وزارة التربية　　　　　　　　　　　　　　　　　　المجال الدراسي : الرياضيات
الإدارة العامة لمنطقة الجهراء التعليمية　　　　　　　　　　　　　الزمن : ساعتان وخمس واربعون دقيقة
التوجيه الفني للرياضيات　　　　　　　　　　　　　　　　　　عدد الصفحات : 11

نموذج امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي
العام الدراسي 2023 / 2024 م

15

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد :　　　　　　　　　　　　　　　　　　(8 درجات)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}$$

الحل :

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحني الذي معادلته $2y = x^2 + sin\, y$ أوجد : (7 درجات)

1. $y^{/}$

2. ميل المماس لهذا المنحني عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$

الحل :

السؤال الثاني : (15 درجة)

15

(a) أوجد $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{2x^2-x}$ **(7 درجات)**

الحل :

تابع السؤال الثاني :

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$ **(8 درجات)**

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,4]$

ثم أوجد قيمة c التي تنبيء بها النظرية

الحل :

السؤال الثالث : (15 درجة)

15

(a) **لتكن** f : $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$

ادرس اتصال الدالة f **علي** $[1, 3]$ **(8 درجات)**

الحل :

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت $g(x) = x^2 + 1$, $(x \neq 0)$ $f(x) = \frac{2x+1}{x}$ **(7 درجات)**

أوجد : ① $(f_0 g)'(x)$

② $(f_0 g)'(1)$

الحل :

15

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) عينة عشوائية حجمها $n = 13$ ، أعطت $\bar{x} = 30$ ، $\sigma = 3.5$

باستخدام مستوي ثقة 95%

أوجد :

(7 درجات)

(1) هامش الخطأ
(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ
(3) فسر فترة الثقة

الحل :

تابع السؤال الرابع :

(b) تعطي الدالة $v(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانة بدلالة ارتفاعها h **(8 درجات)**

1- أوجد الارتفاع $h(cm)$ للحصول علي أكبر حجم للأسطوانة.

2- ما قيمة هذا الحجم؟

الحل :

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا : في البنود (1) إلى (3) عبارات ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلل b إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|-3}{x+3}=-1$ ⓐ ⓑ

(2) الدالة $y=x^3-3x^2+5$ علي الفترة $(0,3)$ مقعره لأسفل ⓐ ⓑ

(3) الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ متصلة علي $[-2,2]$ ⓐ ⓑ

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات ، واحدة فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(4) عدد النقاط الحرجه للدالة :

$y=3x^3-9x-4$ علي الفترة $(-2,2)$ هو :

ⓐ 3 ⓑ 2 ⓒ 1 ⓓ 0

(5) تتقارب قيمتي t , Z المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي إذا زادت درجات الحرية عن :

ⓐ 29 ⓑ 28 ⓒ 27 ⓓ 26

(6) $\lim_{x\to-3}\frac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}=$

ⓐ 9 ⓑ 0 ⓒ -3 ⓓ -9

(7) ميل الناظم لمنحني الدالة $y=x^3-3x+1$ عند النقطة $(2,3)$

ⓐ 9 ⓑ 3 ⓒ $-\frac{1}{3}$ ⓓ $-\frac{1}{9}$

(8) إذا كانت $y = \frac{x^2+5x-1}{x^2}$ فإن $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1}$ تساوي :

a) $-\frac{7}{2}$ b) -3 c) 3 d) $\frac{7}{2}$

(9) إذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''_{(x)}$ تساوي :

a) $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ b) $8\,(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

c) $-8\,(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$ d) $-64\,(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(10) إذا كانت الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي

a) 4 b) 9 c) 16 d) 25

*انتهت الأسئلة *

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	ⓐ	ⓑ		
(2)	ⓐ	ⓑ		
(3)	ⓐ	ⓑ		
(4)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

$\frac{\quad}{10}$

الدرجة :

المصحح :

المراجع :

نموذج امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي
العام الدراسي 2023 / 2024 م

15

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحاً خطوات الحل

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد : (8 درجات)

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}$$

الحل :

بفرض $f(x)=\dfrac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}=\dfrac{x\left(1+\frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}\right)}}=\dfrac{x\left(1+\frac{5}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$

عندما $x>0$ يكون $|x|=x$

$$=\frac{x\left(1+\frac{5}{x}\right)}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}=\frac{\left(1+\frac{5}{x}\right)}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$$

بشرط $x\neq 0$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}(1)+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}+\lim_{x\to\infty}\frac{7}{x^2}$$

$$=1+0+0=1>0$$

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1 \quad , \quad 1\neq 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}(1)+\lim_{x\to\infty}\frac{5}{x}=1+0=1$$

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}=\frac{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}=\frac{1}{1}=1$$

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحني الذي معادلته $2y = x^2 + \sin y$ أوجد : (7 درجات)

1) y'

2) ميل المماس لهذا المنحني عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$

الحل :

1) $2y = x^2 + \sin y$

بإشتقاق الطرفين بالنسبة ل x

$$2y' = 2x + y' \cos y$$

$$2y' - y' \cos y = 2x$$

$$y'(2 - \cos y) = 2x$$

$$y' = \frac{2x}{2 - \cos y}$$

2) ميل المماس لهذا المنحني عند النقطة $(2\sqrt{\pi}, 2\pi)$ هو :

$$y'|_{(2\sqrt{\pi},\ 2\pi)} = \frac{2(2\sqrt{\pi})}{2 - \cos(2\pi)} = 4\sqrt{\pi}$$

السؤال الثاني : (15 درجة)

15

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{2x^2 - x}$ (7 درجات)

الحل :

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{2x^2 - x} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x(2x-1)} = \lim_{x\to 0} \left(\frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{2x-1}\right)$$

$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right) \cdot \lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{2x-1}\right)$$

$$\lim_{x\to 0}(2x - 1) = 2(0) - 1 = -1 \qquad , -1 \neq 0$$

$$\therefore \quad \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{2x^2 - x} = \lim_{x\to 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right) \cdot \lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{2x-1}\right)$$

$$= 1 \times \frac{1}{-1} = -1$$

تابع السؤال الثاني :

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$ **(8 درجات)**

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,4]$

ثم أوجد قيمة c التي تنبيء بها النظرية

الحل :

[0.5] f دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ وبالتالي فهي متصلة على الفترة $[0,4]$

[0.5] وقابلة للاشتقاق على $(0,4)$

$\therefore$ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0,4]$ $\therefore$ يوجد على الأقل $c \in (0,4)$ بحيث :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \qquad [0.5]$$

$$= \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$

$$\because f(4) = (4)^3 - 3(4) + 2 = 54 \qquad [0.5]$$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 2 = 2 \qquad [0.5]$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \quad , f'(c) = 3c^2 - 3 \qquad \boxed{0.5}$$

$$\therefore 3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4} \qquad [0.5]$$

$$3c^2 - 3 = 13 \Rightarrow 3c^2 = 16 \Rightarrow c^2 = \frac{16}{3} \qquad [0.5]$$

$$\Rightarrow \quad c = \frac{\pm 4}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{-4}{\sqrt{3}} \notin (0,4)$$

$$\therefore c = \frac{4}{\sqrt{3}} \in (0,4) \qquad [0.5]$$

السؤال الثالث : (15 درجة)

15

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{-x^2+4x-3}$

ادرس اتصال الدالة f علي $[1,3]$ (8 درجات)

الحل :

نفرض أن : $g(x) = -x^2+4x-3$, $f(x) = \sqrt{g(x)}$

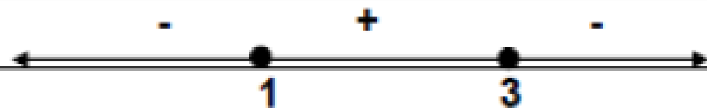
$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$

$-x^2+4x-3 \geq 0$

المعادلة المناظرة $-x^2+4x-3 = 0$

$(3-x)(x-1) = 0$

$x = 3$, $x = 1$



مجال الدالة f = $[1,3]$

لدراسة اتصال الدالة f علي $[1,3]$ حيث $f(x) = \sqrt{-x^2+4x-3}$

1 الدالة g حيث $g(x) = -x^2+4x-3$ متصلة علي $[1,3]$

2 $\forall x \in [1,3]$ $g(x) \geq 0$

من 1 ، 2

$\therefore$ f متصلة علي $[1,3]$

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت $g(x) = x^2 + 1$, $(x \neq 0)$ $f(x) = \frac{2x+1}{x}$ (7 درجات)

أوجد : 1 $(f_0 g)'(x)$

2 $(f_0 g)'(1)$

الحل :

1 $$(f_0 g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$f'(x) = \frac{2x-(2x+1)}{x^2} = \frac{-1}{x^2} \quad , \quad g'(x) = 2x$$

$$f'(g(x)) = f'(x^2+1) = \frac{-1}{(x^2+1)^2}$$

$$(f_0 g)'(x) = \frac{-1}{(x^2+1)^2} \cdot 2x = \frac{-2x}{(x^2+1)^2}$$

2 $$(f_0 g)'(1) = \frac{-2(1)}{((1)^2+1)^2} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

15

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) عينة عشوائية حجمها $n = 13$ ، أعطت $\bar{x} = 30$ ، $\sigma = 3.5$

باستخدام مستوي ثقة 95%

أوجد :

(7 درجات)

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

(3) فسر فترة الثقة

الحل :

1 مستوي الثقة 95%

القيمة الحرجة $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

σ معلومة

هامش الخطأ $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{3.5}{\sqrt{13}} = 1.9026$

2 فترة الثقة $(\bar{x} - E, \bar{x} + E) =$

$(30 - 1.9026, 30 + 1.9026) = (28.0974, 31.9026)$

3 التفسير:

عند اختيار 100 عينة عشوائية ذات الحجم نفسه (n = 13) ، وحساب حدود فترة الثقة لكل عينة

فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوي القيمة الحقيقية للمتوسط الحسابي للمجتمع μ

تابع السؤال الرابع :

(b) تعطي الدالة $v(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانة بدلالة ارتفاعها h (8 درجات)

1- أوجد الارتفاع $h(cm)$ للحصول علي أكبر حجم للأسطوانة.

2- ما قيمة هذا الحجم؟

الحل :

1

$$v(h) = 2\pi(-h^3 + 36h)$$

$$v'(h) = 2\pi(-3h^2 + 36)$$

بوضع $v'(h) = 0$

$$2\pi(-3h^2 + 36) = 0$$

$$-3h^2 + 36 = 0$$

$$h^2 = 12$$

$h = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, $h = -\sqrt{12} = -2\sqrt{3}$ (مرفوضه)

$$v''(h) = 2\pi(-6h) = -12\pi h$$

$$v''(2\sqrt{3}) = -12\pi \times 2\sqrt{3} = -24\sqrt{3}\pi < 0$$

$\therefore$ عند $h = 2\sqrt{3}$ تعطي أكبر حجم للأسطوانة

2 قيمة هذا الحجم هو :

$$v(2\sqrt{3}) = 2\pi\left(-(2\sqrt{3})^3 + 36(2\sqrt{3})\right) = 96\sqrt{3}\pi \quad cm^3$$

$$\approx 522.37 \quad cm^3$$

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا : في البنود (1) إلى (3) عبارات ظلل a إذا كانت العبارة صحيحة ،
وظلل b إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{|x|-3}{x+3}=-1$ ⓐ ⓑ

(2) الدالة $y=x^3-3x^2+5$ علي الفترة $(0,3)$ مقعره لأسفل ⓐ ⓑ

(3) الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ متصلة علي $[-2,2]$ ⓐ ⓑ

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند من البنود التالية أربع اختيارات ، واحدة فقط منها صحيح ، ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(4) عدد النقاط الحرجه للدالة :
$y=3x^3-9x-4$ علي الفترة $(-2,2)$ هو :

ⓐ 3 ⓑ 2 ⓒ 1 ⓓ 0

(5) تتقارب قيمتي t , Z المتناظرة في جدول التوزيع الطبيعي إذا زادت درجات الحرية عن :

ⓐ 29 ⓑ 28 ⓒ 27 ⓓ 26

(6) $\lim\limits_{x\to-3}\frac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}=$

ⓐ 9 ⓑ 0 ⓒ -3 ⓓ -9

(7) ميل الناظم لمنحني الدالة $y=x^3-3x+1$ عند النقطة $(2,3)$

ⓐ 9 ⓑ 3 ⓒ $-\frac{1}{3}$ ⓓ $-\frac{1}{9}$

(8) إذا كانت $y = \frac{x^2+5x-1}{x^2}$ فإن $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1}$ تساوي :

ⓐ $-\frac{7}{2}$	ⓑ -3	ⓒ 3	ⓓ $\frac{7}{2}$

(9) إذا كانت $f(x) = (1+6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''_{(x)}$ تساوي :

ⓐ $\frac{8}{27}(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

ⓑ $8\,(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

ⓒ $-8\,(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

ⓓ $-64\,(1+6x)^{-\frac{4}{3}}$

(10) إذا كانت الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي

ⓐ 4	ⓑ 9	ⓒ 16	ⓓ 25

*انتهت الأسئلة *

ورقة إجابة البنود الموضوعية

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	●	ⓑ		
(2)	ⓐ	●		
(3)	ⓐ	●		
(4)	ⓐ	●	ⓒ	ⓓ
(5)	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(6)	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	●
(8)	ⓐ	●	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	●	ⓓ
(10)	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ