يمكنك مراجعه الحلول من خلال المذكرة المحلولة
للتأكد من حلك والتدرب على الحل الصحيح

مراجعه القصير

الرياضيات

الصف العاشر

الفصل الدراسي الأول

"لا تبحث عن الحل الأسرع ... بل عن الفهم الذي لا يُنسى"

للحصول على المذكرة المحلولة اشترك في قناتي اليوتيوب والتيليجرام
وسيصلك كل ما هو جديد

YouTube
اضغط هنا
للاشتراك في قناة اليوتيوب

اضغط هنا
للانضمام لجروب التيليجرام

HOSSAMBAYOUMI199

إعداد: أ. حسام بيومي

1-2 حل معادلة القيمة المطلقة

مفهوم أساسي « حل معادلات القيمة المطلقة »

لحل المعادلة $|ax+b|=c$ حيث $c\geq 0$
نحل المعادلتين المرتبطتين بها وهما :
$ax+b=-c$ أو $ax+b=c$

حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=c \ , c\geq 0$

تعلمنا فيما سبق أن حل معادلة القيمة المطلقة :

1 $\|x\|=A$	2 $\|x\|=0$	3 $\|x\|=A$
إذا كان $A>0$ ، فإن للمعادلة حلان هما:	إذا كان $A=0$ ، فإن للمعادلة حل وحيد وهو:	إذا كان $A<0$ ، فإن للمعادلة ليس لها حل:
$x=A \quad or \quad x=-A$	$x=0$	$S=\emptyset$
$S=\{-A \ , A\}$	$S=\{0\}$	

خواص القيمة المطلقة

لكل $a \ , b\in R$ فإن :

1. $|a|\geq 0$
2. $|a+b|\leq|a|+|b|$
3. $|a \ .b|=|a|.|b|$
4. $|x-a|=|a-x|$
5. $\frac{|a|}{|b|}=|\frac{a}{b}|$, $b\neq 0$
6. $|x|=|-x|$
7. $|n|^2=n^2$ حيث n عدد زوجي
8. $\sqrt{x^2}=|x|$ لأي عدد حقيقي x يكون

أولاً : حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=|cx+d|$

مثال (1) أوجد مجموعة حل المعادلة: $|x-2|=|2x-1|$

مثال (2) أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي:

ⓐ $|x+4|=|x+3|$

ⓑ $|2y+1|=|3y+4|$

ثانيًا: حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=cx+d$

مثال (3) أوجد مجموعة حل المعادلة: $|x-3|=3x-1$

تحقق من فهمك (3)

أوجد مجموعة حل المعادلة: (a) $|2x-1|=x+2$

تحقق من فهمك (4)

أوجد مجموعة حل المعادلة:

ⓐ $|3x-1|+4x-13=0$

أسئلة المقال:

أوجد مجموعة حل المعادلة:

ⓘ $\frac{1}{2}|8x-2|=x+2$

أتدرب وأحل المسائل

البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1-7) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

(1) حل المعادلة $|2x-1|=x+3$ هو

ⓐ $x=1$ ⓑ $x=2$ ⓒ $x=-1$ ⓓ لا يوجد حل

(2) حل المعادلة $|x+2|=x+2$ هو

ⓐ $x=-2$ ⓑ $x\in(-2,\infty)$ ⓒ $x\in[-2,\infty)$ ⓓ $\varnothing$

(3) حل المعادلة $|x-3|=|x+1|$ هو

ⓐ $x=\pm1$ ⓑ $x=-1$ ⓒ $x=1$ ⓓ $x=2$

(4) مجموعة حل المعادلة $|x-3|=|3-x|$ هي

ⓐ $\{3\}$ ⓑ $\{-3,3\}$ ⓒ $\mathbb{R}$ ⓓ $\varnothing$

(5) حل المعادلة $|x-4|=|4-x|$ هو

ⓐ $x=-4$ ⓑ $x=4$ ⓒ $\mathbb{R}$ ⓓ لا يوجد حل

(6) حل المعادلة $|2x-3|=|x+3|$ هو

ⓐ $x=0,\ x=6$ ⓑ $x=-5,\ x=0$ ⓒ $x=5,\ x=6$ ⓓ $x=\pm6$

(7) مجموعة حل المعادلة $|x-2|+x=2$ هي

ⓐ $\varnothing$ ⓑ $(-\infty,\ 2)$ ⓒ $(-\infty,\ 2]$ ⓓ $\{2\}$

مهارات تفكير عليا

(3) اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كانت مجموعة حل المعادلة $|x-a|=b$ هي $\{5,11\}$ فإن $(a,b)=$

ⓐ $(-8,3)$ ⓑ $(-3,8)$ ⓒ $(8,3)$ ⓓ $(3,8)$

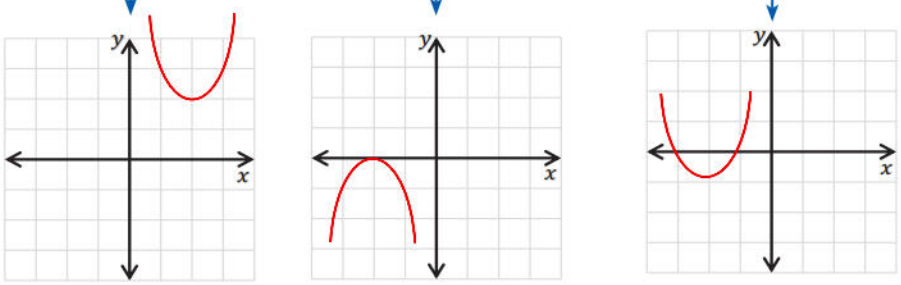
1-3 حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد "جبرياً وبيانياً"

* حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (المعادلة التربيعية) بيانيًّا:

لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (المعادلة التربيعية) بيانياً نتبع الخطوات التالية:

1. ضع المعادلة على الصورة: $ax^2+bx+c=0$
2. أفرض أن : $f(x)=ax^2+bx+c$ ، ثم ارسم منحنى الدالة f
3. عين نقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات فتكون الاحداثيات السينية لنقاط التقاطع هي:

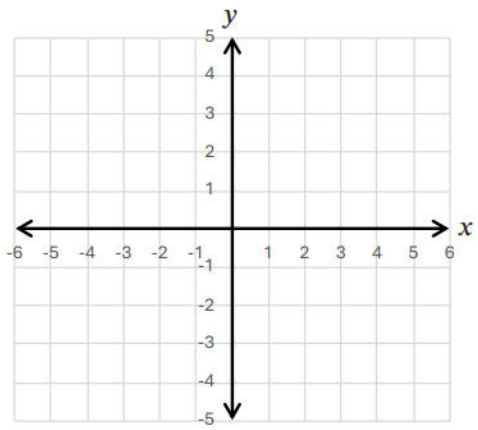
حلول المعادلة $f(x)=0$



المنحنى يقطع محور السينات في نقطتين ، يوجد حلان مختلفان للمعادلة في $\mathbb{R}$	المنحنى يقطع محور السينات في نقطة واحد، يوجد حلان حقيقيان متساويان للمعادلة في $\mathbb{R}$	المنحنى لا يقطع محور السينات، لا يوجد حل للمعادلة في $\mathbb{R}$
عدد الحلول = 2	عدد الحلول = 1 مكرر	عدد الحلول = 0

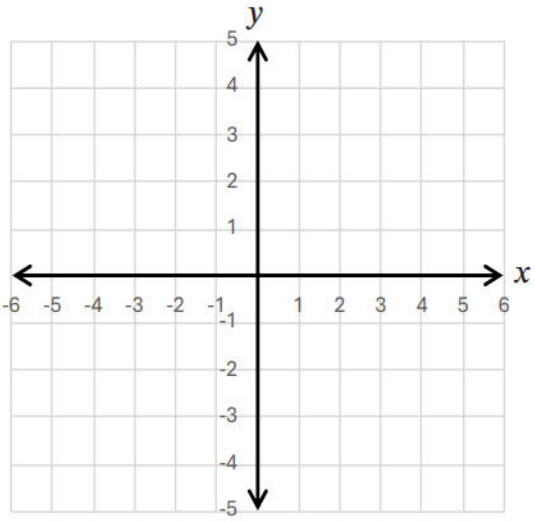
مثال (1) أوجد بيانيا مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$ مستعينًا بالفترة الموضحة:

ⓐ $x^2-2x-3=0 \quad ,[-2,4]$

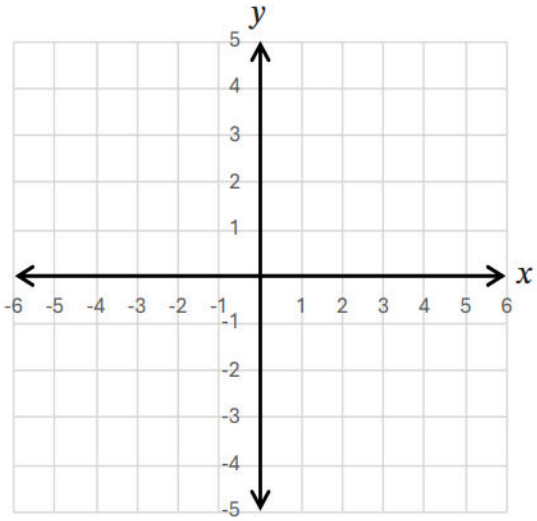


مثال (1) أوجد بيانيا مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$ مستعينًا بالفترة الموضحة:

ⓑ $-x^2-4x-4=0\ ,[-4,0]$



ⓒ $x^2+2=0\qquad ,[-2,2]$



القانون العام لحل المعادلات التربيعية في متغير واحد وهو:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad , \; b^2-4ac \geq 0 \quad , \quad a,b,c \in \mathbb{R} \quad , \quad a \neq 0$$

$\Delta = b^2-4ac$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
فإن للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان	فإن للمعادلة جذران حقيقيان متساويان	فإنه لا يوجد للمعادلة جذور حقيقية
عدد الحلول = 2	عدد الحلول = 1 (مكرر)	عدد الحلول = 0

تحقق من فهمك (2)

حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة من المعادلات التالية بدون حل المعادلة:

(a) $2x^2-7x-4=0$

(b) $x^2-10x+25=0$

(c) $3x^2-2x+2=0$

(d) $x^2=15$

مثال (3) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية باستخدام القانون :

(a) $x^2=x+1$

(b) $x^2-8=0$

(c) $x^2-6x+9=0$

تحقق من فهمك (4)

حل المعادلتين التاليتين باستخدام القانون .

(a) $x^2+7x+10=0$

(b) $2x^2-5x-52=0$

تحقق من فهمك (5)

(a) أوجد عددين زوجيين متتاليين مجموع مربعيهما 100

(b) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار $3cm$ ومساحته $40cm^2$
أوجد بعدي المستطيل .

أتدرب وأحل المسائل

البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1-3) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة :

(1) جذرا المعادلة $x^2-5x+6=0$ هما جذران حقيقيان متساويان (a) (b)

(2) المعادلة $x^2-4x+4=0$ لها جذران حقيقيان متساويان (a) (b)

(3) جذرا المعادلة $x^2+9=0$ هما 3 ، -3 (a) (b)

■ في البنود من (1-7) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) المعادلة $x^2-6x+9=0$

(b) لها جذران حقيقيان متساويان (a) لها جذران حقيقيان مختلفان

(d) ليس أيًّا مما سبق (c) ليس لها جذور حقيقية

(2) المعادلة $x^2+4x+5=0$

(b) لها جذران حقيقيان متساويان (a) لها جذران حقيقيان مختلفان

(d) ليس أيًّا مما سبق (c) ليس لها جذور حقيقية

(3) جذرا المعادلة $x^2-3x-4=0$ هما:

(d) $-1,3$ (c) $-2,2$ (b) $1,4$ (a) $-1,4$

(4) حل المعادلة $x^2=9$ هو:

(d) لا يوجد حل (c) ± 3 (b) -3 (a) 3

(5) جذرا المعادلة $2x^2-7x+3=0$ هما:

(d) $1, \frac{3}{2}$ (c) $2, 3$ (b) $1,3$ (a) $\frac{1}{2}, 3$

(6) حل المعادلة $x^2-25=0$ هو:

(d) لا يوجد حل (c) ± 5 (b) -5 (a) 5

(7) المعادلة التي مجموع جذريها يساوي 5 فيما يلي:

(b) $x(x-5)=0$ (a) $(x+1)(x+4)=0$

(d) $(x-5)(x+1)=0$ (c) $(x-1)(x+6)=0$

مهارات تفكير عليا

■ اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة:

(1) إذا كانت المعادلة $x^2-6x-k=0$ لها جذران حقيقيان متساويان فإن قيمة k هي 3

(a) (b)

■ في البنود من (2 – 5) اختر الإجابة الصحيحة:

(2) إذا كانت المعادلة $x^2-kx+4=0$ ليس لها جذور حقيقية فإن k تحقق:

(a) $k^2>16$ (b) $k^2=16$ (c) $k^2<16$ (d) $k>16$

(3) مجموعة حل المعادلة $x^2=2-|x|$ هي:

(a) $\{1,-1\}$ (b) $\{2,-2\}$ (c) $\{1,-2\}$ (d) $\{-1,2\}$

(4) مجموعة حل المعادلة $x^2-2|x|=8$ هي:

(a) $\{2,-2\}$ (b) $\{4,-4\}$ (c) $\{2,4\}$ (d) $\varnothing$

(5) إذا كانت $|x|>x$ ، $x^2+2x-3=0$ فإن $2x+4$ تساوي:

(a) -2 (b) 2 (c) 6 (d) 8

1-5 حل متباينة من الدرجة الثانية

أولًا: حل المتباينة من الدرجة الثانية باستخدام التحليل

«خواص المتباينات في الأعداد الحقيقية» :

1 . عندما : $a.b\geq 0$ فإن : $a\geq 0\ ,b\geq 0 \quad or \quad a\leq 0\ ,b\leq 0$

2 . عندما : $a.b\leq 0$ فإن : $a\leq 0\ ,b\geq 0 \quad or \quad a\geq 0\ ,b\leq 0$

مثال (1) حِل كلاً من المتباينات التالية جبريًا ومثل الحل على خط الأعداد :

(a) $x^2-2x-8\geq 0$

(b) $x^2-2x-8\leq 0$

ثانيًا: حل المتباينة من الدرجة الثانية بدراسة الإشارة

مثال (2) ادرس إشارة كل من :

ⓐ $f(x)=2x-8$

ⓑ $g(x)=-3x+6$

قاعدة هامة

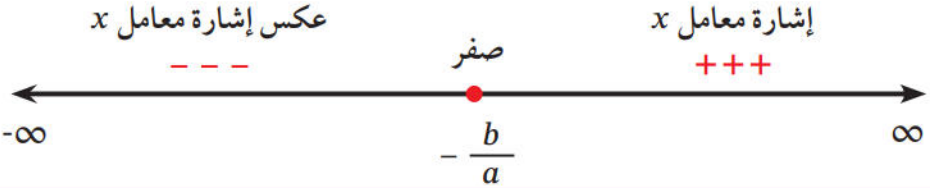
لدراسة إشارة $g(x)=ax+b \quad ,a\neq 0$ نتبع التالي :

1. نضع $g(x)=0 \Longleftarrow ax+b=0 \Longleftarrow x=-\frac{b}{a}$

2. نحدد العدد $x=-\frac{b}{a}$ على خط الأعداد

3. تكون إشارة $g(x)$: • مماثلة للإشارة a على يمين العدد $-\frac{b}{a}$

• ومخالفة للإشارة a على يسار العدد $-\frac{b}{a}$



HOSSAMBAYOUMI199

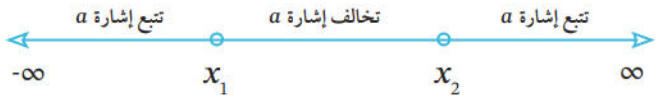
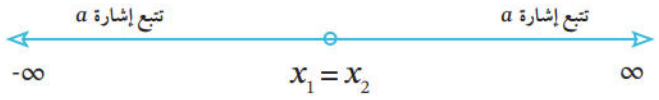
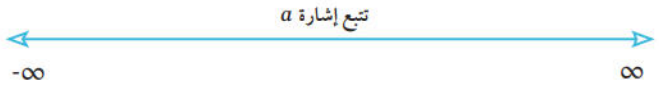
قاعدة هامة

لدراسة إشارة $a\neq 0$, $f(x)=ax^2+bx+c$ نتبع التالي :

1. نوجد المعادلة المناظرة: $f(x)=0$

2 . نوجد قيم x التي تجعل $f(x)=0$ إما بالتحليل أو باستخدام المميز عندما يصعب التحليل

3. لدينا ثلاثة احتمالات:

للمعادلة $f(x)=0$ حلان حقيقيان مختلفان $x_1<x_2$	$\Delta>0$	
للمعادلة $f(x)=0$ حلان حقيقيان متساويان $x_1=x_2$	$\Delta=0$	
ليس للمعادلة $f(x)=0$ جذور حقيقية	$\Delta<0$	

تحقق من فهمك (3)

حِل كل من المتباينات التالية جبريا ومثل الحل على خط الأعداد :

ⓐ $2x^2+3x-2<0$

تحقق من فهمك (3)

حِل كل من المتباينات التالية جبريا ومثل الحل على خط الأعداد :

ⓑ $-x^2-x+6>0$

ⓒ $x^2-6x+9\geq 0$

حالة خاصة : حل المتباينة من الدرجة الثانية باستخدام القيمة المطلقة

خاصية

إذا كان a , b عددين حقيقين موجبين فإن: $a \leq b \iff a^2 \leq b^2$

بصفة عامة : إذا كان a, b, c أعداداً حقيقية بحيث $a \neq 0$, $c < 0$ فإن :

1 . مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 < c$ هي المجموعة الخالية $\varnothing$

2 . مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 > c$ هي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

3 . مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 < 0$ هي $\varnothing$

مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2 > 0$ هي $\mathbb{R} - \left\{ \frac{-b}{a} \right\}$

مثال (4) أوجد مجموعة حل المتباينة ومثِّل الحل على خط الأعداد :

ⓐ $2x^2 + 5 \geq 23$

ⓑ $(5x+7)^2 + 3 < 2$

أتدرب وأحل المسائل

البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1-5) اختر الإجابة الصحيحة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+2)(x-5)>0$ هي:

ⓐ $(-2,5)$ ⓑ $[-2,5]$

ⓒ $(-\infty,-2)\cup(5,\infty)$ ⓓ $\mathbb{R}$

(2) مجموعة حل المتباينة $x^2-2x<0$ هي:

ⓐ $(0,2)$ ⓑ $[-\infty,0]$

ⓒ $(2,\infty)$ ⓓ $[0,2]$

(3) مجموعة حل المتباينة $x^2+6x+9\leq 0$ هي:

ⓐ $(-\infty,-3]\cup[3,\infty)$ ⓑ $\{-3\}$

ⓒ $[-3,3]$ ⓓ $\mathbb{R}$

(4) أي مما يلي ليس حلاً للمتباينة $4x^2-4x-5>0$

ⓐ 60 ⓑ -20 ⓒ 2 ⓓ 0

(5) أي من المتباينات التالية حلها نفس حل المتباينة $-2x^2+5x-3>0$:

ⓐ $x^2-5>2x^2$ ⓑ $-x^2-x>x^2-4x$

ⓒ $2x^2+3<5x$ ⓓ $x^2-3x>2x-x^2$

2-1 التناسب

النسبة : هي مقارنة بين كميتين من النوع نفسه ولهما نفس وحدة القياس ويمكن التعبير عن النسبة بصورة a إلى b ، وتكتب $a:b$ أو $\frac{a}{b}$

التناسب: هو تساوي نسبتين أو أكثر.

إذا كان : $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$
وكانت $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$
فإن a,b,c,d تسمى أعدادًا متناسبة

ملحوظة :

إذا كان a,b,c,d أعداد متناسبة فإن $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ حيث $a,b,c,d \in R^*$

خواص التناسب

خاصية (1): « الضرب التقاطعي »

إذا كان : $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$ وكان $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$
فإن : $a.d=c.b$
أي إن : حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين وتسمى هذه الخاصة «قاعدة الضرب التقاطعي»

مثال (1) إذا كانت : $2,x,4,6$ أعدادًا متناسبة ، أوجد قيمة: x

تحقق من فهمك (1)

أوجد الثالث المتناسب للأعداد : $4,7,\ldots..,35$

مثال (3) أوجد العدد الذي إذا طُرح من حدّي النسبة $\frac{7}{9}$ أصبحت $\frac{4}{5}$

تحقق من فهمك (4)

أوجد قيمة x إذا كان : $(2x+3):(3x-5)=3:4$

خاصية (2): " عكس الخاصية 1 "

إذا كان : $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$ وكان $a.d=b.c$

فإن : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

مثال (5) إذا كان $5a=4b$ فأوجد $\frac{a}{b}$ حيث $a,b \in \mathbb{R}^*$

خاصية (3): إذا كان : $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$ وكان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فإن :

خواص التناسب

(1) $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

(2) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

(3) $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$

تحقق من فهمك (6)

أوجد $\frac{x}{y}$ في كل مما يلي حيث : $x \neq 0 \ , \ y \neq 0$

(a) $5x = 7y$

(b) $\frac{5x-2y}{5x+2y} = \frac{1}{4}$

خاصية (4): إذا كان : $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$ وكان $k \in \mathbb{R}^*$

حيث k عدد ثابت $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

فإن $a = bk, \ c = dk$

مثال (7) إذا كان : $\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$ أوجد $\frac{2a+5b}{3b+2a}$

خاصية (4): إذا كان : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{\ell}{s}=\dots$ وكانت $k_1,k_2,k_3,\dots\in\mathbb{R}^*$

فإن: إحدى النسب $=\frac{ak_1+ck_2+\ell k_3+\dots}{bk_1+dk_2+sk_3+\dots}$

تحقق من فهمك (8)

إذا كان : $\frac{a}{2}=\frac{b}{7}=\frac{c}{5}$ ، أوجد : $\frac{a+2b}{3b+c}$ (بطريقتين مختلفتين).

أسئلة المقال

إذا كانت الأعداد 3,5,11 متناسبة مع $a\,,b\,,c$ أوجد القيمة العددية للمقدار : $\frac{a+3b}{5b+c}$

التناسب المتسلسل (الهندسي)

تعريف:

الكميات : a,b,c,d في تناسب متسلسل إذا وفقط إذا كان :

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c} \quad \text{أو} \quad b^2=ac$$

ويسمى : a الأول المتناسب ، b الوسط المتناسب ، c الثالث المتناسب

حيث : $b=\pm\sqrt{a.c}$

ملحوظة : a,c إما أن يكونا موجبين معًا أو سالبين معًا

$$\text{الأول المتناسب} = \frac{\text{مربع الوسط المتناسب}}{\text{الثالث المتناسب}} \quad ، \quad \text{الثالث المتناسب} = \frac{\text{مربع الوسط المتناسب}}{\text{الأول المتناسب}}$$

مثال (9) أوجد الوسط المتناسب بين العددين 9,16

HOSSAMBAYOUMI199

إذا كان $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$, k عدد ثابت لا يساوي الصفر وكان :

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$$

فإن : $a=dk^3$, $b=dk^2$, $c=dk$

تحقق من فهمك (10)

إذا كان : a,b,c في تناسب متسلسل أثبت أن : $\frac{a+3b}{b+3c} = \frac{a-2b}{b-2c}$

حيث المقام $\neq$ صفر

مثال (11) إذا كان : $\frac{2a+3b}{2b+3a} = \frac{2+2b}{b+2c}$ أثبت أن : b وسط متناسب بين a,c

أتدرب وأحل المسائل

البنود الموضوعية:

■ في البنود (1-4) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة :

(1) إذا كان $\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$ فإن $ab=3\times4$ (a) (b)

(2) إذا كان $\frac{x}{3}=\frac{14}{23}$ فإن $x=\frac{23}{42}$ (a) (b)

(3) إذا كان $\frac{x-7}{7}=\frac{1}{8}$ فإن $x=\frac{63}{8}$ (a) (b)

(4) زوج النسب التالي: $\frac{4}{5}=\frac{9}{12}$ لا يكون تناسباً (a) (b)

■ في البنود (1-5) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) إذا كانت $4x, 2b, 3x, a$ في تناسب فإن $\frac{a}{b}$ تساوي :

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

(2) إذا كان $\frac{x}{y}=7$ فإن $x+7y$ تساوي:

(a) $7x$ (b) $8x$ (c) $2x$ (d) $10x$

(3) إذا كان $2x-5y=0$ فإن $\frac{x}{y}$ تساوي:

(a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

(4) إذا كان $\frac{x}{2y}=\frac{3}{5}$ فإن $\frac{x+2y}{2x-y}$ تساوي:

(a) $\frac{15}{9}$ (b) $\frac{16}{7}$ (c) $\frac{7}{16}$ (d) $\frac{9}{15}$

(5) إذا كان $20, x, 32$ في تناسب متسلسل فإن x تساوي :

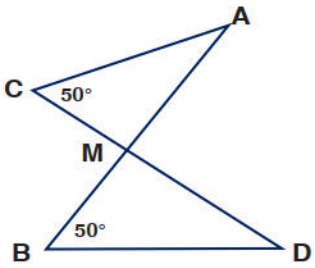
(a) $\pm2\sqrt{10}$ (b) $\pm4\sqrt{10}$ (c) $\pm8\sqrt{10}$ (d) $\pm\frac{1}{8\sqrt{10}}$

2-3 تشابه المثلثات

نظرية (1)

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان في أحد المثلثين مع زاويتين في المثلث الآخر.

مثال (1)



في الشكل المقابل :

$m(\hat{C}) = m(\hat{B}) = 50°$

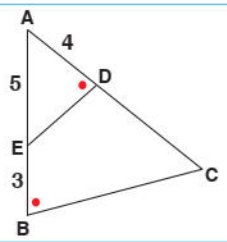
أثبت أن: $\Delta DBM \sim \Delta ACM$

تحقق من فهمك (2)

المثلث ABC قائم الزاوية في A فيه $m(\hat{B}) = 55°$ ، والمثلث NLM قائم الزاوية في L فيه $m(\hat{M}) = 35°$ ، أثبت أن المثلثين متشابهان .

مثال (3) في الشكل المقابل :

1. أثبت أن: $\Delta ACB \sim \Delta AED$
2. أوجد طول $\overline{DC}$

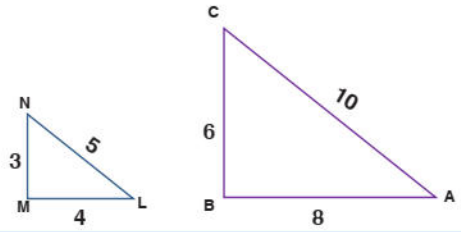


نظرية (2)

يتشابه المثلثان إذا تناسب أطوال أضلاعهما المتناظرة .

مثال (4) في الشكل المقابل :

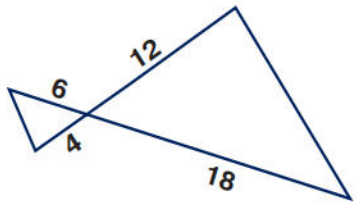
أثبت أن المثلثين ABC, LMN متشابهان.



نظرية (3)

يتشابه المثلثان إذا طابقت زاوية في أحدهما زاوية في المثلث الآخر، وتناسب طولا الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين .

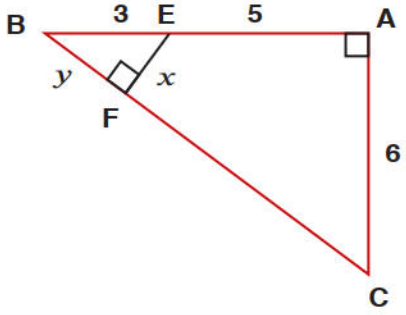
تحقق من فهمك (5)



في الشكل المقابل :

أثبت أن المثلثين متشابهان .

مثال (6)



في الشكل المقابل :

أثبت أن المثلثين BFE , BAC متشابهان.

ثم أوجد كلا من x , y