$$\log(x^2+2)=\log(5x-4) \Rightarrow x^2+2=5x-4$$

$$x^2+5x-6=0 \Rightarrow x=3\,,x=2$$

(11) مجموعة حل المعادلة: $\log_2(x^2-x)=1$ هي:

(a) $\{-1\}$ (b) $\{1,2\}$ (c) $\{-1,2\}$ (d) $\{-1,-2\}$

السبب :

$$\log_2(x^2-x)=1 \Rightarrow \log_2(x^2-x)=\log_2 2$$

$$x^2-x=2 \Rightarrow x^2-x-2=0$$

$$x=2 \in \mathbb{R}-(0,1) \quad , \quad x=-1 \in \mathbb{R}-(0,1)$$

(12) حل المعادلة $\log(x+21)+\log x=2$ هو:

(a) 4 (b) -25 , 4 (c) 25 (d) 4 , 25

السبب :

$$\log(x+21)+\log(x)=2 \Rightarrow \log\big(x\,(x+21)\big)=\log 100$$

$$x^2+21x=100 \Rightarrow x^2+21x=100 \Rightarrow x^2+21x-100=0$$

$$x=4 \in (0,\infty) \quad , \quad x=-\mathbf{25} \notin (0,\infty)$$

(13) يكون $x=3$ حلًا للمعادلة:

(a) $\log_3(6-x^2)=1$ (b) $\log_x 9=\frac{2}{3}$ (c) $\log_3(x^2+1)=2$ (d) $\log_3 x^3+\log_3 x=4$

السبب :

$$\log_3 x^3+\log_3 x=4 \Rightarrow \log_3 x^4=4 \Rightarrow x^4=3^4 \Rightarrow x=\pm 3$$

(14) حل المعادلة $\log_x 81-\log_x 9=2$ هو:

(a) -3 (b) $\frac{1}{3}$ (c) 3 (d) 9

السبب :

$$\log_x 81-\log_x 9=2 \Rightarrow \log_x \tfrac{81}{9}=2 \Rightarrow \log_x 9=2 \Rightarrow 9=x^2 \Rightarrow x=\pm 3$$

تمرّنْ
4–6

اللوغاريتم الطبيعي
Natural Logarithm

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\log_4(\ln e^4) = 1$ — a — b

السبب :

$$\log_4(\ln e^4) = \log_4(4 \ln e) = \log_4 4 = 1$$

(باستخدام الآلة الحاسبة)

(2) $4\ln 8 + \ln 10 = 4\ln 80$ — a — b

السبب :

$$4 \ln 8 + \ln 10 = \ln 8^4 \times 10 = \ln 40960$$

$$, \ 4 \ln 80 = \ln 80^4 = \ln 40960000$$

$$4 \ln 8 + \ln 10 \neq 4 \ln 80$$

(باستخدام الآلة الحاسبة)

(3) $\ln e^2 = 2$ — a — b

السبب :

(باستخدام الآلة الحاسبة) أو $\ln e^2 = 2 \ln e = 2$

(4) حل المعادلة: $\ln x = -2$ هو e^2 — a — b

السبب :

بالتعويض عن $x = e^2$ أو $\ln x = -2 \Rightarrow x = e^{-2} \Rightarrow x = \frac{1}{e^2}$

(5) حل المعادلة: $e^{\frac{x}{5}} + 4 = 7$ هو $5\ln 3$ — a — b

السبب :

$$e^{\frac{x}{5}} + 4 = 7 \Rightarrow e^{\frac{x}{5}} = 3 \Rightarrow \ln e^{\frac{x}{5}} = \ln 3 \Rightarrow \frac{x}{5} = \ln 3 \Rightarrow x = 5 \ln 3$$

(بالتعويض عن $x = 5 \ln 3$ واستخدام الآلة الحاسبة)

في التمارين (14–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) $3\ln 4 - 5\ln 2$ على شكل لوغاريتم واحد تكتب:

(a) $\ln(-18)$ (b) $\ln\left(\frac{6}{5}\right)$ (c) $\ln 2$ (d) $\ln 32$

السبب :

$$3\ln 4 - 5\ln 2 = \ln 4^3 - \ln 2^5 = \ln\frac{4^3}{2^5} = \ln 2$$

(أ واستخدام الآلة الحاسبة **جرب جميع النواتج**)

(7) $e^{\ln 10}$ تساوي:

(a) 10 (b) e^{10} (c) 0 (d) $\frac{1}{10}$

السبب :

من خواص اللوغاريتم الطبيعي $e^{\ln 10} = 10$

(أ واستخدام الآلة الحاسبة)

(8) حل المعادلة $\ln(2m+3) = 8$ هو:

(a) $e^8 - 3$ (b) $\frac{e^8}{2} - 3$ (c) $\frac{e^8 - 3}{2}$ (d) $e^4 - 3$

السبب :

$$\ln(2m+3) = 8 \Rightarrow 2m + 3 = e^8 \Rightarrow 2m = e^8 - 3 \Rightarrow m = \frac{e^8-3}{2}$$

(9) حل المعادلة $\ln 4r^2 = 3$ هو:

(a) $\frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}$ (b) $\frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}, \frac{-e^{\frac{3}{2}}}{2}$ (c) $\frac{e^{-\frac{3}{2}}}{2}$ (d) $e^{\frac{3}{2}}, -e^{\frac{3}{2}}$

السبب :

بالتعويض المباشر عن قيم x في مجال الدالة أو كما يلي

$\ln 4t^2 = 3$ مجموعة التعويض $4r^2 > 0 \Rightarrow t^2 > 0 \Rightarrow |r| > 0$

مجموعة التعويض $= \mathbb{R} - \{0\}$

$$\ln 4r^2 = 3 \Rightarrow \ln 2^2 r^2 = 3 \Rightarrow \ln(2r)^2 = 3 \Rightarrow 2\ln|2r| = 3$$

$$\ln|2r| = \frac{3}{2} \Rightarrow |2r| = e^{\frac{3}{2}} \Rightarrow |r| = \frac{e^{\frac{3}{2}}}{2} \Rightarrow r = \pm = \frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}$$

(10) حل المعادلة $e^{2x} = 10$ هو:

(a) $x = \frac{\ln 10}{2}$ (b) $\ln 5$ (c) $\frac{5}{e}$ (d) $2\ln 10$

السبب :

بأخذ لوغاريتم الطرفين $e^{2x} = 10$

$$\ln e^{2x} = \ln 10 \Rightarrow 2x = \ln 10 \Rightarrow x = \frac{\ln 10}{2}$$

(11) $\{e^2\}$ هي مجموعة حل المعادلة:

(a) $\ln x = 2$ (b) $\ln x^2 = 2$ (c) $\ln x^2 = 4$ (d) $\ln x = 4$

السبب :

حول إلي الصورة الأسية $\ln x = 2 \Rightarrow x = e^2$

---

(12) حل المعادلة $e^{x+1} = 13$ هو:

(b) $x = \ln 13 + 1$ (b) $x = \ln 13 - 1$ (c) $x = \ln 13$ (d) $x = \ln 12$

السبب :

بأخذ لوغاريتم الطرفين $e^{x+1} = 13$

$$\ln e^{x+1} = \ln 13 \Rightarrow x + 1 = \ln 13 \Rightarrow x = \ln 13 - 1$$

---

(13) حل المعادلة $\ln(x-2)^2 = 6$ هو:

(a) $2 + e^3$ (b) $2 - e^3$ (c) $2 \pm e^3$ (d) $2 \pm e^6$

السبب :

$$\ln(x-2)^2 = 6 \Rightarrow 2\ln|x-2| = 6 \Rightarrow \ln|x-2| = \frac{6}{2} = 3$$

$$|x-2| = e^3 \Rightarrow x - 2 = \pm e^3 \Rightarrow x = 2 \pm e^3$$

---

(14) حل المعادلة $e^{\frac{x}{2}+1} + 3 = 8$ هو:

(a) $x = 2\ln 5 - 1$ (b) $x = 2\ln 5 - 2$ (c) $x = 2\ln 4$ (d) $x = \frac{1}{2}(\ln 5 - 1)$

السبب :

بأخذ لوغاريتم الطرفين $e^{\frac{x}{2}+1} + 3 = 8 \Rightarrow e^{\frac{x}{2}+1} = 8 - 3 = 5$

$$\ln e^{\frac{x}{2}+1} = 5 \Rightarrow \frac{x}{2} + 1 = e^5 \Rightarrow \frac{x}{2} = e^5 - 1 \Rightarrow x = 2(e^5 - 1)$$

$$x = -2 + 2e^5 = 2e^5 - 2$$

الخلاصـــة في الرياضيات

تجميع أ. حســن عودة

رياضيات الصف - ١١ ع

حلول الموضوعي مع السبب

الوحدة الخامسة

الترم الأول : ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

مع حذف الأجزاء المعلقة

المتجه في المستوى
The Vector in the Plane

تمرّن 5-1

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (4-1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط التالية: $A(2,1), B(-3,0), C(3,-4), D(x,y)$

(1) الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لـ $\overrightarrow{BA}$: هو $(-5,-1)$ (a) (b)

السبب :

متجه الموضع للقطعة الموجهة $\overrightarrow{BA}$ يمثله الزوج المرتب التالي :

$$(x_A - x_B, y_A - y_B) = (2-(-3), 1-0) = (5,1)$$

(2) مركّبات $\overrightarrow{BC}$ هي $<6,4>$ (a) (b)

السبب :

$$\langle \overrightarrow{BC} \rangle = \langle x_C - x_B, y_C - y_B \rangle = \langle 3-(-3), -4-0 \rangle = \langle 6,-4 \rangle$$

(3) المثلث ABC هو متطابق الضلعين. (a) (b)

السبب :

$$\langle \overrightarrow{BC} \rangle = \langle 6,-4 \rangle \quad , \langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle -5,-1 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{AC} \rangle = \langle x_C - x_A, y_C - y_A \rangle = \langle 3-2, -4-1 \rangle = \langle 1,-5 \rangle$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} \ units$$

$$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{(1)^2 + (-5)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26} \ units$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-5)^2 + (-1)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{52} \ units$$

المثلث متطابق الضلعين لأن $\|\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{AB}\|$

(4) إذا كان $<\overrightarrow{CD}> = <\overrightarrow{AB}>$ فإن: $x=-2, y=-5$ (a) (b)

السبب :

نفرض أن $D(x,y)$

$$\langle \overrightarrow{CD} \rangle = \langle x_D - x_C, y_D - y_C \rangle = \langle x-3, y+4 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{CD} \rangle = \langle \overrightarrow{AB} \rangle \Rightarrow \langle x-3, y+4 \rangle = \langle -5,-1 \rangle \Rightarrow x=-2, y=-5$$

في التمارين (8–5)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) في المستوى الإحداثي إذا كان $\vec{u} = \langle -2, 2 \rangle$

فإن قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{u}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يساوي:

(a) $45°$ (b) $-45°$ (c) $135°$ (d) $225°$

السبب :

$\vec{u} = \langle -2, 2 \rangle$ $x = -2$ ، $y = 2$ و θ تقع في الربع الثاني

$\alpha = \tan^{-1} \left| \frac{2}{-2} \right| = 45° = \frac{\pi}{4}$ أي $\theta = 180° - 45° = 135°$

---

(6) لنأخذ في المستوى الإحداثي $\vec{u} = \langle \frac{12}{13} , y \rangle$. إذا كان $\vec{u}$ متجه وحدة فإن y يساوي:

(a) $\frac{1}{13}$ (b) $\frac{\sqrt{13}}{13}$ (c) $\frac{5}{13}$ (d) $\pm\frac{5}{13}$

السبب :

$\vec{u} = \langle \frac{12}{13} , y \rangle$ متجه وحدة $y = \pm\sqrt{1 - (\frac{12}{13})^2} = \pm\frac{5}{12}$

---

(7) لتكن في المستوى الإحداثي النقاط: $A(1,3), B(3,2), C(0,-1), D(-4,1)$ فيكون:

(a) $< \overrightarrow{AB} > = < \overrightarrow{CD} >$ (b) $< \overrightarrow{AB} > = - < \overrightarrow{CD} >$

(c) $< \overrightarrow{CD} > = -2 < \overrightarrow{AB} >$ (d) $< \overrightarrow{AB} > = -2 < \overrightarrow{CD} >$

السبب :

$$A(1,3) , B(3,2) , C\ (0 , -1\ ) , D\ (-4 , 1)$$

$$\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle x_B - x_A , y_B - y_A \rangle = \langle 3 - 1, 2 - 2 \rangle = \langle 1, -1 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{CD} \rangle = \langle x_D - x_C , y_D - y_C \rangle = \langle -4 - 0, 1 + 1 \rangle = \langle -4,2 \rangle$$

$$\langle \overrightarrow{CD} \rangle = -2 \langle \overrightarrow{AB} \rangle$$

---

(8) لنأخذ في المستوى الإحداثي النقاط: $E(2,4), F(-1,-5), G(x,y)$ إذا كان: $< \overrightarrow{EF} > = < \overrightarrow{EG} >$ فإن (x, y) يساوي:

(a) $(-1,-5)$ (b) $(-5,-13)$ (c) $(5,13)$ (d) $(1,5)$

السبب :

$$E(2,4) , F(-1,-5) , G\ (x , y\ )$$

$$\langle \overrightarrow{EF} \rangle = \langle \overrightarrow{EG} \rangle$$

$$\langle -3 , -9 \rangle = \langle x - 2 , y - 4 \rangle$$

$$x = -1 \ , \ y = 5 \quad \Rightarrow \quad G\ (-1 , -5\ )$$

تمرّنْ
5–2

جمع المتجهات وطرحها
Addition and Subtraction of Vectors

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان $<\overrightarrow{AB}>+<\overrightarrow{BC}>=<\overrightarrow{AC}>$ فإن: $AB+BC=AC$

(a) (b)

السبب :

$$\langle\overrightarrow{AC}\rangle = \langle\overrightarrow{AB}\rangle + \langle\overrightarrow{BC}\rangle$$

(قاعدة شال تتطبق على المتجهات وليس على القطع المستقيمة)

(2) $<\overrightarrow{AC}>+<\overrightarrow{BA}>+<\overrightarrow{CB}>=\vec{0}$

(a) (b)

السبب :

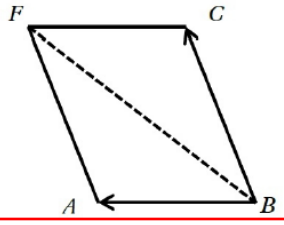
$$\langle\overrightarrow{AC}\rangle + \langle\overrightarrow{BA}\rangle + \langle\overrightarrow{CB}\rangle = \langle\overrightarrow{AC}\rangle + \langle\overrightarrow{CB}\rangle + \langle\overrightarrow{BA}\rangle = \langle\overrightarrow{AB}\rangle + \langle\overrightarrow{BA}\rangle = \langle\overrightarrow{AA}\rangle = 0$$

(3) $ABCF$ متوازي أضلاع حيث: $<\overrightarrow{BF}>=<1,4>$ ، $<\overrightarrow{BA}>=<-2,3>$

$\therefore <\overrightarrow{BC}>=<3,1>$

(a) (b)

السبب :



$$\langle\overrightarrow{BC}\rangle = \langle\overrightarrow{BF}\rangle - \langle\overrightarrow{BA}\rangle$$

$$\langle\overrightarrow{BC}\rangle = \langle 1,4\rangle - \langle -2,3\rangle = \langle 1,4\rangle + \langle 2,-3\rangle$$

$$\langle\overrightarrow{BC}\rangle = \langle 3,1\rangle$$

(5) في المثلث ABC: $< \overrightarrow{AB} > - < \overrightarrow{AC} > + < \overrightarrow{BC} > - < \overrightarrow{BA} > = < \overrightarrow{AB} >$

(a) (b)

السبب :

$$\langle \overrightarrow{AB} \rangle - \langle \overrightarrow{AC} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle - \langle \overrightarrow{BA} \rangle = \langle \overrightarrow{AB} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle + \langle \overrightarrow{CA} \rangle + \langle \overrightarrow{AB} \rangle$$

$$= \langle \overrightarrow{AC} \rangle + \langle \overrightarrow{CB} \rangle = \langle \overrightarrow{AB} \rangle$$

(6) إذا كان $\vec{L} = < \overrightarrow{AC} > + 2 < \overrightarrow{AB} > - < \overrightarrow{BC} >$ فإن:

(a) $\vec{L} = \frac{1}{2} < \overrightarrow{AB} >$ (b) $\vec{L} = -\frac{1}{2} < \overrightarrow{AB} >$

(c) $\vec{L} = 3 < \overrightarrow{AB} >$ (d) $\vec{L} = -3 < \overrightarrow{AB} >$

السبب :

$$\vec{L} = \langle \overrightarrow{AC} \rangle + 2\langle \overrightarrow{AB} \rangle - \langle \overrightarrow{BC} \rangle = \langle \overrightarrow{AC} \rangle + 2\langle \overrightarrow{AB} \rangle + \langle \overrightarrow{CB} \rangle$$

$$= \langle \overrightarrow{AC} \rangle + \langle \overrightarrow{CB} \rangle + 2\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle \overrightarrow{AB} \rangle + 2\langle \overrightarrow{AB} \rangle = 3\langle \overrightarrow{AB} \rangle$$

(7) إذا كان $< \overrightarrow{AM} > = 2(3\vec{i} - \vec{j}) + 3(-2\vec{i}) - 2\vec{j}$، فإن $< \overrightarrow{AM} >$ يساوي:

(a) $2\vec{i} - 3\vec{j}$ (b) $3\vec{i} - 2\vec{j}$

(c) $-4\vec{j}$ (d) $6\vec{i} - 6\vec{j}$

السبب :

$$\langle \overrightarrow{AM} \rangle = 2(3\vec{i} - \vec{j}) + 3(-2\vec{i}) - 2\vec{j} = (6\vec{i} - 2\vec{j}) + (-6\vec{i}) - 2\vec{j} = -4\vec{j}$$

(8) $ABCD$ متوازي أضلاع حيث: $A(-2,1), B(0,-2), C(3,-1)$. إذاً إحداثيات D هي:

(a) $(2,2)$ (b) $(-1,2)$ (c) $(1,2)$ (d) $(1,-2)$

السبب :

نفرض أن $D(x,y)$ ∵ الشكل **ABCD** متوازي أضلاع

$$\therefore \langle \overrightarrow{BA} \rangle = \langle \overrightarrow{CD} \rangle$$

$$\langle -2,3 \rangle = \langle x-3, y+1 \rangle$$

$$x = -1 \quad , \quad y = 2$$

(9) $\vec{V} = x\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{U} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ هما متجهان متوازيان. قيمة x هي:

(a) 2 (b) -2 (c) 8 (d) -8

السبب :

∵ $\vec{V} \;//\; \vec{U}$ فإن $\frac{x_V}{x_U} = \frac{y_V}{y_U}$ أي أن $\frac{x}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$

تمرّنْ
5–3

الضرب الداخلي
Scalar Product

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (6–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$، فإن $\vec{u}\perp\vec{v}$ (a) (b)

السبب :

من تعريف حاصل ضرب متجهين

(2) إذا كان $\vec{u}\perp\vec{v}$, $\vec{u}=<-2,x>,\vec{v}=<5,1>$، فإن $x=-10$ (a) (b)

السبب : $\vec{u}\perp\vec{v}$ ∵ فإن $\vec{u}\,.\,\vec{v}=0 \Rightarrow -2\times5+x=0 \Longrightarrow -10+x=0$

$x=10$

(3) إذا كان $\vec{u}\cdot\vec{w}=-5,\vec{v}\cdot\vec{w}=3$، فإن $(\vec{u}-\vec{v})\cdot\vec{w}=-8$ (a) (b)

السبب :

$$(\vec{u}-\vec{v})\,.\,\vec{w}=\vec{u}\,.\,\vec{w}-\vec{v}\,.\,\vec{w}=-5-3=-8$$

(4) إذا كانت $A(-1,2),B(2,3),C(-4,5)$، فإن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-6$ (a) (b)

السبب :

$$\overrightarrow{AB}=\langle 2+1\,,3-2\rangle=\langle 3\,,\ 1\rangle$$

$$\overrightarrow{AC}=\langle -4+1\,,5-2\rangle=\langle -3\,,\ 3\rangle$$

$$\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}=\langle 3\,,\ 1\rangle\,.\langle -3\,,\ 3\rangle=-9+3=-6$$

(5) إذا كانت $L(-3,4),M(0,5)$، فإن $\|\overrightarrow{LM}\|=10$ (a) (b)

السبب :

$$\overrightarrow{LM}=\langle 0-(-3)\,,\ 5-4\rangle=\langle 3\,,\ 1\rangle$$

$$\|\overrightarrow{LM}\|=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$$

(6) $\vec{A},\vec{B}$ متجهان في المستوى حيث $\vec{A}=<2,-3>,\vec{B}=<1,0>$ (a) (b)

$$\therefore\ \cos(\vec{A},\vec{B})=2\frac{\sqrt{13}}{13}$$

السبب :

$$\cos(\vec{A}\,,\ \vec{B})=\frac{\vec{A}\,.\vec{B}}{\|\vec{A}\|\,\|\vec{B}\|}=\frac{\langle 2,-3\rangle\,.\langle 1,0\rangle}{\sqrt{4+9}\times\sqrt{1+0}}=\frac{2+0}{\sqrt{13}}=2\,\frac{\sqrt{13}}{13}$$

في التمارين (14–7)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(7) إذا كان $\vec{u}\cdot\vec{v}=3$ ، $\vec{v}=<-1,m>$ ، $\vec{u}=<2,-2>$، فإن m تساوي:

a $-\frac{5}{2}$ b $\frac{5}{2}$ c $\frac{1}{2}$ d $-\frac{1}{2}$

السبب :

$$\vec{u}.\vec{v}=3 \implies \langle 2,-2\rangle.\langle -1,m\rangle=3 \quad -2-2m=3$$

$$-2-2m=3 \implies -2m=5 \implies m=-\frac{5}{2}$$

(13) إذا كان $\vec{u} \perp \vec{v}$ ، $\vec{u} = <-5, m>, \vec{v} = <2, 3>$ فإن m تساوي:

(a) $\frac{10}{3}$ (b) $-\frac{3}{10}$ (c) $\frac{-10}{3}$ (d) $\frac{15}{2}$

السبب :

$$\vec{u} \perp \vec{v} \quad \text{فإن} \quad \because \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow -5 \times 2 + 3m = 0 \Rightarrow -10 + 3m = 0$$

$$3m = 10 \Rightarrow m = \frac{10}{3}$$

---

(14) إذا كان $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -2$ فإن $m(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ **لا يمكن** أن يساوي:

(a) 60° (b) 28° (c) 122° (d) 50°

السبب :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -2, -2 < 0 \quad \text{لابد أن} \quad 90^\circ < \cos(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) < 180^\circ$$

$$m(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) = 122^\circ$$

الخلاصـــة في الرياضيات

تجميع أ. حســن عودة

رياضيات الصف - ١١ ع

حلول الموضوعي مع السبب

الوحدة السادسة

الترم الأول : ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

مع حذف الأجزاء المعلقة

تمرّنْ 6-1

المجتمع الإحصائي والمعاينة
Statistical Population and Sampling

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(2) وحدة الدراسة لعدد زوار مركز علمي في يوم واحد هي أي زائر.

(a) (b)

السبب :
لأن الدراسة لعدد زوار المركز .

(3) يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة أنواع السمك الموجودة في أحد المحيطات.

(a) (b)

السبب :
لانه لايمكن جمع جمع أنواع الأسماك

(4) عدد الصفحات في كتاب ما هو بيانات كمية مستمرة.

(a) (b)

السبب :
عدد الصفحات في كتاب ما معلوم عددها وبالتالي فهي بيانات كمية

في التمارين (10–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) البيانات الكيفية تكون:

(a) اسمية أو مرتبة (b) مرتبة فقط
(c) متقطعة (d) اسمية فقط

السبب :
البيانات الكيفية تكون إسمية أو مرئية .

(7) البيانات المستمرة هي بيانات:

(a) اسمية (b) مرتبة (c) كمية (d) كيفية

السبب :
البيانات المستمرة هي بيانات كمية .

في التمارين (10–6)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(8) عند إجراء تحاليل الدم نستخدم:

(a) الحصر الشامل
(b) المعاينة
(c) الحصر الشامل والمعاينة
(d) ليس أيًّا مما سبق

السبب :
عند إجراء تحاليل الدم نستخدم المعاينة .

---

(9) البيانات الكمية تكون:

(a) اسمية أو مرتبة
(b) مرتبة فقط
(c) متقطعة أو مستمرة
(d) مستمرة فقط

السبب :
من التعريف

---

(10) عدد المشاهدين في مباراة كرة قدم هو عبارة عن بيانات:

(a) كيفية اسمية
(b) كيفية مرتبة
(c) كمية متقطعة
(d) كمية مستمرة

السبب :
عدد المشاهدين في مبارة كرة قدم هو عبارة عن بيانات كمية متقطعة .
لانه يمكن معرفه عدد المشاهدين من خلال عدد التذاكر المباعة .

تمرّنْ
6–2

العينات
Samples

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(2) لا يوجد فرق بين العينة العشوائية البسيطة والعينة العشوائية الطبقية. (a) (b)

العينة العشوائية البسيطة هى عينة جميع مفرداتها متجانسة .

العينة الطبقية هى مجموعات غير متقاطعة أى تتكون من طبقات مختلفة فيما بينها ولكن كل طبقة متجانسة فى داخلها .

(3) حجم المجتمع = $\frac{\text{كسر المعاينة}}{\text{حجم العينة}}$ (a) (b)

السبب :

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائى}}$$

$$\text{حجم المجتمع} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{كسر المعاينة}}$$

(4) حجم المجتمع الإحصائي = طول الفترة × حجم العينة (a) (b)

السبب :

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائى}}{\text{حجم العينة}}$$

حجم المجتمع الإحصائى = طول الفترة × حجم العينة

(5) إذا كان طول الفترة يساوي 70، والمفردة الأولى تساوي 43، فالمفردة الخامسة تساوي 322 (a) (b)

السبب :

المفردة الأولى = 43 ، المفردة الثانية = 43 + 70

المفردة الثالثة = 43 + 2(70) ، ..... ، المفردة الخامسة = 43 + 4(70)

وبالتالى فإن المفردة الخامسة : 43 + 4(70) = 43 + 280 = 323

في التمارين (6–10)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(6) يتوافر في العينة العشوائية البسيطة:

(a) شرط التحيز
(b) الإتاحة لكل عنصر فيها الفرصة نفسها في الظهور
(c) شرط العشوائية والانتظام
(d) كل مما سبق.

السبب :

يتوافر فى العينة العشوائية البسيطة الإتاحة لكل عنصر فيها الفرصة نفسها فى الظهور .

(7) يتوفر في العينة المنتظمة:

(a) شرط العشوائية والانتظام
(b) شرط الانتظام فقط
(c) شرط العشوائية فقط
(d) ليس أيًّا مما سبق

السبب :

يتوفر فى العينة المنتظمة العشوائية والانتظام .

(8) عند استخدام العينة الطبقية يفضل أن:

(a) تكون عشوائية ومنتظمة
(b) تكون طبقات المجتمع متجانسة بداخلها مختلفة في ما بينها
(c) لا تتيح لكل عنصر فيها الفرصة نفسها في الظهور
(d) ليس أيًّا مما سبق

السبب :

عند استخدام العينة الطبقية يفضل أن تكون طبقات المجتمع متجانسة بداخلها مختلفة فى ما بينها .

(9) إذا كان حجم العينة يساوي 100 وحجم المجتمع الإحصائي يساوي 2 000، فكسر المعاينة يساوي:

(a) 0.3
(b) 0.5
(c) 0.05
(d) 0.02

السبب :

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائى}} = \frac{100}{2000} = 0.05$$

(10) إذا كان طول الفترة يساوي 40 وحجم المجتمع الإحصائي يساوي 1000، فحجم العينة يساوي:

(a) 35
(b) 25
(c) 40
(d) 30

السبب :

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائى}}{\text{حجم العينة}}$$

$$\text{حجم العينة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائى}}{\text{طول الفترة}} = \frac{1000}{40} = 25$$

القاعدة التجريبية

Empirical Rule

تمرّنْ 6–5

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) يمكن أن يكون شكل التوزيع الطبيعيّ جرسًا غير متماثل. (a) (b)

السبب

لن تتقاطع الدوال في حالة الانعكاس في المحور السيني

(2) في التوزيع الطبيعيّ المنوال والوسيط غير متساويين. (a) (b)

السبب لأنه من خواص التوزيع الطبيعى أن تتساوى فيه قيم المتوسط الحسابى والوسيط والمنوال

(3) في التوزيع الطبيعيّ الفترة $[\bar{x}-\sigma\ ,\ \bar{x}+\sigma]$ تحتوي على 95% من البيانات. (a) (b)

السبب :

لأن الفترة $[\bar{x}-\sigma\ ,\ \bar{x}+\sigma]$ تحتوى على 68% من قيم البيانات

(4) في التوزيع الطبيعيّ 99.7% من البيانات توجد في الفترة $[\bar{x}-3\sigma\ ,\ \bar{x}+3\sigma]$. (a) (b)

السبب :

العبارة صحيحة

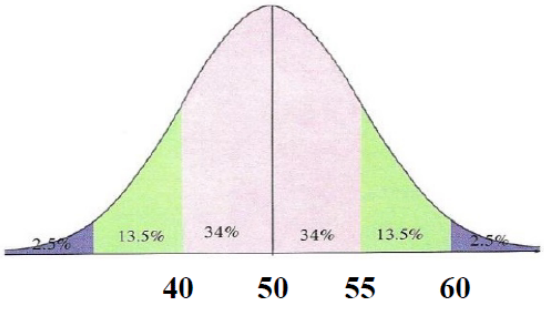
(6) تزعم شركة أن متوسط عمر منتجها هو 50 شهرًا مع انحراف معياري 5 أشهر. النسبة المئوية للمنتجات التي يزيد عمرها عن 50 شهرًا هي:

(a) 50% (b) 55% (c) 45% (d) 40%

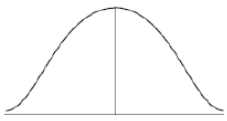
السبب :

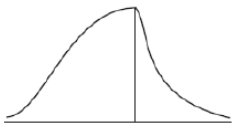
النسبة المئوية للمنتجات التي تزيد عمرها عن 50 شهر =

= 34% + 13.5% + 2.5% = 50%



(7) التمثيل الأفضل للتوزيع الطبيعيّ هو:

a 

b 

c

d

السبب : لأنه على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول محور المتوسط الحسابي

(8) الفترة $[\bar{x}-2\sigma\ ,\ \bar{x}+2\sigma]$ تحتوي على:

(a) 68% من البيانات

(b) 99.7% من البيانات

(c) 90% من البيانات

(d) 95% من البيانات

السبب :

لأن الفترة $[\ \bar{\mathbf{x}}-2\sigma\ ,\ \bar{\mathbf{x}}+2\sigma\ ]$ تحتوى على 95% من قيم البيانات

القيمة المعيارية

Standarized Value

تمرّنْ 6–6

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (4–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) القيمة المعيارية $= \frac{\bar{x}-x}{\sigma}$ (a) (b)

السبب :

القيمة المعيارية $z = \frac{x-\bar{x}}{\sigma}$

(3) في بيانات حيث المتوسط الحسابي $\bar{x} = 14$ والانحراف المعياري $\sigma = 4$

فإن القيمة المعيارية للمفردة $x = 16$ هي: $z = 0.5$ (a) (b)

السبب :

القيمة المعيارية للمفردة 16 : $z = \frac{x-\bar{x}}{\sigma} = \frac{16-14}{4} = 0.5$

(4) في بيانات حيث المتوسط الحسابي $\bar{x} = 12$ والقيمة المعيارية للمفردة $x = 15$

هي: $z = 0.4$ ، فإن الانحراف المعياري: $\sigma = 7.5$ (a) (b)

السبب :

القيمة المعيارية للمفردة 15 : $z = \frac{x-\bar{x}}{\sigma} \Rightarrow 0.4 = \frac{15-12}{\sigma}$

$\therefore \frac{3}{\sigma} = 0.4 \Rightarrow 0.4\sigma = 3 \Rightarrow \sigma = \frac{3}{0.4} = 7.5$

في التمارين (8–5)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) القيمة المعيارية للمفردة 14 مقارنة بقيم بيانات حيث المتوسط الحسابي 12.5 والانحراف المعياري 6 هي:

(a) -0.25 (b) 0.25 (c) 2.5 (d) -2.5

السبب :

$z = \frac{x-\bar{x}}{\sigma} = \frac{14-12.5}{6} = 0.25$

(6) القيمة المعيارية لمفردة من بيانات هي 0.625 والمتوسط الحسابي 12 والانحراف المعياري 8 فإن هذه المفردة تساوي:

(a) 7 (b) −7 (c) 17 (d) −17

السبب :

القيمة المعيارية للمفردة x : $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \Rightarrow 0.625 = \frac{x - 12}{8}$

$\therefore x - 12 = 8(0.625) \Rightarrow x - 12 = 5 \Rightarrow x = 5 + 12 = 17$

(7) القيمة المعيارية للمفردة 14 من بيانات هي 0.6 والمتوسط الحسابي 11 فإن الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات هو:

(a) 0.2 (b) −0.2 (c) −5 (d) 5

السبب :

القيمة المعيارية للمفردة 14 : $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \Rightarrow 0.6 = \frac{14 - 11}{\sigma}$

$\therefore \frac{3}{\sigma} = 0.6 \Rightarrow 0.6\sigma = 3 \Rightarrow \sigma = \frac{3}{0.6} = 5$

(8) القيمة المعيارية للمفردة 18 من بيانات هي 0.75 والانحراف المعياري 8 فإن المتوسط الحسابي هو:

(a) 24 (b) 12 (c) −12 (d) −24

السبب :

القيمة المعيارية للمفردة 18 : $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \Rightarrow 0.75 = \frac{18 - \bar{x}}{8}$

$\therefore 18 - \bar{x} = 8(0.75) \Rightarrow 18 - \bar{x} = 6 \Rightarrow \bar{x} = 18 - 6 = 12$