دولة الكويت
وزارة التربية
منطقة حولي التعليمية
توجيه رياضيات حولى

نـــمـــوذج اخـــتـــبـــار
المجال الدراسي: الرياضيات
الزمن: ساعتان و٤٥ دقيقة
عدد الصفحات: ١١ صفحات

حل نموذج امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر العلمي (رقم ١)
للعام الدراسي ٢٠٢٣/٢٠٢٤م

القسم الأول – الأسئلة المقالية
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول: (١٥ درجة)

(a) أوجد (٨ درجات)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+5x+6}}$$

-- الحل --

١ $$f(x)=\frac{2x-3}{\sqrt{4x^2+5x+6}}=\frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}}$$

١ $$=\frac{2x-3}{|x|\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}\quad (x\to\infty\ ,\ |x|=x)$$

١+١ $$=\frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{x\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}=\frac{2-\frac{3}{x}}{\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}\ :x\neq 0$$

١ شرط الجذر $$\lim_{x\to\infty}\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}4+\lim_{x\to\infty}\frac{5}{x}+\lim_{x\to\infty}\frac{6}{x^2}=4+0+0=4>0$$

١/٢ شرط المقام $$\lim_{x\to\infty}\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}\right)}=\sqrt{4}=2\neq 0$$

١+١ $$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{2-\frac{3}{x}}{\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}=\frac{\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}=\frac{\lim_{x\to\infty}2-\lim_{x\to\infty}\frac{3}{x}}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{4+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}}}$$

١/٢ $$=\frac{2-0}{2}=1$$

تابع السؤال الأول:

(b) لتكن $f(x) = 2x^2 - 3 \quad , \quad g(x) = \sqrt{x+4}$ **(٧ درجات)**

ابحث اتصال الدالة: gof عند: $x = -2$.

-- الحل --

الدالة f كثيرة الحدود متصلة عند $x = -2$ ...(١) | ١

$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$ | ١

نبحث اتصال الدالة: $g(x) = \sqrt{x+4}$ عند $x = 5$

نفرض أن $g(x) = \sqrt{h(x)}$

$h(x) = x + 4$ | ١

الدالة h كثيرة الحدود متصلة عند $x = 5$ | ١

$h(5) = (5) + 4 = 9 \quad , \quad 9 > 0$ | ١

إذن الدالة: $g(x) = \sqrt{x+4}$ متصلة عند $x = 5$ ...(٢) | ١

من (١) و (٢)

إذن الدالة: gof متصلة عند $x = -2$ | ١

السؤال الثاني: (١٥ درجة)

(a) أوجد **(٨ درجات)**

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

-- الحل --

عند التعويض عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

١ $$\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}=\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}\cdot\frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$

١ $$=\frac{2x-3-1}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\frac{2x-4}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}$$

١ $$=\frac{2(x-2)}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}\ :\ x\neq 2$$

١ شرط الجذر $$\lim_{x\to 2}(2x-3)=2(2)-3=1\ ,\ 1>0$$

١ شرط المقام $$\lim_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)=\lim_{x\to 2}\sqrt{2x-3}+\lim_{x\to 2}(1)$$

١ $$=\sqrt{\lim_{x\to 2}(2x-3)}+\lim_{x\to 2}(1)=\sqrt{1}+1=2\ ,\ 2\neq 0$$

١ $$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}=\frac{\lim_{x\to 2}(2)}{\lim_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}$$

١ $$=\frac{2}{2}=1$$

تابع السؤال الثاني:

(b) لتكن الدالة: f حيث: $f(x)=\begin{cases} x^2+x & : x\le -1 \\ x^2-x-2 & : x>-1 \end{cases}$ (٧ درجات)

أوجد إن أمكن عند $f'(-1)$

-- الحل --

$f(-1)=(-1)^2+(-1)=0$	١/٢
$f'_+(-1)=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}$	١/٢
$=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x^2-x-2-0}{x+1}$	١
$=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{(x-2)(x+1)}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1^+}(x-2)\ :\ x\neq -1$	١
$=\lim\limits_{x\to -1^+}(x-2)=(-1)-2=-3$	١/٢
$f'_-(-1)=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}$	
$=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x^2+x-0}{x+1}$	١
$=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x(x+1)}{x+1}=\lim\limits_{x\to -1^-}(x)\ :x\neq -1$	١
$=-1$	١/٢
$\because f'_+(-1)\neq f'_-(-1)$	١/٢
$f'(-1)$ غير موجودة	١/٢

السؤال الثالث: (١٥ درجة)

(a) لمنحنى الذي معادلته: $x^2 + 2xy - y^2 = 7$ **(٨ درجات)**

أوجد معادلة المماس عند النقطة $(2, 3)$

-- الحل --

الاشتقاق ضمنيا بالنسبة لـ x

١	$2x + 2xy' + 2y - 2yy' = 0$
١	$2xy' - 2yy' = -2x - 2y$
١	$y'(2x - 2y) = -2x - 2y$
١/٢	$y' = \dfrac{-2x - 2y}{2x - 2y}$
١/٢	$y' = \dfrac{-x - y}{x - y}$
١	$y'\|_{(2,3)} = \dfrac{-2 - 3}{2 - 3} = 5$
١	**معادلة خط المماس للمنحنى عند النقطة $\left(0f(0)\right)$ هي** $y - f(a) = f'(a)(x - a)$
١	$y - 3 = 5(x - 2)$
	$y - 3 = 5x - 10$
١	$y = 5x - 7$

تابع السؤال الثالث:

(b) تعطي الدالة: $V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانة بدلالة الارتفاع $h\ cm$ (٧ درجات)

١) أوجد الارتفاع h للحصول على أكبر حجم للأسطوانة.

٢) ما قيمة هذا الحجم؟

-- الحل --

$V(h) = 2\pi(-h^3 + 36h) \quad : \quad h \in (0, \infty)$

| ١ | $V'(h) = 2\pi(-3h^2 + 36)$ |

لإيجاد النقط الحرجة : $V'(h) = 0$

| ١ | $2\pi(-3h^2 + 36) = 0$ |

| ١ | $-3h^2 + 36 = 0$ |

$-3h^2 = -36$

$h^2 = 12$

$h = \pm 2\sqrt{3}$

| ١ | $h = 2\sqrt{3} \in (0, \infty) \quad , \quad h = -2\sqrt{3} \notin (0, \infty)$ |

| ١ | $V''(h) = 2\pi(-6h)$ |

| ١/٢ | $V''(2\sqrt{3}) = 2\pi\left(-6(2\sqrt{3})\right) \cong -130.6 < 0$ |

أكبر حجم للأسطوانة عندما: $h = 2\sqrt{3}\ cm$

أكبر حجم للأسطوانة يساوي

| ١ | $V(2\sqrt{3}) = 2\pi\left(-(2\sqrt{3})^3 + 36(2\sqrt{3})\right)$ |

| ١/٢ | $\cong 522.37\ cm^3$ |

السؤال الرابع: (١٥ درجة)

(a) ادرس تغير الدالة f: $f(x) = -x^3 - 3x$ وارسم بيانها **(٨ درجات)**

-- الحل --

الدالة f كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$

النهايات عند الحدود المفتوحة:

١/٢ $$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$$

١/٢ $$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$$

النقط الحرجة

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالها

١/٢ $$f'(x) = -3x^2 - 3$$

١/٢ $$f'(x) = 0$$

$$-3x^2 - 3 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow f'(x) \neq 0$$

١/٢

لا توجد نقاط حرجة

جدول إشارة f'

١/٢

x	$-\infty$ ∞
إشارة f'	$-$ $-$ $-$
سلوك f	↘ ↘ ↘

١/٢ الدالة متناقصة على $(-\infty, \infty)$

جدول إشارة f''

١/٢ $$f''(x) = -6x$$

١/٢ $$f''(x) = 0 \rightarrow -6x = 0 \rightarrow x = 0$$

١/٢ $$f(0) = -(0)^3 - 3(0) = 0$$

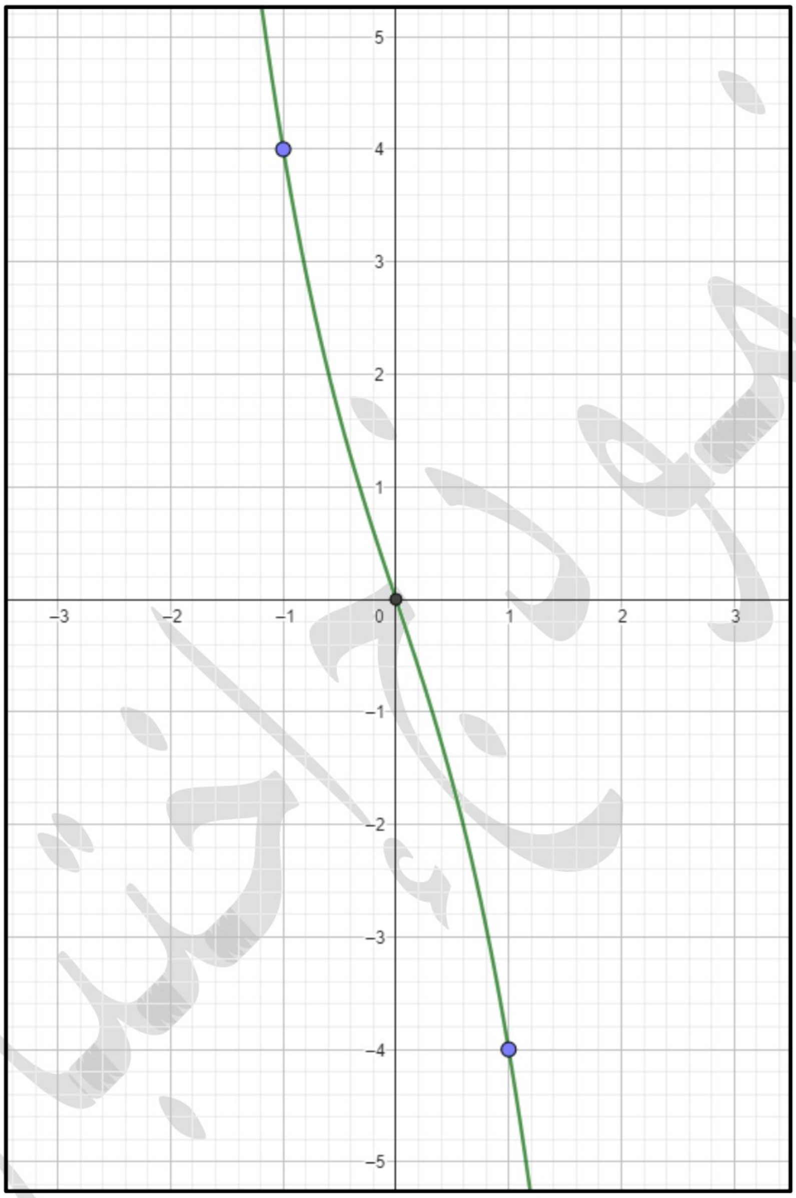
١/٢

x	$-\infty$	0	∞
إشارة f''	$+\,+$	|	$-\,-$
سلوك f	$\cup$	|	$\cap$

١/٢ إذن النقطة $(0, 0)$ نقطة إنعطاف

x	-2	-1	0	1	2
y	14	4	0	-4	-14

٢



تابع السؤال الرابع:

(b) في دراسة لعدة في ساعات استخدام الحاسوب أخذت عينة من ١٠٠ شخص يعملون (٧ درجات)
في مختلف المجالات فوجد أن المتوسط الحسابي لعدد ساعات استخدام الحاسوب هو: $\overline{x} = 4.5$
والانحراف المعياري هو: $s = 1$ ، اختبر الفرض: إذا كان متوسط عدد الساعات للمجتمع
هو: $\mu = 5$ مقابل الفرض البديل: $\mu \neq 5$ عند مستوى المعنوية يساوي: $\propto = 0.05$.

-- الحل --

$\propto = 0.05 \quad , \quad \overline{x} = 4.5 \quad , \quad \mu = 5$ | ١/٢

١) صياغة الفرض.

$H_0 : \mu = 5$ مقابل $H_1 : \mu \neq 5$ | ١

٢) σ غير معلومة ، $n = 100 > 30$

التباين الإحصائي:

$$z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{4.5 - 5}{\frac{1}{\sqrt{100}}} = -5$$ | ٢

٣) تحديد مستوى المعنوية:

$$\propto = 0.05 \rightarrow \frac{\propto}{2} = 0.025$$

$z_{\frac{\propto}{2}} = 1.96$ | ١

٤) منطقة القبول: $(-1.96, 1.96)$ | ١

٥) اتخاذ القرار: $-5 \notin (-1.96, 1.96)$ | ١

القرار: نرفض فرض العدم: $H_0 : \mu = 5$ | ١/٢

القسم الثاني – الأسئلة الموضوعية

أولاً: في البنود من (١) إلى (٣) عبارات ظلل في ورقة الإجابة ◯a, إذا كانت العبارة صحيحة.
◯b, إذا كانت العبارة خاطئة.

(١) الدالة f حيث: $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} + 1$ ، متصلة عند: $x = -2$

ⓐ ⓑ

(٢) الدالة g حيث: $g(x) = x|x|$ ، غير قابلة للاشتقاق: $\forall x \in \mathbb{R}$

ⓐ ⓑ

(٣) الدالة h حيث: $h(x) = |3x - 5|$ ، لها قيمة حرجة عند: $x = 5$

ⓐ ⓑ

ثانياً: في البنود من (٤) إلى (١٠) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(٤) $\lim_{x \to -2} \frac{4x^2 + 5\,sin^2(x)}{3x^2}$

ⓐ 3 ⓑ 9 ⓒ 0 ⓓ ∞

(٥) ميل مماس منحنى الدالة: $y = x^2 + 5x$ ، عند $x = 3$ يساوي

ⓐ 24 ⓑ $\frac{-5}{2}$ ⓒ 11 ⓓ 8

(٦) إذا كانت الدالة f كثيرة حدود والنقطة $\left(c, f(c)\right)$ نقطة انعطاف، فإن

ⓐ $f''(c) = 0$ ⓑ $f'(c) = 0$ ⓒ $f(c) = 0$ ⓓ $f''(c)$ غير موجودة

(٧) إذا كانت: g دالة متصلة عند $x = 2$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 2$ في ما يلي هي $f(x)$ تساوي

ⓐ $\sqrt{g(x)}$ ⓑ $\frac{1}{g(x)}$

ⓒ $\frac{g(x)}{x-2}$ ⓓ $|g(x)|$

(٨) إذا كانت $y = \frac{x}{1+\cos(x)}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

ⓐ $-\frac{x\sin(x)}{(1+\cos(x))^2}$

ⓑ $\frac{1+\cos(x)-x\sin(x)}{(1+\cos(x))^2}$

ⓒ $\frac{1+\cos(x)-x\sin(x)}{1+\cos^2(x)}$

ⓓ $\frac{1+\cos(x)+x\sin(x)}{(1+\cos(x))^2}$

---

(٩) لتكن الدالة f حيث $f(x) = -x^2 + 7x + 1$

ⓐ لمنحنى الدالة f قيمة عظمى محلية

ⓑ لمنحنى الدالة f نقطة انعطاف

ⓒ منحنى الدالة f مقعر للأعلى

ⓓ لمنحنى الدالة f قيمة صغرى محلية

---

(١٠) إن حجم العينة المطلوبة لتقدير المتوسط الحسابي للمجتمع مع هامش خطأ وحدتين، ومستوى ثقة 95% وانحراف معياري للمجتمع $\sigma = 8$ يساوي

ⓐ 65 ⓑ 62 ⓒ 8 ⓓ 26

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(١)	ⓐ	**ⓑ**		
(٢)	ⓐ	**ⓑ**		
(٣)	ⓐ	**ⓑ**		
(٤)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٥)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(٦)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(٧)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(٨)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(٩)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(١٠)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة

دولة الكويت

وزارة التربية

نموذج اختبار تجريبي نهاية الفصل الدراسي الأول (الفترة الدراسية الاولى) للصف الثاني عشر للعام الدراسي ٢٠٢٣/٢٠٢٤

نموذج (رقم ٢)

المجال الدراسي: الرياضيات والإحصاء للصف الثاني عشر - القسم العلمي   الزمن: ساعتان وخمس وأربعون

==

أولا الأسئلة المقالية:

السؤال الأول:

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$

الحل: عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة.

$$\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}=\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}\times\frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$=\frac{2x-3-1}{(x-2)\times\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}$$

$$=\frac{2(x-2)}{(x-2)\times\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}$$

$$=\frac{2}{\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}\quad \text{،}x\neq 2$$

نتحقق أن نهاية ما تحت الجذر أكبر

$$\lim_{x\to 2}(2x-3)=2\times 2-3=1 : 1>0$$

نتحقق أن نهاية المقام $\neq 0$

$$\lim_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)=\lim_{x\to 2}\sqrt{2x-3}+\lim_{x\to 2}1$$

$$=\sqrt{\lim_{x\to 2}(2x-3)}+1$$

$$=1+1=2\text{ ، }2\neq 0$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2}{\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\frac{\lim\limits_{x\to 2}2}{\lim\limits_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\frac{2}{2}=1$$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}$

الحل:

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(3-\frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1-\frac{9}{x^2}\right)}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(3-\frac{5}{x}\right)}{|x|\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(3-\frac{5}{x}\right)}{-x\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$ عندما $x<0$ يكون $|x|=-x$:

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-3+\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$ بشرط $x\neq 0$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(-3+\frac{5}{x}\right)=\lim_{x\to-\infty}(-3)+\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}=-3+0=-3$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right)=\lim_{x\to-\infty}1-\lim_{x\to-\infty}\frac{9}{x^2}=1-0=1\,,1>0$$

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to-\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1\ ,\qquad 1\neq 0$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-3+\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}=\frac{\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-3+\frac{5}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}=\frac{-3}{1}=-3$$

السؤال الثاني:

(a) الدالة معرفة كما يلي: $f(x) = \begin{cases} -x+4 & : x \le 7 \\ \dfrac{9}{-x+4} & : x > 7 \end{cases}$ ، ادرس اتصال الدالة على مجالها

الحل:

مجال الدالة f هو $D_f = (-\infty, 7] \cup (7, \infty) = \mathbb{R}$

ندرس اتصال الدالة f على مجالها

نفرض $g(x) = -x + 4$

g كثيرة حدود متصل ة على $\mathbb{R}$

$\because f(x) = g(x) \ \forall x \in (-\infty, 7]$

$\therefore$ f متصلة على $(-\infty, 7]$ $\quad$ (1)

نفرض $h(x) = \frac{9}{-x+4}$

h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x \in \mathbb{R}\backslash\{4\}$

$\because f(x) = h(x) \ \forall x \in (7, \infty)$

$\therefore$ f متصلة على $(7, \infty)$ $\quad$ (2)

ندرس اتصال الدالة f عند $x = 7$ من جهة اليمين

$$f(7) = -7 + 4 = -3$$

$$\lim_{x \to 7^+} f(x) = \lim_{x \to 7^+} \frac{9}{-x+4} = \frac{9}{-7+4} = -3 \qquad : \ -7 + 4 = -3 \neq 0$$

$$\because \ \lim_{x \to 7^+} f(x) = f(7)$$

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x = 7$ من جهة اليمين $\quad$ (3)

من (1)، (2)، (3)

الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty \ , \ \infty)$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$ $\therefore$ الدالة f متصلة على مجالها

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد معادلة المماس للمنحنى الذي معادلته $x^2 + 2xy - y^2 = 7$ عند النقطة $(2 , 3)$

الحل:

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة إلى x

$$2x + 2xy' + 2y - 2yy' = 0$$

$$y'(2x - 2y) = -2x - 2y$$

$$y' = \frac{-2(x+y)}{2(x-y)} = \frac{-(x+y)}{x-y} = \frac{x+y}{y-x}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx}\Big|_{(2,3)} = \frac{2+3}{3-2} = 5$$

ميل المماس للمنحنى عند النقطة $(2 , 3)$ هو 5

∴ معادلة المماس هي:

$$y - f(a) = f'(a)\,(x - a)$$

$$y - 3 = 5(x - 2)$$

$$y = 5x - 10 + 3$$

∴ المعادلة المطلوبة هي: $y = 5x - 7$

السؤال الثالث:

(a) أوجد المشتقة ان أمكن للدالة المتصلة f حيث:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

الحل:

مجال الدالة: $D_f = (-\infty\,,\,1) \cup [1\,,\infty) = \mathbb{R}$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{تبحث} & : x = 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+1-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-1}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^-} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}} \quad : x \neq 1$$

$$= \lim_{x\to 1^-} (x+1) = 1 + 1 = 2$$

$$\therefore \quad f'_-(1) = 2$$

$$f'_+(1) = \lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2\sqrt{x}-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2(\sqrt{x}-1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{2\cancel{(\sqrt{x}-1)}}{\cancel{(\sqrt{x}-1)}(\sqrt{x}+1)} \quad : x \neq 1$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{2}{\sqrt{x}+1}$$

$$\lim_{x\to 1^+} x = 1 > 0$$

$$\lim_{x\to 1^+} \left(\sqrt{x}+1\right) = \lim_{x\to 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x\to 1^+} 1 = \sqrt{\lim_{x\to 1^+} x} + \lim_{x\to 1^+} 1 = 1 + 1 = 2\,,\, 2 \neq 0$$

$$f'_+(1) = \frac{\lim\limits_{x\to 1^+} 2}{\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\sqrt{x}+1\right)} = \frac{2}{2} = 1$$

$\because\ f'_+(1) \neq f'_-(1) \quad \therefore f'(1)$ غير موجودة

$$f'(x) = \begin{cases} ٢x : x < ١ \\ \text{غير موجودة} : \quad x = ١ \\ \dfrac{١}{\sqrt{x}} \quad : x > ١ \end{cases}$$

تابع السؤال الثالث:

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 4$ وارسم بيانها

الحل:

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} x^3 = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$$

نضع $f'(x) = 0$

$$3(x-1)(x+1) = 0$$

$$x = 1 , x = -1$$

$$f(1) = (1)^3 - 3(1) + 4 = 2$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 4 = 6$$

$\therefore$ $(-1 , 6) , (1, 2)$ **نقطتان حرجتان**

نكون جدول دراسة إشارة f'

$-\infty \qquad -1 \qquad 1 \qquad \infty$

الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1 , 1)$	$(1 , \infty)$
إشارة f'	$+$	$-$	$+$
سلوك الدالة f	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

الدالة متزايدة على كل من الفترة $(1 , \infty)$ والفترة $(-\infty , -1)$ ومتناقصة على الفترة $(-1 , 1)$

نكون جدول إشارة f''

$-\infty \qquad 0 \qquad \infty$

الفترات	$(-\infty , 0)$	$(0 , \infty)$
إشارة f''	$-$	$+$
التقعر	$\cap$	$\cup$

$$f''(x) = 6x$$

نضع $f''(x) = 0$

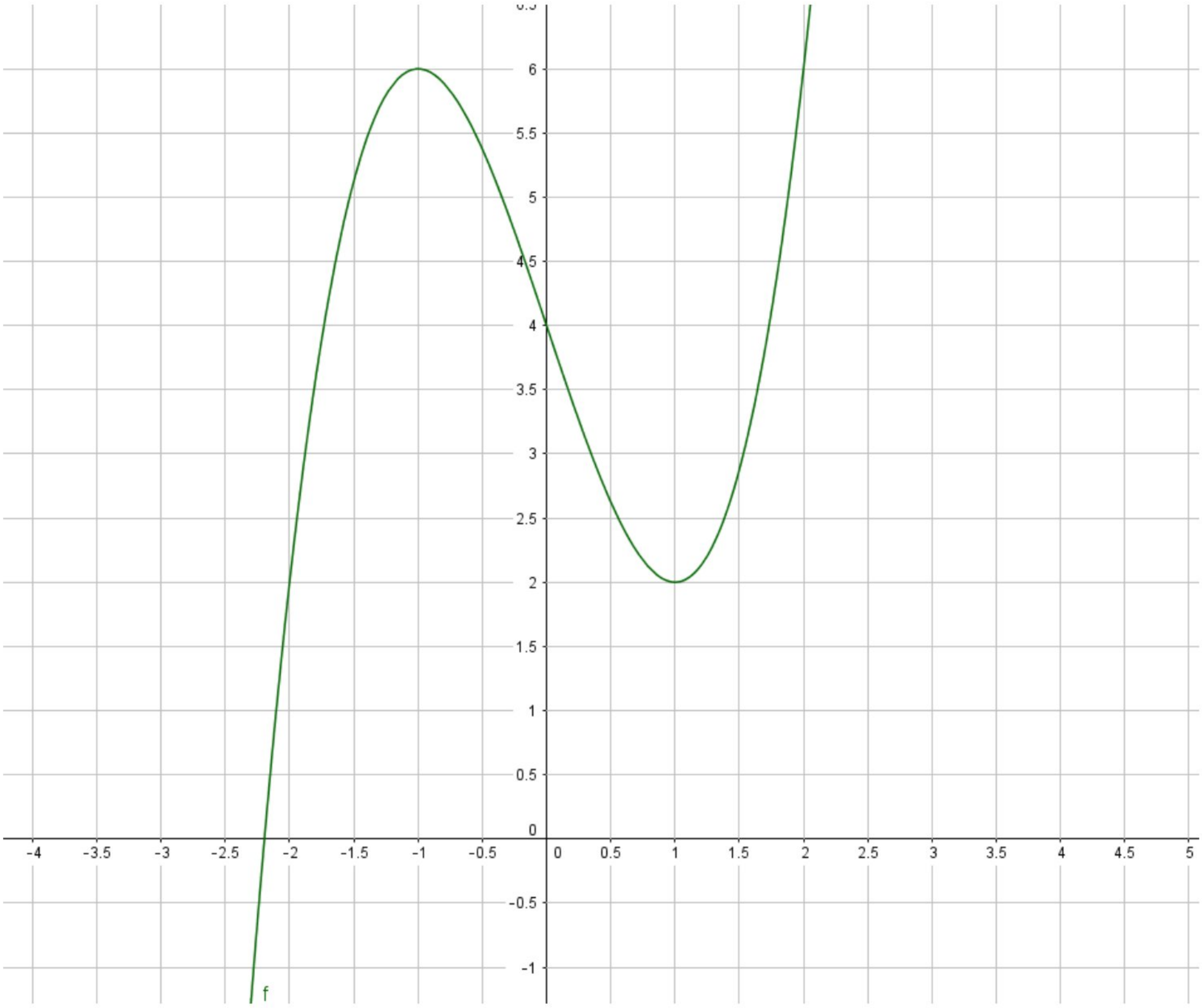
$$6x = 0 \text{ ، } x = 0 \text{ ، } f(0) = 4$$

منحنى الدالة مقعر للأسفل على الفترة $(-\infty , 0)$ ومقعر للأعلى على الفترة $(0 , \infty)$

$(0 , 4)$ نقطة انعطاف

نقاط إضافية

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-14	2	6	4	2	6	22



السؤال الرابع:

(a) مجموع عددين غير سالبين هو 20 أوجد العددين إذا كان مجموع مربعيهما أصغر ما يمكن

الحل:

نفرض أحد العددين x حيث $0 \le x \le 20$

العدد الآخر هو $20 - x$

مجموع مربعيهما هو $g(x) = x^2 + (20-x)^2$

$$= x^2 + 400 - 40x + x^2$$

$$= 2x^2 - 40x + 400$$

$g'(x) = 4x - 40$

نضع $g'(x) = 0$

$4x - 40 = 0 \quad \therefore \quad x = 10$

توجد نقطة حرجة $\big(10 \; , \; g(10)\big)$

$$g''(x) = 4 \text{ ، } 4 > 0$$

$\therefore$ $g(10)$ **قيمة صغرى مطلقة عند** $x = 10$

$\therefore$ **العدد الأول هو** $x = 10$

العدد الثاني هو $20 - 10 = 10$

$\therefore$ **العددان هما** 10 ، 10

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت $S = 1.79$ ، $\bar{X} = 37.2$ ، $n = 80$

اختبر الفرض بأن $\mu = 37$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل:

(1) صياغة الفروض: $H_0: \mu = 37$ مقابل $H_1: \mu \neq 37$

(2) $\because$ σ غير معلومة، $n > 30$

نستخدم المقياس الاحصائي Z :

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{37.2 - 37}{\frac{1.79}{\sqrt{80}}} = 0.999$$

(3) تحديد مستوى المعنوية α : $\alpha = 0.05$ ، $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ $\therefore$ $Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.025} = 1.96$

(4) منطقة القبول هي: $(-1.96\ ,\ 1.96)$

(5) اتخاذ القرار الإحصائي: $\because 0.999 \in (-1.96\ ,\ 1.96)$

$\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 37$

ثانياً: الأسئلة الموضوعية

(١٠ درجات) – لكل بند درجة واحدة فقط

في البنود من (١) الى (٣): ظلل الدائرة (a) للعبارة الصحيحة، ظلل الدائرة (b) للعبارة الخاطئة:

(1) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1-x}{2x^2-5x-3} = -\infty$ (b) (a)

(2) إذا كانت $y = \cos(\sqrt{3}\,x)$ **فإن** $\frac{dy}{dx} = \sqrt{3}\sin(\sqrt{3}x)$ (b) (a)

(3) الدالة g : $g(x) = x^2 - x - 3$ **متزايدة على الفترة** $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ (b) (a)

في البنود من (٤ - ١٠) لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل رمز الدائرة الدال على الاختيار الصحيح

(4) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{4x^2+5\sin^2 x}{3x^2} =$

(a) 3 (b) 9 (c) 0 (d) ∞

(5) إذا كانت الدالة f **متصلة عند** $x = 2$ **فإن** $f(x)$ **يمكن أن تكون:**

(a) $\frac{1}{|x-2|}$ (b) $\sqrt{x-2}$ (c) $\frac{|x-2|}{x-2}$ (d) $\begin{cases} \sqrt{x^2-3} & : x > 2 \\ 3x-5 & : x \le 2 \end{cases}$

(6) إذا كانت: $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي:

ⓐ $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

ⓑ $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

ⓒ $-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

ⓓ $-64(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(7) عدد النقاط الحرجة للدالة $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(2\ ,\ 0)$ هو:

ⓐ 3 ⓑ 1 ⓒ 2 ⓓ 0

(8) إذا كانت $f' = -3x$: f' فإن الدالة f:

ⓐ متزايدة على الفترة $(0,\infty)$

ⓑ متناقصة على الفترة $(-\infty,0]$

ⓒ متزايدة على مجال تعريفها

ⓓ متزايدة على الفترة $(-\infty\ ,0)$ ومتناقصة على الفترة $(0,\infty)$

(9) أي من منحنيات الدوال التالية يكون مقعرا للأسفل في $(1\ ,-1)$

ⓐ $f(x) = x^2$ ⓑ $f(x) = -x^2$ ⓒ $f(x) = -x^3$ ⓓ $f(x) = x|x|$

(10) لنفترض أن متوسط مجتمع احصائي يقع ضمن الفترة $62.84 < \mu < 69.46$ فمتوسط هذه العينة يساوي:

ⓐ 56.34 ⓑ 62.96 ⓒ 66.15 ⓓ 6.62

جدول إجابة البنود الموضوعية

نموذج اختبار تجريبي نهاية الفصل الدراسي الأول للصف الثاني عشر علمي ٢٠٢٣/٢٠٢٤ م

رقم البند	الإجابـــــــــة			
1	a	●		
2	a	●		
3	a	●		
4	●	b	c	d
5	a	b	c	●
6	a	b	●	d
7	a	●	c	d
8	a	b	c	●
9	a	●	c	d
10	a	b	●	d

(انتهت الأسئلة)

دولة الكويت

وزارة التربية (الأسئلة في 10 صفحات)

التوجيه الفني للرياضيات منطقة حولي — الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

المجال الدراسي : الرياضيات — العام الدراسي : 2023 \ 2024

إجابة نموذج امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولي - الصف الثاني عشر علمي (رقم 2)

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها

15

السؤال الأول : (a) أوجد أن أمكن : $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}$

الحـــــــــــل :

8 درجات

$$f(x) = \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}} = \frac{x(1+\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2})}} \qquad 1$$

$$= \frac{x(1+\frac{5}{x})}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}} \quad , \quad |x| = x \text{ يكون } x > 0 \text{ عندما} \qquad 1$$

$$= \frac{x(1+\frac{5}{x})}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}} = \frac{1+\frac{5}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}} \qquad 1,5$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{5}{x} = 1+0 = 1 \qquad 1$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} + \lim_{x\to\infty}\frac{7}{x^2} = 1+0+0 = 1 > 0 \qquad 1$$

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 \qquad 1$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}} = \lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}} = \frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}} = \frac{1}{1} = 1 \qquad 1,5$$

تابع السؤال الأول :

(a) أوجد y' للمنحني الذي معادلة $y^2 + \sqrt{y} + x^2 = 0$ | 7 درجات

الحـــــــــــل :

$$y^2 + y^{\frac{1}{2}} + x^2 = 0$$

نشتق طرفي المعادلة بالنسبة للمتغير x

$$2yy' + \frac{1}{2}y^{\frac{1}{2}-1} \cdot y' + 2x = 0$$ 2

$$2yy' + \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}} \cdot y' + 2x = 0$$ 1

$$2yy' + \frac{1}{2\sqrt{y}} \cdot y' + 2x = 0$$ 1

$$y'\left(2y + \frac{1}{2\sqrt{y}}\right) = -2x$$ 1

$$\frac{y'\left(2y+\frac{1}{2\sqrt{y}}\right)}{2y+\frac{1}{2\sqrt{y}}} = \frac{-2x}{2y+\frac{1}{2\sqrt{y}}}$$ 1

$$y' = \frac{-2x}{2y+\frac{1}{2\sqrt{y}}}$$ 1

السؤال الثاني :

15

8 درجات

(a)أوجد أن أمكن : $\lim\limits_{x\to 3} \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-3x}$

الحـــــــــل

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-3x} = \frac{\sqrt{3^2+7}-4}{3^2-3(3)} = \frac{4-4}{9-9} = \frac{0}{0} \text{ (صيغة غير معينة)} \qquad 0{,}5$$

$\therefore$ $(x-3)$ عامل صفري مشترك بين البسط والمقام

في هذه الحالة نحتاج إلي التبسيط من خلال الضرب في المرافق بسط ومقام

$$\frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-3x} = \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-3x} \times \frac{\sqrt{x^2+7}+4}{\sqrt{x^2+7}+4} = \frac{x^2+7-16}{x(x-3)(\sqrt{x^2+7}+4)} \qquad 2$$

$$= \frac{x^2-9}{x(x-3)(\sqrt{x^2+7}+4)} = \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{x\cancel{(x-3)}(\sqrt{x^2+7}+4)}$$

$$= \frac{x+3}{x(\sqrt{x^2+7}+4)} \quad : x \neq 3$$

حيث أن المقام يحتوي على جذر تربيعي لابد من إيجاد شرط الجذر التربيعي

$$\lim_{x\to 3} (x^2+7) = 3^2+7 = 16 > 0 \qquad 1$$

$$\lim_{x\to 3} \sqrt{(x^2+7)} = \sqrt{\lim_{x\to 3} (x^2+7)} = \sqrt{16} = 4 \qquad 1$$

شرط نهاية المقام

$$\lim_{x\to 3} \left(x(\sqrt{x^2+7}+4) \right) = \lim_{x\to 3} x (\lim_{x\to 3} \sqrt{x^2+7} + \lim_{x\to 3} 4) \qquad 1{,}5$$

$$= 3\ (4+4) = 24 \neq 0$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-3x} = \lim_{x\to 3} \frac{x+3}{x(\sqrt{x^2+7}+4)} \qquad 1$$

$$= \frac{\lim_{x\to 3}(x+3)}{\lim_{x\to 3}(x(\sqrt{x^2+7}+4))} = \frac{3+3}{24} = \frac{1}{4} \qquad 1$$

السؤال الثاني :

(b) أبحث أتصال الدالة $f\,(\,x\,) = \left|\sqrt{x-3}\right|$ عند $x = 4$

7 درجات

الحـــــــل :

نفرض أن $h\,(x) = \sqrt{x-3}$ ، $g(x) = \lvert x\rvert$	1
فنجد أن : $f(x) = (g \circ h)(x) = g\big(h(x)\big) = \lvert\sqrt{x-3}\rvert$	2
(1)الداله h داله جذرية متصله عند كل $x \in [3,\infty)$ ⇐ $x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$	
h داله متصله عند x=4 h(4)= 1	2
g داله متصله عند x=1 أي أن g متصله عند x=h(4) ....(2)	1
من (1) ، (2) الدالة $g \circ h$ هي داله متصله عند x=4	1

السؤال الثالث : 8 درجات

15

(a)أدرس أتصال الدالة علي

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+9} & : x \le 0 \\ \frac{6}{x+3} & : x > 0 \end{cases}$$

على مجالها,

الحـــــــــــل

مجال الدالة f : $\mathbb{R} = (-\infty, 0] \cup (0, \infty)$	1
نفرض أن $g(x) = \sqrt{x^2+9}$ ، g دالة جذريه حيث $x^2+9>0$ و $\forall x \in \mathbb{R}$	
∴ f متصله على $\mathbb{R}$	
$f(x) = g(x)\ \forall\ x \in (-\infty, 0]$	2
∴ f متصله على $(-\infty, 0]$ ....(1)	
نفرض أن $h(x) = \frac{6}{x+3}$ ، h حدوديه نسبيه متصله لكل - $\mathbb{R} - \{-3\}$	
$f(x) = h(x)\ \forall\ x \in (0, \infty)$	
∴ f متصله على $(0, \infty)$ ....(2) ،،	2
ندرس إتصال الدالة f عند x=0 من اليمين	
$f(0) = \sqrt{0^2+9} = 3 \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\left(\frac{6}{x+3}\right) = \frac{6}{0+3} = 2 \neq f(0)$	
الداله f ليست متصله عند x=0 من اليمين ....(3)	2
من (3) ، (2) ، (1) f متصله على كلا من $(-\infty, 0]$ و $(0, \infty)$	1

تابع السؤال الثالث :

7 درجات

(b) إذا كانت $g(x) = \sqrt{x}$. $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$

أوجد معادلة الناظم (العمودي) عند $x = 1$

الحـــــــــل : $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$, $g(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

$$(f \circ g)'(x) = f'[g(x)] \cdot g'(x)$$

$$f'(x) = \frac{(x^2-4)'(x^2+4)-(x^2-4)(x^2+4)'}{(x^2+4)^2}$$ 2

$$= \frac{2x(x^2+4)-(x^2-4)2x}{(x^2+4)^2} = \frac{2x^3+8x-2x^3+8x}{(x^2+4)^2}$$

$$= \frac{16x}{(x^2+4)^2}$$ 1

$$g'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f'[g(x)] = f'(\sqrt{x}) = \frac{16(\sqrt{x})}{((\sqrt{x})^2+4)^2} = \frac{16\sqrt{x}}{(x+4)^2}$$

$$(f \circ g)'(x) = f'[g(x)] \cdot g'(x)$$ 2

$$= \frac{16\sqrt{x}}{(x+4)^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{8}{(x+4)^2}$$

$$m = (f \circ g)'(1) = \frac{8}{(1+4)^2} = \frac{8}{25}$$

$$y_1 = (f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(\sqrt{1}) = f(1) = \frac{1^2-4}{1^2+4} = -\frac{3}{5}$$ 1

معادلة الناظم (العمودي)

$$y - y_1 = \frac{-1}{m}(x - x_1)$$

$$y - \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{-1}{\frac{8}{25}}(x - 1) \Rightarrow y = -\frac{25}{8}x + \frac{25}{8} + \frac{3}{5}$$ 1

$$y = -\frac{25}{8}x + \frac{25}{8} + \frac{149}{40}$$

السؤال الرابع :

5 درجات

15

(a) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 50$

ومتوسطها الحسابي $\overline{x} = 32$ وانحرافها المعياري $S^2 = 49$

بإستخدام مستوي ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ 0

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ 0

الحـــــــــل

حجم العينة : $n = 50$ متوسط الحسابي : $\overline{x} = 32$ انحراف المعياري : $S = 7$

مستوي الثقة = 95%

1 القيمة الحرجة = $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,95$

σ غير معلومة ، $n = 50 \geq 30$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = 1.95 \times \frac{7}{\sqrt{50}} \Rightarrow E = 1.9403$$ 2

(1) هامش الخطأ $E = 1.9403$

(2) فترة الثقة هي :

$$(\overline{x} - E . \overline{x} + E) = (32 - 1.9403, 32 + 1.9403)$$ 2

$$= (30.0597 \quad , \quad 33.9403)$$

تابع السؤال الرابع :

10 درجات

b) أدرس تغير الدالة f : $f(x) = x - 4x^3$

الحـــــــــل

(1) الدالة f كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$ 1

(2) نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة :

2

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} -4x^3 = \infty$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} -4x^3 = -\infty$$

(3) تعين النقاط الحرجة وفترات التزايد والتناقص

$$f^{/}(x) = 1 - 12x^2$$

نضع $f^{\backslash}(x) = 0$

2

$$1 - 12x^2 = 0 \quad \Longrightarrow 1 = 12x^2 \quad \Longrightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{12}} = \pm\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

النقاط الحرجة يتم تعويض قيم x في الدالة

$$f(x) = x - 4x^3$$

$$f\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right) = -\frac{1}{2\sqrt{3}} - 4\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^3 = -0.192$$

$$f\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{2\sqrt{3}} - 4\left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^3 = 0.192$$

النقاط الحرجة هي : $\left(\frac{1}{2\sqrt{3}} . \frac{\sqrt{3}}{9}\right)$. $\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}} . -\frac{\sqrt{3}}{9}\right)$

نكون جدول التغير :

1

الفترات	$\left(-\infty . -\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$	$\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}} . \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$	$\left(\frac{1}{2\sqrt{3}} . \infty\right)$
إشارة $f^{\backslash}$	- - -	+ + +	- - -
سلوك الدالة f	∞ متناقصة ↘	متزايدة ↗	متناقصة ↘ $-\infty$

من الجدول الدالة متزايدة علي الفترة $\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}} \, . \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$ 2

الدالة متناقصة على الفترتين $\left(\frac{1}{2\sqrt{3}} \, . \, \infty\right) . \left(-\infty \, . -\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)$

للدالة قيمة عظمي محلية عند $x = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ وقيمتها $\frac{\sqrt{3}}{9}$

و للدالة قيمة صغري محلية عند $x = -\frac{1}{2\sqrt{3}}$ وقيمتها $\frac{-\sqrt{3}}{9}$

(4) *دراسة أشارة* $f^{\backslash\backslash}$ 2

$$f^{//}(x) = -24x$$

نضع $f^{\backslash\backslash}(x) = 0$

$$-24x = 0 \Rightarrow x = 0$$

الفترات	$(-\infty \, . \, 0)$	$(0 \, . \, \infty)$
إشارة $f^{\backslash\backslash}$	+ + + +	- - -
التقعر	∪	∩

من الجدول :

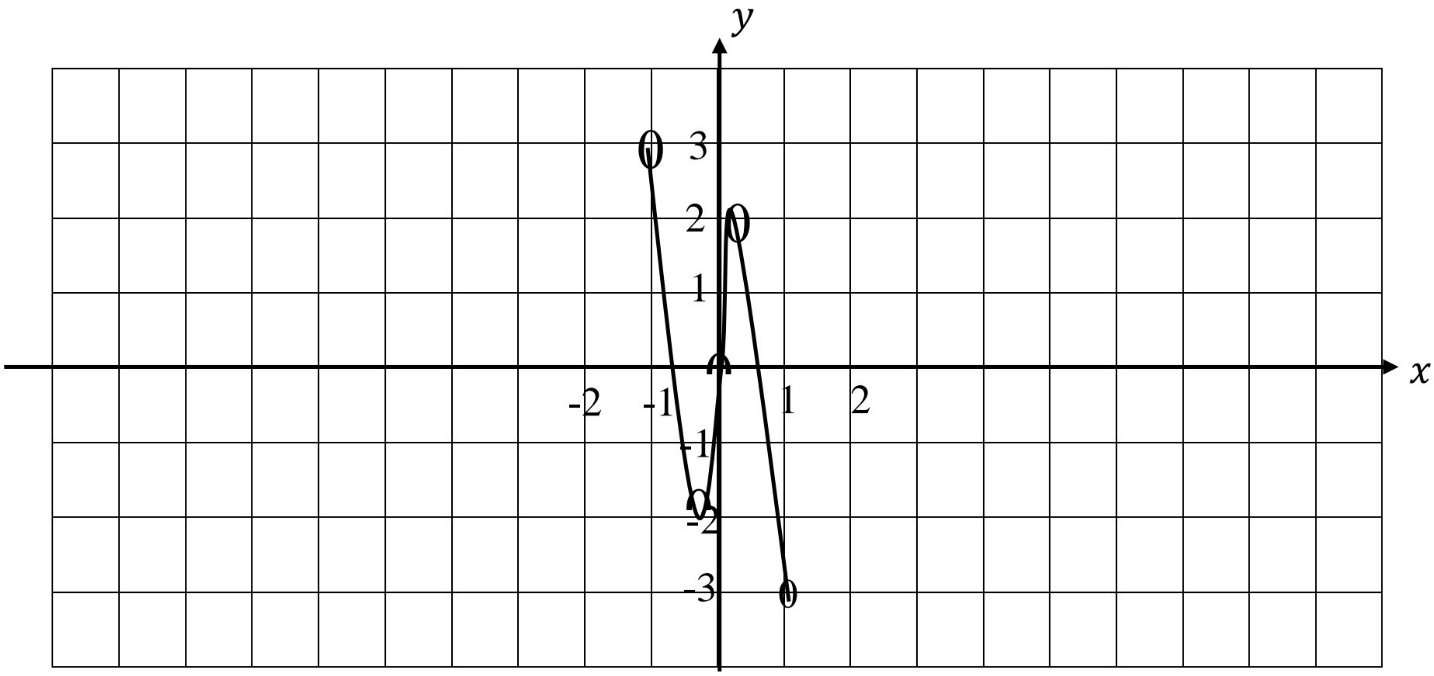
منحني الدالة مقعر لأسفل علي الفترة $(0 \, . \, \infty)$ ومقعر لأعلي علي الفترة $(0 \, . \, \infty-)$

يوجد للدالة f نقطة أنعطاف عند $(0 \, . \, 0)$

(5) نقاط أضافية :

x	- 1	-0.288	0	0.288	1
f	3	-1.92	0	1.92	-3
	نقاط أضافية	صغري	انعطاف	عظمي	نقاط أضافية

2



ثانيًا : البنود الموضوعية

في البنود من (1) الى (3) : عبارات ظلل الدائرة (a) إذا كانت العبارة الصحيحة ،
(b) إذا كانت العبارة الخاطئة :

(1) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\sin 2x}{2\cos 2x} = \frac{1}{2}$

(a) (b)

---

(2) إذا كانت $y = \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^3}$ فإن $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{x^4}$

(a) (b)

---

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\ cm^2$ هو $16\ cm$

(a) (b)

ثانياً : في البنود من (4) الى (10) : لكل بند أربعة خيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة

رمز الرمز الدال على الإ جابة الصحيحة

(4) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي

(a) 4 (b) 9 (c) 16 (d) 25

---

(5) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

(a) $\left(-\infty . \frac{1}{2}\right]$ (b) $(5 . \infty)$

(c) $\mathbb{R}$ (d) $(-5 . 5)$

---

(6) ميل المماس عند النقطة $A(1 . 1)$ على المنحني : $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ هي

(a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) 2

(7) في دراسة حول متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينة معينة هو

(دينارًا) $\mu = 320$ تبين أن المتوسط الحسابي لعينة حجمها $n = 25$ منزلًا من هذه المدينة

(دينارًا) $\bar{x} = 310$ مع انحراف معياري $S = 40$ إن مقياس الإحصائي هو :

a **1.25** b **-1.25**

c **0.8** d **-0.8**

==

(8) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g(x) = x^2 + 3 \,.\, x \neq 0$ فإن : $(f \circ g)(x)$تساوي

a $\frac{x^2}{x-3} + 3$ b $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$

c $\frac{-(x^2+3)}{x}$ d $\frac{x^2+3}{|x|}$

....

(9) $\lim_{x \to -\infty} \frac{-2x+3}{\sqrt{4x^2-x+3}}$

a -1 b 1 c $\frac{1}{2}$ d $-\frac{1}{2}$

....

(10)أن معادلة المماس للدالة f : $y = 2x^2 - 13x + 2$ عند $x = 3$ هي

a $y = x - 16$ b $y = -x + 16$

c $y = -x - 13$ d $y = -x - 16$

" أنتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b		
(2)	a	b		
(3)	a	b		
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d

قوانين

$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$; $-Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$ (القيمة الحرجة)

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (الخطأ المعياري للمجتمع)

$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (هامش الخطأ – توزيع طبيعي)

$(\overline{x} - E \ , \ \overline{x} + E)$ فترة الثقة للمتوسط الحسابي

$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ (التوزيع t)

$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$ (هامش الخطأ – توزيع t الانحراف المعياري σ غير معاوم)

$Z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ (المقياس الإحصائي – توزيع طبيعي)

$Z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ (المقياس الإحصائي – توزيع طبيعي – الانحراف المعياري σ غير معلوم)

$t = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ (المقياس الاحصائي – توزيع t – الانحراف المعياري σ غير معاوم)

نموذج تجريبي للصف الثاني عشر علمي في مادة الرياضيات (رقم 4)

وزارة التربية
الإدارة العامه لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

الفصل الدراسي الأول
2024-2023 م

اولاً: (اسئلة المقال)

(أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل فى كل منها)

السؤال الأول:-

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to 0}\frac{(2+x)^3-8}{x}$$

الحل:

عند التعويض المباشر عن x ب 0 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غيرمعينة

$$\frac{(2+x)^3-8}{x} = \frac{(2+x-2)((2+x)^2+2(2+x)+(2)^2)}{x}$$

xعامل صفري مشترك بين البسط والمقام

$$=\frac{\cancel{x}(4+4x+x^2+4+2x+4)}{\cancel{x}}$$

$$=x^2+6x+12 \qquad ,x\neq 0$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{(2+x)^3-8}{x}=\lim_{x\to 0}(x^2+6x+12)=12$$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1}$$

الحل:

$$\frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1} = \frac{\sqrt{x^2(2-\frac{1}{x})}}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)} = \frac{|x|\sqrt{2-\frac{1}{x}}}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}$$

$x \to \infty \qquad \to x \neq 0 \qquad |x| = x$

شرط الجذر: $\lim_{x\to\infty} 2 - \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 2 - 0 = 2 > 0$

شرط المقام : $\lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1 \neq 0$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2-x}}{x+1} = \frac{\lim_{x\to\infty}(\sqrt{2x^2-x})}{\lim_{x\to\infty}(x+1)} = \frac{\sqrt{\lim_{x\to\infty}(2x^2-x)}}{\lim_{x\to\infty}(x+1)} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

$$= \sqrt{2}$$

السؤال الثاني:

لتكن f : $f(x)=\sqrt{9-x^{2}}$

ادرس اتصال الدالة f على $[-3,3]$

الحل:

نفرض أن $f(x)=\sqrt{g(x)}, g(x)=9-x^{2}$

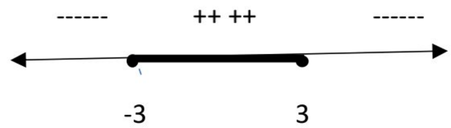
$D_f=\{x: g(x)\geq 0\}$

$9-x^2\geq 0$

$9-x^2=0$ المعادلة المناظرة

$(3-x)(3+x)=0$

$x=3. x=-3$



اذا مجال الدالة f هو $[-3,3]$

لدراسة اتصال الدالة f على $[-3,3]$ حيث $f(x)=\sqrt{9-x^2}$

$g(x)\geq 0 \quad \forall x\in[-3,3]\,(1)$

$g(x)=9-x^2$ متصلة على $[-3,3]\,(2)$

من (1) و (2)

$\therefore f$ متصلة على $[-3\ .\ 3]$

تابع: السؤال الثاني:-

(b) لتكن الدالة f

$$f(x)=\begin{cases} x^2+x & : \quad x\le -1 \\ x^2-x-2 & : \quad x>-1 \end{cases}$$

أوجد إن أمكن $f'(-1)$

الحل:- .

$$f(-1)=(-1)^2+1$$
$$f(-1)=2$$

$$f'_-(-1)=\lim_{x\to -1^-}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}$$

$$=\lim_{x\to -1^-}\frac{x^2+x-0}{x+1}$$

$$=\lim_{x\to -1^-}\frac{x\cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}}=\lim_{x\to -1^-}x=-1$$

$$f'_+(-1)=\lim_{x\to -1^+}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}$$

$$=\lim_{x\to -1^+}\frac{x^2-x-2-0}{x+1}$$

$$=\lim_{x\to -1^+}\frac{(x-2)(x+1)}{(x+1)}=\lim_{x\to -1^+}(x-2)=-1-2=-3$$

$$\because f'_-(-1)\ne f'_+(-1)$$

$\therefore f'(-1)$ غير موجودة

السؤال الثالث:-

(a) لتكن $y = u^3 - 3u + 1 \;, u = 5x^2 + 2$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ بإستخدام قاعدة التسلسل .

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} . \frac{du}{dx}$$

مشتقة بدلالة u

$$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 3$$

مشتقة بدلالة x

$$\frac{dy}{dx} = 10x$$

قاعدة التسلسل

$$\frac{dy}{dx} = (3u^2 - 3) \times (10x)$$

تعويض

$$\frac{dy}{dx} = (3(5x^2 + 2)^2 - 3) \times (10x)$$

$$= 750x^5 + 600x^3 + 90x$$

تابع: السؤال الثالث:

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

وارسم بيانها

الحل:

f دالة كثيرة الحدود مجالها

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة.

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (2x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (2x^3) = +\infty$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة الحدود قابلة للاشتقاق على مجالها .

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

نضع :

$$f'(x) = 0$$

$$6x^2 + 6x = 0$$

$$6x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0 \quad , \quad x = -1$$

$$f(0) = -1 \ , \ f(-1) = 0$$

$(0,-1)$, $(0,-1)$ نقطتان حرجتان.

نكون جدول لدراسة إشارة f'

∞	0	-1	-∞

++	---	+++	إشارة f'
متزايدة ↗	متناقص ↘	متزايد ↗	سلوك الدالة f

نكون جدول لدراسة إشارة f''

$f''(x)=12x+6$

نضع :

$f''(x)=0$

$12x+6=0$

$x=\frac{-1}{2}$

$f(\frac{-1}{2})=\frac{-1}{2}$

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty,-1)$ و الفترة $(0,\infty)$ ومتناقص على الفترة $(0$

$-\infty \qquad \frac{-1}{2} \qquad \infty$

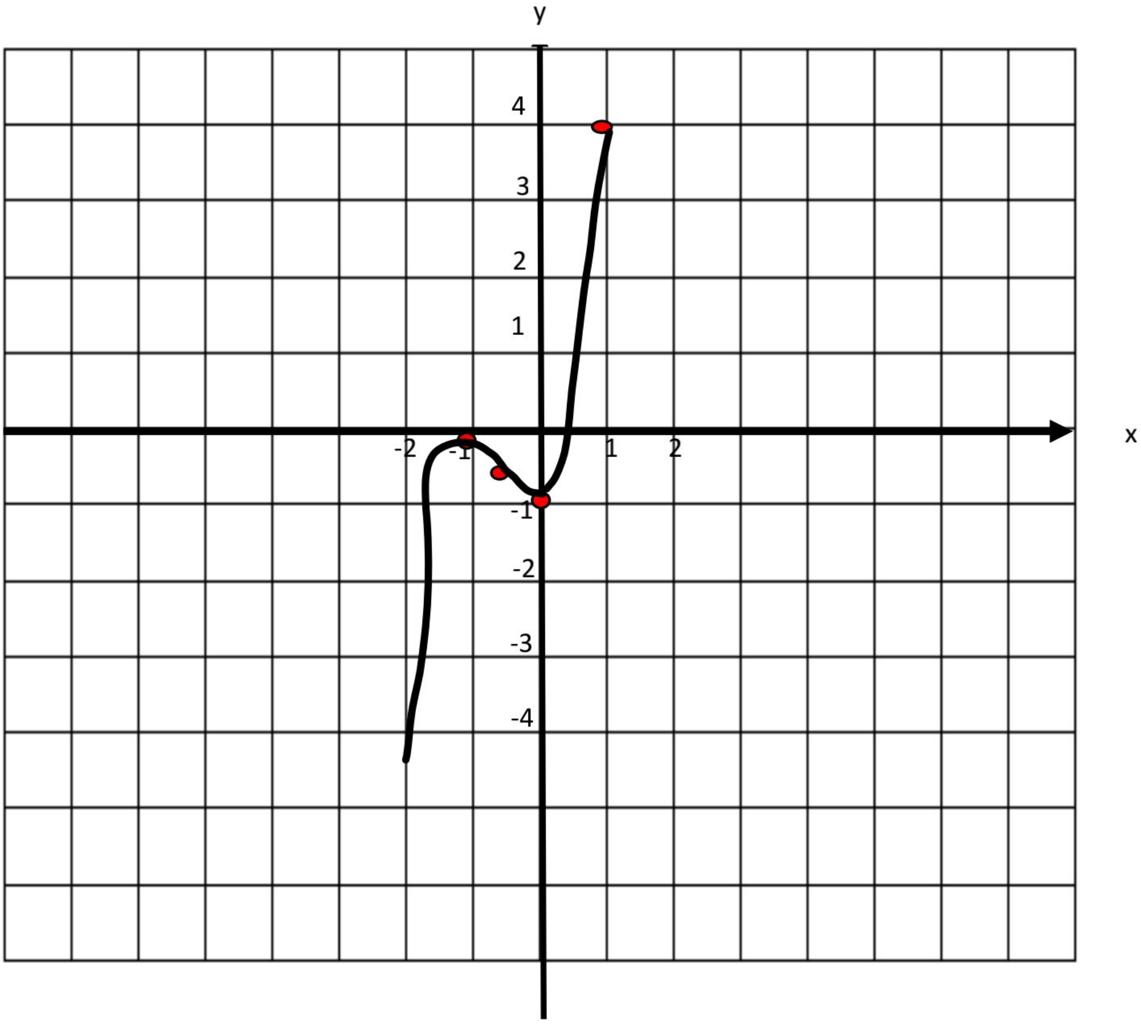
إشارة f''	---	+++
التقعر	$\cap$ تقعر لاسفل	$\cup$ تقعر لأعلى

منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة $(\frac{-1}{2},\infty)$ ومقعر للأسفل على الفترة $(-\infty,\frac{-1}{2})$ والنقطة $(\frac{-1}{2},\frac{-1}{2})$ هي نقطة انعطاف.

نقاط إضافية

x	-2	-1	$\frac{-1}{2}$	0	1
$f(x)$	-5	0	$\frac{-1}{2}$	-1	4

بيان الدالة f :



<u>السؤال الرابع:</u>

<u>(a)</u> أوجد عددين مجموعهما 14 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل:

نفرض أن أحد العددين هو x حيث $0 < x < 14$

العدد الاخر $14 - x$

$$g(x) = x(14 - x)$$
$$g(x) = 14x - x^2$$
$$g^{/}(x) = 14 - 2x$$
$$g^{/}(x) = 0$$
$$14 - 2x = 0 \rightarrow 14 = 2x$$
$$\rightarrow x = 7$$
$$g^{\backslash\backslash}(x) = 0 - 2 = -2 < 0$$

توجد قيمة عظمى عند $x = 7$

العدد الأول هو $x = 7$

العدد الثاني هو $14 - 7 = 7$

العددان هما $7, 7$

تابع- السؤال الرابع

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 81$ ومتوسطها الحسابي $\bar{x} = 50$
وانحرافها المعياري $s = 9$ بإستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ

(2). أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الاخصائي μ

الحل:

(1)

$n = 81 \qquad \bar{x} = 50 \qquad S = 9$

مستوى الثقة 95% $\therefore Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

σ غير معلومة , n>30

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{9}{\sqrt{81}} = 1.96$$

(2)فترة الثقة :

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) = (50 - 1.96, 50 + 1.96) = (48.04, 51.96)$$

ثانيا:الأسئلة الموضوعية :

أولا: في البنود $(1-3)$ ظلل في ورقة الإجابة (a) اذا كانت العبارة صحيحة (b) واذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x \to 0} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} = 0$ (a) (b)

(2) $\lim_{x \to \infty} \frac{2x - 1}{|x| - 3} = 2$ (a) (b)

(3) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع $\mu = 25000$ في دراسة لعينة عشوائية تبين أن المتوسط الحسابي هو $\overline{x} = 27000$ مع انحراف معياري $S = 5000$ إذا كان المقياس الاحصائي $t = 2$ فإن حجم العينة $n = 25$ (a) (b)

في البنود. $(10 - 4)$لكل بند أربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة , ظلل في ورقة الإجابة الحرف الدال على الإجابة الصحيحة لكل منها:

(4) اذا كان القرار رفض العدم، وفترة الثقة $(-1.96,1.96)$ فإن قيمة الاختبار Z ممكن أن تكون

(a)1.5 (b) -2.5 (c) 1.87 (d) -1.5

(5) عدد النقاط الحرجة للدالة $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0,2)$ هو

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

(6) اذا كانت $f(x)=(1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ تساوي

(a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ (b) $8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(c) $-8(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$ (d) $-64(1+6x)^{\frac{-4}{3}}$

(7) اذا كانت $r=\tan(2-\theta)$ فان $\frac{dr}{d\theta}$ تساوي

(a) $\sec^2(2-\theta)$ (b) $-\sec^2(2-\theta)$

(c) $\sec^2(\theta+2)$ (d) $\sec(2-\theta)$

(8) للدالة f : $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ مماس راسى معادلته

(a)X=0 (b) y=0 (c) x=1 (d)y=1

(9) الدالة g: $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1} & : x>1\\ 3x & : x\le 1\end{cases}$ متصلة على

$(a)(-\infty,1],(1,\infty)$ $(b)(-\infty,1),[1,\infty)$

$(c)(-\infty,\infty)$ $(d)[-\infty,3]$

(10) اذا كانت g دالة متصلة عند $x=a$ ، $a\in\mathbf{Z}$ وكانت

$$g(x)=\begin{cases}x+1 & : x>a\\ 3-x & : x\le a\end{cases} \Rightarrow a=$$

(a)-1 (b) 1 (c) 0 (d)2

تابع نموذج إجابة امتحان الفصل الدراسي الاول التجريبي – للصف الثاني عشر علمي
(الرياضيات) – العام الدراسي 2023 – 2024م

جدول أجابات البنود الموضوعية

الإجابـــــــة				رقم البند
a	b	c	d	1
a	b	c	d	2
a	b	c	d	3
a	b	c	d	4
a	b	c	d	5
a	b	c	d	6
a	b	c	d	7
a	b	c	d	8
a	b	c	d	9
a	b	c	d	10