نماذج أجابة توقعات فاينال 10

2024 / 2023 فصل أول

عمل / أ . أحمد نصار

1-

أوجد مجموعة حل المتباينة ٦س − ١٥ < ٤س + ١ ومثّل الحلّ على خط الأعداد.

الحل:

٦س − ١٥ < ٤س + ١

٦س − ١٥ − ٤س < ٤س + ١ − ٤س — طرح ٤س من طرفي المتباينة

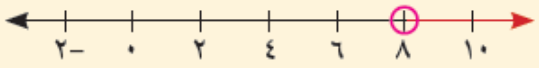
٢س − ١٥ < ١ — تبسيط

٢س − ١٥ + ١٥ < ١ + ١٥ — إضافة ١٥ إلى طرفي المتباينة

٢س < ١٦ — تبسيط

س < ٨

مجموعة الحل = (−∞، ٨).



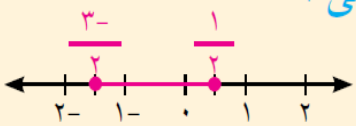
2-

أوجد مجموعة حل المتباينة $٤|٢س + ١| + ٤ \geq ١٢$، ومثّل مجموعة الحل على خط الأعداد.

الحل: $٤|٢س + ١| + ٤ \geq ١٢$

$٤|٢س + ١| \geq ٨$	إضافة (-٤) إلى طرفي المتباينة
$|٢س + ١| \geq ٢$	قسمة كل طرف على ٤
$-٢ \geq ٢س + ١ \geq ٢$	كتابة المتباينة المكافئة
$-٣ \geq ٢س \geq ١$	إضافة (-١)
$\frac{-٣}{٢} \geq س \geq \frac{١}{٢}$	القسمة على ٢

مجموعة الحل $= \left[-\frac{٣}{٢}، \frac{١}{٢}\right]$



3-

أوجد مجموعة حل المعادلة $٤|٢س + ٣| - ٥ = ١١$

الحل: $٤|٢س + ٣| - ٥ = ١١$

$٤|٢س + ٣| = ١٦$	إضافة ٥ إلى طرفي المعادلة
$|٢س + ٣| = ٤$	قسمة كل طرف على ٤

$٢س + ٣ = ٤$ أو $٢س + ٣ = -٤$

$٢س = ١$	$٢س = -٧$ إضافة -٣ إلى طرفي المعادلة
$س = \frac{١}{٢}$	$س = \frac{-٧}{٢}$ قسمة كل طرف على ٢

مجموعة الحل $= \left\{\frac{١}{٢}، \frac{-٧}{٢}\right\}$

4-

$$|س - ٥| = |س - ٧|$$

المساواه: $س - ٥ = س - ٧$ أو $س - ٥ = -س + ٧$

$س - س = ٥ - ٧$ $س + س = ٧ + ٥$

$٠ = -٢$ $س = ٦$

مرفوض

م.ح $= \{٦\}$

تربيع الطرفين:

$(س - ٥)^{٢} = (س - ٧)^{٢}$

$س^{٢} - ١٠ س + ٢٥ = س^{٢} - ١٤ س + ٤٩$

$-١٠ س + ١٤ س + ٢٥ - ٤٩ = ٠$

$٤س - ٢٤ = ٠$

$٤س = ٢٤$

$س = ٦$

5-

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|٢س + ٣| = ٣س - ٢$

الحل: $|٢س + ٣| = ٣س - ٢$

نعلم أن الطرف الأيمن للمعادلة غير سالب نتيجة وجود القيمة المطلقة، إذًا يجب أن يكون الطرف الأيسر للمعادلة غير سالب. لذلك نضيف الشرط:

$٣س - ٢ \geq ٠$ أي $س \geq \frac{٢}{٣}$ (تقبل كل قيم س أكبر من أو تساوي $\frac{٢}{٣}$)

أي أن مجموعة التعويض هي $\left[\frac{٢}{٣} ، \infty\right)$

$٢س + ٣ = ٣س - ٢$	
$٢س - ٣س = -٢ - ٣$	
$-س = -٥$	
$س = ٥$	

أو

$٢س + ٣ = -٣س + ٢$	
$٢س + ٣س = ٢ - ٣$	
$٥س = -١$	
$س = \frac{-١}{٥}$	

$\because ٥ \in \left[\frac{٢}{٣} ، \infty\right)$

$\therefore$ الحل س = ٥ مقبول

$\because -\frac{١}{٥} \notin \left[\frac{٢}{٣} ، \infty\right)$

$\therefore$ الحل $س = -\frac{١}{٥}$ مرفوض

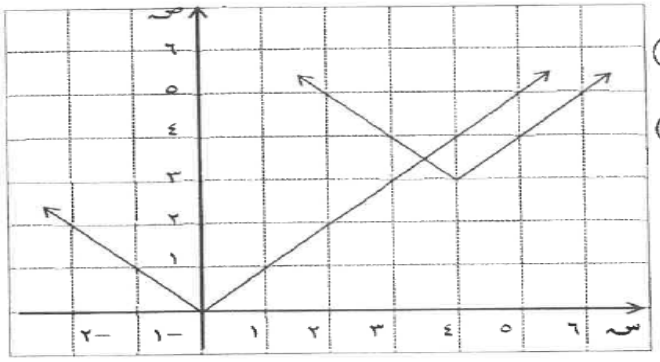
مجموعة الحل = {٥}

6-

إستخدم دالة المرجع و الانسحاب لرسم بيان الدالة : ص = | س – ٤ | + ٣

الإجابة

دالة المرجع ص = | س | ، ل = ٤ ، ك = ٣ (١)



(–٤) تعني الانسحاب ٤ وحدات جهة اليمين (١)

(٣) تعني الانسحاب ٣ وحدات الى الأعلى (١)

نضع الرأس (٤ ، ٣)

ثم نرسم بيان الدالة

7-

ص = – |س + ٣| – ٢

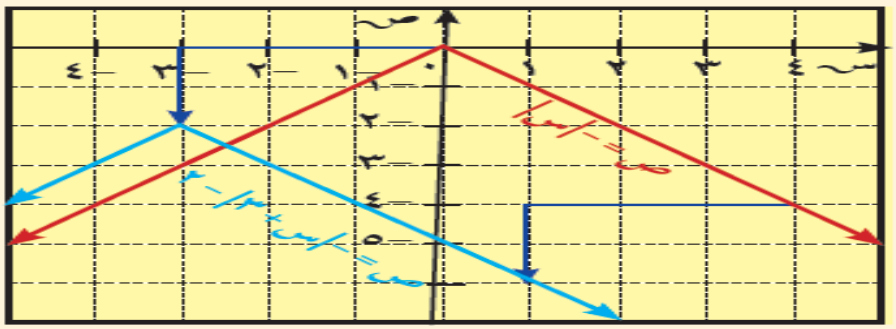
الحل:

دالة المرجع هي ص = – |س|، ل = ٣، ك = ٢

(+٣) تعني الانسحاب ٣ وحدات إلى جهة اليسار.

(– ٢) تعني الانسحاب وحدتين إلى أسفل.

ضع الرأس (– ٣، – ٢) ثم ارسم بيانيًا الدالة.



8-

$$\left.\begin{array}{ll} ٢س + ص = ٦ & (١) \\ ٣س - ص = ٤ & (٢) \end{array}\right\}$$

بجمع المعادلتين (١) و(٢)

$$٢س + ٣س = ٦ + ٤$$

$$٥س = ١٠$$

$$\frac{١}{٥} \times ٥س = ١٠ \times \frac{١}{٥}$$

$$\therefore س = ٢$$

بالتعويض في(١)

$$٢ \times ٢ + ص = ٦$$

$$٤ + ص = ٦$$

$$ص = ٦ - ٤$$

$$\therefore ص = ٢$$

$$\therefore \text{مجموعة حل} = \{(٢ ، ٢)\}$$

9-

أوجد مجموعة حل النظام مستخدما طريقة التعويض

س = ٢ ص + ٣

٥ ص ـ ٤ س = ٦

الحل :

٥ ص ـ ٤ (٢ ص + ٣) = ٦

٥ ص ـ ٨ ص ـ ١٢ = ٦

ـ ٣ ص = ٦ + ١٢

ـ ٣ ص = ١٨

ص = ـ ٦

بالتعويض في المعادلة الأولى :

س = ٢ (ـ ٦) + ٣

= ـ ١٢ + ٣

= ـ ٩

∴ م . ح = { (ـ ٩ ، ـ ٦) }

10-

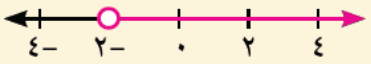
أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{س}{-٢} < ١$ ، ومثل الحلول بيانيًّا على خط الأعداد.

الحل: $\frac{س}{-٢} < ١$

$-٢ \times \left(\frac{س}{-٢}\right) > ١ \times (-٢)$ اضرب كلًّا من الطرفين في المعكوس الضربي (−٢) واعكس علاقة الترتيب

$س > -٢$ بسط

مثل بيانيًّا



مجموعة الحل = (−٢، ∞)

11-

أ) ٢ (٢ س – ٨) > ٤ س + ٢

٤ س – ١٦ > ٤ س + ٢

٤ س - ٤ س – ١٦ > ٤ س - ٤ س + ٢

٠ س – ١٦ + ١٦ > ٢ + ١٦

٠ س > ١٨

ليس لها حل في ح

ب) ٣ س + ٧ > ٣ (س – ٣)

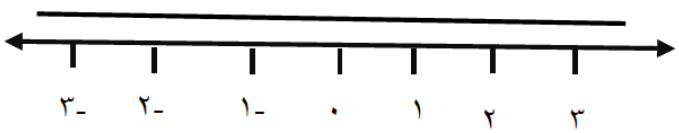
٣ س + ٧ > ٣ س – ٩

٣ س – ٣ س +٧ – ٧ > -٩ -٧

٠ س > - ١٦

مجموعة الحل

ح



12-

أوجد مجموعة حل المتباينة: ٢|٣م − ٤| − ١ < ٥، ومثّل الحل على خط الأعداد.

الحل: ٢|٣م − ٤| − ١ < ٥

٢|٣م − ٤| < ٦ — إضافة ١ إلى طرفي المتباينة

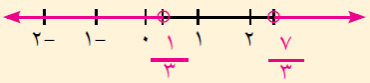
|٣م − ٤| < ٣ — قسمة كل طرف على ٢

٣م − ٤ < ٣ أو ٣م − ٤ > −٣ — كتابة المتباينة المكافئة

٣م < ٧ | ٣م > ١ — بسِّط

م < $\frac{٧}{٣}$ | م > $\frac{١}{٣}$ — قسمة كل طرف على ٣

مجموعة الحل = $\left(\frac{١}{٣}، -\infty\right) \cup \left(\frac{٧}{٣}، \infty\right)$



13-

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام { ٢س + ٣ص = ٣ ، ٣س − ٥ص = ١٤ }

الحل: ٢س + ٣ص = ٣ ①

٣س − ٥ص = ١٤ ②

٢س + ٣ص = ... ٣ — اضرب المعادلة ① في ٥ ← ١٠س + ١٥ص = ١٥

٣س − ٥ص = ... ١٤ — اضرب المعادلة ② في ٣ ← ٩س − ١٥ص = ٤٢

اجمع: ١٩س = ٥٧

س = ٣

اختر إحدى المعادلتين

عوّض عن س بـ ٣ في المعادلة ①

٢س + ٣ص = ٣

٢(٣) + ٣ص = ٣

٦ + ٣ص = ٣

٣ص = −٣

ص = −١

مجموعة الحل = {(٣، −١)}

14-

إذا كانت الاعداد : ١ ، ٣ ، س ـ ٢ ، ٣٠ ، في تناسب
أوجد قيمة س

الحل :

$$\frac{١}{٣} = \frac{س - ٢}{٣٠}$$

$$٣ (س - ٢) = ١ \times ٣٠$$

$$٣ س - ٦ = ٣٠$$

$$٣ س = ٣٠ + ٦$$

$$٣ س = ٣٦$$

$$س = \frac{٣٦}{٣}$$

$$س = ١٢$$

15-

إذا كانت الأعداد : ٤ ، س ـ ٢ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$
في تناسب متسلسل أوجد قيمة س .

الحل : ∵ الأعداد في تناسب متسلسل

$$\therefore \frac{٤}{س - ٢} = \frac{س - ٢}{١} = \frac{١}{\frac{١}{٢}}$$

$$\therefore \frac{٤}{س - ٢} = \frac{٢}{١}$$

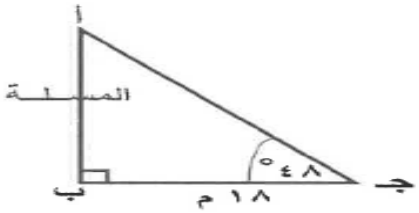
$$٢ (س - ٢) = ٤$$

$$س = ٤$$

16-

لقياس طول احدى المسلات قام مرشد سياحي برصد قمة المسلة من خلال جهاز للرصد . فوجد أن قياس زاوية الارتفاع ٤٨° .إذا كان الجهاز يبعد عن قاعدة المسلة مسافة ١٨ م . فاحسب ارتفاع المسلة.

الحل:



باعتبار أن $\overline{أب}$ هو ارتفاع المسلة

$\overline{ب جـ}$ هو بعد الجهاز عن القاعدة المسلة

$$ظا ٤٨° = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$ظا ٤٨° = \frac{أ ب}{١٨}$$

$$أ ب = ١٨ \times ظا ٤٨°$$

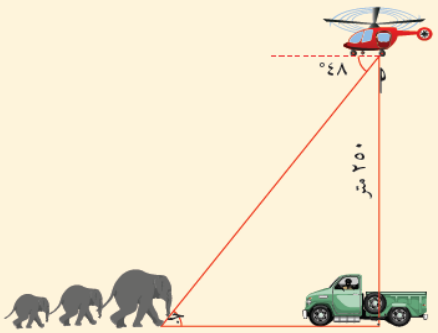
$$أ ب \approx ٢٠ م$$

∴ ارتفاع المسلة يساوي ٢٠ م تقريبا

17-

تحلق مروحية فوق محمية طبيعية على ارتفاع ٢٥٠ مترًا وتواكبها على الأرض سيارة حرس المحمية. شاهد ربان المروحية قطيعًا من الفيلة بزاوية انخفاض قياسها ٤٨°. ما المسافة بين المروحية والقطيع في تلك اللحظة علمًا بأن السيارة مباشرة تحت المروحية؟

الحل:



لتكن أ موقع المروحية، ب موقع السيارة، جـ موقع القطيع.

$$جا جـ = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$جا ٤٨° = \frac{٢٥٠}{أ جـ}$$

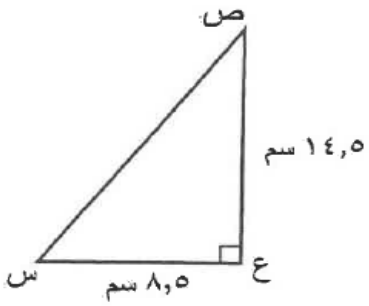
$$أ جـ = \frac{٢٥٠}{جا ٤٨°}$$

$$أ جـ \simeq ٣٣٦,٤ \text{ مترًا}$$

يبعد قطيع الفيلة حوالى ٣٣٦ مترًا عن المروحية.

18-

حل المثلث س ص ع قائم الزاوية في ع حيث س ع = ٨,٥ سم ، ص ع = ١٤,٥ سم



الحل:

$(س ص)^{٢} = (س ع)^{٢} + (ع ص)^{٢}$

$(س ص)^{٢} = (٨,٥)^{٢} + (١٤,٥)^{٢}$

$(س ص)^{٢} = ٢٨٢,٥$

$س ص = \sqrt{٢٨٢,٥} \simeq ١٦,٨$ سم

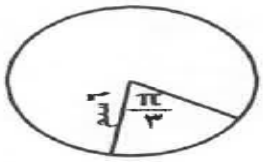
$ظا س = \frac{ع ص}{س ع} \simeq \frac{١٤,٥}{٨,٥}$

$ق(\hat{س}) \simeq ٥٩,٦٢°$

$ق(\hat{ص}) = ١٨٠° - (٩٠° + ٥٩,٦٢°) \simeq ٣٠,٣٨°$

19-

من الشكل المقابل :أوجد مساحة القطاع الدائري الأصغر الذي طول نصف قطردائرته ٦ سم وزاويته المركزية $\frac{\pi}{٣}$



الحل :

مساحة القطاع الدائري $= \frac{١}{٢}$ هـ٢ نو٢

$= \frac{١}{٢} \times \frac{\pi}{٣} \times (٦)^{٢}$

$= ٦ \pi$

$\simeq ١٨,٨٥$ سم^{٢}

20-

احسب مساحة قطعة دائرية زاويتها المركزية ٦٠° وطول نصف قطر دائرتها ١٠ سم .

الإجابة

$$هـ = ٦٠° \times \frac{\pi}{١٨٠°}$$

$$هـ = \frac{\pi}{٣} \approx ١,٠٤٧٢$$

$$م = \frac{١}{٢} \times نق^{٢} \times (هـ - جاهـ)$$

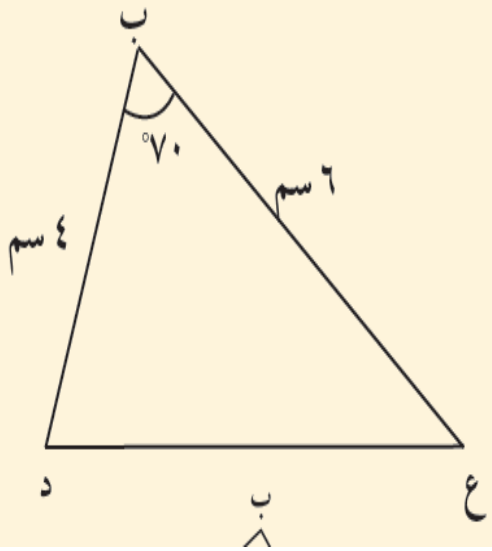
$$م = \frac{١}{٢} \times (١٠)^{٢} \times (١,٠٤٧٢ - جا ٦٠°)$$

$$م = \frac{١}{٢} \times ١٠٠ \times [١,٠٤٧٢ - ٠,٨٦٦٠]$$

$$م = ٩,٠٦ \text{ سم}^{٢}$$

21-

ب ع د مثلث فيه ب ع = ٦ سم، ب د = ٤ سم، ق(ب̂) = ٧٠°
أوجد مساحة هذا المثلث.



الحل:

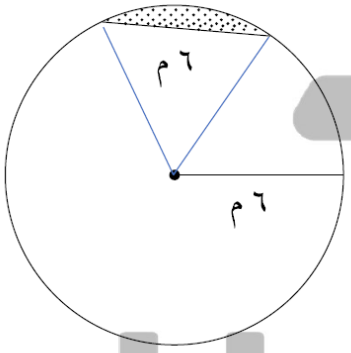
مساحة المثلث ب ع د = $\frac{١}{٢}$ ب ع × ب د × جا(ب̂)

= $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٤ × جا(٧٠°) ≃ ١١,٢٧٦

مساحة المثلث ب ع د هي حوالى ١١,٢٧٦ سم^{٢}.

22-

حوض زهور دائري نصف قطره ٦ متر , فيه وتر طوله ٦ متر ,احسب مساحة القطعة الدائرية الصغرى



مساحة القطعة الدائرية $= \frac{١}{٢}$ نق^{٢} $(هـ_{د} - جا\ هـ_{د})$

جا $٦٠^{\circ} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$هـ_{د} = ٦٠ \times \frac{\pi}{١٨٠} = \frac{\pi}{٣}$

مساحة القطعة الدائرية $= \frac{١}{٢} \times ٦^{٢} \left(\frac{\pi}{٣} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$

$\approx ٣,٢٦$ م^{٢}

23-

أثبت أن ٤ ، ١,٥ ، ٨ ، ٣ أعداد متناسبة.

الحل:

تكون الأعداد ٤، ١,٥، ٨، ٣ أعدادًا متناسبة عندما تتساوى النسبتان $\frac{٤}{١,٥}$ ، $\frac{٨}{٣}$

وحيث أن $\frac{٤}{١,٥} = \frac{٤٠}{١٥} = \frac{٨}{٣}$

أي أن $\frac{٤}{١,٥} = \frac{٨}{٣}$

∴ الأعداد متناسبة.

24-

إذا كانت أ، ب، جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد ٢، ٥، ٧. فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{أ + ٣ب}{٢ب + جـ}$.

معلومة رياضية:
إذا كانت أ، ب، جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد د، هـ، و، فإن:
$\frac{أ}{د} = \frac{ب}{هـ} = \frac{جـ}{و} = م$
حيث م عدد ثابت

الحل:

∵ أ، ب، جـ متناسبة مع ٢، ٥، ٧

∴ $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٥} = \frac{جـ}{٧} = م$ حيث م عدد ثابت

∴ أ = ٢م، ب = ٥م، جـ = ٧م

∴ المقدار $\frac{أ + ٣ب}{٢ب + جـ} = \frac{٢م + ٣(٥م)}{٢(٥م) + ٧م} = \frac{١٧م}{١٧م} = ١$

25

حدد نوع جذري المعادلة : $٢س^{٢} - ٩س - ٥ = ٠$
ثم أوجد مجموعة حل المعادلة باستخدام القانون
الحل :

$أ = ٢ ، ب = -٩ ، جـ = -٥$

$\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ$

$= (-٩)^{٢} - ٤ \times ٢ \times -٥$

$= ٨١ + ٤٠$

$= ١٢١ > ٠$

∴ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان.

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢أ}$

$= \frac{٩ \pm \sqrt{١٢١}}{٤} = \frac{٩ \pm ١١}{٤}$

$س = \frac{٩ + ١١}{٤}$ أو $س = \frac{٩ - ١١}{٤}$

$س = ٥$ أو $س = \frac{-١}{٢}$

∴ م.ح = $\{٥ ، \frac{-١}{٢}\}$

26

أوجد معادلة تربيعية جذراها ٣، ٥ .

الحل:

بما أن الجذرين هما: ٣، ٥ .

∴ المعادلة التربيعية على الصورة: س^{٢} - (مجموع الجذرين) س + (ناتج ضرب الجذرين) = ٠

أي س^{٢} - ٨س + ١٥ = ٠

أو حلّ آخر: المعادلة على الصورة: (س - ٣)(س - ٥) = ٠

أي س^{٢} - ٨س + ١٥ = ٠

27

بدون حل المعادلة، أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة: ٣س^{٢} + ٢س - ٣ = ٠ إذا وجدا.

الحل: أ = ٣، ب = ٢، جـ = -٣

Δ = ب^{٢} - ٤أجـ = ٤٠ > ٠

لمّا كان المميز موجبًا إذًا يوجد جذران حقيقيان مختلفان.

مجموع الجذرين: م + ن = $-\frac{ب}{أ} = -\frac{٢}{٣}$

ناتج ضرب الجذرين: م ن = $\frac{جـ}{أ} = \frac{-٣}{٣} = -١$

ويمكن التحقق من صحة النتائج بحل المعادلة.

28

أوجد مجموعة حلّ المعادلة: $س^{٢} + ١٠س = -١٦$ بإكمال المربع.

الحل:

نكمل $س^{٢} + ١٠س$ لتصبح مربعًا كاملًا،

لإكمال المربع نضيف إلى الطرفين $(\frac{١}{٢}$ معامل س$)^{٢}$

بإضافة ٢٥ إلى طرفي المعادلة نجد أن:

$س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = -١٦ + ٢٥$

$(س + ٥)^{٢} = ٢٥ - ١٦$

$(س + ٥)^{٢} = ٩$

$س + ٥ = \pm ٣$

$س = -٥ \pm ٣$ أي $س = -٢$ أو $س = -٨$ مجموعة الحل: $\{-٢، -٨\}$.

29

احسب قياس الزاوية الحادة الموجبة θ التي يصنعها المستقيم ص = ٣س + ٢ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

إذا كانت معادلة المستقيم: ص = م س + ب فإن ميل المستقيم = م.

ويكون ظاθ = ميل المستقيم = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقى}}$

ظا$\hat{أ}$ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{٣}{١} = ٣$

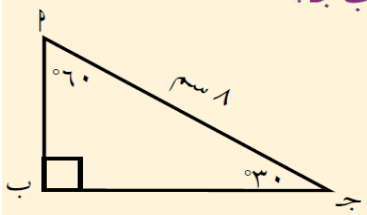
Shift | TAN | 3 | =

يظهر 71.565051 | °,,, | يظهر 71° 33′ 54.18″

ق$(\hat{أ})$ ≃ ٧١° ٣٣′ ٥٤″

30

أ ب جـ مثلث ثلاثيني ستيني. طول الوتر = ٨ سم. أوجد طول كل من الضلعين $\overline{أ ب}$، $\overline{ب جـ}$.



الحل:

في Δ أ ب جـ ، جا جـ = جا ٣٠° = $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$

$\frac{\text{أ ب}}{٨} = \frac{١}{٢}$

أ ب = ٤

جتا جـ = جتا (٣٠°) = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$

$\frac{\text{ب جـ}}{٨} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ب جـ = ٤ $\sqrt{٣}$

طول الضلع $\overline{أ ب}$ = ٤ سم وطول الضلع $\overline{ب جـ}$ = ٤ $\sqrt{٣}$ ≃ ٦,٩ سم.

31

في تغير عكسي ص $\propto \frac{١}{\text{س}}$ إذا كانت ص = ٠,٢ عندما س = ٧٥

أوجد س عندما ص = ٣

الحل:

$\because$ ص $\propto \frac{١}{\text{س}}$

$\therefore$ ص × س = ك

$\therefore$ ك = ٠,٢ × ٧٥

ك = ١٥

$\therefore$ ص × س = ١٥

$\therefore$ عندما ص = ٣

٣ × س = ١٥

$\therefore$ س = ٥

32

في تغير طردي ص $\propto$ س ، إذا كانت ص = ٣٠ عندما س = ١٠
أوجد قيمة ص عندما س = ٤٠

الحل :

ص $\propto$ س

ص = ك س

٣٠ = ك × ١٠

ك = ٣

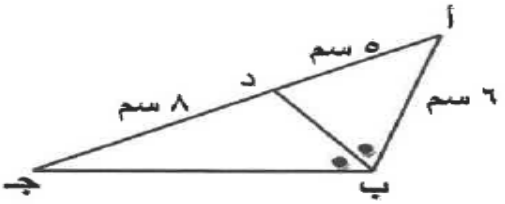
ص = ٣س

عندما س = ٤٠

ص = ١٢٠

33

في الشكل المقابل : $\overline{ب د}$ ينصف (أ $\hat{ب}$ جـ) ، أ ب = ٦ سم ، أ د = ٥ سم ،
د جـ = ٨ سم . أوجد جـ ب



الحل:

في المثلث أ جـ ب ، $\overline{ب د}$ منصف (أ $\hat{ب}$ جـ)

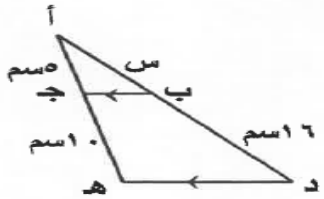
$$\therefore \frac{\text{جـ د}}{\text{د أ}} = \frac{\text{جـ ب}}{\text{ب أ}}$$

$$\frac{\text{جـ ب}}{٦} = \frac{٨}{٥}$$

$$\text{ب جـ} = \frac{٦ \times ٨}{٥} = ٩,٦ \text{ سم}$$

34

في الشكل المقابل : $\overline{ب جـ} // \overline{د هـ}$ ، أ جـ = ٥سم ، جـ هـ = ١٠ سم ،
ب د = ١٦ سم ، أوجد قيمة س



الحل :

∵ $\overline{ب جـ} // \overline{د هـ}$ وباستخدام نظرية المستقيم الموازي

$$\frac{٥}{١٠} = \frac{س}{١٦}$$

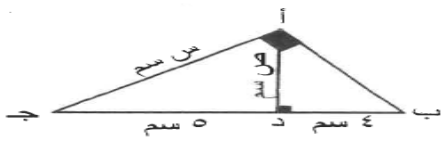
$$١٠ س = ٥ \times ١٦$$

$$س = \frac{٥ \times ١٦}{١٠}$$

$$س = ٨ \text{ سم}$$

35

أوجد س ، ص بحسب المعطيات في الشكل المجاور



∴ المثلث P ب حـ قائم الزاوية P ← ①

∴ $\overline{P ء} \perp \overline{ب حـ}$ ← ②

حسم (١) ، (٢)

∴ $(P حـ)^{٢} = حـ ء \times حـ ب$

∴ $س^{٢} = ٥ \times (٤ + ٥)$

$س^{٢} = ٩ \times ٥ = ٤٥$

∴ $س = \sqrt{٤٥}$

∴ $س = ٣\sqrt{٥}$

أيضاً $(P ء)^{٢} = حـ ء \times ء ب$

$ص^{٢} = ٤ \times ٥ = ٢٠$

∴ $ص = \sqrt{٢٠}$

36

الحل :

المثلثان أ ب جـ ، جـ هـ ء فيهما

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{هـ جـ}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

$$\frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ ء}} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$$

$$\frac{\text{أ جـ}}{\text{ء جـ}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$$

نجد أن $\frac{\text{أ ب}}{\text{هـ جـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ء هـ}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ء جـ}} = \frac{١}{٢}$

∴ يتشابه المثلثان أ ب جـ ، جـ هـ ء

وينتج أن :

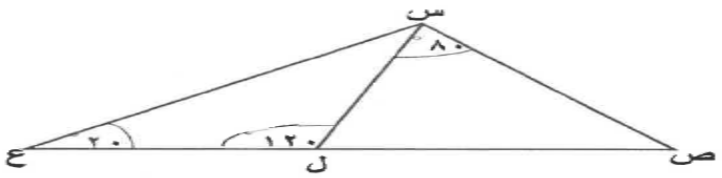
ق($\hat{ب}$) = ق ($\hat{هـ}$) = ٩٠°

س = ٩٠°

37

حسب المعلومات الموضحة بالشكل أدناه

أثبت أن المثلثين ع س ل ، ع ص س متشابهان



الحل:

ق (س $\hat{ع}$ ل) = ق (س $\hat{ع}$ ص) = ٢٠° (زاوية مشتركة) ...(١)

ق (ع $\hat{س}$ ل) = ١٨٠° - (١٢٠° + ٢٠°) = ٤٠°

(مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي ١٨٠°)

∴ ق (ع $\hat{س}$ ص) = ٨٠° + ٤٠° = ١٢٠°

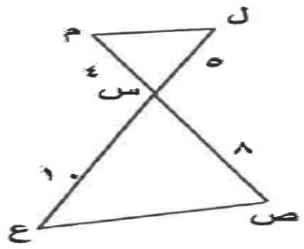
∴ ق (ص $\hat{س}$ ع) = ق (س $\hat{ل}$ ع) = ١٢٠° ..... (٢)

من (١) ، (٢)

∴ △ ع س ل ، △ ع ص س متشابهان (تطابق زاويتين فيهما)

38

في الشكل المقابل : $\overline{ل ع} \cap \overline{م ص} = \{ س \}$ ،
أثبت أن المثلثين س ل م ، س ع ص متشابهان



الحل :

ق (ل $\hat{س}$ م) = ق (ع $\hat{س}$ ص) السبب تقابل بالرأس (١)

$$\frac{ل س}{س ع} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$$

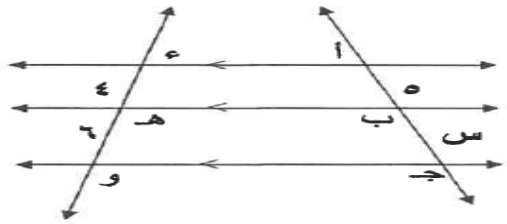
$$\frac{م س}{س ص} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$$

$$\therefore \frac{ل س}{س ع} = \frac{م س}{س ص} \quad (٢)$$

من (١) و (٢) نستنتج أن المثلثين س ل م ، س ع ص متشابهان

39

من الشكل المقابل أوجد س ؟



الإجابة

بما أن المستقيمين يقطعان ثلاثة مستقيمات متوازية و باستخدام نظرية طاليس

$$\frac{أ ب}{ب جـ} = \frac{ء هـ}{هـ و}$$

باستخدام الضرب التقاطعي $\frac{٥}{س} = \frac{٤}{٦}$

$$٤س = ٣٠$$

$$س = ٧,٥$$

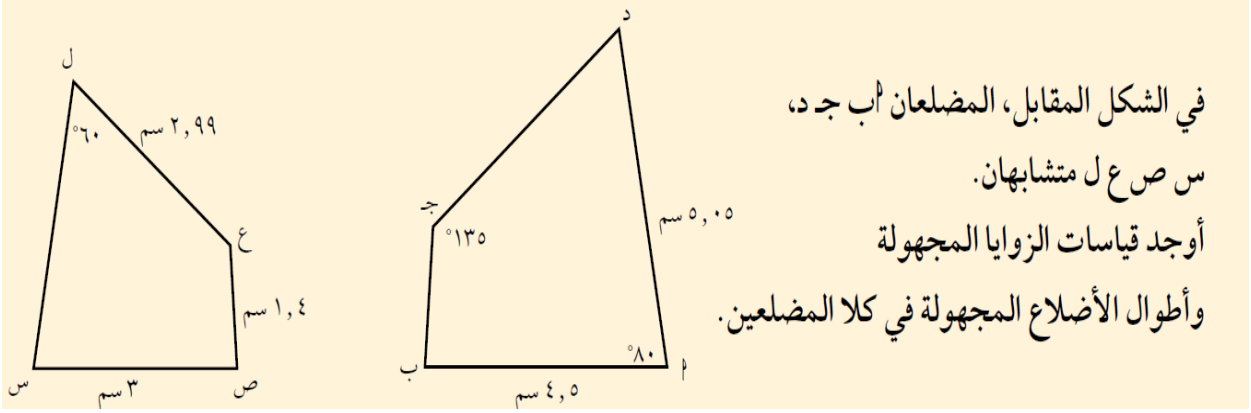
40

قطعة نقدية ورقية مستطيلة الشكل أبعادها ٥ , ١٠ سم، ٥ , ٦ سم.
هل نسبة طولها إلى عرضها تساوي النسبة الذهبية؟

كلا، نسبة الطول إلى العرض تساوي حوالي

١,٦١٥ ≠ ١,٦١٨ .

41



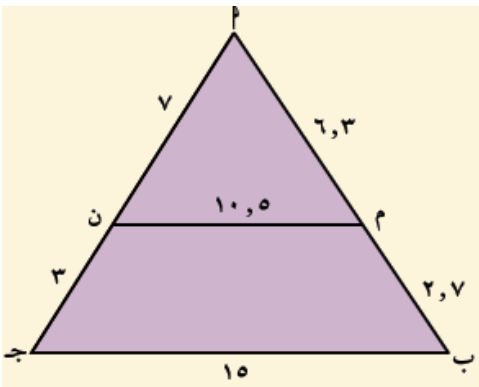
في الشكل المقابل، المضلعان أ ب جـ د،
س ص ع ل متشابهان.
أوجد قياسات الزوايا المجهولة
وأطوال الأضلاع المجهولة في كلا المضلعين.

ق(ب̂) = ٨٥°، ق(د̂) = ٦٠°، ق(ص̂) = ٨٥°

ق(س̂) = ٨٠°، ق(ع̂) = ١٣٥° .

ب جـ = ٢,١ سم، جـ د = ٤,٤٨٥ سم،
س ل = ٣,٣٦ سم

42



في الشكل المرسوم،

أولًا: أثبت أن:

أ Δأ ب جـ ~ Δأ م ن. ب $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{م ن}}$.

ثانيًا: أوجد النسبة بين محيطي المثلثين. ماذا تلاحظ؟

المعطيات:

أم = ٦,٣ ، أن = ٧، م ن = ٥ , ١٠، م ب = ٢,٧، ن جـ = ٣، ب جـ = ١٥

أولًا: المطلوب: أ إثبات تشابه المثلثين أ ب جـ، أ م ن. ب $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{م ن}}$.

البرهان: أ $\frac{\text{أم}}{\text{أب}} = \frac{٦,٣}{٦,٣ + ٢,٧} = \frac{٦,٣}{٩} = ٠,٧$

أوجد: $\frac{\text{أن}}{\text{أجـ}} = \ldots$ ، $\frac{\text{م ن}}{\text{ب جـ}} = \ldots$. ماذا تلاحظ؟

استخدم نظرية (٢) . Δأ م ن ~ Δأ ب جـ وهو المطلوب (أ).

ب من تشابه المثلثين: ق(أ$\hat{\text{م}}$ ن) = ق(أ$\hat{\text{ب}}$ جـ) وهما في وضع تناظر.

∴ $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{م ن}}$.

ثانيًا: المطلوب: إيجاد النسبة بين محيطي المثلثين أ ب جـ، أ م ن.

البرهان: $\frac{\text{محيط } \Delta\text{أ م ن}}{\text{محيط } \Delta\text{أ ب جـ}} = \frac{٢٣,٨}{٣٤} = ٠,٧$

نلاحظ أن النسبة بين محيطي المثلثين تساوي نسبة التشابه.

معلومة:

في أي شكلين متشابهين:

النسبة بين المحيطين = نسبة التشابه

النسبة بين المساحتين = مربع نسبة التشابه

نسبة التشابه بين محيطي دائرتين تساوي النسبة بين طولي نصفي قطري الدائرتين.

43

أدخل ٥ أوساط حسابية بين ٢٣، ٦٥.

الحل:

(٢٣، ▬، ▬، ▬، ▬، ▬، ٦٥).

ح١ = ٢٣، عدد الحدود: ٥ + ٢ = ٧، ح٧ = ٦٥.

إذًا ح٧ = ح١ + ٦ء

٦٥ = ٢٣ + ٦ء

٤٢ = ٦ء

ء = ٧

الأوساط الحسابية هي ٣٠، ٣٧، ٤٤، ٥١، ٥٨.

44

في المتتالية الحسابية (٣ ، ٥ ، ٧ ، ....) أوجد ما يلي :
(١) الحد العشرون
(٢) مجموع الحدود العشرين الأولى منها

الإجابة

$$ح_{ن} = ح_{١} + (ن - ١) \times د$$

$$ح_{٢٠} = ٣ + ١٩ \times ٢$$
$$= ٤١$$

$$جـ_{ن} = \frac{ن}{٢} [ح_{١} + ح_{ن}]$$

$$جـ_{٢٠} = \frac{٢٠}{٢} [٣ + ٤١]$$

$$جـ_{٢٠} = ٤٤٠$$

45

أوجد مجموع خمسة وعشرون حدا الأولى من المتتالية الحسابية التي حدها الأول -٧ وأساسها ٤

الحل :

$$ح_{١} = -٧ \ ، \ د = ٤ \ ، \ ن = ٢٥$$

$$جـ_{ن} = \frac{ن}{٢} (٢ ح_{١} + (ن - ١) د)$$

$$جـ_{ن} = \frac{٢٥}{٢} (٢ \times (-٧) + ٢٤ \times ٤)$$

$$جـ_{ن} = \frac{٢٥}{٢} (٨٢) = ١٠٢٥$$

46

في المتتالية (ح$_ن$) حيث ح$_ن$ = ٧ن − ٣ لكل ن ∈ صـ$_+$ ، أثبت أن المتتالية حسابية.

الحل:

ح$_ن$ = ٧ن − ٣

ح$_{ن+١}$ = ٧(ن + ١) − ٣ = ٧ن + ٤

ح$_{ن+١}$ − ح$_ن$ = (٧ن + ٤) − (٧ن − ٣) = ٧

= مقدارًا ثابتًا

∴ المتتالية (ح$_ن$) حيث ح$_ن$ = ٧ن − ٣ متتالية حسابية.

47

إذا كان الحد الخامس من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد الثامن يساوي ١٥، فأوجد أساس المتتالية.

الطريقة الأولى

ح$_ن$ = ح$_١$ + (ن − ١)ء

ح$_٥$ = ح$_١$ + ٤ء

∴ ح$_١$ + ٤ء = ٩ (١)

ح$_٨$ = ح$_١$ + ٧ء

∴ ح$_١$ + ٧ء = ١٥ (٢)

بطرح (١) من (٢)

∴ ٣ء = ٦

∴ ء = ٢

الطريقة الثانية

ح$_ن$ = ح$_ك$ + (ن − ك)ء

ح$_٥$ = ٩ ، ح$_٨$ = ١٥

ح$_٨$ − ح$_٥$ = (٨ − ٥) × ء

١٥ − ٩ = ٣ء

∴ ٣ء = ٦

∴ ء = ٢

إذًا، أساس المتتالية الحسابية هو ٢.

48

متتالية هندسية حدها الأول ٤ وحدها السادس ١٢٨ . اكتب المتتالية الهندسية مكتفيًا بالحدود الأربعة الأولى منها.

الحل:

الحد الأول: $ح_1 = ٤$ ، الحد السادس: $ح_6 = ١٢٨$

نعلم أن $ح_ن = ح_1 \times ر^{ن-1}$

$ح_6 = ح_1 \times ر^5$

$١٢٨ = ٤ \times ر^5$

$ر^5 = ٣٢$ $\therefore ر = ٢$

∴ الحدود الأربعة الأولى هي: ٤، ٨، ١٦، ٣٢.

المتتالية هي: (٤، ٨، ١٦، ٣٢، ...)

49

أوجد مجموع الثمانية حدود الأولى من المتتالية الهندسية التي حدها الأول ٣ وأساسها ٣ .

الحل:

$ح_1 = ٣$ ، $ر = ٣$

$ن = ٨$

$جـ_ن = ح_1 \times \frac{ر^ن - ١}{ر - ١}$

$جـ_8 = ٣ \times \frac{٣^8 - ١}{٣ - ١}$

$جـ_8 = ٣ \times ٣٢٨٠$

$= ٩٨٤٠$

50

أوجد وسطًا هندسيًا بين العددين $\frac{١}{٣}$ ، ٢٧.

الحل:

الوسط الهندسي: $\sqrt{\frac{١}{٣} \times ٢٧} = \sqrt{٩} = ٣$

أو الوسط الهندسي: $-\sqrt{\frac{١}{٣} \times ٢٧} = -\sqrt{٩} = -٣$

القانون : $ب = \pm\sqrt{أ جـ}$.

51

أدخل خمسة أوساط هندسيّة موجبة بين العددين ٥١٢ ، ٨.

الحل: (٥١٢، ■ ، ■ ، ■ ، ■ ، ٨).

عدد حدود المتتالية الهندسية = عدد الأوساط + ٢.

ن = ٥ + ٢ = ٧

$ح_{١} = ٥١٢$

$ح_{ن} = ٨$ أي أن $ح_{٧} = ٨$

$\therefore ح_{ن} = ح_{١} \times ر^{ن-١}$

$\therefore ٨ = ٥١٢ \times ر^{٦}$

$ر^{٦} = \frac{٨}{٥١٢} = \frac{١}{٦٤} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٦}$

$ر = \frac{١}{٢}$ أو $ر = -\frac{١}{٢}$ مرفوضة لأن الأوساط موجبة.

الأوساط هي: ٢٥٦، ١٢٨، ٦٤، ٣٢، ١٦.

52

الحد الأول من متتالية هندسية يساوي ٨ والحد الثالث منها يساوي $\frac{٨}{٩}$. أوجد مجموع الحدود الستة الأولى منها.

الحل: ∵ المتتالية هندسية

$\therefore ح_٣ = ح_١ \times ر^٢$

$\frac{٨}{٩} = ٨ \times ر^٢$

$ر^٢ = \frac{١}{٩}$

$ر = \frac{١}{٣}$ أو $ر = -\frac{١}{٣}$.

إذا كانت $ر = \frac{١}{٣}$

$$ج_٦ = \frac{١ - \left(\frac{١}{٣}\right)^٦}{١ - \frac{١}{٣}} \times ٨$$

$$= \frac{١ - \left(\frac{١}{٣}\right)^٦}{\frac{٢}{٣}} \times ٨$$

$$= \frac{٢٩١٢}{٢٤٣} \simeq ١١,٩٨$$

إذا كانت $ر = -\frac{١}{٣}$

$$ج_٦ = \frac{١ - \left(-\frac{١}{٣}\right)^٦}{١ - \left(-\frac{١}{٣}\right)} \times ٨$$

$$= \frac{١ - \left(-\frac{١}{٣}\right)^٦}{\frac{٤}{٣}} \times ٨$$

$$= \frac{١٤٥٦}{٢٤٣} \simeq ٥,٩٩٢$$