قوانين الصف العاشر

٢٠٢٣ - ٢٠٢٤

الرياضيَّات

أ.عبدالله جمعه يحي

حل معادلات تتضمَّن قيمة مطلقة

١ إذا كان ٩ عدداً حقيقيَّاً موجباً فإنَّ حل المعادلة | س | = ٩ هو : س = ٩ أو س = - ٩
وتكون مجموعة الحل { - ٩ ، ٩ }

٢ إذا كان ٩ عدداً حقيقيَّاً سالباً فإنَّ مجموعة حل المعادلة | س | = ٩ هي : $\varnothing$

٣ إذا كان ٩ = ٠ فإنَّ مجموعة حل المعادلة | س | = ٩ هي : { ٠ }

حل متباينات تتضمَّن قيمة مطلقة

ليكن ٩ عدداً حقيقيَّاً موجباً :

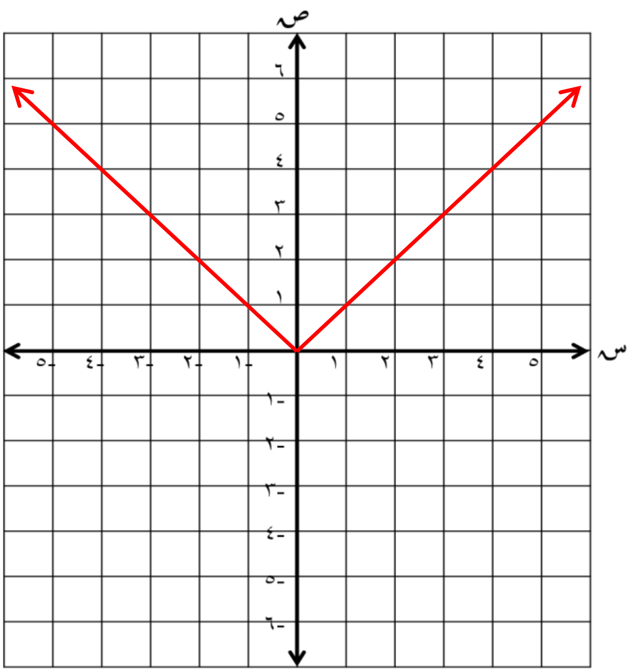
١ | س | ≤ ٩ تُكافئ - ٩ ≤ س ≤ ٩

٢ | س | ≥ ٩ تُكافئ س ≥ ٩ أو س ≤ - ٩

دالة القيمة المطلقة

$$\text{ص} = \begin{cases} \text{س} & : \text{س} > ٠ \\ ٠ & : \text{س} = ٠ \\ -\text{س} & : \text{س} < ٠ \end{cases}$$

س	٢-	١-	٠	١	٢
ص	٢	١	٠	١	٢



رأس منحنى دالة القيمة المطلقة ص = | ٩ س + ب | + جـ هو النقطة ($\frac{-\text{ب}}{٩}$ ، جـ)

إعداد: أ.عبدالله يحي

حل معادلات من الدرجة الثانية في متغير واحد باستخدام القانون

الشَّكل العام للمعادلة من الدرجة الثانية في متغيِّر واحد :

$ٕ س^٢ + ب س + جـ = ٠$ ($ٕ \neq ٠$)

المميّز : $\Delta = ب^٢ - ٤ ٕ جـ$

$\Delta > ٠$	$\Delta = ٠$	$\Delta < ٠$
الجذران عددان حقيقيان مختلفان	الجذران عددان حقيقيان متساويان	الجذران غير حقيقيين
$س = \dfrac{- ب + \sqrt{\Delta}}{٢ ٕ}$ ، $س = \dfrac{- ب - \sqrt{\Delta}}{٢ ٕ}$	$س = \dfrac{- ب}{٢ ٕ}$	

إذا كان جذرا المعادلة: $ٕ س^٢ + ب س + جـ = ٠$ هما : م ، ن

فإنَّ: $م + ن = \dfrac{- ب}{ٕ}$ ، $م \times ن = \dfrac{جـ}{ٕ}$

وتُكتب المعادلة على الصورة : $س^٢ - (م + ن) س + م \times ن = ٠$

أنظمة قياس الزاوية

القياس الستيني س° | القياس الدائري $\text{هـ}^{\text{د}}$

$$\frac{\text{هـ}^{\text{د}}}{\pi} = \frac{\text{س}^\circ}{١٨٠^\circ}$$

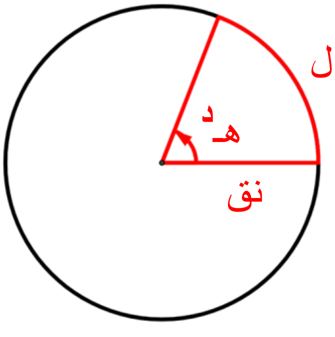
$$\text{هـ}^{\text{د}} = \text{س}^\circ \times \frac{\pi}{١٨٠^\circ}$$

$$\text{س}^\circ = \text{هـ}^{\text{د}} \times \frac{١٨٠^\circ}{\pi}$$

طول قوس في الدائرة

$$\text{ل} = \text{هـ}^{\text{د}} \times \text{نق}$$

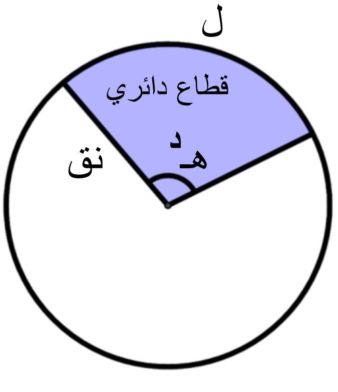
$$\text{هـ}^{\text{د}} = \frac{\text{ل}}{\text{نق}}$$



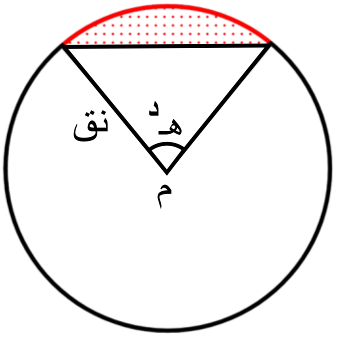
القِطاع الدائري والقطعة الدائريَّة

$$\text{مساحة القطاع الدائري} = \frac{١}{٢}\ \text{ل}\ \text{نق}$$

$$\text{مساحة القطاع الدائري} = \frac{١}{٢}\ \text{هـ}^{\text{د}}\ \text{نق}^{٢}$$



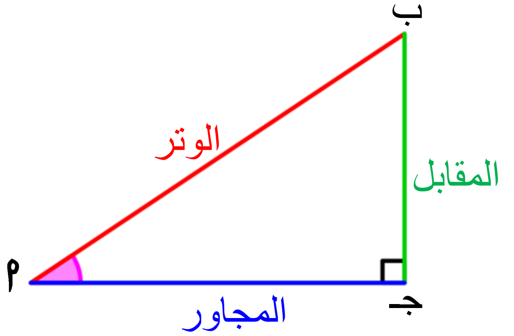
$$\text{مساحة القطعة الدائريَّة} = \frac{١}{٢}\ \text{نق}^{٢}\left(\text{هـ}^{\text{د}} - \text{جا هـ}^{\text{د}}\right)$$



إعداد: أ.عبدالله يحي

حساب المثلثات

النسب المثلثيَّة : الجيب وجيب التمام ومقلوباتهما ، ظل الزاوية ومقلوبه



$$\text{جيب الزاوية} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \longrightarrow \text{قاطع تمام الزاوية} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$$

$$\text{جا أ} = \frac{\text{مقابل } \hat{\text{أ}}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ ب}}$$

$$\text{قتا أ} = \frac{\text{الوتر}}{\text{مقابل } \hat{\text{أ}}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}}$$

$$\text{جيب تمام الزاوية} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \longrightarrow \text{قاطع الزاوية} = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$$

$$\text{جتا أ} = \frac{\text{مجاور } \hat{\text{أ}}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{أ ب}}$$

$$\text{قا أ} = \frac{\text{الوتر}}{\text{مجاور } \hat{\text{أ}}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$$

$$\text{ظل الزاوية} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \longrightarrow \text{ظل تمام الزاوية} = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$$

$$\text{ظا أ} = \frac{\text{مقابل } \hat{\text{أ}}}{\text{مجاور } \hat{\text{أ}}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$$

$$\text{ظتا أ} = \frac{\text{مجاور } \hat{\text{أ}}}{\text{مقابل } \hat{\text{أ}}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ب جـ}}$$

$\text{قتا أ} = \frac{١}{\text{جا أ}}$	$\text{قا أ} = \frac{١}{\text{جتا أ}}$	$\text{ظتا أ} = \frac{١}{\text{ظا أ}}$

النِّسبة والتَّناسب

ليكن ٩ ، ب ، جـ ، د ∋ ح* ، ك ∋ ح إذا كان $\frac{٩}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإنَّ :

٩ ، د : طرفي التَّناسب

جـ ، ب : وسطي التَّناسب

٩ × د = ب × جـ (خاصيَّة الضرب التقاطعي)

نسمِّي ٩ ، ب ، جـ ، د أعداداً مُتناسبة.

التناسب المتسلسل الهندسي

ليكن ٩ ، ب ، جـ ، د ∋ ح* إذا كان $\frac{٩}{ب} = \frac{ب}{جـ}$ فإنَّ :

٩ ، جـ : طرفي التَّناسب

ب : الوسط المتناسب أو الوسط الهندسي للعددين ٩ ، جـ

نقول : ٩ ، ب ، جـ في تناسب متسلسل (تناسب هندسي).

التغيُّر الطردي

إذا كانت ص تتغيَّر طرديَّاً مع س نكتب:

ص α س ⟺ ص = ك س

التغيُّر العكسي

إذا كانت ص تتغيَّر عكسيَّاً مع س نكتب:

ص α $\frac{١}{س}$ ⟺ س ص = ك

إذا كان (س$_{١}$ ، ص$_{١}$) ، (س$_{٢}$ ، ص$_{٢}$) زوجين مرتَّبين في تغيُّر طردي فإنَّ: $\frac{ص_{١}}{س_{١}} = \frac{ص_{٢}}{س_{٢}}$

إذا كان (س$_{١}$ ، ص$_{١}$) ، (س$_{٢}$ ، ص$_{٢}$) زوجين مرتَّبين في تغيُّر عكسي فإنَّ: $\frac{ص_{١}}{ص_{٢}} = \frac{س_{٢}}{س_{١}}$

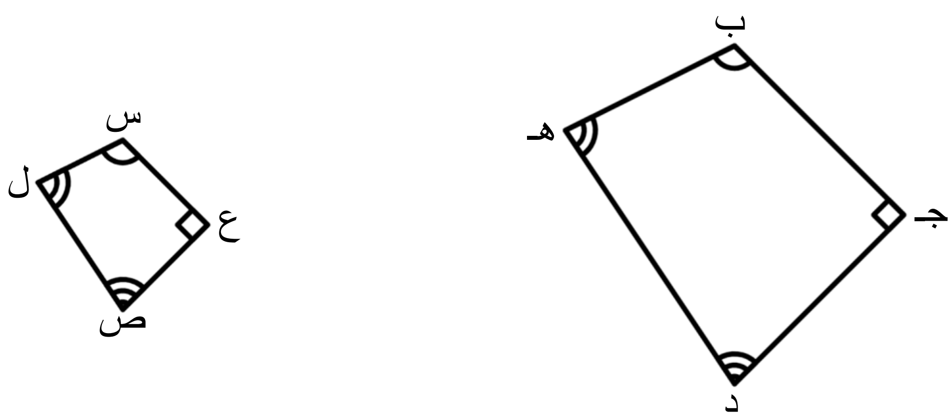
المُضلعات المُتشابهة

يُقال لمضلَّعين (لهما العدد نفسه من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقَّق الشرطان التاليان معاً:

- قياسات زواياهما المتناظرة متساوية.
- أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

والعكس صحيح.

تُسمَّى النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين **نسبة التشابه**.



المضلعان ب جـ د هـ ، س ع ص ل مشابهان فإنَّ :

① ق($\widehat{\text{جـ}}$) = ق($\widehat{\text{ع}}$)   ق($\widehat{\text{ب}}$) = ق($\widehat{\text{س}}$)

ق($\widehat{\text{هـ}}$) = ق($\widehat{\text{ل}}$)   ق($\widehat{\text{د}}$) = ق($\widehat{\text{ص}}$)

② $\frac{\text{س ع}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{ع ص}}{\text{جـ د}} = \frac{\text{ص ل}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ل س}}{\text{هـ ب}}$

ملاحظة:

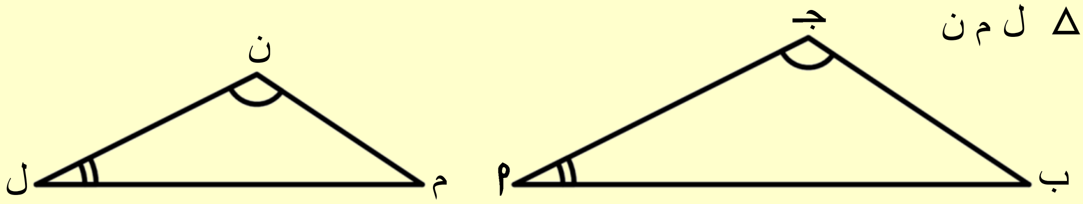
رمز التشابه هو ~ ونكتب: س ع ص ل ~ ب جـ د هـ

تشابه المثلَّثات

نظرية (١)

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان في أحد المثلثين مع زاويتين في المثلث الآخر.

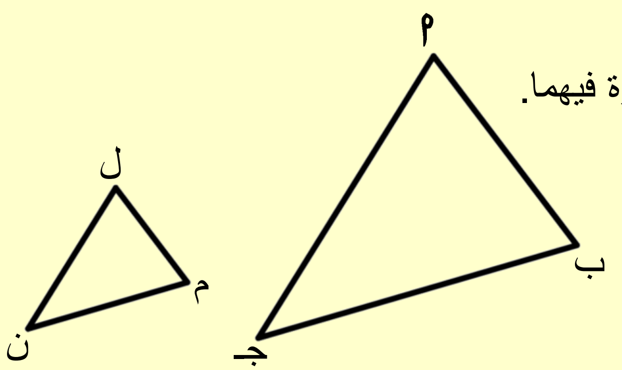
∆ أ ب جـ ~ ∆ ل م ن



نظرية (٢)

يتشابه المثلثان إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما.

∆ أ ب جـ ~ ∆ ل م ن

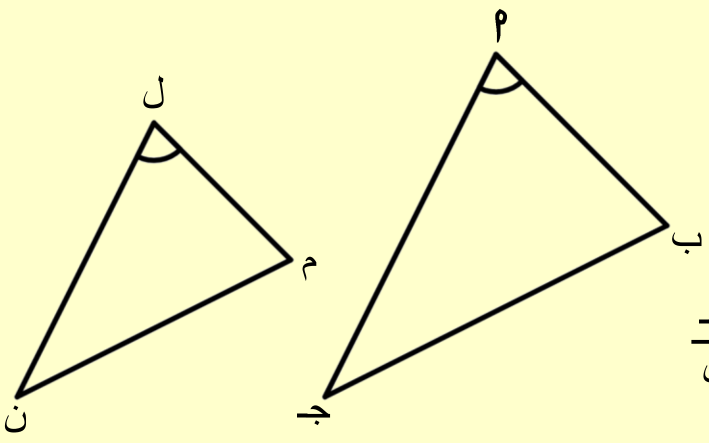


أ ب جـ
ل م ن

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{ل م}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{م ن}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ل ن}}$$

نظرية (٣)

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاوية في أحدهما مع زاوية في المثلث الآخر، وتناسب طولا الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين.



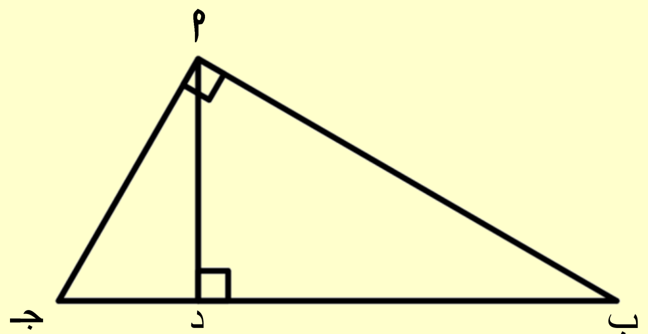
∆ أ ب جـ ~ ∆ ل م ن

$\text{ق}(\hat{\text{أ}}) = \text{ق}(\hat{\text{ل}})$ ، $\frac{\text{أ ب}}{\text{ل م}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ل ن}}$

التشابه في المثلثات قائمة الزاوية

نظرية

العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر في مثلث قائم الزاوية يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين وكل منهما يشابه المثلث الأصلي.



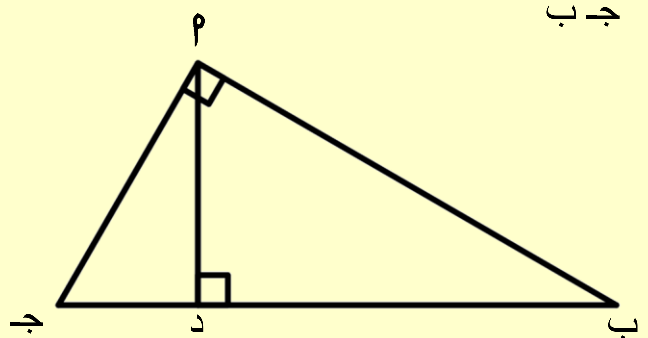
Δ أ ب جـ ~ Δ أ د جـ

Δ أ ب جـ ~ Δ أ د ب

Δ أ د جـ ~ Δ أ د ب

نتيجة

إذا كان Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{أ د}}$ ⊥ $\overline{\text{جـ ب}}$



١ (أ ب)^2 = ب د × ب جـ

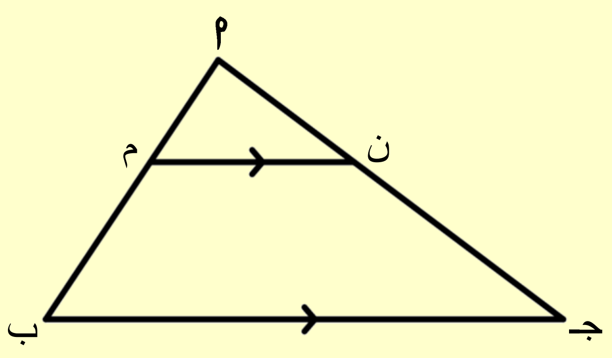
٢ (أ جـ)^2 = جـ د × جـ ب

٣ (أ د)^2 = ب د × د جـ

٤ أ ب × أ جـ = أ د × ب جـ

نظرية المستقيم الموازي

إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين ، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى أجزاء أطوالها متناسبة.



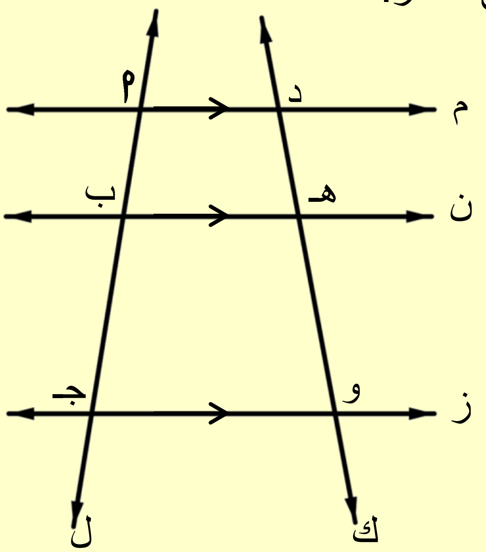
في Δ أ ب جـ ∵ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

∴ $\frac{\text{أ م}}{\text{م ب}} = \frac{\text{أ ن}}{\text{ن جـ}}$

التناسبات والمثلثات المتشابهة

نظرية طاليس

إذا قطع مستقيمان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر فإنَّ أطوال القطع المستقيمة الناتجة على أحد القاطعين تكون متناسبة مع أطوال القطع الناتجة على القاطع الآخر.

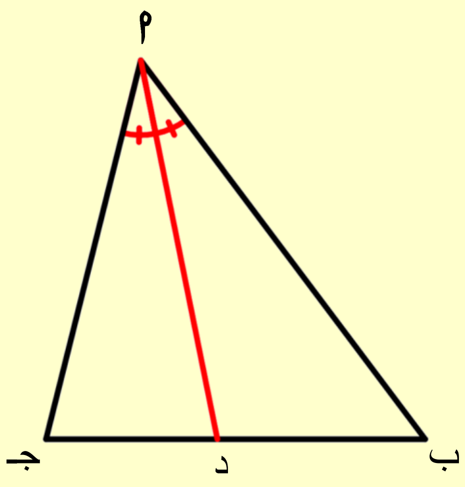


في الشكل المجاور ∵ م // ن // ز

∴ $\frac{\text{ب}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{د ﻫـ}}{\text{ﻫـ و}}$

نظرية منصِّف الزاوية في مثلث

المنصف الداخلي لزاوية في مثلث يقسم الضلع المقابلة إلى جزأين متناسبين مع الضلعين الآخرين للمثلث.



في △ ب جـ ∵ $\overleftarrow{\text{د}}$ ينصف ب $\hat{}$ جـ

∴ $\frac{\text{ب د}}{\text{د جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}}$

المتتاليات

المتتالية الحسابية

المتتالية الحقيقيَّة هي دالة حقيقية مجالها مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة أو مجموعة جزئية منها مرتبة على الصورة { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، .... ، م } ومجالها المقابل مجموعة الأعداد الحقيقية ح .

المتتالية الحسابيَّة :

هي متتالية ناتج طرح كل حد من الحد الذي يليه مباشرة يساوي عدداً ثابتاً نرمز له بـِ ء ويُسمى أساس المتتالية.

$$ح_{ن+١} - ح_{ن} = ء \qquad\qquad ح_{ن+١} = ح_{ن} + ء$$

الحد النوني للمتتالية الحسابيَّة

$ح_{ن} = ح_{١} + (ن - ١)\,ء$	$ح_{ن} = ح_{ك} + (ن - ك)\,ء$	$ء = \dfrac{ح_{ن} - ح_{ك}}{ن - ك}$

الأوساط الحسابيَّة

إذا كوَّنت الأعداد الحقيقيَّة أ ، ب ، جـ متتالية حسابيَّة فإنَّ $ب = \dfrac{أ + جـ}{٢}$ هو **الوسط الحسابي** للعددين أ ، جـ

مجموع ن حداً الأولى من حدود متتالية حسابية

معلوميَّة الحد الأول والحد الأخير

$$جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}\,(ح_{١} + ح_{ن})$$

معلوميَّة الحد الأول و الأساس

$$جـ_{ن} = \frac{ن}{٢}\,[\,٢ح_{١} + (ن - ١)\,ء\,]$$

المتتالية الهندسية

المتتالية الهندسيَّة :

هي متتالية ناتج قسمة أي حد فيها على الحد السَّابق له مباشرة يساوي عدداً حقيقيَّاً ثابتاً غير صفري يُسمَّى أساس المتتالية الهندسيَّة ونرمز له بـِ $ر$.

$$\frac{ح_{ن+١}}{ح_{ن}} = ر \qquad ح_{ن} \neq ٠$$

الحد النوني للمتتالية الهندسيَّة

$ح_{ن} = ح_{١} \times ر^{ن-١}$	$ح_{ن} = ح_{ك} \times ر^{ن-ك}$

الأوساط الهندسيَّة

إذا كوَّنت الأعداد الحقيقيَّة أ ، ب ، جـ متتالية هندسيَّة فإنَّ $ب = \pm\sqrt{أ \times جـ}$ هو **الوسط الهندسي** للعددين أ ، جـ $(أ \times جـ > ٠)$

مجموع ن حداً الأولى من حدود متتالية هندسية

$ر \neq ١$	$ر = ١$
$جـ_{ن} = ح_{١} \times \frac{ر^{ن} - ١}{ر - ١}$	$جـ_{ن} = ن\, ح_{١}$