نموذج اجابة امتحان تجريبي (١)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٣/ ٢٠٢٤

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

الفترة الدراسية الأولي (نموذج ١) للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي 2024 \ 2023 م

المجال الدراسي: الرياضيات – الزمن: ساعتان وخمس وأربعون دقيقة – الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول: أسئلة مقالية.

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل فى كل منها.

15

8 درجات

السؤال الأول:

(a) أوجـــد: $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x}$

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 نحصل على صيغة غير معينة

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x}$$

1 $$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x} \times \frac{\sqrt{x^2+3}+2}{\sqrt{x^2+3}+2}$$

1 $$= \frac{x^2+3-4}{(x^2-x)(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

1 $$= \frac{x^2-1}{x(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)} \qquad x \neq 1$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{(x+1)}{x(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$\frac{1}{2}$ $$\lim_{x\to 1}(x^2+3) = 4 \,, 4 > 0$$

2

$$\lim_{x\to 1}\left(x\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)\right) = \lim_{x\to 1} x\left(\lim_{x\to 1}\sqrt{x^2+3} + \lim_{x\to 1} 2\right) = 1\left(\sqrt{\lim_{x\to 1}(x^2+3)}+2\right) = 4 \quad ,4 \neq 0$$

$1\frac{1}{2}$ $$\therefore \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x} = \lim_{x\to 1}\frac{(x+1)}{x(\sqrt{x^2+3}+2)} = \frac{\lim\limits_{x\to 1}(x+1)}{\lim\limits_{x\to 1}\left(x\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)\right)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

7 درجات

(b) للمنحنى الذي معادلته : $y^2+\sqrt{y}+x^2=3$ أوجد y'

ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(1,1)$

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة الى x

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}\left(y^2+\sqrt{y}+x^2\right)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}(3)$$ 1

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}(y^2)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}\left(\sqrt{y}\right)+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}(\mathrm{x}^2)=0$$ 1

$$2y\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}+\frac{1}{2\sqrt{y}}\frac{dy}{dx}+2\mathrm{x}=0$$ $1\frac{1}{2}$

$$2y\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}+\frac{1}{2\sqrt{y}}\frac{dy}{dx}=-2\mathrm{x}$$ 1

$$\left(2\mathrm{y}+\frac{1}{2\sqrt{y}}\right)\frac{dy}{dx}=-2\mathrm{x}$$ 1

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-2x}{(2\mathrm{y}+\frac{1}{2\sqrt{y}})}$$ $\frac{1}{2}$

$$\frac{dy}{dx}\vdots_{(1,1)}=\frac{-2(1)}{2(1)+\frac{1}{2\sqrt{1}}}=\frac{-4}{5}$$ 1

ميل المماس للمنحنى عند النقطة $(1,1)$ $=\frac{-4}{5}$

15

8 درجات

السؤال الثاني:

(a)_ أوجـد: $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$

1 $$f(x) = \frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3} = \frac{\sqrt{x^2(1-\frac{3}{x})}}{x(1-\frac{3}{x})}$$

1 $$= \frac{|x|\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{x(1-\frac{3}{x})}$$

1 $$= \frac{x\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{x(1-\frac{3}{x})}$$

عندما $|x| = x \,, x > 0$

بشرط $x \neq 0$

1 $$= \frac{\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(1-\frac{3}{x})}$$

1 $$\lim_{x\to\infty}(1-\frac{3}{x}) = \lim_{x\to\infty}1 - \lim_{x\to\infty}\frac{3}{x} = 1 - 0 = 1 \,, 1 > 0$$

1 $$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{3}{x}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}(1-\frac{3}{x})} = \sqrt{1} = 1$$

1 $$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right) = \lim_{x\to\infty}1 - \lim_{x\to\infty}\frac{3}{x} = 1 - 0 = 1 \quad ,1 \neq 0$$

1 $$\therefore \quad \lim_{x\to\infty}f(x) = \frac{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{\lim\limits_{x\to\infty}1-\frac{3}{x}} = \frac{1}{1} = 1$$

7درجات

(b)

لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} 5 & : x=1 \\ ax+b & : 1<x<4 \\ b+8 & : x=4 \end{cases}$$

متصلة على [1 , 4] أوجد قيم الثابتين a , b

1 الدالة f متصلة على [1,4]

متصلة عند x=1 من جهة اليمين و متصلة عند x=4 من جهة اليسار

1 $$f(1)=\lim_{x\to 1^+} f(x)$$

1 $$5=\lim_{x\to 1^+}(ax+b)$$

$\frac{1}{2}$ $$5=a+b$$

1 $$f(4)=\lim_{x\to 4^-} f(x)$$

1 $$b+8=\lim_{x\to 4^-}(ax+b)$$

$\frac{1}{2}$ $$b+8=4a+b$$

$\frac{1}{2}$ $$8=4a\to a=2$$

$\frac{1}{2}$ $$5=2+b\to b=3$$

السؤال الثالث:

15
8 درجات

(a) لتكن : $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$, $g(x) = \sqrt{x}$

أوجد باستخدام قاعدة السلسلة $(fog)'(1)$

الدرجة	الحل
1	$(fog)'(1) = f'(g(1)).g'(1)$
1	$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
1	$g'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2}$
1	$g(1) = 1$
1	$f'(x) = \frac{(x^2+4)(2x)-(x^2-4)(2x)}{(x^2+4)^2}$
1	$f'(g(1)) = \frac{((1)^2+4)(2(1))-((1)^2-4)(2(1))}{((1)^2+4)^2} = \frac{16}{25}$
1	$(fog)'(1) = f'(g(1)).g'(1)$
1	$(fog)'(1) = \frac{16}{25} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{25}$

7 درجات

(b)

بين أن الدالة f: $f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$، ثم أوجد c الذي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك .

الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$ دالة كثيرة حدود متصله على R فهي متصلة على الفترة $[0, 4]$

1 وقابلة للاشتقاق على $(0, 4)$

شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0, 4]$

يوجد على الاقل $c \in (0, 4)$ بحيث

1 $$\grave{f}(x) = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$

$\frac{1}{2}$ $$f(4) = (4)^3 - 3(4) + 2 = 54$$

$\frac{1}{2}$ $$f(0) = (0)^3 - 3(0) + 2 = 2$$

1 $$\grave{f}(x) = 3x^2 - 3$$

$\frac{1}{2}$ $$\grave{f}(c) = 3c^2 - 3$$

$\frac{1}{2}$ $$3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4}$$

$\frac{1}{2}$ $$3c^2 - 3 = 13$$

$\frac{1}{2}$ $$c^2 = \frac{16}{3}$$

$\frac{1}{2}$ $$c = \frac{4\sqrt{3}}{3} \in (0, 4), c = \frac{-4\sqrt{3}}{3} \notin (0, 4)$$

التفسير:

$\frac{1}{2}$ يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ يوازي القاطع المار بالنقطتين $(4, 54), (0, 2)$

15

9درجات

السؤال الرابع: (a)

ادرس تغير الدالة f : $f(x) = -x^3 - 3x$ وارسم بيانها.

$\frac{1}{2}$ fدالة كثيرة حدود مجالها R

$\frac{1}{2}$ نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة $\lim_{x\to-\infty} f(x) == \infty$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

نوجد النقاط الحرجة

fدالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها $\acute{f}(x) = -3x^2 - 3$

1 $\acute{f}(x) = 0$

$-3x^2 - 3 = 0$

$\acute{f}(x) \neq 0$

1 **لا يوجد نقاط حرجة**

$-\infty$ ⟵⟶ ∞

الفترات	$(-\infty\,,\infty)$
اشارة $\acute{f}$	- - - - - - - -
سلوك f	متناقصة

$\frac{1}{2}$

الدالة f متناقصة على الفترة $(-\infty\,,\infty)$

1

$\acute{\acute{f}}(x) = -6x$

$\acute{\acute{f}}(x) = 0$

$-6x = 0 \quad x = 0$

$f(0) = 0$

$-\infty$ 0 ∞

الفترات	$(-\infty\ ,0)$	$(0\ ,\infty\ )$
اشارة f''	+ +	- -
سلوك f		

1

1 منحنى الدالة مقعر لأعلى على الفترة $(-\infty\ ,0)$ ومقعر لأسفل على الفترة $(0\ ,\infty\ )$

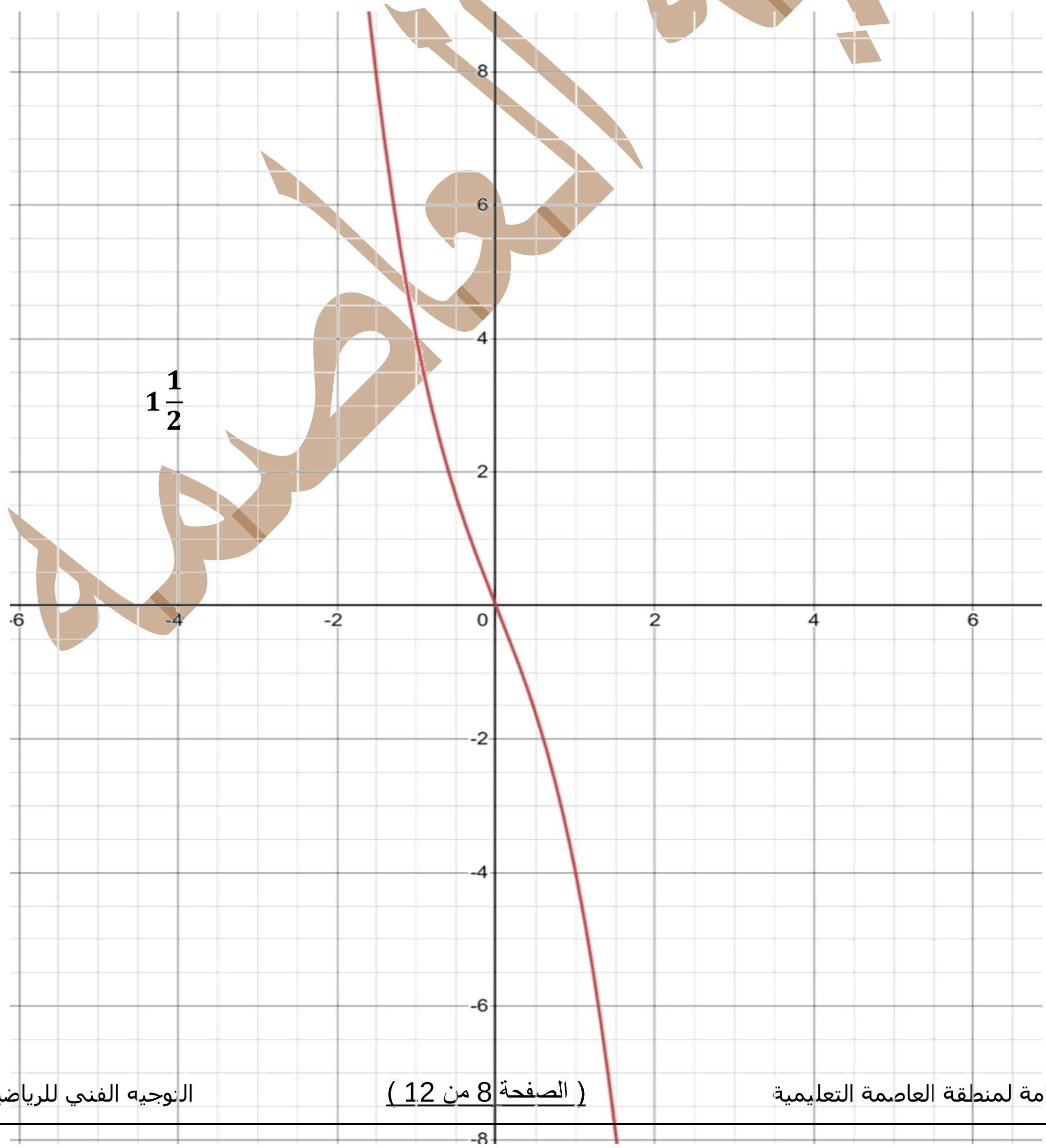
نقطة انعطاف $(0,0)$

نقاط اضافية

1

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	14	4	0	-4	-14

$1\frac{1}{2}$



6 درجات

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي $(\bar{x})$ يساوي 15 ،
استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:
1) هامش الخطأ
2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

1 $\because$ σ^2 غير معلوم ، $n \leq 30$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ نستخدم توزيع t. $\frac{1}{2}$

$\because \quad n = 25$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ درجات الحرية: $n - 1 = 25 - 1 = 24$

$\because$ مستوى الثقة: $1 - \alpha = 95\%$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \quad 1 - \alpha = 0.95 \Longrightarrow \alpha = 0.050$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$ $\frac{1}{2}$

من جدول توزيع t تكون قيمة $t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025}$ مناظرة للعدد 2.064 $\frac{1}{2}$

هامش الخطأ $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$

$= 2.064 \times \frac{10}{\sqrt{25}}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ هامش الخطأ $= 4.128$

2 فترة الثقة: $(\bar{x} - E \ , \ \bar{x} + E)$ $\frac{1}{2}$

$= (15 - 4.128 \ , \ 15 + 4.128)$ $\frac{1}{2}$

$= (10.872 \ , \ 19.128)$ 1

القسم الثانى : البنود الموضوعية:

أولا : في البنود من [3 – 1] ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

(1) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x+\sin x}{x} = 5$

(2) إذا كان $f(x) = ax^2 + b$ متصلة عند $x = 0$ وكان $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 4$ فإن $b = 4$

(3) إذا كانت الدالة f متصلة عند $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$
فإن $f+g$ هي دالة متصلة عند $x = 0$

ثانيا: في البنود [10 – 4] لكل بند أربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة دائرة الحرف الدال علي الإجابة الصحيحة لكل منها.

(4) لتكن الدالة f : $f(x) = \sqrt{x}$ ، الدالة g : $g(x) = x^4 + 2$ فإن: $(g \circ f)(x)$ تساوي

ⓐ $\sqrt{x^2+2}$ ⓑ $\sqrt{x}+2$ ⓒ x^2+2 ⓓ $\sqrt{x+2}$

(5) إذا كان القرار رفض فرض العدم، وفترة الثقة $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون:

ⓐ 1.5 ⓑ -2.5

ⓒ 1.87 ⓓ -1.5

(6) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للإشتقاق عند $x = 0$ لوجود

ⓐ مماس عمودي

ⓑ إنفصال

ⓒ ناب

ⓓ ركن

(7) إذا كانت الدالة f : $f(x) = 3x + \tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

a) 0
b) 1
c) 3
d) 4

(8) أردت التخطيط لصنع صندوق على هيئة شبه مكعب بدون غطاء من قطعة ورق مقوى مستطيلة أبعادها $16\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ ، وذلك بقطع 4 مربّعات متطابقة عند الرؤوس، ثمّ طيّ الأجزاء البارزة.
أبعاد الصندوق الذي له أكبر حجم يمكن صنعه على أساسها هي:

a) $2\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 12\text{ cm}$
b) $3\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 12\text{ cm}$
c) $2\text{ cm} \times 8\text{ cm} \times 12\text{ cm}$
d) $3\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 8\text{ cm}$

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة إنعطاف لها فإن :

a) $f''(c)=0$
b) $f'(c) = 0$
c) $f(c) = 0$
d) $f''(c)$ غير موجودة

(10) إذا كانت $y = \sin^{-5}x - \cos^3 x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

a) $5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2 x \sin x$
b) $5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2 x \sin x$
c) $-5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2 x \sin x$
d) $-5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2 x \sin x$

انتهت الأسئلة مع أطيب التمنيات

ثانيا : إجابة البنود الموضوعية

1	a	**b**	c	d
2	**a**	b	c	d
3	**a**	b	c	d
4	a	b	**c**	d
5	a	**b**	c	d
6	a	b	c	**d**
7	a	b	c	**d**
8	**a**	b	c	d
9	**a**	b	c	d
10	a	b	**c**	d

الدرجة

______

10

كل بند موضوعي درجة واحدة .

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٢)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٣/ ٢٠٢٤

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

نموذج تجريبي (2) الفترة الدراسية الأولي للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي 2023-2024م

المجال الدراسي : الرياضيات _ الزمن : ساعتان وخمس و أربعون دقيقة _ الاسئلة 10 صفحه

القسم الاول : أسئلة مقاليه.

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول:

15

7 درجات

(a) أوجد:

$$\lim_{x\to0}\frac{x\sin x}{\cos x-1}$$

(7 درجات)

$$\lim_{x\to0}\left(\frac{x\sin x}{\cos x-1}\right)=\lim_{x\to0}\left(\left(\frac{x\sin x}{\cos x-1}\right)\left(\frac{\cos x+1}{\cos x+1}\right)\right)$$ 1

$$=\lim_{x\to0}\left(\frac{x\sin x(\cos x+1)}{\cos^2 x-1}\right)$$ 1

$$=\lim_{x\to0}\left(\frac{x\sin x(\cos x+1)}{-\sin^2 x}\right)$$ 1

$$=\lim_{x-0}\left(\left(\frac{-x}{\sin x}\right)(\cos x+1)\right)$$ 1

$$=-\lim_{x\to0}\left(\frac{x}{\sin x}\right).\lim_{x\to0}(\cos x+1)$$ 1

$$=-1.\left(\lim_{x\to0}(\cos x\ )+\lim_{x\to0}(1)\right)$$ 1

$$=-1(1+1)=-2$$ 1

تابع السؤال الأول :

8 درجات

(b للمنحني الذي معادلته $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد:

-1 y'

-2 ميل المماس لهذا المنحني عند النقطة (1 , 3)

½	**الاشتقاق الضمني** $$2y^{½} + y = x$$
3	$$2.\frac{1}{2}y^{\frac{-1}{2}}y' + y' = 1$$
½	$$\frac{y'}{y^{½}} + y' = 1$$
½	$$y'\left(\frac{1}{\sqrt{y}} + 1\right) = 1$$
½	$$y' = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}} + 1}$$
	بالتعويض ب (1 , 3)
1	$$y' = \frac{\sqrt{y}}{1 + \sqrt{y}}$$ **ميل المماس = ½**
1	$$y' = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

15

7 درجات

السؤال الثاني : (a)

$$f(x)=\begin{cases}x^2+1, & x<1\\ 2\sqrt{x}\ , & x\ge 1\end{cases}$$

لتكن الداله f داله متصله علي مجالها , أوجد إن أمكن

½

$L\quad f'(x)\quad ,1)U(1,\infty)=\ R$

½

$$f(x)=\begin{cases}2x & : x<1\\ \text{نبحث} & : x=1\\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x>1\end{cases}$$

½

$$f(1)=2\sqrt{1}=2$$

$$f_-^{\backslash}(1)=\lim_{x\to1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

2

$$=\lim_{x\to1^-}\frac{x^2+1-2}{x+1}=\lim_{x\to1^-}\frac{x^2-1}{x+1}=\lim_{x\to1^-}\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}=\lim_{x\to1^-}(x+1)$$

$$f_-^{\backslash}(1)=2\ \dots\dots\dots\dots\dots..(1)$$

$$f_+^{\backslash}(1)=\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$\lim_{x\to1^+}\frac{2\sqrt{x}-2}{x-1}=\lim_{x\to1^+}\frac{2\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\lim_{x\to1^+}\frac{2}{\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$\lim_{x\to1^+}x=1\ >0$$

$$\lim_{x\to1^+}\left(\sqrt{x}+1\right)=\lim_{x\to1^+}\sqrt{x}+\lim_{x\to1^+}(1)=1+1=2\ ,\qquad 2\ne0$$

2

$$\lim_{x\to1^+}\frac{2}{\sqrt{x}+1}=\quad\frac{\lim_{x\to1^+}2}{\lim_{x\to1^+}\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{2}{2}=1$$

1

$$f_+^{\backslash}(1)=1\ \dots\dots\dots\dots\dots..(2)$$

$f_-^{\backslash}(1)\ne f_+^{\backslash}(1)$ غيرموجودة $f'(1)$

½

$$f^{\backslash}(x)=\begin{cases}2x & : x<1\\ \text{غيرموجوده} & : x=1\\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x>1\end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases}2x & : x<1\\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x>1\end{cases}$$

تابع السؤال الثاني

(B) أوجد :

8 درجات

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{3x^2+5x+1}}{3x-5}$$

1

$$f(x)=\frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x+5}=\frac{\sqrt{x^2\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}}{x\left(3-\frac{5}{x}\right)}$$

0. 5

$$=\frac{|x|\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})}$$

عندما $x<0$ يكون $|x|=-x$,

1

$$=\frac{-x\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})}=-\frac{\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}} \qquad ,x\neq 0$$

1.5

$$\lim_{x\to-\infty}(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2})=\lim_{x\to-\infty}3-\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}+\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2}=3-0+0=3 \quad .3\ >0$$

1

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}=\sqrt{3}$$

1.5

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right)=\lim_{x\to-\infty}3-\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}=3-0=3 \qquad ,3\neq 0$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}}$$

1.5

$$=\frac{-\lim_{x\to-\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{\lim_{x\to-\infty}(3-\frac{5}{x})}=\frac{-\sqrt{3}}{3}=\frac{-1}{\sqrt{3}}$$

15
7 درجات

السؤال الثالث :

(a) لتكن f : $f(x) = X^3 - 3x^2 - 9x + 1$

حدد الفترات حيث تكون f متزايدة والفترات حيث تكون f متناقصه

الدالة f كثيره حدود فهي متصله علي R

توجد أولا مشتقه الدالة :

1 $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$

½ نضع $f'(x) = 0$

$3x^2 - 6x - 9 = 0$

½ $3(x+1)(x-3) = 0$

1 $x = -1$, $x = 3$

تكون الجدول لدراسه إشاره f'

-∞ , -1 , 3 , ∞

الفترات	(-∞ , -1)	(-1 , 3)	(3 , ∞)
إشاره f'	++	--	++
سلوك الدالة f	↗↗	↘↘	↗↗

3

من الجدول الداله متزايده علي كل من الفتره (1 -, ∞-) والفتره (∞ , 3)

1 ومتناقصه علي الفتره (3 , 1 -).

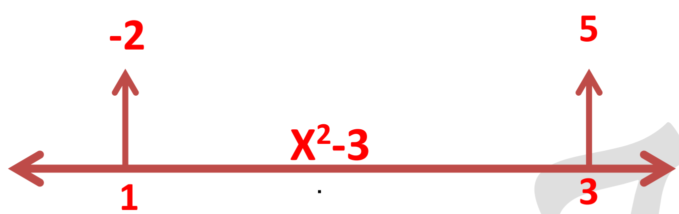
تابع السؤال الثالث:

8 درجات

(b) إدرس اتصال الداله f علي [1 , 3] حيث:

$$f(x)=\begin{cases}-2 & , \quad x=1\\ x^2-3 & \quad 1<x<3\\ 5 & , \quad x=3\end{cases}$$

الحل



بفرض: $g(x)=x^2-3$

وداله كثيره حدود متصلة علي R

$g(x)=f(x) \qquad \forall\, x \in (1,3)$

متصله علي (1 , 3) ⟵ I

ندرس اتصال الداله f عند $x=1$ من اليمين

$$f(1)=\ -2$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}(x^2-3)$$

$$=1-3=-2=F(1)$$

الداله f متصله عند $X=1$ اليمين من ... ... (2)

ندرس اتصال الداله f عند $x=1$ من اليسار

$$f(3)=5$$

$$\lim_{x\to 3^-} f(x)=\lim_{x\to 3^-}(X^2-3)$$

$$=9-3=6\neq f(3)$$

الداله f غير متصله عند X من اليسار ... ... (3)

من (1), (2), (3) f ليست متصله علي[1 , 3] ولكنها متصله علي(1,3]

1
1
½
1
½
½
½
1
½
½
1

15
7 درجات

السؤال الرابع :

(a) أخذت عينه عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ فإذا كان الانحراف المعياري للعينه (s) يساوي 10 , ومتوسطها الحسابي ($\overline{x}$) يساوي 15 استخدم مستوي ثقة 95% لايجاد :

1- هامش الخطأ

2- فترة الثقه للمتوسط الحسابي الاحصائي μ

الحل :

1- σ^2 غير معلوم , $n \leq 30$

نستخدم توزيع t

$$n = 25$$ ½

درجات الحريه $$n - 1 = 25 - 1 = 24$$ 1

مستوي الثقه $$1 - a = 0.95$$ ½

$$\alpha = 0.05 \qquad \frac{\alpha}{2} = 0.025$$ ½

من جدول توزيع 1

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064$$ ½

هامش الخطأ $$E = t_{\frac{\alpha}{2}} . \frac{s}{\sqrt{n}}$$ 1

$$= (2.064) . \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$$

2- فتره الثقة : $$(x - E, x + E)$$ 1

$$= (15 - 4.128, 15 + 4.128)$$ 1

$$= (10.872\,,19.128)$$

8 درجات

تابع السؤال الرابع :

(B) أوجد فترات التقعر ونقطه الانعطاف لمنحني الداله f : $f(x) = 2X^3 + 3x^2 - 1$

f **داله كثيرة حدود**

f **قابلة للاشتقاق علي** $\mathbf{R}$

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

$$f''(x) = 12x + 6 \qquad \boxed{1}$$

$$f''(x) = 0 \qquad \boxed{½}$$

$$12x + 6 = 0 \qquad x = -\frac{1}{2} \qquad \boxed{½}$$

نكون الجدول لدراسة إشاره f

الفترات	(-∞ ,-½)	(-½ ,∞)
إشاره $f''(x)$	--	++
بيان الداله	∩ مقعر لاسفل	∪ مقعر لاعلي

(1، 1، 1)

نلاحظ من الجدول أن : بيان الداله f **مقعر لأسفل علي الفتره (-½ ,-∞)** ½

بيان الداله f **مقعر لأعلي علي الفتره (∞ ,-½)** ½

بيان الداله f **مقعر لأسفل علي الفتره (-½ ,-∞)**

بيان الداله f **مقعر لأعلي علي الفتره (∞ , -½)**

لايجاد نقطع الانعطاف : $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{2}$ $\boxed{1}$

النقطه (-½ , -½) هي نقطه انعطاف للمنحني f $\boxed{1}$

القسم الثانى : البنود الموضوعيه :

أولا : في البنود من (1-3) ظلل ورقه الإجابه (a) اذا كانت العباره صحيحه

(b) اذا كانت العباره غير صحيحه

(1) $\lim\limits_{x\to 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4} = \frac{1}{2}$

(2) إذا كانت الداله f : $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & : x\ge 1 \\ 4x-1 & : x<1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو R

(3) الداله f: $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطه علي [0 , 1]

ثانيا : في البنود (4 - 10) لكل بند أربع اختيارات واحده منها فقط صحيحه ظلل في ورقه الاجابه دائرة الحرف الدال علي الاجابه الصحيحه لكل منها .

(4) إذا كانت g داله متصله عند $x=2$ فإن الداله المتصله عند $x=2$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي

(A) $\sqrt{g(x)}$ (b) $|g(x)|$ (C) $\frac{g(x)}{x-2}$ (d) $\frac{1}{g(x)}$

(5) إذا كانت $y=\sin^{-5}x-\cos^3 x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $5\sin^{-6}x\,cosx-3\cos^2 x\,sinx$ (b) $5\sin^{-6}x\,cosx+3\cos^2 x\,sinx$

(c) $-5\sin^{-6}x\,cosx+3\cos^2 x\,sinx$ (d) $-5\sin^{-6}x\,cosx-3\cos^2 x\,sinx$

(6) لتكن الدالتين $f(x)=x^2+3$, $g(x)=5x+1$

فإن $(g^\circ f)(x)$ تساوي:

(a) $5x^2+16$ (b) $25x^2+10x+4$

(c) $10x$ (d) $50x+10$

(7) إذا كانت الداله f : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & : x\neq 0\\ a & : x=0\end{cases}$ متصله عند $\mathbf{x=0}$

فإن a تساوي

(a) 4

(b) $-\frac{1}{4}$

(c) -4

(d) $\frac{1}{4}$

---

(8) معادلة المماس لمنحني الدالة $f(x)=2x^2-13x+2$ عند $x=3$

(a) $y=x-16$

(b) $y=-x+16$

(c) $y=-x-13$

(d) $y=-x-16$

---

(9) مستطيل مساحته 36cm^2 فان ابعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

(a) 9cm, 4cm

(b) 12cm , 3cm

(c) 6cm, 6cm

(d) 18cm ,2cm

---

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم وكانت فتره الثقه هي : (1.96 , -1.96) فإن قيمة الاختبار Z يمكن أن تكون:

(a) 1.5

(b) 1.87

(c) - 1.5

(d) - 2.5

اجابه البند الموضوعي

1	a **b** c d
2	**a** b c d
3	**a** b c d
4	a **b** c d
5	a b **c** d
6	**a** b c d
7	a b c **d**
8	a b c **d**
9	a b **c** d
10	a b c **d**

الدرجه

10

كل بند موضوعي درجه واحده

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٣)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٣/ ٢٠٢٤

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات
نموذج تجريبي (٣) الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي ٢٠٢٤ -٢٠٢٣ م
المجال الدراسي : الرياضيات _ الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة_عدد الصفحات :١١ صفحة

القسم الأول : أسئلة مقالية

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول: ٨ درجات

(a) اوجدي النهاية :

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{\cos x-1}=$$

الحل١

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{\cos x-1}=$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{\cos x-1}\bullet\frac{\cos x+1}{\cos x+1}$$ ١

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x}{\cos^2 x-1}\bullet(\cos x+1)\right)$$ ١

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x}{-\sin^2 x}\bullet(\cos x+1)\right)$$ ١

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{-\sin\ x}\bullet(\cos x+1)\right)$$ ١

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-x}{\sin x}\bullet\lim_{x\to 0}(\cos x+1)$$ ١

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-x}{\sin x}\bullet(\lim_{x\to 0}\cos x+\lim_{x\to 0}1)$$ ١

$$=-1\times(1+1)\ =-2$$ ٢

٧ درجات

تابع السؤال الأول

اوجد ميل المماس للمنحنى الذي معادلته $x^2 - y^2 + xy - 1 = 0$ عند النقطة (١،١)

الحل:

$$x^2 - y^2 + xy - 1 = 0$$

$2x - 2yy' + y'x + (1)y = 0$ ٢،٥

$-2yy' + y'x = -2x - y$ ١

$y'(-2y + x) = -2x - y$ ١

$y' = \frac{-2x-y}{-2y+x}$ ١

١

وبالتعويض بالنقطة (١،١)

$y' = 3$

ميل المماس = 3 $\frac{1}{2}$

السؤال الثاني: ادرس اتصال الدالة على مجالها ٨ درجات

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \le -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

الحل

$\frac{1}{2}$

مجال الدالة f هو : $D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = R$

(1) ندرس اتصال الدالة f على $(-\infty, -1]$

نفرض $g(x) = x + 3$

g دالة كثيرة حدود متصلة على R

$f(x) = g(x) \quad , \forall x \in (-\infty, -1]$

f دالة متصلة على $(-\infty, -1]$

2

(2) ندرس اتصال الدالة f على $(-1, \infty)$

نفرض $h(x) = \dfrac{4}{x+3}$

h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x \in R - \{-3\}$

$-3 \notin (-1, \infty)$

$f(x) = h(x) \quad , \forall x \in (-1, \infty)$

f دالة متصلة على $(-1, \infty)$

2

(3) ندرس اتصال الدالة f عند $x = -1$ من جهة اليمين

$f(-1) = (-1 + 3) = 2$

$\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{4}{x+3} = \dfrac{4}{-1+3} = 2 \qquad \lim\limits_{x \to -1^+} (x+3) = 2 , 2 \neq 0$

$\because f(-1) = \lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$ $\therefore$ الدالة f متصلة عند $x = -1$ من جهة اليمين

2.5

من ١ و ٢ و٣

$\therefore$ f متصلة على مجالها R

1

تابع السؤال الثاني: ٧ درجات

$$g(x) = \sqrt{x} \quad , \quad f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$$: لتكن

(b) أوجد باستخدام قاعدة السلسلة $(f \circ g)'(1)$

الحل:

$$g(x) = \sqrt{x}$$ $\boxed{1\frac{1}{2}}$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$ $\boxed{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}$

$$f'(x) = \frac{(x^2+4)(2x) - (x^2-4)(2x)}{(x^2+4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^3 + 8x - 2x^3 + 8x}{(x^2+4)^2}$$

$$f'(x) = \frac{16x}{(x^2+4)^2}$$ $\boxed{1}$

$$f'(g(x)) = \frac{16(\sqrt{x})}{((\sqrt{x})^2+4)^2}$$ $\boxed{1}$

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \bullet g'(x)$$ $\boxed{1}$

$$\frac{16(\sqrt{x})}{(x+4)^2} \bullet \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{8}{(x+4)^2}$$ $\boxed{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}$

$$(f \circ g)'(1) = \frac{8}{25}$$ $\boxed{\frac{1}{2}}$

السؤال الثالث:(a) أوجد ان امكن   ٨ درجات

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}$$ 2

$\because x\to\infty, \therefore |x|=x$ $\frac{1}{2}$

$$=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}\qquad : x\neq 0$$ 1

نهاية المقام لاتساوي صفر

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}=1+0+0=1, 1>0$$ 1

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2})}=\sqrt{1}=1, 1\neq 0$$ $1\frac{1}{2}$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{\left(\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}\right)}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{1-0}{1}=1$$ 2

تابع السؤال الثالث: ٧ درجات

اوجد القيم القصوى المطلقة للدالة :

$$f(x) = x^3 - 3x + 1 \quad , \qquad [0,3]$$

الحل:

الدالة متصلة على الفترة $[0,3]$

الدالة لها قيمة عظمى مطلقة و لها قيمة صغرى مطلقة في الفترة $[0,3]$ 1

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية

$$f(3) = (3)^3 - 3(3) + 1 = 19$$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0) + 1 = 1$$ 1

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$ 1

$$3x^2 - 3 = 0$$ 1

$$x^2 = 1$$ $\frac{1}{2}$

$$x = 1, \ \ 1 \in (0,3)$$ $\frac{1}{2}$

$$x = -1, -1 \notin (0,3)$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 1 = -1$$ $\frac{1}{2}$

(1,-1) نقطة حرجة

x	0	1	3
f(x)	1	-1	19

من الجدول : اكبر قيمة هي١٩ ، ١٩ قيمة عظمى مطلقة

أصغر قيمة للدالة هي ١- ، ١- قيمة صغرى مطلقة $1\frac{1}{2}$

٨ درجات

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة $f(x) = x - 2x^3$ وارسم بيانها

الحل:

f دالة كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$

f متصلة وقابلة للاشتقاق على مجالها $\mathbb{R}$، نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-2x^3) = \infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-2x^3) = -\infty$$

$\frac{1}{2}$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

$$f'(x) = 1 - 6x^2$$

نضع $f'(x) = 0$

$1 - 6x^2 = 0, \qquad 6x^2 = 1, \qquad x = \pm\frac{1}{\sqrt{6}}$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right) - 2\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^3 = \frac{\sqrt{6}}{9}, \quad f\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right) - 2\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^3 = -\frac{\sqrt{6}}{9}$$

$\therefore \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{\sqrt{6}}{9}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{\sqrt{6}}{9}\right)$ ***نقطتان حرجتان*** 2

نكون جدول لدراسة اشارة f'

$-\infty \qquad -\frac{1}{\sqrt{6}} \qquad \frac{1}{\sqrt{6}} \qquad \infty$

الفترات	$(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{6}})$	$(-\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}})$	$(\frac{1}{\sqrt{6}}, \infty)$
إشارة f'	- - -	+++	- - -
سلوك الدالة f	متناقصة ↘	متزايدة ↗	متناقصة ↘

*** الدالة متزايدة على الفترة $\left(-\frac{1}{\sqrt{6}} ، \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ ومتناقصة على كل من الفترتين $\left(\frac{1}{\sqrt{6}} ، \infty\right)$ ، $\left(-\infty ، -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$**

*** القيمة العظمى المحلية $= \frac{\sqrt{6}}{9}$ والقيمة الصغرى المحلية $= \frac{-\sqrt{6}}{9}$** 2

نكون جدول لدراسة إشارة f'' :

الفترات	$(-\infty\,,0)$	$(0\,,\infty)$
إشارة f''	+++	---
بيان الدالة f	مقعّر لأعلى	مقعّر لأسفل

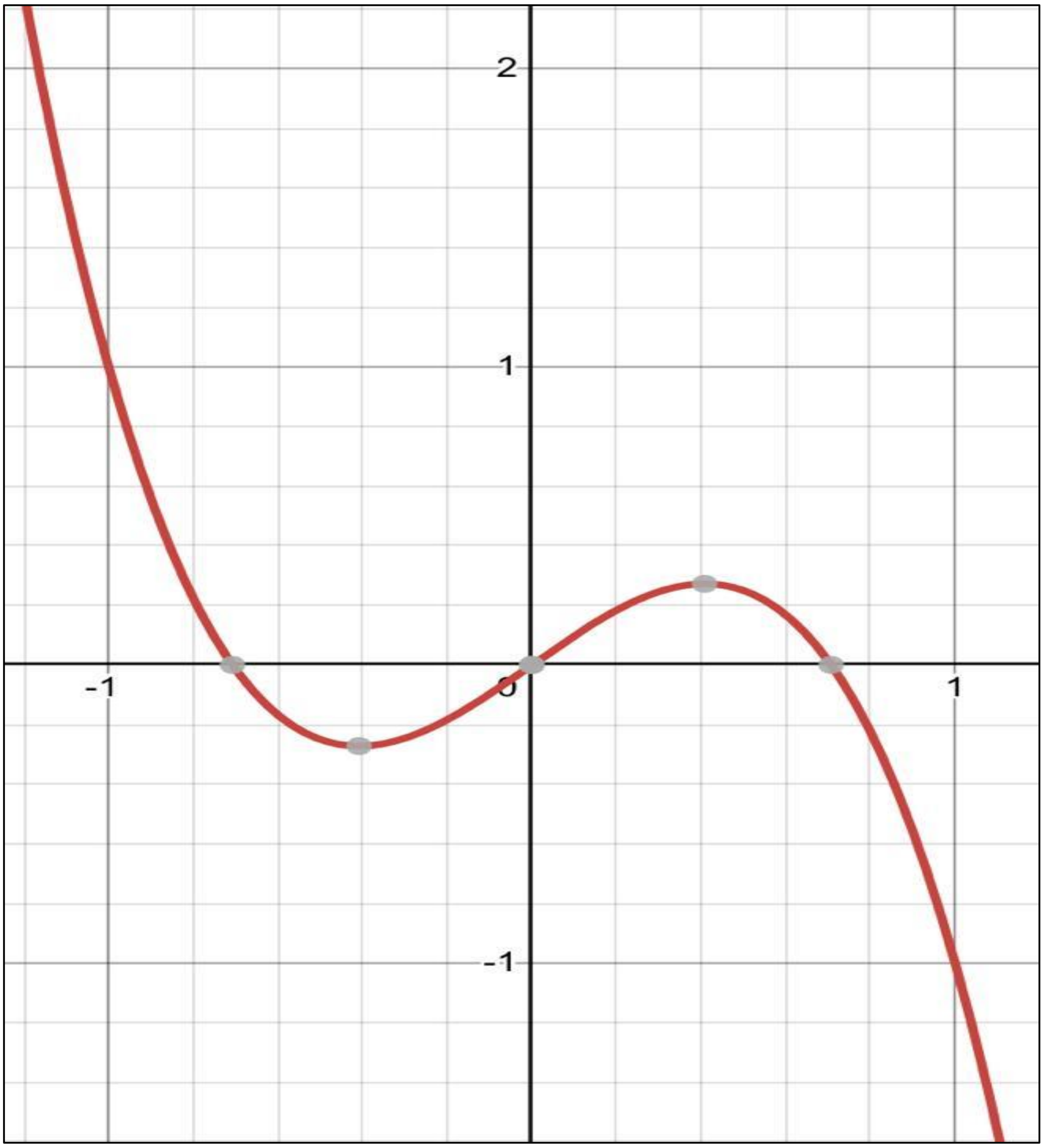
$$f''(x) = -12x$$
$$-12x = 0$$
$$x = 0$$

منحنى الدالة f * مقعّر لأعلى على الفترة $(-\infty\ ,\ 0)$

* و مقعّر على لأسفل الفترة $(0,\ \infty)$

* النقطة $(0\ ,\ \ 0)$ هي نقطة انعطاف لمنحنى f

$1\frac{1}{2}$



2

٧ درجات

تابع السؤال الرابع:

(b)أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$
والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ والمتوسط الحسابي للعينة $x = 76.3$.

باستخدام مستوى ثقة % 95

(1) أوجد هامش الخطأ.

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

(3) فسّري فترة الثقة.

الحل:

∵ مستوى الثقة % 95 | 1

σ^2 معلوم القيمة الحرجة: $\therefore \quad Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$ | 1

$$= 1.96 \times \frac{12.5}{\sqrt{40}} \approx 3.87379$$

هامش الخطأ هو ≈ 3.8738 | $1\frac{1}{2}$

فترة الثقة هى $(\overline{X} - E, \overline{X} + E)$

$$= (76.3 - 3.8738 , 76.3 + 3.8738)$$
$$= (72.4262 , 80.1738)$$ | $2\frac{1}{2}$

<u>التفسير :</u> عند اختيار 100عينة عشوائية ذات الحجم نفسه $(n = 40)$وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقّع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ | 1

١٠ درجات

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود الموضوعية من (١) الى (٢) عبارات ظلل (a) اذا كانت العبارة صحيحة

(b) ا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $\lim_{y\to 2}\frac{y^2+5y+6}{y+2}=5$ (a) (b)

---

(2) اذا كانت $y=cos(\sqrt{3}x)$ فإن $\frac{dy}{dx}=\sqrt{3}\,sin(\sqrt{3}x)$ (a) (b)

ثانيا: في البنود الموضوعية من (٣) الى (١٠) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط صحيح – ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

---

(3) $\lim_{x\to -\infty}\frac{3x-5}{\sqrt{x^2+1}}=$

(a) ∞ (b) $-\infty$ (c) 3 (d) -3

---

(4) $\lim_{x\to 0}\frac{tan2x}{sinx}=$

(a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) ∞

---

(5) لتكن الدالة $g(x)$ متصلة عند $x=2$ ، فان الدالة المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي

(a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\frac{1}{g(x)}$ (c) $\frac{g(x)}{x-2}$ (d) $|g(x)|$

---

(6) اذا كانت $y=\frac{1}{\sin x}$ فإن y' تساوي

(a) $\cot x\ cscx$ (b) $cosx$ (c) $-cotx\ cscx$ (d) $cosx$

(7) اذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي

a $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ b $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ c $-8(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ d $-64(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

---

(8) للدالة f : $f(x) = (x^2-3)^2$ نقاط انعطاف عددها:

a 1 b 2 c 3 d 4

---

(9) لتكن $y = |x|$ فان الدالة y

a لها قيمة عظمى مطلقة فقط.

b لها قيمة صغرى مطلقة فقط.

c لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة.

d ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة.

---

(10) تتقارب قيمتي Z, t المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري اذا زادت درجات الحرية عن

a 29 b 28 c 27 d 26

انتهت الأسئلة

إجابة الموضوعي

1	a	b	c	d
2	a	b	c	d
3	a	b	c	d
4	a	b	c	d
5	a	b	c	d
6	a	b	c	d
7	a	b	c	d
8	a	b	c	d
9	a	b	c	d
10	a	b	c	d

درجة لكل بند ١ × ١٠ = ١٠

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٤)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٣/ ٢٠٢٤

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

القسم الأول: أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول :

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة المقالية

١٥

(8 درجات)

(a) أوجد

$$\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{9-x}-2}{x-5}$$

عند التعويض المباشر عن $x=5$ نحصل على صيغة غير معينة

$$\lim_{x\to5}\frac{\sqrt{9-x}-2}{x-5}\times\frac{\sqrt{9-x}+2}{\sqrt{9-x}+2} \quad \mathbf{1}$$

$$=\lim_{x\to5}\frac{9-x-4}{(x-5)\left(\sqrt{9-x}+2\right)} \quad \mathbf{1}$$

$$=\lim_{x\to5}\frac{5-x}{(x-5)\left(\sqrt{9-x}+2\right)} \quad \mathbf{1}$$

$$=\lim_{x\to5}\frac{-1}{\sqrt{9-x}+2} \quad \mathbf{1}$$

$$=\frac{\lim_{x\to5}(-1)}{\lim_{x\to5}\left(\sqrt{9-x}+2\right)} \quad \mathbf{1}$$

$$=\frac{-1}{4}=-\frac{1}{4} \quad \mathbf{1}$$

$$\lim_{x\to5}(9-x)=9-5=4\ ,4>0 \quad \mathbf{1}$$

$$\lim_{x\to5}\left(\sqrt{9-x}+2\right)=\lim_{x\to5}\sqrt{9-x}+\lim_{x\to5}2$$

$$=\sqrt{\lim_{x\to5}(9-x)}+\lim_{x\to5}2 \quad \mathbf{1}$$

$$=\sqrt{4}+2=2+2=4,4\neq0$$

تابع السؤال الأول :

(7 درجات)

(b)

لتكن $f(x)=\begin{cases} x^2+2 & : x\le 0 \\ \frac{6}{x+3} & : x>0 \end{cases}$

ادرس اتصال الدالة f عند x=0

$f(0)=(0)^2+2=2$ **1**

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} x^2+2=(0)^2+2=2$ **1**

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{6}{x+3}$ **$\frac{1}{2}$**

$\lim\limits_{x\to 0^+}(x+3)=0+3=3,3\neq 0$ **$\frac{1}{2}$**

$=\frac{\lim\limits_{x\to o^+} 6}{\lim\limits_{x\to 0^+} x+3}=\frac{6}{3}=2$ **1**

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=2$ **1**

$f(0)=\lim\limits_{x\to 0} f(x)=2$ **1**

الدالة f متصلة عند x=0 **1**

15

السؤال الثاني :

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-5}}$

(8 درجات)

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x\left(3-\frac{7}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(4-\frac{5}{x^2}\right)}}$$ 1

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x\left(3-\frac{7}{x}\right)}{|x|\sqrt{\left(4-\frac{5}{x^2}\right)}}$$ 1

$x \to \infty \quad \therefore \quad |x| = x$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{x\left(3-\frac{7}{x}\right)}{x\sqrt{\left(4-\frac{5}{x^2}\right)}}$$ 1

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\left(3-\frac{7}{x}\right)}{\sqrt{\left(4-\frac{5}{x^2}\right)}}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(4-\frac{5}{x^2}\right)$$

$$= \lim_{x\to\infty} 4 - \lim_{x\to\infty}\frac{5}{x^2}$$ $1\frac{1}{2}$

$$= 4 - 0 = 4,\ 4 > 0$$

$$= \frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(3-\frac{7}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{\left(4-\frac{5}{x^2}\right)}}$$

$$= \frac{\left(\lim\limits_{x\to\infty} 3 - \lim\limits_{x\to\infty}\frac{7}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{\left(4-\frac{5}{x^2}\right)}}$$ 1

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{\left(4-\frac{5}{x^2}\right)} =$$ $1\frac{1}{2}$

$$\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(4-\frac{5}{x^2}\right)} = \sqrt{4} = 2,\ \ 2 \neq 0$$

$$= \frac{3-0}{2} = \frac{3}{2}$$ 1

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة (7درجات)

$x^2 + 2xy = 3$ عند النقطة A(1,1)

$$x^2 + 2xy = 3$$

$$2x + 2y + 2xy` = 0 \qquad 2$$

$$2xy` = -2x - 2y$$

$$y` = \frac{-2(x+y)}{2x} = -\frac{x+y}{x} \qquad 2$$

ميل المماس عند *A(1,1)*

$$y` = -\frac{1+1}{1} = -2 \qquad 1$$

معادلة المماس

$$y - y_1 = m(\dot{x} - x_1) \qquad 1$$

$$y - 1 = -2(x-1)$$

$$y - 1 = -2x + 2$$

$$y = -2x + 2 + 1$$

$$y = -2x + 3 \qquad 1$$

السؤال الثالث :

(9 درجات)

15

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x-\dfrac{4}{x} & : x\ge 2 \\ x^2-4 & : x<2 \end{cases}$$

اوجد $f'(x)$ و عين مجالها .

$f(x) = (-\infty,2)\cup[2,\infty)=R$ $\frac{1}{2}$

$$f'(x)=\begin{cases} 1+\dfrac{4}{x^2} & : x>2 \\ \text{نبحث} & : x=2 \\ 2x & : x<2 \end{cases}$$ 1

$f(2)=2-\frac{4}{2}=2-2=0$ 1

$f'_+(2)=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ إن وجدت

$=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{x-\frac{4}{x}}{x-2}=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{\frac{x^2-4}{x}}{x-2}=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)}$ 2

$=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{x+2}{x}=\frac{2+2}{2}=2$

$f'_-(2)=\lim\limits_{x\to2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ إن وجدت

$=\lim\limits_{x\to2^-}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$ 2

$=\lim\limits_{x\to2^-}(x+2)=2+2=4$

$f'_+(2)\ne f'_-(2)$ 1

$f'(2)$ غير موجودة

$$f'(x)=\begin{cases} 1+\dfrac{4}{x^2} & : x>2 \\ 2x & : x<2 \end{cases}$$ 1

مجال $f' = R-\{2\}$ $\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,4]$ ثم اوجد c الذي تنبئ به النظرية (6 درجات)

الحل :

الدالة f كثيرة حدود متصلة على R

f متصلة على $[0,4]$ و قابلة للاشتقاق على $(0,4)$ $\frac{1}{2}$

شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0,4]$

يوجد على الاقل $c \in (0,4)$ بحيث

$$f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(4)-f(0)}{4-0} \quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$f(4) = (4)^3 - 3(4) + 2 = 54 \quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$f(0) = 2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(c) = 3c^2 - 3 \quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$3C^2 - 3 = \frac{54-2}{4} \quad \frac{1}{2}$$

$$3C^2 - 3 = 13$$

$$3C^2 = 16 \Rightarrow C^2 = \frac{16}{3} \quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$c = \pm\sqrt{\frac{16}{3}} = \pm\frac{4\sqrt{3}}{3} \quad 1$$

السؤال الرابع :

١٥

(a)أدرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$ ثم ارسم بيانها **(9 درجات)**

f دالة كثيرة حدود مجالها R $\frac{1}{2}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$

$\frac{1}{2}$ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$

دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها $\frac{1}{2}$

$f'(x) = -3x^2$ $\frac{1}{2}$

نضع $f'(x) = 0$

$-3x^2 = 0$ ومنها $x=0$ و $f(0)=1$ (0 , 1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

نكون جدول لدراسة إشارة f'

$-\infty$ ... 0 ... ∞

الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0 ، \infty)$
إشارة f'	- - -	- - -
سلوك الدالة f	متناقصة ↘	متناقصة ↘

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

منحنى الدالة متناقص على الفترة $(0, \infty)$ والفترة $(-\infty, 0)$

نكون جدول لدراسة المشتقة الثانية : $f''(x) = -6x$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

نضع $f''(x) = 0$

$-6x=0 \Rightarrow x=0$

$-\infty$ ... 0 ... ∞

إشارة f''	+ + +	- - -
التقعر	مقعر لأعلى ∪	مقعر لأسفل ∩

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

منحنى الدالة مقعر لاعلى في الفترة $(-\infty, 0)$

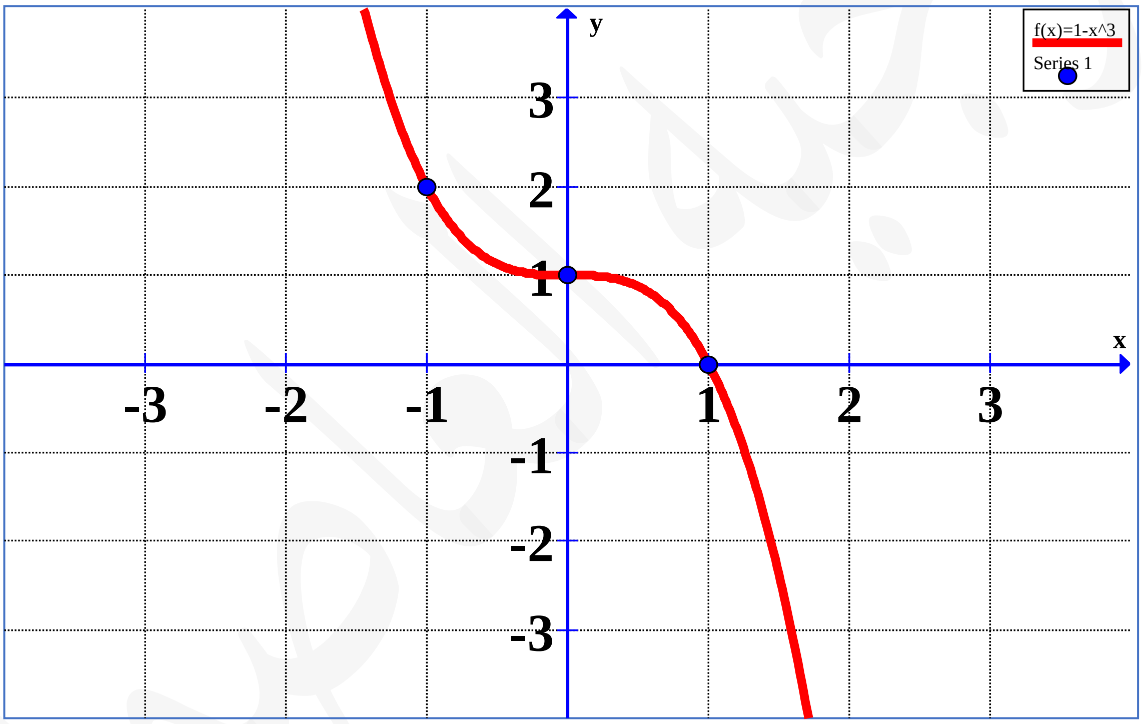
منحنى الدالة مقعر لاسفل في الفترة $(0, \infty)$

النقطة $(0, 1)$ نقطة انعطاف $\frac{1}{2}$

نقاط اضافية

ورقة الرسم البيانى

x	-2	-1	0	1	2
F(x)	9	2	1	0	-7



$1\frac{1}{2}$

تابع السؤال الرابع :

(b) (6 درجات)

متوسط العمر بالساعات لعينة 100مصباح كهربائي مصنعة في أحد المصانع $\bar{x} = 1570$ بانحراف معياري $S = 120$ يقول صاحب المصنع إن متوسط العمر بالساعات $\mu = 1600$ للمصابيح المصنعة في المصنع.

اختبر صحة الفرض $\mu = 1600$ مقابل الفرض $\mu \neq 1600$ وباختيار مستوى معنوية $\alpha=0.05$

الحـــــــل:

1 - صياغة الفروض: $H0 : \mu = 1600$ مقابل $H1 : \mu \neq 1600$ 1

2 – σ غير معلومة ، $n > 30$

نستخدم المقياس الإحصائي Z:

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{1570 - 1600}{\frac{120}{\sqrt{100}}} = -2.5$$ 2

3– تحديد مستوى المعنوية α:

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$ 1

$$z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

(4) منطقة القبول هي: $(-1.96 \quad 1.96)$ 1

٥ - اتخاذ القرار الإحصائي :

$$-2.5 \notin (-1.96 \quad 1.96)$$ 1

القرار : رفض فرض العدم $\mu = ١٦٠٠$

نموذج (٤) إجابة اختبار تجريبي نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر العلمي ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني : الأسئلة الموضوعية

أولا : في البنود $(1,3)$ ظلل في جدول الإجابة *(a)* إذا كانت الإجابة صحيحة
***(b)* إذا كانت الإجابة خاطئة**

(1) إذا كان : $y = \frac{-3x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 4x$ فإن : $\frac{d^3y}{dx^3} = -18x$

(2) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0$

(3) إن القيمة الحرجة $z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96% هي 2.055

ثانيا: في البنود (4,10) لكل بند اربع اختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحية

(4) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^3-2x+5}{2x^4+x^2-2} =$

a ∞ b $\frac{1}{2}$ c 0 d $-\infty$

(5) مستطيل مساحته $36\ cm^2$ فان ابعاده التي تعطي اصغر محيط هي

a $9cm, 4cm$ b $12cm\ .\ 3cm$ c $18cm\ ,\ 2cm$ d $6cm\ ,6cm$

(6) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} =$

a 3 b 9 c 0 d ∞

نموذج (٤) إجابة اختبار تجريبي نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر العلمي ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع الأسئلة الموضوعية

(7)	لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$, الدالة g : $g(x) = x^2 + 3, x \neq 0$ فإن $(f\ o\ g)(x)$ تساوي ⓐ $\frac{x^2}{x+3} + 3$ ⓑ $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$ ⓒ $\frac{-(x^2+3)}{x}$ ⓓ $\frac{x^2+3}{\lvert x \rvert}$
(8)	إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن : ⓐ $f''(c) = 0$ ⓒ $f(c) = 0$ ⓑ $f'(c) = 0$ ⓓ $f(c)$ غير موجودة
(9)	اذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -2$ وكانت $\lim_{x \to -2} \left(x^2 + f(x)\right) = 7$ فإن $f(-2) =$ ⓐ 9 ⓑ 3 ⓒ 5 ⓓ 11
(10)	$\lim_{x \to -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2} =$ ⓐ 4 ⓑ -12 ⓒ 12 ⓓ -4

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

١٠

(١٠ درجات)

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٥)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٣/ ٢٠٢٤

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

دولة الكويت
وزارة التربية

منطقة العاصمة التعليمية

نموذج (5)

الإدارة العامة لمنطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

نموذج إجابة إختبار تجريبي للفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

العام الدراسي ٢٠٢٣/٢٠٢٤

المجال الدراسي : الرياضيات – الزمن : ساعتان وخمس وأربعون دقيقة

الأسئلة في ١٠ صفحات

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل

تراعى الحلول الأخرى في جميع الأسئلة المقالية

$\overline{15}$

السؤال الأول :

(a) **أوجد إن أمكن** **(7 درجات)**

$$\lim_{x\to -7}\frac{(x+4)^2-9}{x^2+7x}$$

عند التعويض المباشر عن x بـ 7- في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينه

$$\frac{(x+4)^2-9}{x^2+7x}=\frac{(x+4-3)(x+4+3)}{x(x+7)}$$ (2)

$$=\frac{(x+1)\cancel{(x+7)}}{x\cancel{(x+7)}}\qquad x\neq -7$$ (1)

$$=\frac{x+1}{x}$$ (1)

$$\lim_{x\to -7}\frac{(x+4)^2-9}{x^2+7x}=\lim_{x\to -7}\frac{x+1}{x}$$ (1)

نتحقق من نهاية المقام ≠ 0

$$\lim_{x\to -7} x=-7\qquad ,7\neq 0$$ (1)

$$=\frac{-7+1}{-7}\qquad =\frac{6}{7}$$ (1)

نموذج إجابة الإختبار التجريبي لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤
الفتره الدراسية الأولى

(b) أوجد : **(8 درجات)**

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

$$f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{X^2+2x-4}}=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}$$ **(1)**

$\because x\to\infty$

$\therefore |x|=x$

$$\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ **(1)**

$$=\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}\qquad x\neq 0$$ **(1)**

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}=1+0-0=1\ ,1>0$$ **($1\frac{1}{2}$)**

نتحقق من نهاية المقام $\neq 0$

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1\quad,\quad 1\neq 0$$ **($1\frac{1}{2}$)**

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to 0}\frac{2}{x}=1-0=1$$ **(1)**

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{1}{1}=1$$ **(1)**

$\overline{15}$

السؤال الثانى :

(7 درجات)

(a) لتكن $f(x) = |x^2 - 5x + 6|$

ابحث اتصال الداله f عند x= 2

(1) نفرض أن : $h(x)= x^2 - 5x + 6$, $g(x)= x$

نجد أن: $f(x)= (g \circ h)(x)$

(1) $g(h(x)) = |x^2 - 5x + 6|$

(1) h داله متصله عند x = 2 ⟵ $\boxed{1}$

(1) $h(2) = (2)^2 - 5(2) + 6 = 0$

(1) g داله متصله عند x = 0

أي أن g داله متصله عند x = h(2) ⟵ $\boxed{2}$

(1) من 2 , 1 نجد أن g o h متصله عند x = 2

(1) ∴ الداله f متصله عند x = 2

نموذج إجابة الإختبار التجريبي لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤
الفتره الدراسية الأولى

(8 درجات)

(b) لتكن الدالة f **:** $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

أوجد مجال الدالة ثم ادرس اتصال الداله على $[-5 ، 0]$

$f(x) = \sqrt{g(x)}\, , g(x) = x^2 - 2x$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$D_f \;= \{x : g(x) \geq 0\}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$x^2 - 2x \geq 0$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$x^2 - 2x = 0$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

$x(x-2) = 0$ $\left(1\frac{1}{2}\right)$

$x = 0 \quad , \quad x = 2$ (1)

$D_f = \mathbb{R} - (0,2)$

لدراسة اتصال الدالة على $[-5,0]$ حيث $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ (1)

$g(x) \geq 0 \qquad \forall x \in \mathbb{R} - (0,2)$

$\because$ $[-5,0]$ مجموعة جزئية من $\mathbb{R} - (0,2)$

$\therefore g(x) \geq 0 \qquad \forall x \in [-5,0] \longrightarrow \boxed{1}$ (1)

الدالة g : $g(x) = x^2 - 2x$ داله متصلة على $[-5,0]$ $\longleftarrow \boxed{2}$ $\left(\frac{1}{2}\right)$

من 2 , 1
f متصله على $[-5,0]$ (1)

السؤال الثالث:

$\overline{15}$

(8 درجات)

(a)باستخدام التعريف أوجد مشتقة الداله :

$f(x) = 3x^2$ عند $x = -2$

$$f'(x) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$ (ان وجدت) (1)

$$x = -2 \to a = -2, f(-2) = 3(-2)^2 = 12$$ (1)

$$f'(-2) = \lim_{h\to 0}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$$ (1)

$$= \lim_{h\to 0}\frac{3(-2+h)^2-12}{h}$$ (1)

$$= \lim_{h\to 0}\frac{3(4-4h+h^2)-12}{h}$$ (1)

$$= \lim_{h\to 0}\frac{12-12h+3h^2-12}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{-12h+3h^2}{h}$$ (1)

$$= \lim_{h\to 0}\frac{h(-12+3h)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}(-12+3h)$$ (1)

$$= -12 + 3(0) = -12$$ (1)

نموذج إجابة الإختبار التجريبي لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤
الفتره الدراسية الأولى

(7 درجات)

(b) أوجد معادلة المماس ومعادلة الخط العمودي على المماس (الناظم) على منحنى الداله: $X^2 + 2xy = 3$ عند النقطه A(1 , 1) على هذا المنحنى

$$2x + 2(y + xy') = 0$$

$$2x + 2y + 2xy' = 0 \qquad (\mathbf{1})$$

$$2xy' = -2x - 2y$$

$$y' = \frac{-2x - 2y}{2x} \qquad (\mathbf{1})$$

$$y' = \frac{-2(1) - 2(1)}{2(1)} = \frac{-4}{2} = -2 \qquad (\mathbf{1})$$

معادلة المماس هي :

$$y - y_1 = y'(1)(x - x_1) \qquad (\mathbf{1})$$

$$y - 1 = -2(x - 1)$$
$$y = -2x + 2 + 1$$
$$y = -2x + 3 \qquad (\mathbf{1})$$

معادلة الناظم هي :

$$y - y_1 = \frac{-1}{y'(1)}(x - x_1) \qquad (\mathbf{1})$$

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1)$$
$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 1$$
$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \qquad (\mathbf{1})$$

نموذج إجابة الإختبار التجريبي لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤
الفتره الدراسية الأولى

$\overline{15}$

السؤال الرابع :

(a) ادرس تغير الدالهf : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها (8 درجات)

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (x^3) = -\infty$
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} (x^3) = \infty$ (1)

$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$ (1)
$f'(x) = 0$
$3(x-1)(x+1) = 0$
$x = 1 \quad , \quad x = -1$ (1)
$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 4 = 2 \quad , \quad f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6$

نقطتان حرجتان :
$(1,2)\,,(-1,6)$ (1)

نكون جدول لدراسة إشارة

-∞   -1   1   ∞

الفترات	$(-\infty,-1)$	$(-1,1)$	$(1,\infty)$
إشارة f'	$+\,+$	$-\,-$	$+\,+$
سلوك f	↗	↘	↗

الدالة متزايدة على كل من الفترتين : (-∞ , -1) , (1 , ∞) (1)
ومتناقصة على الفترة : (- 1 , 1)

نكون جدول لدراسة إشارة f'

$f''(x) = 6x$
$f''(x) = 0$
$6x = 0 \quad , \quad x = 0$ (1)
$f(0) = 4$

-∞   0   ∞

الفترات	$(-\infty,0)$	$(0,\infty)$
إشارة f''	$-\,-$	$+\,+$
سلوك f	∩	∪

منحنى الدالة مقعر لأسفل على الفترة $(-\infty, 0)$
ومقعر للأعلى على الفترة $(0, \infty)$

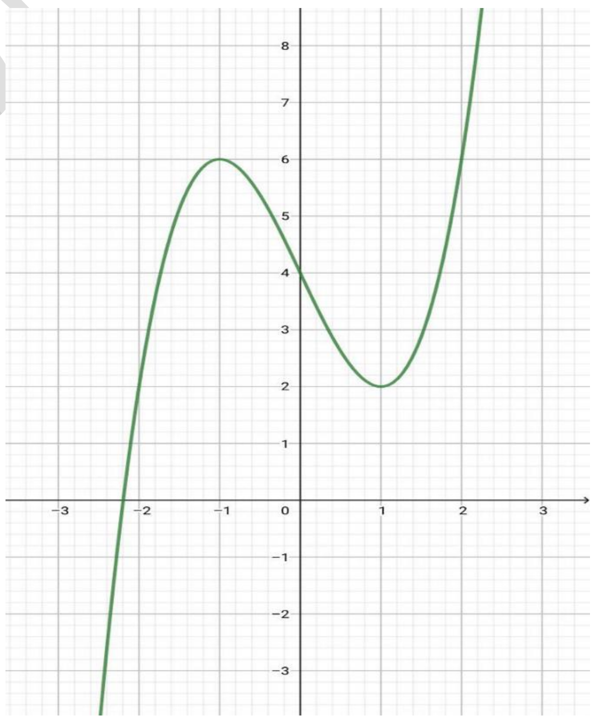
نقطة إنعطاف $(0,4)$ (1)

نقاط إضافية

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	2	6	4	2	6
	نقطة إضافية	نقطة عظمى محلية	نقطة انعطاف	نقطة صغرى محلية	نقطة إضافية

بيان الدالة f

(1)



(7 درجات)

(b)أوجد فترة الثقه 95% للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ علما بأن العينة أخذت من مجتمع طبيعي
اذا كان لدينا n = 13 , S = 0.3 , $\bar{x}$ = 8.4

σ^2 غير معلومه , n ≤ 30

.:. نستخدم توزيع t

n= 13 ⟵ درجات الحريه: n-1 = 13-1 = 12 (1)

مستوى الثقه : $1-\alpha = 95\%$

$$1-\alpha = 95\%$$
$$\alpha = 0.05$$
$$\frac{\alpha}{2} = 0.025$$ (1)

من جدول توزيع t تكون قيمة $t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025}$ مناظره للعدد *2.179* (1)

هامش الخطأ :

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$ (1)

$$= 2.179\, X\, \frac{0.3}{\sqrt{13}} = 0.1813$$ (1)

فترة الثقه: $(\bar{x}-E, \bar{x}+E)$ (1)

= (8.4 – 0.1813 , 8.4 + 0.1813)

= (8.2187 , 8.5813) (1)

القسم الثاني : البنود الموضوعية

أولاً : في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة : (b) اذا كانت العبارة خاطئة

---

1) إذا كانت الدالة f متصلة عند x=-1 وكان $\lim_{x \to -1}(f(x) - 2) = -1$ فإن f(-1) = 1

a b

2) إذا كانت $y = \frac{4}{\cos x}$ فإن $\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{\cos^2 x}$

a b

3) الدالة g $g(x) = x^2 - x - 3$ متزايدة على $(-\infty, \frac{1}{2})$

a b

ثانيًا : في البنود (10 – 4) لكل بند أربع اختيارات واحد منها فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح .

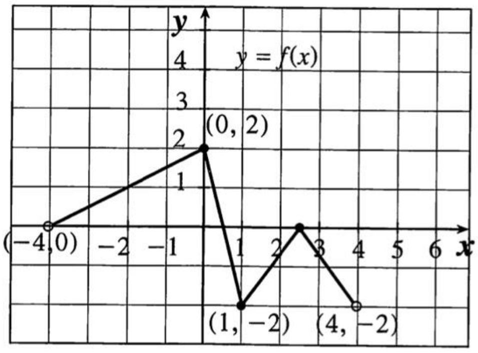
4) $\lim_{x \to \infty} \frac{x^3 - 2x + 5}{2x^4 + x^2 - 2}$

a $-\infty$ b $\frac{1}{2}$ c 0 d ∞

5) $\lim_{x \to 0} \frac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2}$

a 3 b 9 c 0 d ∞

6) تكون الدالة f ذات الرسم البياني أدناه غير قابلة للاشتقاق عند كل $x = \cdots$



a) $0 , 1 , 2\frac{1}{2}$

b) $-2 , +2$

c) $-4 , 0 , 1 , 4$

d) $1 , 4$

7) إذا كانت $y = \dfrac{3}{\sqrt{2x+1}}$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي :

a) $3(2x+1)^{\frac{-3}{2}}$

b) $-3(2x+1)^{\frac{-3}{2}}$

c) $-3(2x+1)^{\frac{-1}{2}}$

d) $3(2x+1)^{-1}$

8) إذا كانت f' : $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f :

a) متزايدة علي الفترة $(0, \infty)$

b) متناقصة علي الفترة $(-\infty, 0]$

c) متزايدة علي مجال تعريفها

d) متزايدة علي الفترة $(-\infty, 0)$ ومتناقصة علي الفترة $(0,\infty)$

9) مستطيل مساحته $36cm^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي :

a 9 cm , 4 cm

b 12 cm , 3 cm

c 6 cm , 6 cm

d 18 cm , 2 cm

10) اذا كان القرار رفض فرض العدم , وفترة الثقه $(-1.96\ ,1.96)$ فان قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون :

a 1.5

b -2.5

c 1.87

d -1.5

(انتهت الأسئلة)

نموذج إجابة الإختبار التجريبي لمادة الرياضيات للصف الثاني عشر علمي للعام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤
الفتره الدراسية الأولى

إجابة البنود الموضوعية:

1		b		
2	a			
3	a			
4	a	b	c	d
5		b	c	d
6		b	c	d
7	a		c	d
8	a	b	c	
9	a	b		d
10	a		c	d

تمنياتنا لكم بالتوفيق ،،،

المصحح :
المراجع:

$\overline{10}$

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٦)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٣/ ٢٠٢٤

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

اختبار تجريبي نهاية الفصل الأول 2023-2024 للصف الثاني عشر علمي

المجال الدراسي-الرياضيات – الزمن ساعتان وخمسة وأربعون دقيقة

الأسئلة في 10 صفحات

==

السؤال الأول **15 درجة**

(a) أوجد: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}$ **9 درجات**

الحــل:

$$f(x)=\frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}=\frac{x(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1-\frac{9}{x^2})}}=\frac{(3-\frac{5}{x})}{|x|\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}}$$ $|x|=x$, $x>0$ **$1+1$**

$$=\frac{\cancel{x}\,(3-\frac{5}{x})}{\cancel{x}\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}}=\frac{(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}},x\neq 0$$ **1**

$$\because \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{9}{x^2}=1-0=1\,,1>0$$ **$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$**

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{\left(1-\frac{9}{x^2}\right)}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1\,,1\neq 0$$ **$1+\frac{1}{2}$**

$$\lim_{x\to\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}3-\lim_{x\to\infty}\frac{5}{x}=3-0=3$$ **1**

$$\therefore \lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}}$$ **$\frac{1}{2}$**

$$=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}(3-\frac{5}{x})}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{(1-\frac{9}{x^2})}}$$ **1**

$$=\frac{3}{1}=3$$ **$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$**

==

تابع السؤال الأول (b) **6 درجات**

أخذت عينة عشوائية حجمها $n = 25$ من مجتمع طبيعي، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ومتوسطها الحسابي $(\bar{x})$ يساوي 15 ، استخدم مستوى الثقة 95% لإيجاد:

١- هامش الخطأ.

٢- فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.

الحـــل:

الحل	الدرجة
$\because \sigma^2$ غير معلوم $n \le 30$	$\frac{1}{2}$
$\therefore$ نستخدم جدول t	
$\because n = 25$	
$\therefore$ درجات الحرية: $n - 1 = 25 - 1 = 24$	1
$\because$ مستوى الثقة $1 - \alpha = 95\%$	
$\therefore 1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05$	
$\therefore \frac{\alpha}{2} = 0.025$	$1 + \frac{1}{2}$
من جدول توزيع t تكون قيمة $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064$	$\frac{1}{2}$
$E = t_{\frac{\alpha}{2}} . \frac{s}{\sqrt{n}}$	
$= 2.064 \times \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
فترة الثقة : $(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$	
$= (15 - 4.128, 15 + 4.128)$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$= (10.872, 19.128)$	$\frac{1}{2}$

السؤال الثاني: **15 درجة**

(a) أوجد إن أمكن

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}$$ **8 درجات**

الحـــل:

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط و المقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\because \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}=\frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}\times\frac{\sqrt{x^2+3}+2}{\sqrt{x^2+3}+2}$$ **1**

$$=\frac{x^2+3-4}{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}=\frac{x^2-1}{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}$$ **$1+\frac{1}{2}$**

$$=\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}=\frac{(x+1)}{(\sqrt{x^2+3}+2)}\quad ,x\neq 1$$ **$\frac{1}{2}$**

نهاية ما تحت الجذر $\lim_{x\to 1}(x^2+3)=1^2+3=4\,,4>0$ **1**

نهاية المقام: $\lim_{x\to 1}(\sqrt{x^2+3}+2)=\lim_{x\to 1}\sqrt{x^2+3}+\lim_{x\to 1}2$ **2**

$$=\sqrt{\lim_{x\to 1}(x^2+3)}+\lim_{x\to 1}2=\sqrt{4}+2=4\,,4\neq 0$$

$$\therefore \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x+1)}{(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$$=\frac{\lim_{x\to 1}(x+1)}{\lim_{x\to 1}(\sqrt{x^2+3}+2)}$$ **1**

$$=\frac{1+1}{4}=\frac{1}{2}$$ **1**

تابع السؤال الثاني: **7 درجات**

(b) لتكن الدالة f: $f(x)=\begin{cases}(x+1)^2 & : x\le 0\\ 2x+1 & : x>0\end{cases}$ أوجد $f'(0)$ إن أمكن

الحـــل:

الحل	الدرجة
$f(0)=(0+1)^2=1$	1
$f'_-(0)=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$ إن وجدت	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{(x+1)^2-1}{x}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{(x+1-1)(x+1+1)}{x}$	1
$=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{x(x+2)}{x}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to 0^-}(x+2)=0+2=2$	$\frac{1}{2}$
$\therefore f'_-(0)=2$	
$f'_+(0)=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}$ إن وجدت	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2x+1-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{2x}{x}$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to 0^+}(2)=2$	$\frac{1}{2}$
$\therefore f'_+(0)=2$	
$\because f'_+(0)=f'_-(0)=2$	$\frac{1}{2}$
$\therefore f'(0)=2$	$\frac{1}{2}$

السؤال الثالث — 15 درجة

(a) لتكن الدالة: $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x + 6}$، — 7 درجات

أوجد D_f ثم ادرس اتصالها على $[1,4]$.

الحـــل:

$\frac{1}{2}$ — نفرض أن $f(x) = \sqrt{g(x)},\ g(x) = -x^2 + 5x + 6$

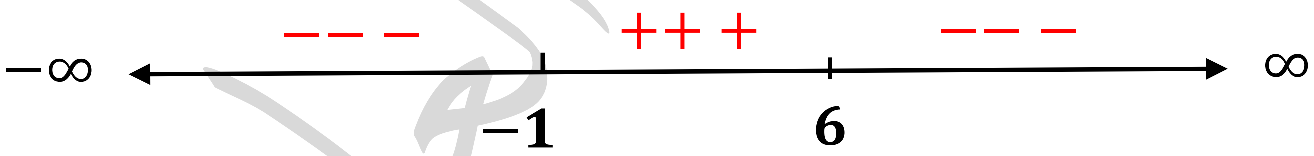
$D_f = \{x; g(x) \geq 0\}$

$\frac{1}{2}$ — $-x^2 + 5x + 6 \geq 0$

$\frac{1}{2}$ — $-x^2 + 5x + 6 = 0$

$(x+1)(6-x) = 0$

1 — $x = -1\ , x = 6$



1 — مجال الدالة f هو: $D_f = [-1\ ,6]$

لدراسة اتصال الدالة f على الفترة $[1,4]$ حيث $f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x + 6}$

$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-1\ ,6]$

$\because [1,4] \subseteq [-1\ ,6]$

$1 + \frac{1}{2}$ — $\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [1,4] \qquad (1)$

1 — الدالة g: $g(x) = -x^2 + 5x + 6$ دالة متصلة على الفترة $[1,4]$ $\quad (2)$

1 — من (1) و (2) $\quad f$ متصلة على الفترة $[1,4]$.

تابع السؤال الثالث

8 درجات

(b) لتكن الدالة f: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$.

أوجد كلاً مما يلي:

١- النقاط الحرجة للدالة.

٢- الفترات التي تكون الدالة متزايدة أو متناقصة عليها.

٣ -القيم القصوى المحلية.

الحــــل:

$\because$ f دالة كثيرة حدود

$\therefore$ f متصلة و قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

نوجد النقاط الحرجة بوضع : $f'(x) = 0$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ 1

$3x^2 - 12x + 9 = 0$

$3(x-1)(x-3) = 0$

$x = 1$, $f(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 9(1) - 4 = 0$ 1

$x = 3$, $f(3) = (3)^3 - 6(3)^2 + 9(3) - 4 = -4$ 1

النقاط الحرجة هي $(3,-4)$, $(1,0)$ 1

الفترات	$(-\infty, 1)$	$(1, 3)$	$(3, \infty)$
إشارة f'	+	-	+
سلوك الدالة f	↗	↘	↗

$1 + \frac{1}{2}$

f متزايدة على الفترة $(-\infty, 1)$ و على الفترة $(3, \infty)$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

و متناقصة على الفترة $(1,3)$ $\frac{1}{2}$

من الجدول نلاحظ أنه

يوجد قيمة عظمى محلية هي $f(1) = 0$ $\frac{1}{2}$

و يوجد قيمة صغرى محلية هي $f(3) = -4$ $\frac{1}{2}$

السؤال الرابع 15 درجة

(a) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$ 8 درجات
تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0\,,4]$
ثم أوجد قيمة c الذي تنبئ به النظرية وفسر إجابتك

الحــــل:

الدالة f كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ فهي متصلة على الفترة $[0\,,4]$
وقابلة للاشتقاق على الفترة $(0\,,4)$.
$\therefore$ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0\,,4]$ $1+\frac{1}{2}$
$\therefore$ يوجد على الأقل $c \in (0\,,4)$ بحيث:

$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$ 1

$$=\frac{f(4)-f(0)}{4-0}$$

$$f(4) = (4)^3-3(4) + 2 = 54$$ $\frac{1}{2}$

$$f(0) = (0)^3-3(0) + 2 = 2$$ $\frac{1}{2}$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \quad , \quad f'(c) = 3c^2 - 3$$ 1

$$\therefore\ 3c^2 - 3 =\frac{f(4)-f(0)}{4-0}$$ 1

$$3c^2 - 3 =\frac{54-2}{4-0}$$

$$3c^2 - 3 =13 \Rightarrow 3c^2 = 16 \quad \Rightarrow c^2 = \frac{16}{3}$$ $1+\frac{1}{2}$

$$c = \frac{-4\sqrt{3}}{3} \quad , \quad c \notin (0\,,4)$$

$$c = \frac{4\sqrt{3}}{3} \quad , \quad c \in (0\,,4)$$

التفسير: يوجد مماس لمنحنى الدالة عند $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ والمماس يوازي القاطع
المار بالنقطتين $(4\,,54)$ و $(0\,,2)$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

تابع السؤال الرابع

(b) للمنحنى الذي معادلته : $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد: **7 درجات**

١- y'

٢- معادلة المماس للمنحنى عند النقطة $(3,1)$

الحـــل:

نشتق الطرفين بالنسبة ل x

$$\frac{d}{dx}(2\sqrt{y} + y) = \frac{d}{dx}(x)$$

$$2 \times \frac{1}{2\sqrt{y}} \times y' + y' = 1 \qquad (\times \sqrt{y})$$ **$1 + \frac{1}{2}$**

$$y' + y'\sqrt{y} = \sqrt{y}$$

$$(1 + \sqrt{y})y' = \sqrt{y}$$

$$\Rightarrow y' = \frac{\sqrt{y}}{1 + \sqrt{y}}$$ **$2 + \frac{1}{2}$**

لإيجاد معادلة المماس :

$$m = \frac{\sqrt{1}}{1 + \sqrt{1}} = \frac{1}{2}$$ **$\frac{1}{2}$**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$ **$\frac{1}{2}$**

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 3)$$ **$1 + \frac{1}{2}$**

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$ **$\frac{1}{2}$**

معادلة المماس هي : $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

اختبار تجريبي نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2024-2023

==

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا : في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة ؛ (b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $\lim\limits_{y\to 2} \dfrac{y^2+5y+6}{y+2} = 5$ — (a) (b)

(2) $\lim\limits_{x\to -\infty} (-x^3-2x+1) = -\infty$ — (a) (b)

(3) إذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c\ ,\ f(c))$ فإن $f''(c)=0$. — (a) (b)

ثانيا : في البنود (4-10) لكل بند أربع اختيارات ؛ واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim\limits_{x\to -2} (x^2+f(x)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

(5) لتكن الدالة f : $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g: g(x)=x^2+3\,, x\neq 0$ ، فإن: $(f\circ g)(x)$ تساوي:

(a) $\dfrac{x^2}{x-3}+3$ (b) $\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}+3$ (c) $\dfrac{-(x^2+3)}{x}$ (d) $\dfrac{x^2+3}{|x|}$

(6) إذا كانت $f(x)=3x+x\tan x$ فإن $f'(0)$ يساوي:

(a) -3 (b) 0 (c) 1 (d) 3

(7) إن الدالة f : $f(x)=x+\sqrt{x^2}+2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x=0$ والسبب هو:

(a) ناب (b) ركن (c) مماس عمودي (d) غير متصلة

(8) إذا كانت $f(x)=ax^2-25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x=\dfrac{5}{2}$، فإنّ a تساوي:

(a) 2 (b) 3 (c) 4 (d) 5

(9) إذا كانت قيمة الاختبار الإحصائي $Z=-1.5$ وفترة القبول $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن القرار يكون:

(a) رفض فرض العدم (b) قبول فرض العدم

(c) قبول الفرض البديل (d) Z لا تنتمي للفترة

(10) إذا كانت $y=\sin^{-5}x-\cos^3 x$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي:

(a) $5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2 x\sin x$ (b) $5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2 x\sin x$

(c) $-5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2 x\sin x$ (d) $-5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2 x\sin x$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا : في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة ؛ (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{y\to 2} \dfrac{y^2+5y+6}{y+2} = 5$ a   b

(2) $\lim\limits_{x\to -\infty} (-x^3-2x+1) = -\infty$ a   b

(3) إذا كان لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف هي $(c\ ,\ f(c))$ فإن $f''(c)=0$.   b   a

---

ثانيا : في البنود (4-10) لكل بند أربع اختيارات ؛ واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim\limits_{x\to -2}(x^2+f(x))=7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

a) 3   b) 5   c) 9   d) 11

(5) لتكن الدالة f : $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة g : $g(x)=x^2+3, x\neq 0$ ، فإن: $(f\circ g)(x)$ تساوي:

a) $\dfrac{x^2}{x-3}+3$ b) $\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}+3$ c) $\dfrac{-(x^2+3)}{x}$ d) $\dfrac{x^2+3}{|x|}$

(6) إذا كانت $f(x)=3x+x\tan x$ فإن $f'(0)$ يساوي:

a) -3 b) 0   c) 1   d) 3

(7) إن الدالة f : $f(x)=x+\sqrt{x^2}+2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x=0$ والسبب هو:

a) ناب   b) ركن   c) مماس عمودي   d) غير متصلة

(8) إذا كانت $f(x)=ax^2-25x$ لها قيمة قصوى محلية عند $x=\dfrac{5}{2}$، فإنّ a تساوي:

a) 2   b) 3   c) 4   d) 5

(9) إذا كانت قيمة الاختبار الإحصائي $Z=-1.5$ وفترة القبول $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن القرار يكون:

a) رفض فرض العدم   b) قبول فرض العدم

c) قبول الفرض البديل   d) Z لا تنتمي للفترة

(10) إذا كانت $y=\sin^{-5}x-\cos^3 x$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$ تساوي:

a) $5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2 x\sin x$ b) $5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2 x\sin x$

c) $-5\sin^{-6}x\cos x-3\cos^2 x\sin x$ d) $-5\sin^{-6}x\cos x+3\cos^2 x\sin x$

1	●	ⓑ		
2	ⓐ	●		
3	ⓐ	●		
4	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ
5	ⓐ	ⓑ	ⓒ	●
6	ⓐ	ⓑ	ⓒ	●
7	ⓐ	●	ⓒ	ⓓ
8	ⓐ	ⓑ	ⓒ	●
9	ⓐ	●	ⓒ	ⓓ
10	ⓐ	ⓑ	ⓒ	●

1	ⓐ	ⓑ		
2	ⓐ	ⓑ		
3	ⓐ	ⓑ		
4	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
5	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
6	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
7	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
8	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
9	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
10	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

نموذج اجابة امتحان تجريبي (٧)

الصف الثاني عشر العلمي

نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢٣/ ٢٠٢٤

إعداد التوجيه الفني للرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية

نموذج تجريبي امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2024/2023 م

المجال الدراسي : الرياضيات – الزمن : ساعتان وخمسة وأربعين دقيقة – الأسئلة في ١٠ صفحات

القسم الأول : (أسئلة المقال)

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها .

١٥

السؤال الأول :-

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

(٨ درجات)

الحل :

$$f(\chi)=\frac{\chi-2}{\sqrt{\chi^2+2\chi-4}}=\frac{\chi(1-\frac{2}{\chi})}{\sqrt{\chi^2(1+\frac{2}{\chi}-\frac{4}{\chi^2})}}$$ ١

$$=\frac{\chi(1-\frac{2}{\chi})}{|\chi|\sqrt{1+\frac{2}{\chi}-\frac{4}{\chi^2}}}=\frac{\cancel{\chi}(1-\frac{2}{\chi})}{\cancel{\chi}\sqrt{1+\frac{2}{\chi}-\frac{4}{\chi^2}}}\quad ,\chi\neq 0$$

$\chi>0 \quad \therefore |\chi|=\chi$ ٢

$$\therefore \lim_{\chi\to\infty} f(\chi)=\lim_{\chi\to\infty}\frac{1-\frac{2}{\chi}}{\sqrt{1+\frac{2}{\chi}-\frac{4}{\chi^2}}}$$ ١

$$\because \lim_{\chi\to\infty}(1+\frac{2}{\chi}-\frac{4}{\chi^2})=\lim_{\chi\to\infty}1+\lim_{\chi\to\infty}\frac{2}{\chi}-\lim_{\chi\to\infty}\frac{4}{\chi^2}=1+0-0=1$$ ١

$,1>0$

$$\therefore \lim_{\chi\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{\chi}-\frac{4}{\chi^2}}=\sqrt{\lim_{\chi\to\infty}(1+\frac{2}{\chi}-\frac{4}{\chi^2})}=1 \quad ,1\neq 0$$ ١

$$=\frac{\lim\limits_{\chi\to\infty}(1-\frac{2}{\chi})}{\lim\limits_{\chi\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{\chi}-\frac{4}{\chi^2}}}=\frac{1}{1}=1$$ ٢

تابع : السؤال الأول

(b) أوجد معادلة المماس عند النقطة $\left(1, \frac{2}{3}\right)$ لمنحنى الدالة f حيث $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+2}$

(٧ درجات)

الحل :

$$f'(X) = \frac{(x^2+2)\bullet(x^3+1)' - (x^3+1)\bullet(x^2+2)'}{(x^2+2)^2}$$

$$f'(X) = \frac{(x^2+2)\bullet(3x^2) - (x^3+1)\bullet(2x)}{(x^2+2)^2}$$ ١

$$f'(1) = \frac{(1+2)\bullet(3) - (1+1)\bullet(2)}{(1+2)^2}$$

$$f'(1) = \frac{5}{9}$$ ١

$$y-f(a) = f'(a)(x-a)$$ معادلة المماس ١

$$y - \frac{2}{3} = \frac{5}{9}(x-1)$$ ١

$$y - \frac{2}{3} = \frac{5}{9}x - \frac{5}{9}$$ ١

$$y = \frac{5}{9}x - \frac{5}{9} + \frac{2}{3}$$ ١

$$y = \frac{5}{9}x + \frac{1}{9}$$ ١

١٥

السؤال الثاني:

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x\sin x}{\cos x - 1}$

(٧ درجات)

الحل :

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x}{\cos x - 1} \times \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1}\right)$$

١

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x(\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1}\right)$$

١

$$= \lim_{x\to 0}\left(-\frac{x\sin x(\cos x + 1)}{1 - \cos^2 x}\right)$$

١

$$= \lim_{x\to 0}\left(-\frac{x\sin x(\cos x + 1)}{\sin^2 x}\right)$$

١

$$= \lim_{x\to 0}\left(-\frac{x\,(\cos x + 1)}{\sin x}\right)$$

١

$$= \lim_{x\to 0}\left(-\frac{x}{\sin x}\right)\cdot \lim_{x\to 0}(\cos x + 1)$$

١

$$= \lim_{x\to 0}\left(-\frac{x}{\sin x}\right)\cdot \left(\lim_{x\to 0}\cos x + \lim_{x\to 0} 1\right)$$

$$= -1 \times 2$$

١

$$= -2$$

تابع : السؤال الثاني :-

(b) لتكن الدالّة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ أوجد كلًّا مما يلي: (٨ درجات)

ⓐ النقاط الحرجة للدالّة.

ⓑ الفترات التي تكون الدالّة f متزايدة أو متناقصة عليها.

ⓒ القيم القصوى المحليّة.

الحل :

$\because f$ دالة كثيرة حدود.

f متصلة وقابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in \mathbb{R}$ ، ١

نوجد النقاط الحرجة فقط عند أصفار مشتقة الدالة f' .

$$f'(x) = 3x^2$$

١

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$$ ١

$$x = -2 \quad , \quad x = 2$$

النقاط الحرجة هي

$$\left(-2\,,\, f(-2)\right) = (-2\,,\, 11)$$ ١

$$\left(2\,,\, f(2)\right) = (2\,,\, -21)$$

$-\infty \qquad -2 \qquad 2 \qquad \infty$

الفترات	$(-\infty\,,-2)$	$(-2\,,2)$	$(2\,,\infty)$
إشارة f'	+++	---	+++
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

٢,٥

١,٥

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty\,,\,-2)$ والفترة $(2\,,\,\infty)$ ومتناقصة على الفترة $(-2\,,\,2)$.

توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ ، وقيمة صغرى محلية عند $x = 2$.

القيمة العظمى المحلية هي $f(-2) = 11$ ، والقيمة الصغرى المحلية عند $f(2) = -21$.

١٥

السؤال الثالث :-

(a) ادرس اتصال الدالة f على مجالها حيث: $f(x)=\begin{cases} x+3 & : \quad x\le -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : \quad x>-1 \end{cases}$

(٨ درجات)

الحل :

مجال الدالة f هو: $D_f=(-\infty,-1]\cup(-1,\infty)=\mathbb{R}$ 1

ندرس اتصال الدالة f على مجالها.

نفرض: $g(x)=x+3$

g دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$.

1.5 $\because\ f(x)=g(x) \quad \forall x\in(-\infty,-1]$

$\therefore$ f دالة متصلة على $(-\infty\ ,-1]$ (1)

نفرض: $h(x)=\dfrac{4}{x+3}$

h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x\in\mathbb{R}-\{-3\}$

$\because\ f(x)=h(x) \quad \forall\ x\in(-1\ ,\ \infty)$

1.5

$\therefore$ f متصلة على $(-1\ ,\ \infty)$ (2)

ندرس اتصال الدالة f عند $x=-1$ من جهة اليمين.

حيث نهاية المقام $\neq 0$ $f(-1)=2$ 1

$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{4}{x+3}=2$ 1

$\because\ f(-1)=\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ 1

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x=-1$ من جهة اليمين. (3)

من $(1),(2),(3)$

$\therefore$ الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty,\infty)$

$\therefore$ f متصلة على $\mathbb{R}$ 1

تابع السؤال الثالث :-

(b) لتكن: $g(x) = x^2 + 1$, $(x \neq 0)$ $f(x) = \frac{2x+1}{x}$

أوجد باستخدام قاعدة السلسلة : (1 $(f \circ g)'(x)$

(2 $(f \circ g)'(1)$

الحل : (٧ درجات)

1 $$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

2 $$f'(x) = \frac{2x - (2x+1)}{x^2} = \frac{-1}{x^2} \quad , \quad g'(x) = 2x$$

1 $$f'(g(x)) = f'(x^2+1) = \frac{-1}{(x^2+1)^2}$$

1 $$\therefore (f \circ g)'(x) = \frac{-1}{(x^2+1)^2} \cdot 2x$$

1 $$= \frac{-2x}{(x^2+1)^2}$$

1 $$(f \circ g)'(1) = \frac{-2}{(1^2+1)^2} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

السؤال الرابع:

١٥

(a) للمنحنى الذي معادلته $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$

أوجد y' ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(1\,,1)$

(٧ درجات)

الحل:

$$2x - 2\,y\,y' + y + x\,y' - 0 = 0$$ 2

$$-2\,y\,y' + x\,y' = -2x - y$$ 1

$$y'(-2\,y + x) = -2x - y$$ 1

$$y' = \frac{-2x - y}{x - 2\,y}$$ 1

بالتعويض بـ $(1,1)$ $$y' = \frac{-2(1) - (1)}{(1) - 2\,(1)} = \frac{-3}{-1} = 3$$ 1

∴ميل المماس = 3 1

تابع:السؤال الرابع:

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\overline{x} = 50$، وانحرافها المعياري $S = 9$، باستخدام مستوى ثقة 95%.

(٨ درجات)

1. أوجد هامش الخطأ.
2. أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ.
3. فسّر فترة الثقة.

∵ مستوى الثقة 95 %

∴ القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ ، نلاحظ أن σ غير معلوم، n > 30   1

$$\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{9}{\sqrt{81}} \approx 1.96 \qquad 2$$

∴ هامش الخطأ ≈ 1.96   1

فترة الثقة هي :

$$(\bar{x} - E , \bar{x} + E) = (50 - 1.96 , 50 + 1.96) \qquad 1$$

$$= (48.04 , 51.96) \qquad 1$$

عند اختيار 100 عينة عشوائية حجمها n = 50 وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ .   2

تابع امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي (الرياضيات) ٢٠٢٣/٢٠٢٤م

القسم الثاني : البنود الموضوعية (١٠ درجات)

أولا: في البنود (3-1) ظلل في جدول الإجابة

(a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $y = x^3 - 3x^2 + 5$ على الفترة $(0\ ,\ 3)$ مقعّرة لأسفل. (a) (b)

(2) الدالة: $y = \dfrac{1}{x^2+1}$ متصلة عند كل $x \in \mathbb{R}$ (a) (b)

(3) الدالة f: $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[0,\ 1]$ (a) (b)

ثانيا: في البنود من (10-4) لكل بند اربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الاجابة الرمز الدال على الاجابة الصحيحة

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim\limits_{x\to-2}(x^2+f(x))=7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

---

(5) مستطيل مساحته $36\,\text{cm}^2$ فإن أبعاده التي تعطي أصغر محيط هي:

(a) $9\,\text{cm}\ ,\ 4\,\text{cm}$ (b) $12\,\text{cm}\ ,\ 3\,\text{cm}$ (c) $6\,\text{cm}\ ,\ 6\,\text{cm}$ (d) $18\,\text{cm}\ ,\ 2\,\text{cm}$

---

(6) إذا كانت $f(x) = 3x + x\tan x$ فإن $f'(0)$ يساوي:

(a) -3 (b) 0 (c) 1 (d) 3

---

(7) إذا كانت $y = \dfrac{x^2+5x-1}{x^2}$ فإن $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=1}$ تساوي:

(a) $\dfrac{-7}{2}$ (b) -3 (c) 3 (d) $\dfrac{7}{2}$

تابع امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي (الرياضيات) ٢٠٢٣/٢٠٢٤م

(8)

$$\lim_{x \to \infty} \frac{-|x+3|}{2x} =$$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) ∞ (d) $-\infty$

---

(9) الدالة f القابلة للاشتقاق عند $x = 3$ فيما يلي هي:

(a) $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

(b) $\sqrt{3-x}$

(c) $\begin{cases} 3x-1 & : \quad x \leqslant 3 \\ 1 & : \quad x > 3 \end{cases}$

(d) $\sqrt[3]{x+2}$

---

(10) لتكن الدالة f: $f(x) = \sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x) = x^2 - 3$ فإن: $(f \circ g)(0)$ يساوي:

(a) 4 (b) -4 (c) 1 (d) -1

انتهت الأسئلة

١٠

اجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
1	a			
2		b		
3		b		
4		b	c	d
5	a	b		d
6	a	b	c	
7	a		c	d
8	a		c	d
9	a	b	c	
10		b	c	d

لكل بند درجة واحدة فقط