نموذج الاجابة

مذكرة الفيزياء

الصف الحادي عشر (11)

الفصل الدراسي الأول

العام الدراسي : 2027/2026 م

أ/ يوسف عزمي

الدرس (1) : الكميات العددية والكميات المتجهة

وجه المقارنة	الكميات العددية (القياسية)	الكميات المتجهة
التعريف	كميات يلزم لتحديدها معرفة المقدار ووحدة القياس	كميات يلزم لتحديدها معرفة المقدار ووحدة القياس و الاتجاه
أمثلة	المسافة – السرعة العددية	الإزاحة – السرعة المتجهة
العمليات الحسابية المستخدمة	الجبر الحسابي	جبر المتجهات

** تكتب الكمية المتجهة بحرف يوضع فوقه سهم مثل ($\vec{V}$)

الإزاحة أقصر مسافة بين نقطة بداية الحركة إلى نقطة نهاية الحركة

وجه المقارنة	المتجهات الحرة	المتجهات المقيدة
التعريف	متجهات يمكن نقلها مع المحافظة على المقدار والاتجاه	متجهات لا يمكن نقلها ومقيدة بنقطة تأثيرها
أمثلة	الإزاحة – السرعة المتجهة	القوة

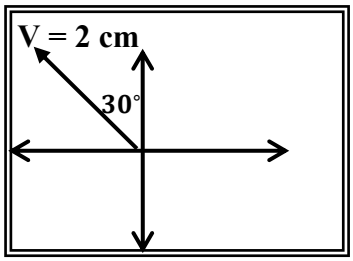
علل لما يأتي :

1- الإزاحة متجه حر بينما القوة متجه مقيد.

لأن الإزاحة متجه يمكن نقله من مكان إلى أخر بينما القوة مقيدة بنقطة تأثيرها ولا يمكن نقلها من مكان إلى أخر

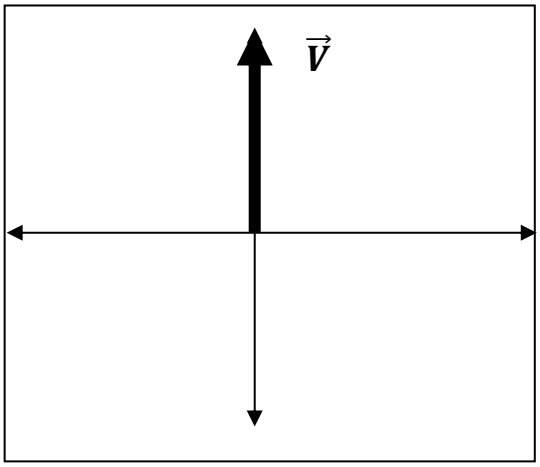
2- الإزاحة متجه يمكن نقله من مكان إلى أخر بينما القوة متجه لا يمكن نقله من مكان إلى أخر.

لأن الإزاحة متجه حر بينما القوة متجه مقيد بنقطة تأثيرها



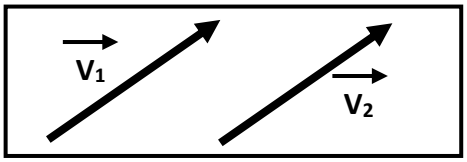
مثال 1 : الشكل المقابل يمثل المتجه البياني المعبر عن سرعة تحرك سيارة ، فإذا علمت أن مقياس الرسم (1 cm : 10 m/s) عبر رياضياً عن المتجه ($\vec{V}$) .

$$\vec{V} = (20\ m/s\ ,\ 120^o)$$



مثال 2 : ورد في نشرة الأرصاد الجوية أن سرعة الرياح المتجهة إلى الشمال تساوي (60 km/h) مثِّل هذه السرعة رياضياً .

$$\vec{V} = (60\ km/h\ ,\ 90^o)$$



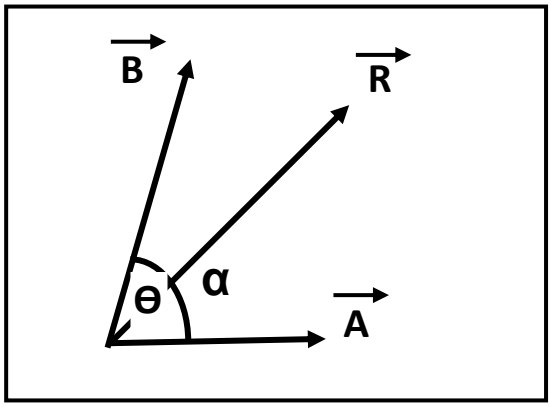
خصائص المتجهات

التساوي يكون المتجهان متساويان بشرط تساوي المقدار و الاتجاه معًا

سؤال : تسير سيارة شمالاً بسرعة عددية تساوي (80 km / h) بينما تسير سيارة أخري جنوباً بسرعة (80 km/h) . هل سرعتهما المتجهتان متساويتان ؟ ولماذا ؟

لا / لأنهما مختلفان في الاتجاه

جمع المتجهات (تركيب المتجهات) عملية الاستعاضة عن متجهين أو أكثر بمتجه واحد يسمى المحصلة



أولاً : حساب المحصلة بالطريقة الحسابية :

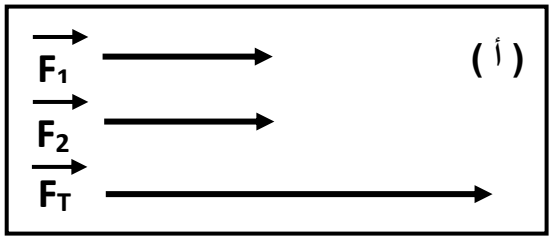
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

لحساب اتجاه المحصلة :

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{B\sin\theta}{R}\right]$$

حيث (Θ) هي الزاوية **بين ذيلي المتجهين** و(α) هي زاوية **ميل المحصلة ($\vec{R}$) مع المتجه ($\vec{A}$)**

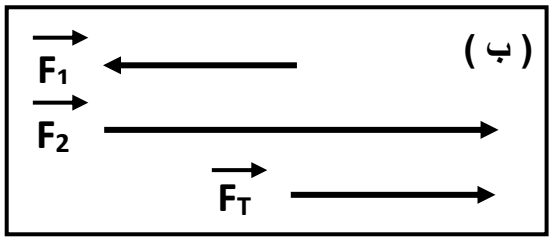
حالات خاصة بجمع المتجهات



أ) محصلة متجهين متوازيين وفي اتجاه واحد : (Θ = 0)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = F_1 + F_2$

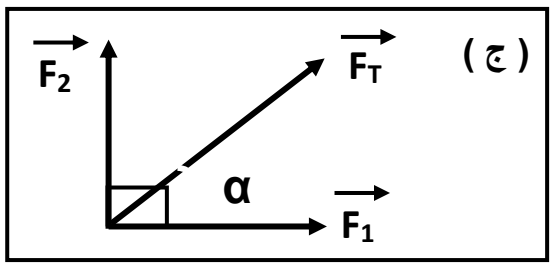
** يكون اتجاه المحصلة : **في نفس اتجاه القوتين**



ب) محصلة متجهين متوازيين و متعاكسين : (Θ = 180)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = F_2 - F_1$

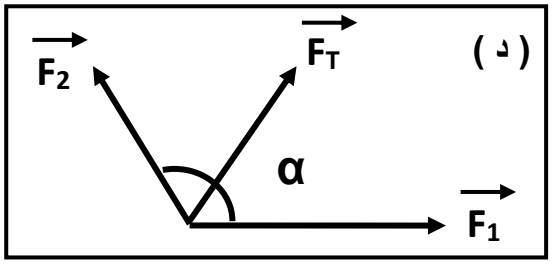
** يكون اتجاه المحصلة : **في اتجاه القوة الكبرى**



ج) محصلة متجهين متعامدين : (Θ = 90)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

** يكون اتجاه المحصلة : $\alpha = \tan^{-1}\left[\frac{F_2}{F_1}\right]$



د) محصلة متجهين متساويين وبينهما زاوية (Θ = 120)

** تحسب المحصلة من العلاقة : $F_T = F_1 = F_2$

** يكون اتجاه المحصلة : $\alpha = 60$

تابع جمع المتجهات

1- يتساوى الجمع العددي مع الجمع الاتجاهي ($\vec{A}+\vec{B}=A+B$) عندما يكون المتجهين **في اتجاه واحد**

2- تكون أقل محصلة عندما يكون المتجهين **متعاكسين** وأكبر محصلة عندما يكون المتجهين **في اتجاه واحد**

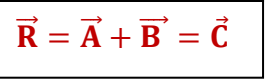
3- تقل المحصلة بين المتجهين كلما زادت **الزاوية المحصورة بينهما**

4- العوامل التي تتوقف عليها محصلة متجهين هي : 1- **مقدار المتجهين** 2- **الزاوية المحصورة بين المتجهين**

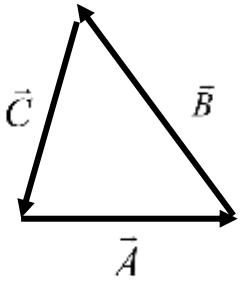
5- عملية جمع المتجهات عملية **إبدالية** حيث ($\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$)

6- الازاحة في دائرة كاملة أو محصلة المضلع المقفل تساوي **صفراً**

7- أحسب الازاحة أو المحصلة في كل شكل من الأشكال التالية :



$\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$



$\vec{R}=0$

علل لما يأتي :

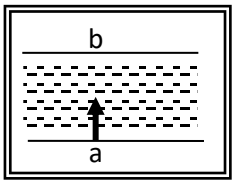
1- يمكن الحصول على عدة قيم لمحصلة المتجهين نفسيهما.

بسبب اختلاف الزاوية بين المتجهين

2- تتغير السرعة التي تُحلق بها طائرة في الجو على الرغم من ثبات السرعة التي يكسبها المحرك للطائرة .

بسبب وجود رياح متغيرة السرعة لذلك تتحرك الطائرة بمحصلة سرعتها وسرعة الرياح

3- لا يستطيع سباح أن يعبر النهر من نقطة (a) إلى نقطة (b) بصورة مباشرة كما في الشكل .



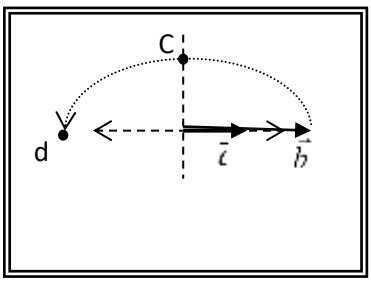
لأنه يتحرك بتأثير سرعة السباح وسرعة تيار الماء العمودي على اتجاه سرعة السباح

ماذا يحدث :

1- لمقدار واتجاه محصلة المتجهين الموضحين بالشكل المقابل إذا دار المتجه (b)

نصف دورة مروراً بالنقاط (c ، d) حول نقطة اتصاله بالمتجه (a) .

يقل مقدار المحصلة تدريجيا حتى يصبح أقل ما يمكن. ويتغير اتجاه المحصلة



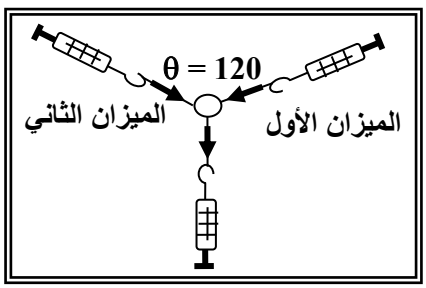
2- لمقدار واتجاه محصلة المتجهين الموضحين بالشكل المقابل إذا دار المتجه (a)

نصف دورة مروراً بالنقاط (c ، d) حول نقطة اتصاله بالمتجه (b) .

يقل مقدار المحصلة تدريجيا حتى يصبح أقل ما يمكن، ولكن لا يتغير اتجاه المحصلة

مثال 1 : إذا كانت قراءة كل من الميزانين الأول والثاني هي (100 N) .

احسب قراءة الميزان الثالث :



$$F_T = F_1 = F_2 = 100\ N$$

مثال 2 : متجهان قيمتهما ($\vec{A}=20\,N$) و ($\vec{B}=30\,N$) . فاحسب ($\vec{A}+\vec{B}$) واتجاهه في الحالات الآتية ؟

أ) أكبر مقدار لمحصلة المتجهين (المتجهان في اتجاه واحد) :

في نفس اتجاه المتجهين

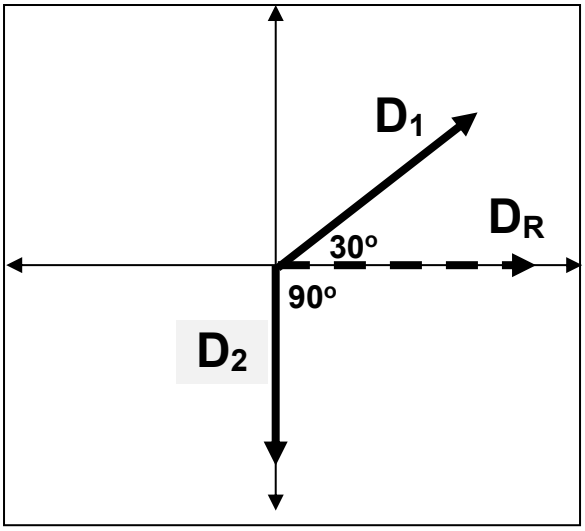
$$R = A + B = 20 + 30 = 50\ N$$

ب) أصغر مقدار لمحصلة المتجهين (المتجهان متعاكسان) :

في اتجاه المتجه الأكبر

$$R = B - A = 30 - 20 = 10\ N$$

مثال 3 : تحرك قارب ليقطع (8 km) باتجاه (30^o) شمال الشرق ثم (4 km) إلى الجنوب . احسب المحصلة مقداراً واتجاهاً ؟

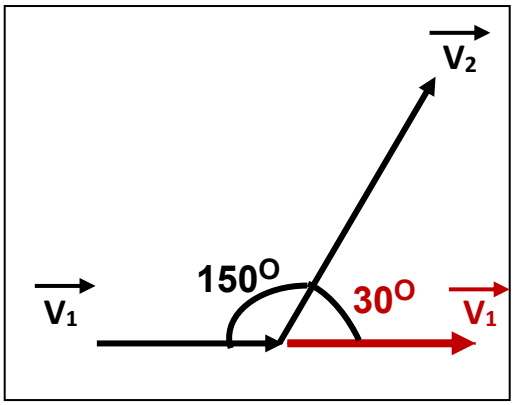


$$D_R = \sqrt{D_1^2 + D_2^2 + 2D_1D_2\cos\theta}$$

$$D_R = \sqrt{8^2 + 4^2 + 2\times 4\times 8\cos 120} = 6.9\ Km$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{D_2\sin\theta}{D_R}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{4\times\sin 120}{6.9}\right] = 30^o$$

مثال 4 : في الشكل متجهان ($\vec{V}_1=60\,m/s$) و ($\vec{V}_2=80\,m/s$) . احسب المحصلة مقداراً واتجاهاً ؟

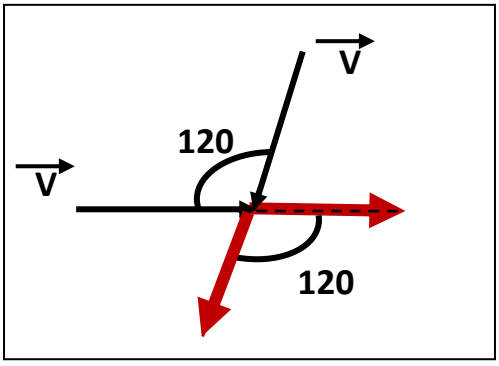


$$V_R = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos\theta}$$

$$V_R = \sqrt{60^2 + 80^2 + 2\times 60\times 80\cos 30} = 135.32\ m/s$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{V_2\sin\theta}{V_R}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{80\times\sin 30}{135.32}\right] = 17^o$$

مثال 5 : في الشكل متجهين ($\vec{V}_1=60\,m/s$) و ($\vec{V}_2=80\,m/s$) . احسب المحصلة مقداراً واتجاهاً ؟

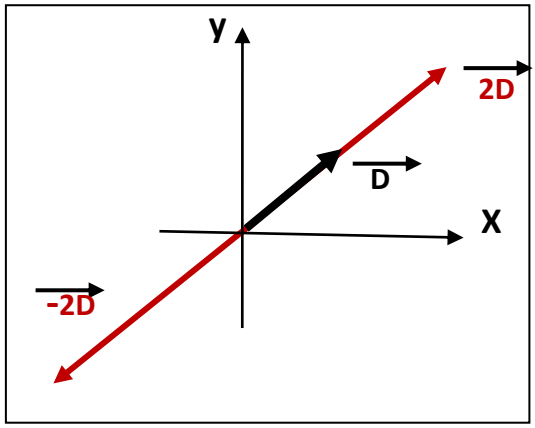


$$V_R = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos\theta}$$

$$V_R = \sqrt{60^2 + 80^2 + 2\times 60\times 80\cos 120} = 72.11\ m/s$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{V_2\sin\theta}{V_R}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{80\times\sin 120}{72.11}\right] = 73.9^o$$

ضرب المتجهات



1- ضرب كمية عدديه موجبة × كمية متجهة

يكون حاصل الضرب متجهاً جديداً في **نفس** الاتجاه

2- ضرب كمية عدديه سالبة × كمية متجهة

يكون حاصل الضرب متجهاً جديداً في **عكس** الاتجاه

3- ضرب كمية عددية (أكبر من الواحد) × كمية متجهة

يغير **مقدار** المتجه الناتج ويغير الاتجاه إذا كانت الكمية العددية **سالبة**

علل لما يأتي :

1- حسب القانون الثاني لنيوتن F = m x a تعتبر القوة كميه متجهة .

لأنها حاصل ضرب كمية عددية (الكتلة m) في كمية متجهة (العجلة a)

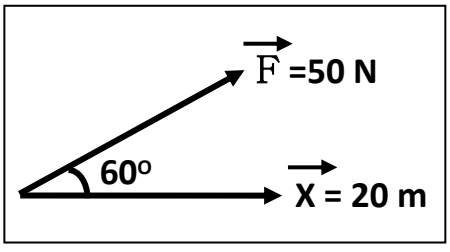
2- حسب القانون الثاني لنيوتن F = m x a تكون القوة دائماً في اتجاه العجلة نفسه.

لأن الكتلة m كمية عددية موجبة

ضرب المتجهات	1- الضرب العددي (القياسي) أو (النقطي) أو (الداخلي)	2- الضرب الاتجاهي (التقاطعي) أو (الخارجي)
العلاقة الرياضية	$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$	$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta$
ناتج الضرب	كمية عددية	كمية متجهة
تنعدم قيمة الناتج	المتجهان متعامدان لأن $\cos 90 = 0$	المتجهان متوازيان لأن $\sin 0 = 0$
أكبر قيمة للناتج	المتجهان متوازيان لأن $\cos 0 = 1$	المتجهان متعامدان لأن $\sin 90 = 1$
خصائصه	عملية إبداليه	عملية ليست إبداليه
العوامل	مقدار المتجهين - الزاوية بينهما	مقدار المتجهين - الزاوية بينهما
مثال	الشغل	عزم القوة

الضرب العددي

$$W = \vec{F} \cdot \vec{X} = FX\cos\theta$$

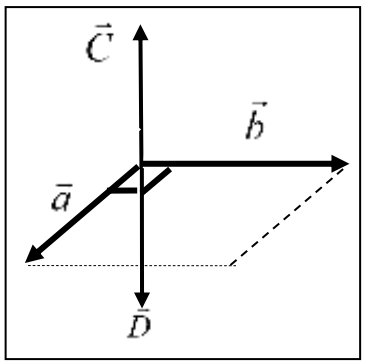


مثال : قوة مقدارها (50 N) تسبب إزاحة للجسم قدرها (20 m) وتصنع مع القوة زاوية (60°) . احسب مقدار الشغل الناتج .

$$W = F\,X\,COS\,\theta = 50\,X\,20\,COS\,60 = 500\ J$$

الضرب الاتجاهي

متجه جديد مقداره يساوي مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن المتجهين



1- يكون اتجاه ناتج الضرب الاتجاهي عمودياً على المتجهين ويحدد **بقاعدة اليد اليمنى**

2- متجه ($\vec{C}$) = $\vec{a} \times \vec{b}$ واتجاهه **عمودي على المتجهين خارج الصفحة**

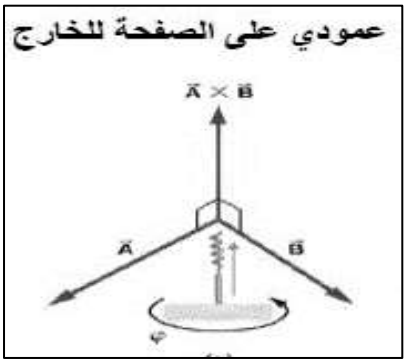
3- متجه ($\vec{D}$) = $\vec{b} \times \vec{a}$ واتجاهه **عمودي على المتجهين داخل الصفحة**

4- إذا كان حاصل الضرب القياسي لمتجهين متساويين يساوي مربع أي منهما

فإن الزاوية المحصورة بينهما **$\Theta = 0$**

5- إذا كان حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين متساويين يساوي مربع أي منهما

فإن الزاوية المحصورة بينهما **$\Theta = 90$**

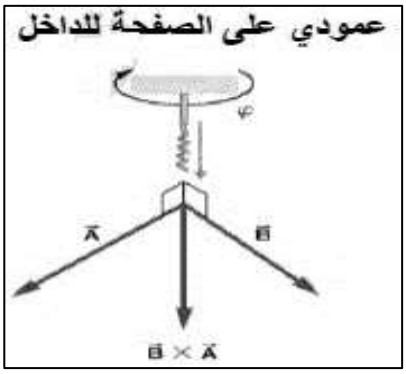


6- إذا كان حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين يساوي مثلي حاصل الضرب العددي

للمتجهين نفسيهما فإن الزاوية المحصورة بينهما تساوي **$\Theta = 63.4$**

7- إذا كان حاصل الضرب الاتجاهي لمتجهين يساوي نصف حاصل الضرب العددي

للمتجهين نفسيهما فإن الزاوية المحصورة بينهما تساوي **$\Theta = 26.5$**



علل لما يأتي :

1- يسمى الضرب القياسي (العددي) بهذا الاسم

بينما يسمى الضرب الاتجاهي بهذا الاسم.

لأن ناتج الضرب القياسي كمية عددية (قياسية)

بينما ناتج الضرب الاتجاهي كمية متجهة

2- الشغل كمية فيزيائية عددية (قياسية).

لأن الشغل ناتج الضرب العددي لمتجه القوة ومتجه الإزاحة

3- يتساوى الضرب العددي مع الضرب الاتجاهي عندما تكون الزاوية بين المتجهين **$\Theta = 45$**

لأن ناتج ضربهما العددي وناتج ضربهما الاتجاهي

متساويان عند الزاوية 45^o

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos 45 = 0.707\ AB$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin 45 = 0.707\ AB$$

4- الضرب العددي عملية إبداليه بينما الضرب الاتجاهي عملية ليست إبداليه.

لأن في الضرب العددي $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$ **أي لا يؤثر على ناتج الضرب**

ولكن في الضرب الاتجاهي $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$ **يتغير اتجاه المتجه الناتج أي يؤثر على اتجاه ناتج الضرب**

مثال 1 : متجهان متساويان ومتوازيان وفي الاتجاه نفسه حاصل ضربهما القياسي $(25)\ unit^2$. احسب :

أ) مقدار محصلتهما :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos\theta \quad \Rightarrow \quad 25 = AB \cos 0 \quad \Rightarrow \quad A = B = 5\ unit$$

$$R = A + B = 5 + 5 = 10\ unit$$

تابع ضرب المتجهات

مثال 2 : متجهان متساويان ومتعامدان حاصل ضربهما الاتجاهي $(36)\ unit^2$. احسب :

أ) مقدار حاصل ضربهما القياسي :

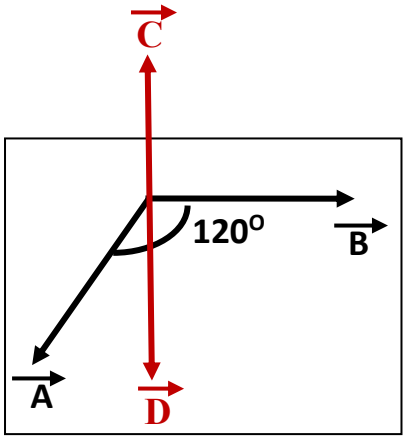
$$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos 90 = 0$$

ب) مقدار محصلتهما :

$$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta \quad \Rightarrow \quad 36 = AB\ \sin 90 \quad \Rightarrow \quad A = B = 6\ unit$$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8.48\ unit$$

مثال 3 : متجهان مقدارهما ($\vec{A} = 6$ unit) و ($\vec{B} = 8$ unit) . فاحسب :



أ) مقدار $\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B}$ واتجاهه : عمودي على مستوى المتجهين لخارج الصفحة

$$\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta = 8\times 6\sin 120 = 41.56\ unit^2$$

ب) مقدار $\vec{D} = \vec{B}\times\vec{A}$ واتجاهه : عمودي على مستوى المتجهين لداخل الصفحة

$$\vec{D} = \vec{B}\times\vec{A} = AB\sin\theta = 8\times 6\sin 120 = 41.56\ unit^2$$

ج) ما العلاقة بين المتجهين $\vec{C}$ و $\vec{D}$:

$$\vec{C} = -\vec{D}$$

د) مقدار $\vec{A}\cdot\vec{B}$:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta = 6\times 8\cos 120 = -24\ unit^2$$

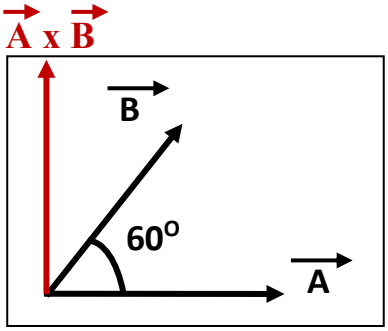
هـ) مقدار $\vec{A}+\vec{B}$ واتجاهه :

$$R = \vec{A}+\vec{B} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$R = \sqrt{6^2 + 8^2 + 2\times 6\times 8\cos 120} = 7.2\ unit$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left[\frac{B\sin\theta}{R}\right] = \sin^{-1}\left[\frac{8\sin 120}{7.2}\right] = 73.7^o$$

مثال 4 : متجهان مقدارهما ($\vec{A} = 6$ unit) و ($\vec{B} = 8$ unit) . فاحسب :



أ) مقدار $\vec{A}\cdot\vec{B}$:

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta = 6\times 8\cos 60 = 41.56\ unit^2$$

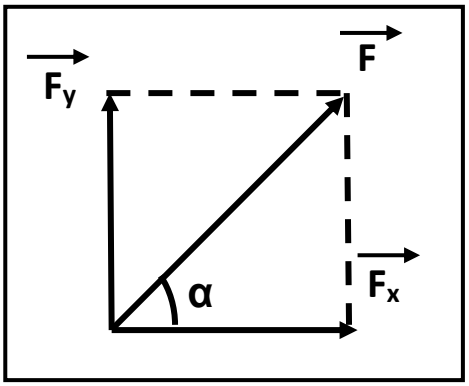
ب) مقدار $\vec{A}\times\vec{B}$ واتجاهه :

$$\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta = 8\times 6\sin 60 = 24\ unit^2$$

عمودي على مستوى المتجهين لخارج الصفحة

الدرس (2) : تحليل المتجهات

تحليل المتجهات عملية الاستعاضة عن متجه واحد بمتجهين متعامدين



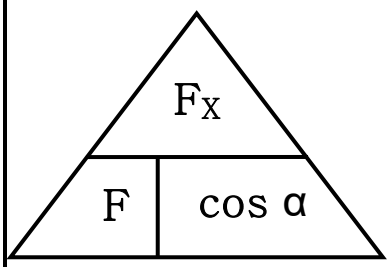
* من الشكل المقابل باستخدام نظرية فيثاغورث نستنتج العلاقات الآتية :

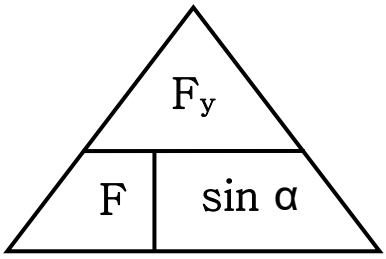
المركبة الأفقية $\cos\alpha = \frac{F_X}{F} \Rightarrow F_X = F\cos\alpha$

المركبة الرأسية $\sin\alpha = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F\sin\alpha$

مقدار المحصلة $F = \sqrt{{F_X}^2 + {F_y}^2}$

اتجاه المحصلة $\alpha = \tan^{-1}\left[\frac{F_y}{F_X}\right]$





1- تتساوى المركبة الأفقية مع المركبة الرأسية $(F_x = F_y)$ عند الزاوية **45** لأن **SIN 45 = COS 45**

2- المركبة الأفقية تساوي مقدار المتجه الأصلي $(F_x = F)$ عند الزاوية **0** لأن **COS 0 = 1**

3- المركبة الرأسية تساوي مقدار المتجه الأصلي $(F_y = F)$ عند الزاوية **90** لأن **SIN 90 = 1**

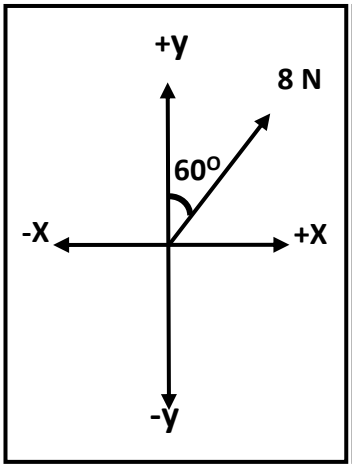
4- المركبة الأفقية تساوي المتجه الأصلي وتعاكسه بالاتجاه $(F_x = -F)$ عند الزاوية **180** لأن **COS 180 = - 1**

5- المركبة الرأسية تساوي المتجه الأصلي وتعاكسه بالاتجاه $(F_y = -F)$ عند الزاوية **270** لأن **sin 270 = - 1**

6- إذا كانت محصلة متجهين متعامدين تساوي **(20N)** والمركبة الأفقية لهذه المحصلة تساوي **(10N)**

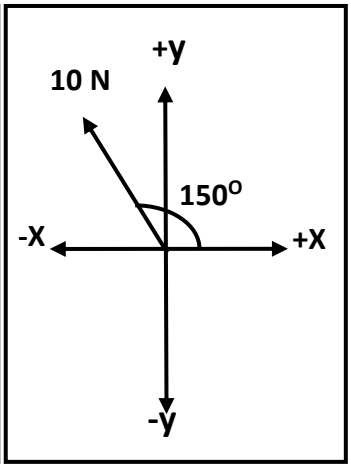
فأن الزاوية بين المركبة الأفقية والمحصلة تساوي **60** والزاوية بين المركبة الرأسية والمحصلة تساوي **30**

مثال 1 : احسب المركبة الأفقية والمركبة الرأسية لكل قوة من القوى الموضحة بالشكل :



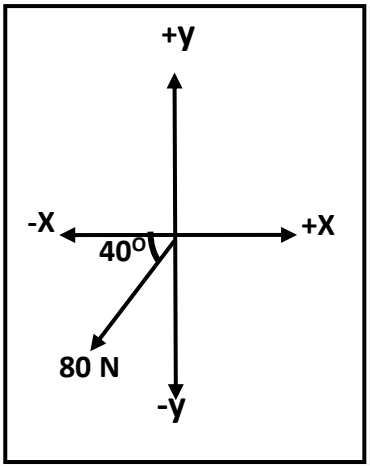
$F_X = 8 \text{ SIN } 60 = 6.9$ N

$F_y = 8 \text{ COS } 60 = 4$ N



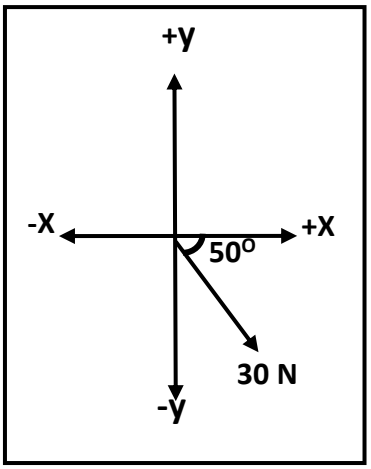
$F_X = -10 \text{ COS } 30 = -8.6$

$F_y = 10 \text{ SIN } 30 = 5$



$F_X = -80 \text{ COS } 40 = -61.2$

$F_y = -80 \text{ SIN } 40 = -51.4$



$F_X = 30 \text{ COS } 50 = 19.2$

$F_y = -30 \text{ SIN } 50 = -22.9$

علل لما يأتي :

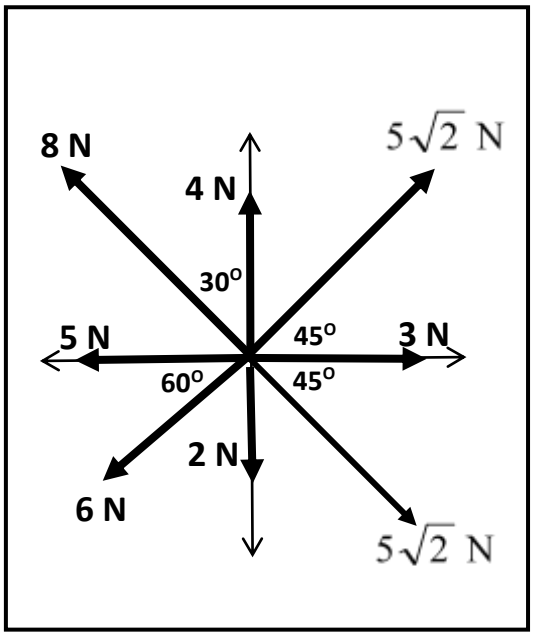
1- تحليل المتجهات عملية معاكسة لجمع المتجهات.

لأن التحليل عملية الاستعاضة عن متجه واحد بمتجهين بينما الجمع عملية الاستعاضة عن متجهين بمتجه واحد

2- تحليل المتجهات أفضل من جمع المتجهات في حساب المحصلة.

لأن تحليل المتجهات يمكنه حساب محصلة عدة متجهات بينما جمع المتجهات يمكنه حساب محصلة متجهين فقط

مثال 2 : احسب محصلة القوى الموضحة بالشكل المقابل .

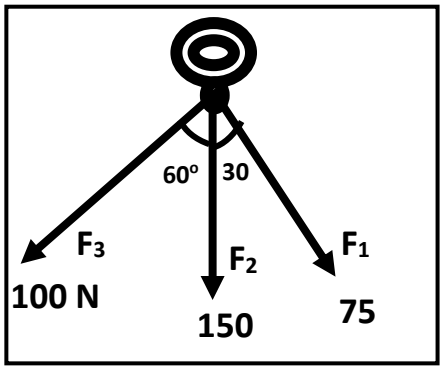


F_y	F_x	
0	3	F_1
$5\sqrt{2}\sin 45 = 5$	$5\sqrt{2}\cos 45 = 5$	F_2
4	0	F_3
$8\cos 30 = 6.9$	$-8\sin 30 = -4$	F_4
0	-5	F_5
$-6\sin 60 = -5.2$	$-6\cos 60 = -3$	F_6
-2	0	F_7
$-5\sqrt{2}\sin 45 = -5$	$5\sqrt{2}\cos 45 = 5$	F_8
3.7	1	F_T

$$F = \sqrt{F_X^2 + F_y^2} = \sqrt{1^2 + 3.7^2} = 3.8 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{F_y}{F_X}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{3.7}{1}\right] = 74.8^{\circ}$$

مثال 3 : حلقة معدنية يتم شدها بثلاث قوى . اوجد المحصلة مقداراً واتجاهها .



F_y	F_x	
-75 COS 30 = -64.95	75 SIN 30 = 37.5	F_1
-150 N	0	F_2
-100 COS 60 = -50	-100 SIN 60 = -86.6	F_3
-264.95	-49.1	F_T

$$F = \sqrt{F_X^2 + F_y^2} = \sqrt{(-49.1)^2 + (-264.95)^2} = 269.46 \text{ N}$$

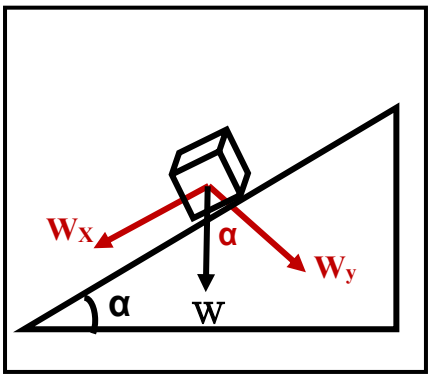
$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{F_y}{F_X}\right] = \tan^{-1}\left[\frac{-264.95}{-49.1}\right] = 79.5^{\circ}$$

تابع تحليل المتجهات (المستوى المائل)

نشاط

في الشكل جسم وزنه (W) موضوع على مستوى مائل بزاوية مع المحور الأفقي .

أكمل علي الرسم مركبتي الوزن على المستوى المائل ثم اوجد :



أ) القوة اللازمة لتحريك الجسم على المستوى المائل :

(مركبة الوزن الموازية لمستوي الحركة) :

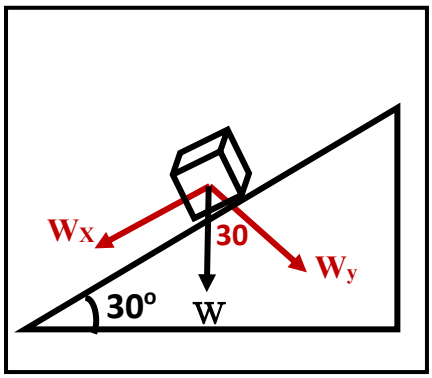
$$F = W_x = W \sin \alpha$$

ب) قوة رد الفعل للمستوى المائل :

(مركبة الوزن العمودية على مستوي الحركة) :

$$N = W_y = W \cos \alpha$$

مثال 4 : جسم كتلته (50 kg) موضوع على مستوى مائل بزاوية (30°) مع المحور الأفقي . احسب :



أ) مركبة الوزن الموازية لمستوي الحركة :

$$W = mg = 50 \times 10 = 500 \text{ N}$$

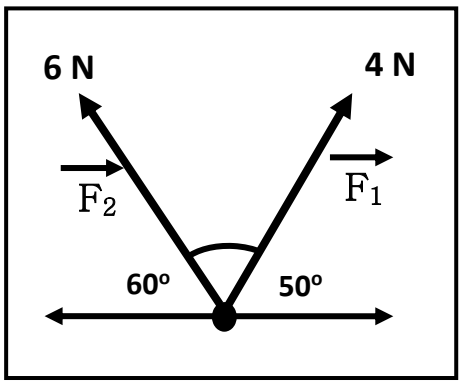
$$F = W_x = W \sin \Theta = 500 \sin 30 = 250 \text{ N}$$

ب) مركبة الوزن العمودية على مستوي الحركة :

$$N = W_y = W \cos \Theta = 500 \cos 30 = 433 \text{ N}$$

مثال تطبيقي : من الشكل . احسب :

أ) المحصلة مقداراً واتجاهاً بطريقة تحليل المتجهات :



F_y	F_x	
4 sin 50 = 3	4 cos 50 = 2.57	F_1
6 sin 60 = 5.25	6 cos 60 = -3	F_2
8.25	- 0.43	F_T

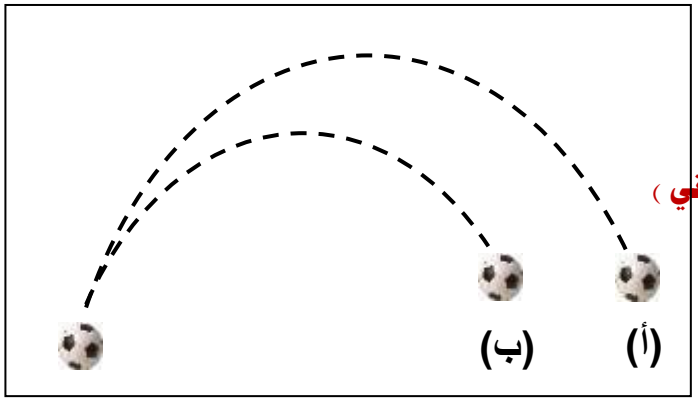
$$F = \sqrt{(-0.43)^2 + (8.25)^2} = 8.27 \text{ N}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{8.25}{-0.43}\right] = -87^{o}$$

الدرس (3) : حركة القذيفة

المقذوفات الأجسام التي تقذف في الهواء وتتعرض لقوة الجاذبية الأرضية

** من الشكل المقابل :



1- شكل المسار في (أ) : قطع مكافئ مثالي (حقيقي)

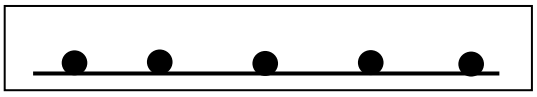
2- شكل المسار في (ب) : قطع مكافئ غير مثالي (غير حقيقي)

3- بم تفسر اختلاف شكل المسارين ؟

لأن مقاومة الهواء تبطئ سرعة الكرة في شكل (ب)

وتسقط الكرة أسفل القطع المكافئ

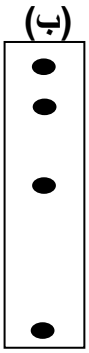
** من الشكل المقابل :



أ) عند دحرجة كرة على سطح أفقي عديم الاحتكاك كما بالشكل :

الحدث : سرعة الكرة منتظمة أو الكرة تقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية

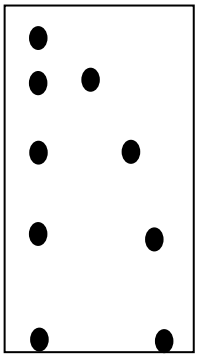
السبب : عدم وجود قوة أفقية ($F_x = 0$) وعدم وجود عجلة أفقية ($a = 0$)



ب) عند إسقاط الكرة لأسفل كما بالشكل :

الحدث : سرعة الكرة متزايدة

السبب : وجود قوة رأسية (F_y) و وجود عجلة رأسية هي عجلة الجاذبية الأرضية (g)



ج) عند سقوط كرتين في اللحظة نفسها أحدهما بحيث تسقط احداهما سقوطاً حراً والأخرى تسقط أفقياً وبإهمال مقاومة الهواء كما بالشكل :

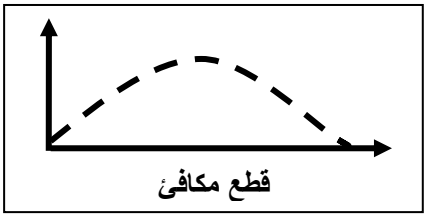
الحدث : تصل الكرتان معا للأرض في اللحظة نفسها

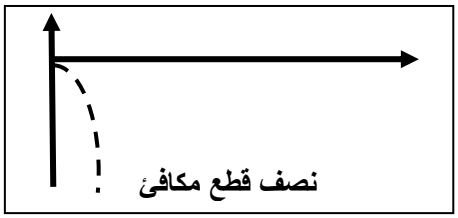
السبب : لأنهما يتحركان بالعجلة نفسها هي عجلة الجاذبية الأرضية (g)

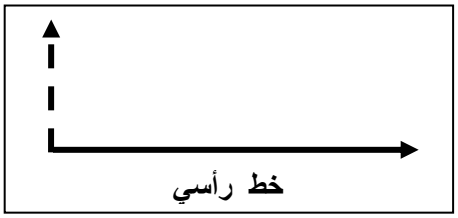
حركة القذيفة حركة مركبة من حركة رأسية منتظمة العجلة وحركة أفقية منتظمة السرعة

علل : تتبع المقذوفات المسار المنحنى بعد انطلاقها .

لأن الحركة الأفقية والحركة الرأسية للقذيفة غير مترابطتين (آنيتان)

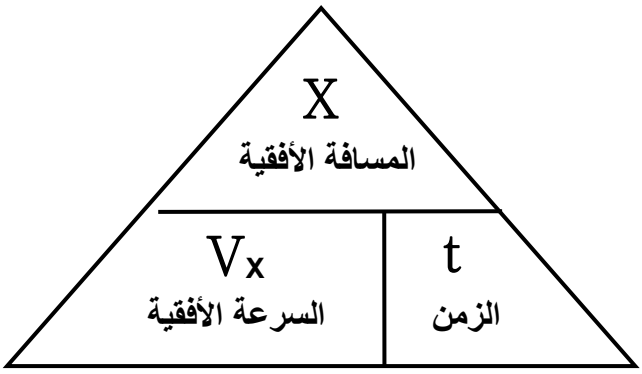




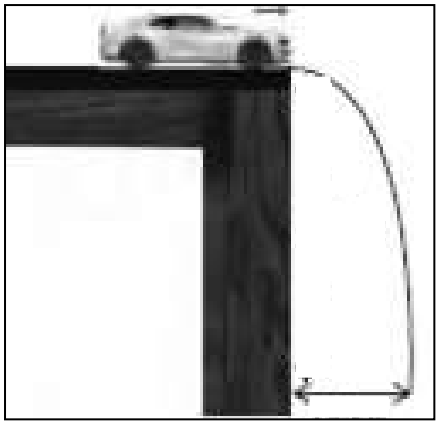


زاوية إطلاق القذيفة = 90°	زاوية إطلاق القذيفة = 0	زاوية إطلاق بين (90° – 0)
شكل المسار خط رأسي	شكل المسار نصف قطع مكافئ	شكل المسار قطع مكافئ

معادلات الحركة للمقذوف الأفقي (θ = 0)

** معادلات الحركة على المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة على المحور الرأسي (y)
السرعة الأفقية ثابتة لأن العجلة (a = 0)	السرعة الابتدائية ($V_{0y} = 0$) و العجلة (a = g)
	السرعة الرأسية $V_y = V_{oy} + gt$
	السرعة الرأسية $V_y^2 = V_{oy}^2 + 2gy$
	الارتفاع الرأسي $y = V_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2$
	زمن السقوط $t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$

مثال 1 : دفع ولد سيارته عن طاولة ارتفاعها (125 cm) لتسقط على الأرض عند نقطة تبعد أفقياً (2 m). احسب :



أ) الزمن الذي تحتاجه السيارة لتصطدم بالأرض :

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.25}{10}} = 0.5 \ s$$

ب) سرعة السيارة لحظة انطلاقها مبتعدة عن سطح الطاولة :

$$V_{oX} = V_X = \frac{X}{t} = \frac{2}{0.5} = 4 \ m/s$$

$$V_o = \sqrt{V_{ox}^2 + V_{oy}^2} = \sqrt{4^2 + 0} = 4 \ m/s$$

ج) مقدار سرعة السيارة واتجاهها لحظة اصطدامها بالأرض :

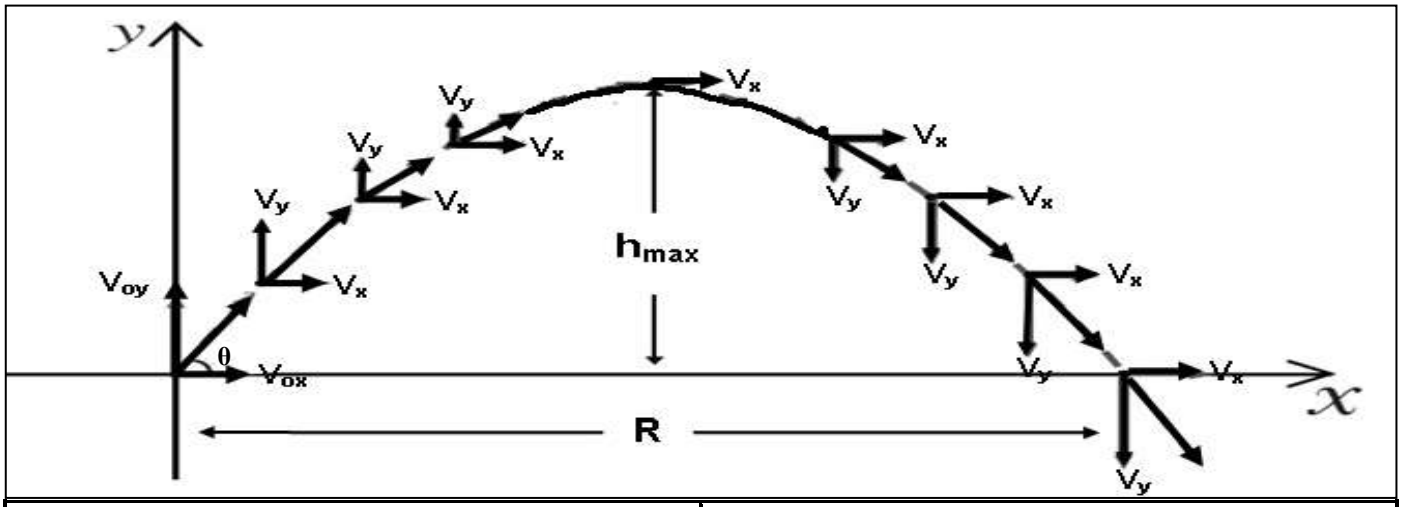
$$V_X = V_{OX} = 4 \ m/s$$

$$V_y = gt = 10 \times 0.5 = 5 \ m/s$$

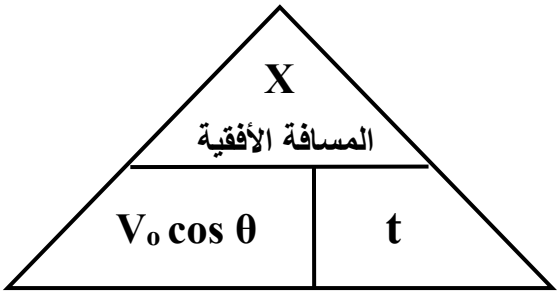
$$V_T = \sqrt{V_X^2 + V_y^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = 6.4 \ m/s$$

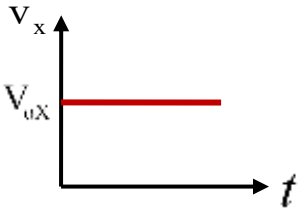
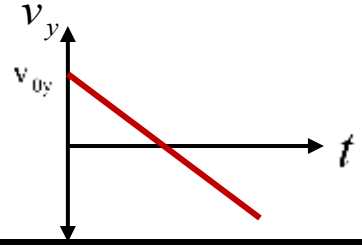
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_y}{V_X}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{4}\right) = 51^o$$

حركة قذيفة أطلقت بزاوية



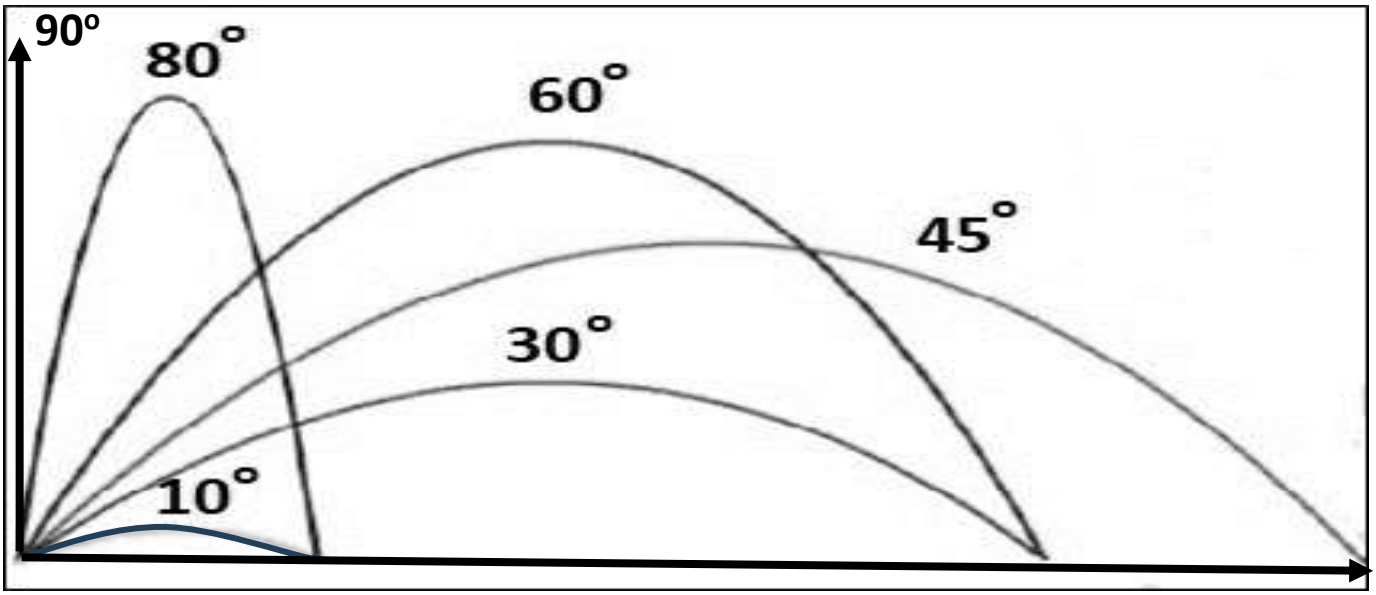
السرعة الابتدائية الأفقية	السرعة الابتدائية الرأسية
$V_{0X} = V_0 \cos\theta$	$V_{0y} = V_0 \sin\theta$

** معادلات الحركة على المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة على المحور الرأسي (y)
	السرعة الرأسية: $V_y = (V_0 \sin\theta) - gt$
	السرعة الرأسية: $V_y^{\,2} = (V_0 \sin\theta)^2 - 2gy$
	الارتفاع الرأسي: $y = (V_0 \sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$

حركة القذيفة	الاتجاه الأفقي	الاتجاه الرأسي
القوة واتجاهها	لا توجد قوة في الاتجاه الأفقي $\vec{F}_X = 0$	قوة جذب الأرض (وزن الجسم) $\vec{F}_y = mg$
نوع الحركة	حركة بسرعة منتظمة (العجلة الأفقية صفر a = 0)	حركة بسرعة متناقصة ثم متزايدة (العجلة الرأسية منتظمة g = 10)
معادلة الزمن	زمن الوصول للمدى (التحليق) $t' = 2t$	زمن أقصى ارتفاع $t = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$
معادلة المدى وأقصى ارتفاع	المدى الأفقي $R = \frac{V_0^2 \sin(2\theta)}{g}$	أقصى ارتفاع $h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}$
معادلة المسار	$y = (\tan\theta)X - (\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta})X^2$	
شكل منحنى (v - t)	المركبة الأفقية للسرعة والزمن للقذيفة 	المركبة الرأسية للسرعة والزمن للقذيفة 

المدى الأفقي	المسافة الأفقية التي تقطعها القذيفة بين نقطة الإطلاق ونقطة الوصول على المحور الأفقي
معادلة المسار	علاقة بين مركبة الحركة الأفقية ومركبة الحركة الرأسية خالية من متغير الزمن

العلاقة بين زاوية الإطلاق والمدى وأقصى ارتفاع



وجه المقارنة	زاوية إطلاق أكبر	زاوية إطلاق أقل
مركبة السرعة الرأسية (V_y) وارتفاع القذيفة (h_{max})	أكبر	أقل
مركبة السرعة الأفقية (V_x) ومدى القذيفة (R)	أقل	أكبر

** تكون مركبة السرعة الرأسية للقذيفة عند أقصى ارتفاع (الذروة) تساوي صفراً

** تكون سرعة القذيفة عند أقصى ارتفاع (الذروة) تساوي السرعة الأفقية فقط ($V_T = V_X$)

** يكون أكبر مدى للقذيفة عند إطلاقها بزاوية إطلاق 45 وأقصى ارتفاع عند إطلاقها بزاوية إطلاق 90

** قذيفتان مختلفتان في الكتلة حيث كتلة الأولى (m) وكتلة الثانية (2 m) أطلقت كل منهما بزاوية (Θ) فإذا كان مدى القذيفة الأولى (R) وارتفاعها (y) فأن مدى القذيفة الثانية يكون R وارتفاعها y

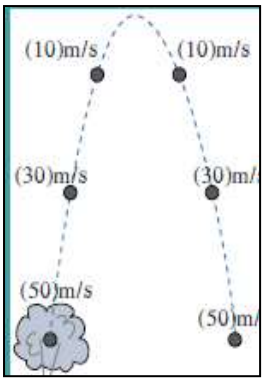
** زمن الوصول للمدى يساوي مثلي زمن الوصول إلى أقصى ارتفاع .

تابع حركة قذيفة أطلقت بزاوية

ماذا يحدث :

**** بإهمال مقاومة الهواء (بإهمال الاحتكاك) :**

1- لمدى قذيفتان تتحركان بالسرعة نفسها أحدهما بزاوية (60°) والأخر بزاوية (30°) . (مجموعهما 90°)



يصلان للمدى نفسه ولكن المقذوف بزاوية أكبر يصل لارتفاع أكبر و يستمر بالهواء زمن أطول

2- لعجلة القذيفة أثناء صعودها وأثناء هبوطها .

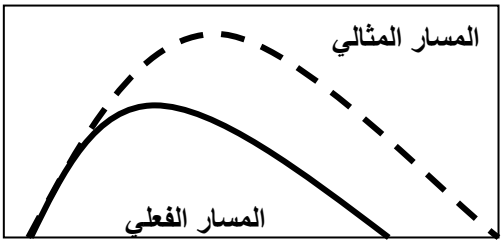
عجلة التسارع للقذيفة أثناء الهبوط تساوي عجلة التباطؤ للقذيفة أثناء الصعود

3- لسرعة اصطدام القذيفة بالأرض مقارنة بسرعة الاطلاق.

سرعة اصطدام القذيفة بالأرض تساوي سرعة إطلاق القذيفة

4- لمدى وارتفاع قذيفتين مختلفتين في الكتلة، القذيفة الأولى كتلتها (m_1) والثانية كتلتها (m_2)

يكون للقذيفتين المدى نفسه والارتفاع نفسه



**** عدم إهمال مقاومة الهواء (وجود الاحتكاك) :**

1- لارتفاع القذيفة : يقل ارتفاع القذيفة

2- لمسار القذيفة : يتحول مسارها من مسار مثالي (قطع مكافئ حقيقي) إلى مسار فعلي (قطع مكافئ غير حقيقي)

3- لسرعة اصطدام القذيفة بالأرض : تقل سرعة اصطدام القذيفة بالأرض عن سرعة إطلاق القذيفة

**** العوامل التي يتوقف عليها كل من :**

1- معادلة المسار : زاوية الإطلاق و سرعة الإطلاق و عجلة الجاذبية الأرضية

2- أقصى ارتفاع : زاوية الإطلاق و سرعة الإطلاق و عجلة الجاذبية الأرضية

3- المدى الأفقي : زاوية الإطلاق و سرعة الإطلاق و عجلة الجاذبية الأرضية

4- شكل المسار : زاوية الإطلاق

** افترض أن جسماً قذف بالسرعة نفسها وفي الاتجاه نفسه على الأرض والقمر . ماذا يحدث للكميات التالية :

1- المركبة الأفقية للسرعة : السرعة الأفقية ثابتة لأنها لا تتوقف على العجلة $V_x = V_0 \cos\theta$

2- زمن تحليق الجسم : زمن التحليق يزداد لأن العجلة تقل على سطح القمر $t' = 2t = 2\left(\frac{V_0 \sin\theta}{g}\right)$

3- أقصى ارتفاع : أقصى ارتفاع يزداد لأن العجلة تقل على سطح القمر $h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}$

4- المدى الأفقي : المدى الأفقي يزداد لأن العجلة تقل على سطح القمر $R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$

علل لما يأتى :

1- سرعة المقذوف منتظمة (ثابتة) في الاتجاه الأفقي .

لأن مركبة القوة الأفقية تساوي صفراً ($F_x = 0$) و العجلة الأفقية تساوي صفراً ($a = 0$) والسرعة ثابتة

2- عدم وجود عجلة أفقية للجسم المقذوف بزاوية مع المحور الأفقي .

لأن مركبة القوة الأفقية تساوي صفراً ($F_x = 0$) والسرعة ثابتة

3- سرعة المقذوف تتناقص تدريجياً بانتظام في الاتجاه الراسي إلى أعلى .

لأن المقذوف يتحرك بعجلة تباطؤ سالبة و هي عجلة الجاذبية الأرضية

4- القذيفة التي أطلقت بزاوية إطلاق أكبر يكون ارتفاعها كبيراً ويكون مداها صغيراً .

لأن مركبة السرعة الرأسية (V_y) أكبر ومركبة السرعة الأفقية (V_x) أقل

5- القذيفة التي أطلقت بزاوية إطلاق أقل يكون ارتفاعها صغيراً ويكون مداها كبيراً .

لأن مركبة السرعة الرأسية (V_y) أقل ومركبة السرعة الأفقية (V_x) أكبر

6- يكون أكبر مدى للقذيفة عند إطلاقها بزاوية ($\theta = 45^\circ$) .

لأن $R = \frac{V_0^2 \sin(2\theta)}{g}$ حيث $\sin(2 \times 45) = 1$ وبالتالي تكون $R = \frac{V_0^2}{g}$ وهو أكبر مدى

7- يتغير مسار القذيفة بتغيير زاوية الإطلاق بالنسبة إلى المحور الأفقي .

لأن من معادلة المسار فأن الزاوية (90) يصبح المسار خط رأسي والزاوية (0) يكون المسار نصف قطع مكافئ

والزاوية بين (0 – 90) يكون المسار قطع مكافئ

8- السرعة التي تفقدها القذيفة أثناء الصعود هي نفسها التي تكتسبها أثناء الهبوط في غياب الاحتكاك مع الهواء .

لأن عجلة التباطؤ عند الصعود تساوي عجلة التسارع عند الهبوط أو زمن صعود القذيفة لأعلى يساوي زمن الهبوط لأسفل

9- أطلقت قذيفتان كتلتاهما (m) و (2 m) بالسرعة الابتدائية نفسها وبزاوية (θ) مع المحور الأفقي فيكون المدى الأفقي للقذيفة (m) يساوي المدى الأفقي للقذيفة (2 m) .

لأن المدى لا يتوقف على الكتلة حيث $R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$

10- أطلقت قذيفتان بالسرعة الابتدائية نفسها وبزاويتي إطلاق مختلفتين الأولى بزاوية (30°) والثانية بزاوية (60°) بالنسبة إلى المحور الأفقي نفسه فإن القذيفة التي أطلقت بزاوية (60°) تصل إلى ارتفاع أكبر .

لأن مركبة السرعة الرأسية (V_y) تكون أكبر للمقذوف بزاوية أكبر (60)

تطبيقات على حركة قذيفة أطلقت بزاوية

مثال 1 : أطلقت قذيفة بسرعة ابتدائية (20 m/s) وبزاوية (60°) مع المحور الأفقي . بإهمال مقاومة الهواء .

أ) أكتب معادلة المسار للقذيفة :

$$y = (\tan\theta)\,X - \left(\frac{g}{2V_0^2\cos^2\theta}\right)X^2 = 1.73\,X - 0.05\,X^2$$

ب) احسب الزمن الذي تحتاجه القذيفة للوصول إلى أقصى ارتفاع :

$$t = \frac{V_o \sin\theta}{g} = \frac{20 \times \sin 60}{10} = 1.73\ \ s$$

ج) احسب الزمن الذي تحتاجه القذيفة للوصول إلى المدى :

$$t' = 2\,t = 2\left(\frac{V_o \sin\theta}{g}\right) = 2\left(\frac{20 \times \sin 60}{10}\right) = 3.46\ \ s$$

د) احسب مقدار أقصى ارتفاع تبلغه القذيفة :

$$h_{max} = \frac{V_0^2\ \sin^2\theta}{2g} = \frac{20^2 \sin^2 60}{2\times 10} = 15\ \ m$$

س) احسب المدى الأفقي الذي تبلغه القذيفة :

$$R = \frac{V_0^2\ \sin 2\theta}{g} = \frac{20^2\ \sin\ (2\times 60)}{10} = 34.6\ m$$

ز) احسب سرعة القذيفة بعد ثانية :

$$v_X = v_{0X} = v_0\cos\theta = 20\cos 60 = 10\ m/s$$

$$V_y = V_o \sin\theta - gt = 20 \sin 60 - 10 \times 1 = 7.32\ m/s$$

$$V_T = \sqrt{V_X^2 + V_y^2} = \sqrt{10^2 + 7.32^2} = 12.39\ m/s$$

و) احسب سرعة القذيفة عند أقصى ارتفاع :

$$V_T = V_X = 10\quad m/s$$

ي) احسب متجه سرعة القذيفة لحظة اصطدام القذيفة بالأرض :

$$v_X = v_{0X} = v_0\cos\theta = 20\cos 60 = 10\ m/s$$

$$V_y = V_o \sin\theta - gt = 20 \sin 60 - 10 \times 3.46 = -17.28\ m/s$$

$$V_T = \sqrt{V_X^2 + V_y^2} = \sqrt{10^2 + (-17.28)^2} = 20\ m/s$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{V_y}{V_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-17.28}{10}\right) = -60^o$$

مثال 2 : أطلق شخص سهماً في أحدي مسابقات المبارزة بسرعة ابتدائية مقدارها (40 m/s) ليصل إلى هدفه الموجود على مسافة (60 m) بإهمال مقاومة الهواء . المطلوب :

أ) حدد قيمة الزاوية بالنسبة للمحور الأفقي حتى يتمكن الشخص من إصابة الهدف :

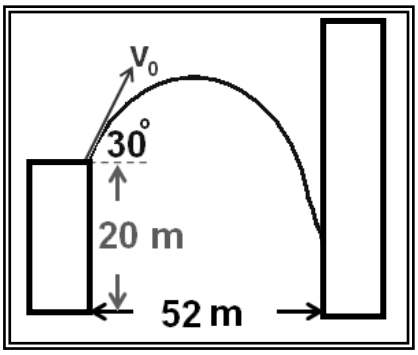
$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} \quad \Rightarrow \quad 60 = \frac{40^2 \times \sin(2\theta)}{10} \quad \Rightarrow \quad \theta = 11^o$$

ب) احسب المسافة الأفقية التي يقطعها السهم إذا أطلق بزاوية (8°) بالنسبة للمحور الأفقي :

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{40^2 \times \sin(2 \times 8)}{10} = 44 \text{ m}$$

مثال 3 : في الشكل قذفت كرة من حافة مبنى بسرعة (20 m/s) .

اوجد ارتفاع النقطة التي تصطدم عندها الكرة بالجدار .



$$y = (\tan\theta)\, X - \left(\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta}\right) X^2$$

$$y = (\tan 30) \times 52 - \left(\frac{10}{2 \times 20^2 \cos^2 30}\right) \times 52^2 = -15 \text{ m}$$

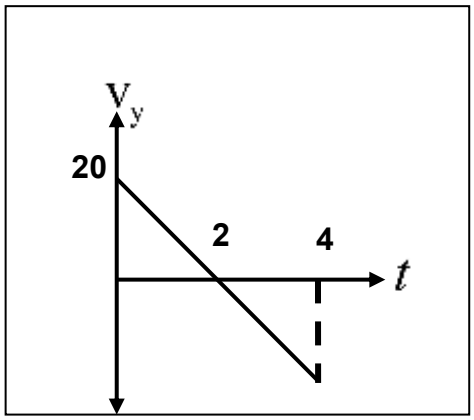
$$h = 20 - 15 = 5 \text{ m}$$

مثال 4 : يطلق صنبور ملقى على الأرض تيارا مائيا نحو الأعلى بزاوية (60°) مع المستوى الأفقي ، فإذا كانت سرعة الماء عند مغادرته للصنبور (20 m/s) على أي ارتفاع يصدم الماء جداراً يقع على مسافة (5 m).

$$y = (\tan\theta)\, X - \left(\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta}\right) X^2$$

$$y = (\tan 60) \times 5 - \left(\frac{10}{2 \times 20^2 \cos^2 60}\right) \times 5^2 = 7.4 \text{ m}$$

مثال 5 : الشكل المقابل يمثل منحنى (السرعة – الزمن) لجسم مقذوف بزاوية (30°) مع الأفقي . احسب :



أ) السرعة التي قذف بها الجسم :

$$V_{0y} = V_o \sin\theta$$

$$20 = V_o \sin 30 \quad \Rightarrow \quad V_o = 40 \text{ m/s}$$

ب) المدى الأفقي للمقذوف :

$$R = \frac{V_o^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{40^2 \sin(2 \times 30)}{10} = 138.5 \text{ m}$$

ج) أقصى ارتفاع يبلغه المقذوف :

$$h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g} = \frac{40^2 \sin^2 30}{2 \times 10} = 20 \text{ m}$$

الدرس (4) : وصف الحركة الدائرية

الحركة الدائرية : حركة الجسم على مسار دائري حول مركز دوران مع المحافظة على مسافة ثابتة منه

الحركة الدائرية المنتظمة : حركة جسم يقطع أقواسا متساوية خلال أزمنة متساوية (سرعة منتظمة)

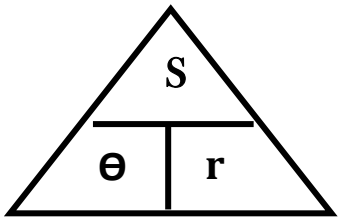
وجه المقارنة	الحركة الدائرية المحورية (المغزلية)	الحركة الدائرية المدارية
التعريف	حركة جسم يدور حول محور داخلي	حركة جسم يدور حول محور خارجي
أمثلة	دوران الأرض حول محورها	دوران الأرض حول الشمس

المحور : الخط المستقيم الذي تحدث حوله الحركة الدائرية

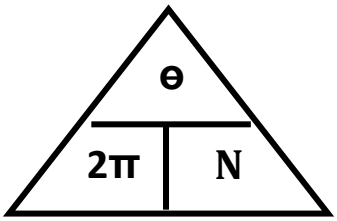
** هل دوران الطفل الجالس على الخيل في لعبة دوّارة الخيل هو دوران محوري أم مداري ؟ علّل

يدور الطفل دوران مداري . لأنه يدور حول محور خارجي لا يمر بنقطة في جسمه

الإزاحة الزاوية

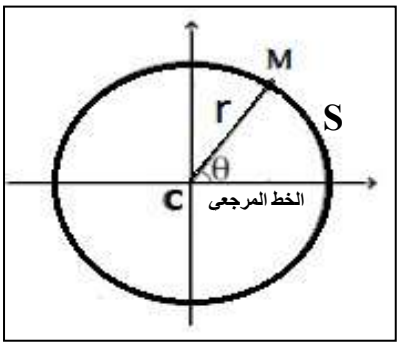


** لحساب الإزاحة الزاوية (Θ) بدلالة طول القوس (S) : $\theta = \frac{S}{r}$



** لحساب الإزاحة الزاوية (Θ) بدلالة عدد الدورات (N) : $\theta = 2\pi . N$

** لحساب محيط الدائرة (L) بدلالة نصف القطر (r) : $L = 2\pi . r$

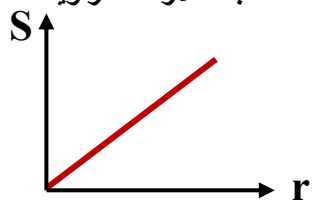


** في الشكل المقابل النقطة المتحركة (M) تدور حول دائرة مركزها (C). فأن

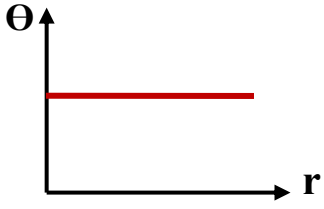
(s) تمثل طول القوس (r) تمثل نصف القطر (N) تمثل عدد الدورات

** تقاس الإزاحة الزاوية (ɵ) بوحدة الراديان (rad)

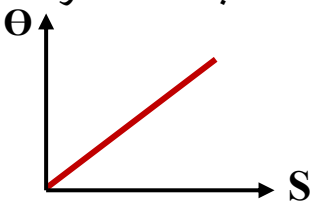
طول القوس ونصف القطر
عند ثبات الازاحة الزاوية

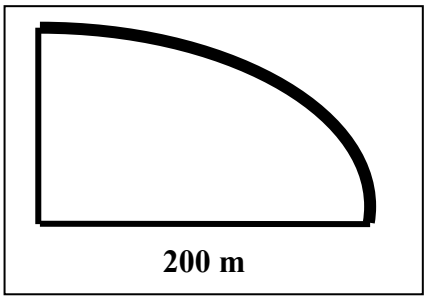


الازاحة الزاوية ونصف القطر



الازاحة الزاوية وطول القوس
عند ثبات نصف القطر





مثال 1 : يقف حكم مباراة الركض في مركز المسار الدائري المخصص للسباق على بعد (200 m) من لاعب يقف على الخط المرجعي باتجاه الشرق يستعد للركض بالاتجاه الدائري الموجب، ركض اللاعب على المسار حتى نقطة النهاية التي تقع شمال الحكم على المحور الرأسي . احسب :

أ) المسافة التي قطعها اللاعب :

$$\theta_{rad} = \frac{\theta_{Deg}}{180} \times \pi = \frac{90}{180} \times \pi = \frac{1}{2}\pi$$

$$S = \theta . r = \frac{1}{2}\pi \times 200 = 314 \ m$$

ب) مسافة السباق لو كان اللاعب أكمل دورة كاملة :

$$L = 2\pi . r = 2\pi \times 200 = 1256 \ m$$

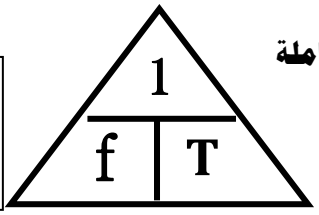
ج) عدد الدورات التي يعملها الجسم :

$$N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\frac{1}{2}\pi}{2\pi} = \frac{1}{4} \ rev$$

التردد والزمن الدوري

$$f = \frac{N}{t}$$

$$T = \frac{t}{N}$$



التردد : عدد الدورات في وحدة الزمن

الزمن الدوري : الزمن الذي يستغرقه الجسم لعمل دورة كاملة

1- (N) هي عدد الدورات و(t) هي الزمن الكلي

2- العلاقة بين التردد والزمن الدوري علاقة عكسية

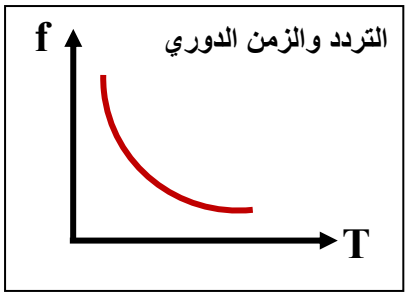
3- حاصل ضرب التردد في الزمن الدوري يساوي 1

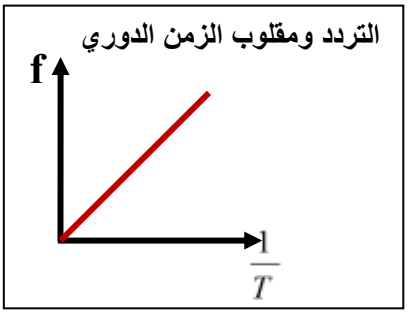
4- لحساب التردد بدلالة الزمن الدوري نستخدم العلاقة $f = \frac{1}{T}$

5- لحساب الزمن الدوري بدلالة التردد نستخدم العلاقة $T = \frac{1}{f}$

6- الوحدة الدولية لقياس الزمن الدوري هي الثانية (S)

7- الوحدة الدولية لقياس التردد هي الهرتز (Hz)

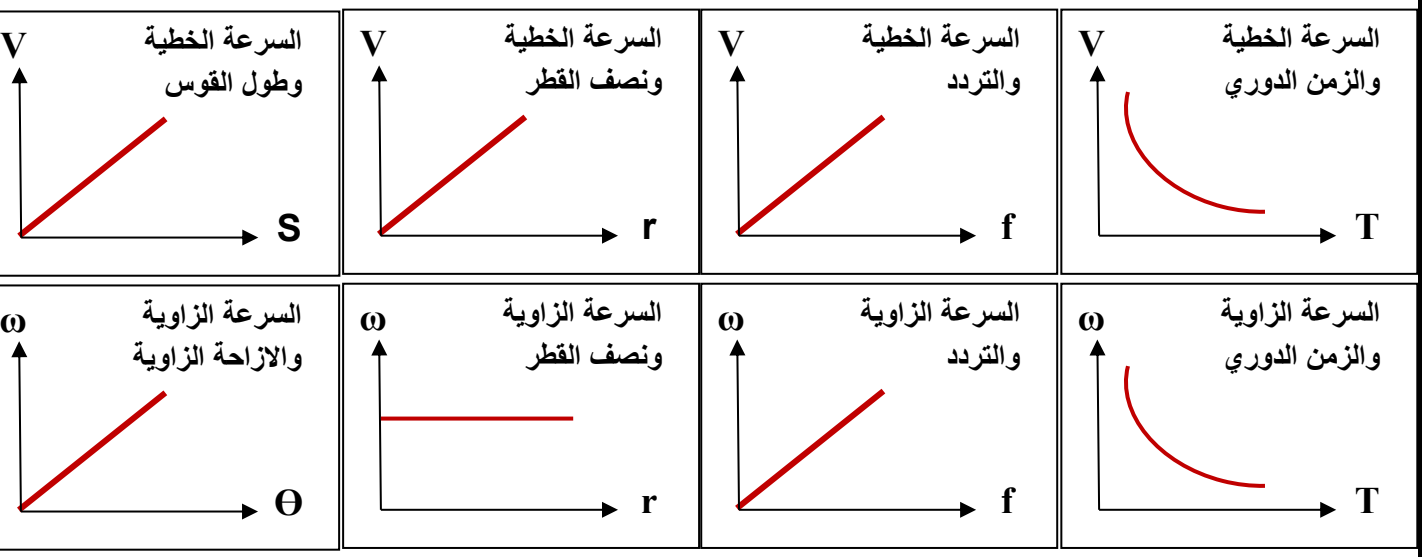


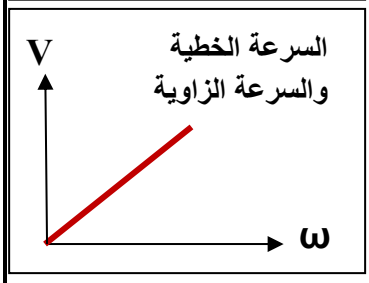


السرعة في الحركة الدائرية

وجه المقارنة	1- السرعة الخطية (المماسية)	2- السرعة الزاوية (الدائرية)
التعريف	طول القوس المقطوع خلال وحدة الزمن	الزاوية التي يمسحها نصف القطر في وحدة الزمن
القانون	$V = \frac{S}{t}$	$\omega = \frac{\theta}{t}$
وحدة القياس	m/s	rad/s
العلاقة عندما يتحرك الجسم دورة كاملة	$V = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f$	$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$
العوامل	طول القوس - الزمن الدوري - نصف القطر	الزاوية المركزية - الزمن الدوري - التردد

العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية $V = \omega . r$





ماذا يحدث :

1- للسرعة المماسية كلما ابتعدنا عن مركز الدائرة : **تزداد**

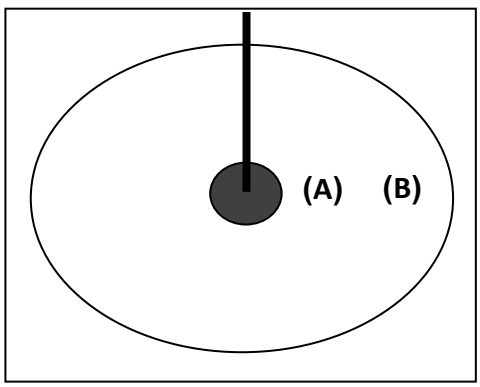
2- للسرعة الزاوية كلما ابتعدنا عن مركز الدائرة : **لا تتغير**

3- للسرعة المماسية عند (B) بالنسبة للنقطة (A) حيث بعد (B) عن المركز تساوي مثلي بعد (A) :

السرعة الخطية عند (B) تساوي مثلي السرعة الخطية عند (A)

4- للسرعة الزاوية عند (B) بالنسبة للنقطة (A) حيث بعد (B) عن المركز تساوي مثلي بعد (A) :

السرعة الزاوية عند (B) تساوي السرعة الزاوية عند (A)



ماذا يحدث :

كتلة صغيرة موجودة عند منتصف المسافة بين محور قرص مدمج وحافّته . ماذا سيحدث لسرعة النقطة الخطّية :

أ) إذا تضاعفت السرعة الزاوية ؟

السرعة الخطية تزداد إلى المثلين وتصبح (2 V)

ب) إذا وجدت النقطة عند حافّة القرص المدمج ؟

السرعة الخطية تزداد إلى المثلين وتصبح (2 V)

ج) إذا تضاعفت السرعة الزاوية ووجدت النقطة عند حافّة القرص المدمج ؟

السرعة الخطية تزداد أربعة أمثالها وتصبح (4 V)

** تتساوى السرعة الخطية مع السرعة الزاوية عندما يكون نصف قطر المسار يساوي **1 m**

** إذا تحرك الجسم دورة كاملة فإن الزمن المستغرق يساوي **الزمن الدوري**

** السرعة الخطية لجسم يدور عند الحافة الخارجية **أكبر من** السرعة الخطية لجسم يدور بالقرب من المركز

علل لما يأتي :

1- تسمى السرعة الخطية بالسرعة المماسية .

لأن اتجاه الحركة يكون دائماً مماساً للدائرة

2- في أي نظام دائري تختلف السرعة الخطية لجميع الأجزاء بالرغم تساوي السرعة الدائرية لجميع الأجزاء.

لأن السرعة المماسية تتناسب طردياً مع نصف القطر عند ثبات السرعة الزاوية حيث $V = \omega \cdot r$

3- كلما زادت السرعة الدائرية للعبة الساقية الدوارة في المدينة الترفيهية زادت السرعة المماسية.

لأن السرعة المماسية تتناسب طردياً مع السرعة الزاوية عند ثبات نصف القطر حيث $V = \omega \cdot r$

4- في أي نظام دائري تتساوي السرعة الزاوية لجميع الأجزاء.

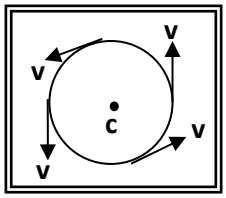
لأن كل الأجزاء تمسح الزاوية نفسها في الثانية أو لأن لها عدد الدورات نفسه في الثانية

5- تنعدم السرعة الخطية لجسم يدور عند مركز الدائرة ولا تنعدم السرعة الزاوية.

لأن عند مركز الدائرة ينعدم نصف القطر $V = \omega \cdot r = 0$

بينما لا تنعدم الزاوية المركزية عند الدوران $\omega = \theta / t$

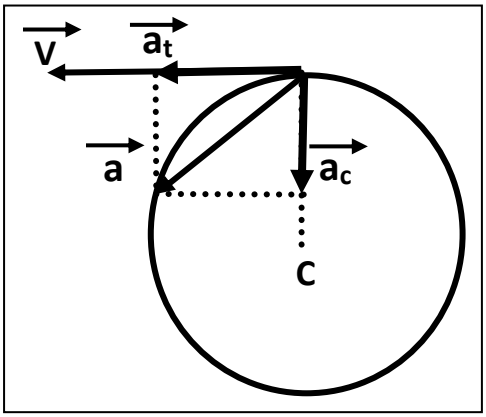
6- في الشكل المقابل السرعة الخطية لجسم يتحرك حركة دائرية منتظمة تكون غير منتظمة.



لأن السرعة الخطية ثابتة المقدار ولكنها متغيرة الاتجاه لحظياً

العجلة في الحركة الدائرية

وجه المقارنة	1- العجلة الخطية	2- العجلة الزاوية
التعريف	تغير السرعة الخطية في وحدة الزمن	تغير السرعة الزاوية في وحدة الزمن
القانون	$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{V - V_o}{t}$	$\theta'' = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_o}{t}$
وحدة القياس	m/s^2	rad/s^2
العوامل	التغير في السرعة الخطية - الزمن	التغير في السرعة الزاوية - الزمن



العجلة الخطية للعجلة مركبتان متعامدتان هما :

أ) العجلة المماسية (a_t) :

عجلة لها اتجاه السرعة المماسية نفسه وتكون مماساً للدائرة

ب) العجلة المركزية (a_c) :

عجلة عمودية على اتجاه السرعة المماسية واتجاهها نحو مركز الدائرة

علل لما يأتي :

1- العجلة الزاوية في الحركة الدائرية المنتظمة تساوي صفراً.

بسبب ثبوت مقدار السرعة الزاوية

2- العجلة المماسية في الحركة الدائرية المنتظمة تساوي صفراً.

بسبب ثبوت مقدار السرعة الخطية

3- الحركة الدائرية معجلة (بعجلة مركزية) بالرغم من ثبوت السرعة الخطية.

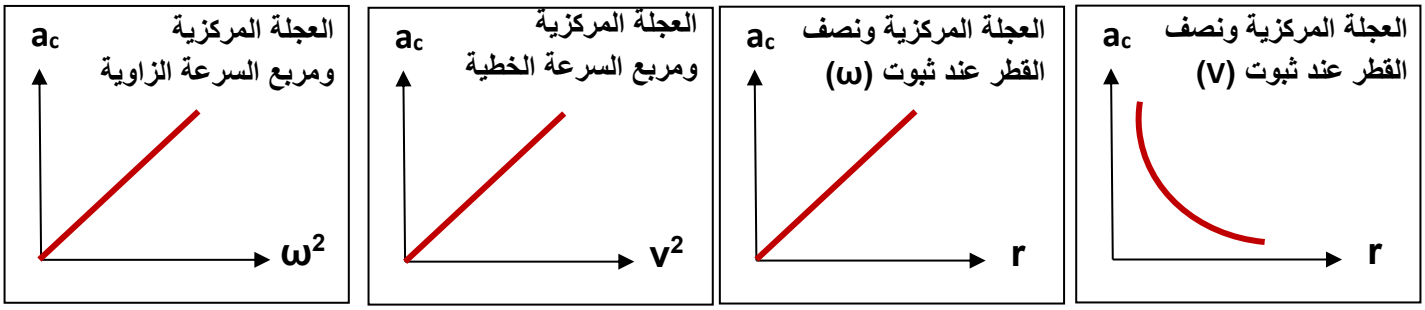
بسبب تغير اتجاه السرعة الخطية

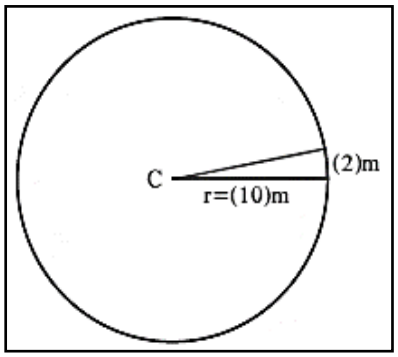
العجلة في الحركة الدائرية المنتظمة

$$a_C = \frac{V^2}{r} = \omega^2 . r$$

** العجلة في الحركة الدائرية المنتظمة لا تساوي **صفراً**، ولكن تساوي مقدار **العجلة المركزية**

** العوامل التي تتوقف عليها مقدار العجلة المركزية : 1- **نصف القطر** 2- **السرعة الخطية أو السرعة الزاوية**





مثال 1 : جسم يتحرّك بسرعة منتظمة على مسار دائري نصف قطره (10 m)

إذا تحرك مسافة ورسم قوسًا طوله (2 m) كما في الشكل . احسب :

أ) الإزاحة الزاوية للجسم :

$$\theta = \frac{S}{r} = \frac{2}{10} = 0.2 \ \ rad$$

ب) السرعة الزاوية لحركة الجسم إذا استغرقت الإزاحة (4) ثواني :

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{0.2}{4} = 0.05 \ \ rad/s$$

ج) العجلة المركزية التي يدور بها الجسم :

$$a_c = \omega^2 . r = (0.05)^2 \ x \ 10 = 0.025 \ \ m/s^2$$

مثال 2 : يدور جسم مربوط بخيط في دائرة نصف قطرها (200 cm) بسرعة منتظمة 120 دورة في الدقيقة. احسب

أ) التردد :

$$f = \frac{N}{t} = \frac{120}{60} = 2 \ \ Hz$$

ب) السرعة الزاوية :

$$\omega = 2\pi . f = 2\pi \times 2 = 12.56 \ \ rad/s$$

ج) السرعة الخطّية :

$$V = \omega . r = 12.56 \ \times 2 = 25.12 \ \ m/s$$

د) الإزاحة الزاوية :

$$\omega = \frac{\theta}{t} \qquad \Rightarrow \qquad \theta = \omega . t = 12.56 \times 60 = 753.6 \ \ rad$$

هـ) عدد الدورات التي يصنعها الجسم خلال (5) دقائق :

$$f = \frac{N}{t} \qquad \Rightarrow \qquad N = f \times t = 2 \ \times (5 \times 60) = 600 \ \ rev$$

و) مقدار كلا من العجلة المماسية والعجلة الزاوية والعجلة المركزية :

$$a_t = 0$$

$$\theta'' = 0$$

$$a_c = \frac{V^2}{r} = \frac{(25.12)^2}{2} = 315.5 \ \ m/s^2$$

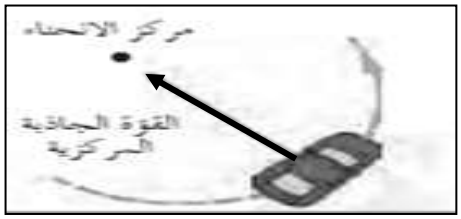
الدرس (5) : القوة الجاذبة المركزية

القوة الجاذبة المركزية

القوة التي تسبب الحركة الدائرية ويكون اتجاهها دائما نحو مركز الدائرة

أو محصلة عدة قوى مؤثرة على جسم يتحرك حركة دائرية منتظمة

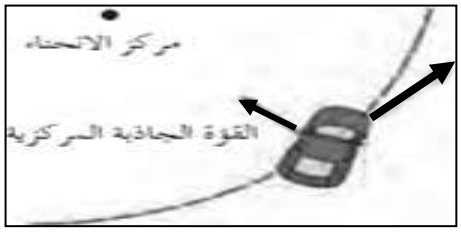
** من أمثلة القوة الجاذبة المركزية : **الشمس والأرض - الإلكترون والنواة - دوران السيارة حول مسار دائري**



** من الشكل المقابل بما تفسر :

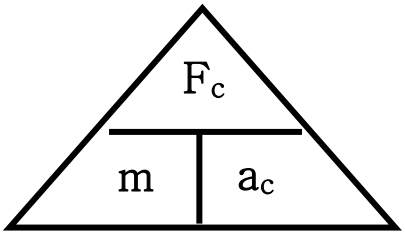
1- دوران السيارة في المنحنى في الشكل الأول .

لأن قوة الاحتكاك أكبر من أو تساوي القوة الجاذبة المركزية وبالتالي تدور السيارة



2- انزلاق السيارة بعيداً عن المنحنى في الشكل الثاني .

لأن قوة الاحتكاك أقل من القوة الجاذبة المركزية وبالتالي لا تدور السيارة



$$F_C = m.a_c = \frac{mV^2}{r} = m\omega^2 r$$

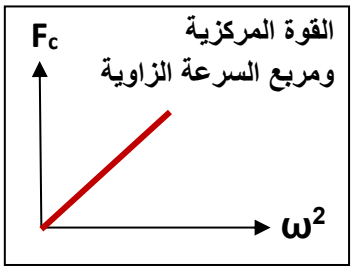
1- العوامل التي تتوقف عليها القوة المركزية : 1- **الكتلة** 2- **نصف القطر** 3- **السرعة الخطية أو الزاوية**

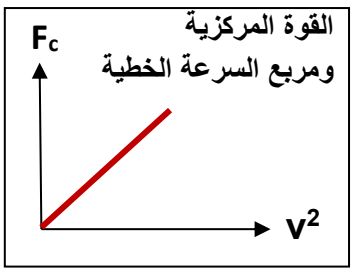
2- القوة المركزية تتناسب طردياً مع **مربع السرعة الخطية أو مربع السرعة الزاوية** عند ثبات نصف القطر والكتلة .

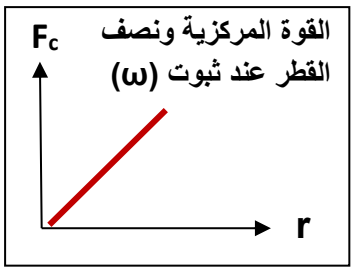
3- القوة المركزية تتناسب **عكسيًا** مع نصف القطر عند ثبوت السرعة الخطية .

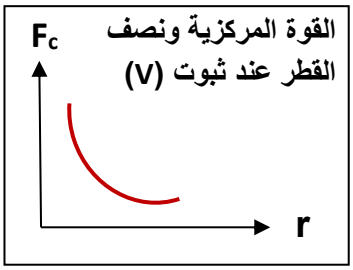
4- القوة المركزية تتناسب **طرديًا** مع نصف القطر عند ثبوت السرعة الزاوية .

5- إذا كان اتجاه القوة المؤثرة على الجسم المتحرك عمودية على اتجاه مساره فإن هذا المسار يكون **دائريًا**

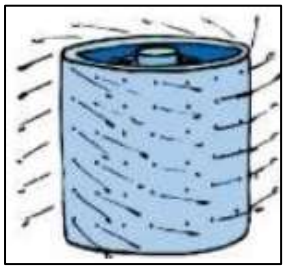








علل لما يأتى :

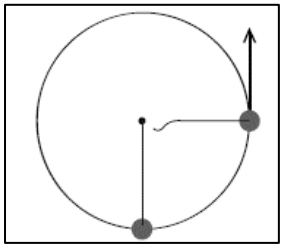


1- يستخدم الحوض المغزلي في الغسالة الأوتوماتيكية في تجفيف الملابس.

لأن الملابس تدور بقوة جاذبة مركزية بينما الماء يخرج من الفتحات بسبب القصور الذاتي

2- الجسم ينطلق في خط مستقيم وباتجاه السرعة المماسية عند موقعه لحظة إفلات الخيط.

بسبب انعدام القوة الجاذبة المركزية و تصبح محصلتها تساوي صفراً



3- عندما تكون القوة عمودية على اتجاه السرعة الخطية يكون المسار دائرياً.

لأن القوة المركزية تغير اتجاه السرعة الخطية ولا تغير مقدارها

مثال 1 : سيارة كتلتها (2 tons) تتحرك بسرعة منتظمة على طريق دائرية قطرها (40 m) أكملت (5) دورات في الدقيقة . احسب :

أ) السرعة الزاوية :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \left(\frac{N}{t}\right) = 2\pi \left(\frac{5}{60}\right) = 0.52 \ \text{rad/s}$$

ب) السرعة الخطية :

$$V = \omega . r = 0.52 \times 20 = 10.4 \ \text{m/s}$$

ج) العجلة المركزية :

$$a_c = \omega^2 . r = (0.52)^2 \times 20 = 5.4 \ \text{m/s}^2$$

د) القوة المركزية :

$$F_C = m \ . \ a_c = 2000 \times 5.4 = 10800 \ \text{N}$$

هـ) العجلة المماسية :

$$\vec{a}_t = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = 0$$

و) العجلة الزاوية :

$$\theta'' = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = 0$$

مثال 2 : طائرة تطير بسرعة (100 m/s) في مسار دائري نصف قطرها (200 m) والقوة الجاذبة المركزية التي تحافظ على بقائها تساوي (95×10^4 N) . احسب :

أ) السرعة الزاوية :

$$\omega = \frac{V}{r} = \frac{100}{200} = 0.5 \ \text{rad/s}$$

ب) العجلة المركزية :

$$a_c = \omega^2 . r = (0.5)^2 \times 200 = 50 \ \text{m/s}^2$$

ج) كتلة الطائرة :

$$m = \frac{F_C}{a_C} = \frac{95 \times 10^4}{50} = 19000 \ \text{Kg}$$

تطبيقات على القوة الجاذبة المركزية

1- المنعطفات الأفقية

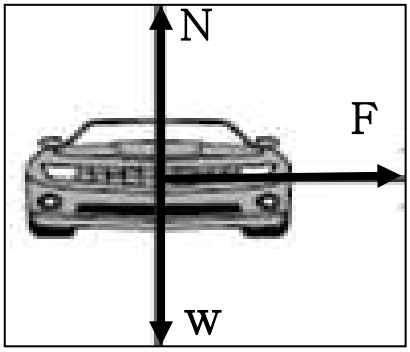
علل لما يأتي :

1- يجب وجود قوة احتكاك بين عجلات السيارة والطريق الدائري .

لأن قوة الاحتكاك تكون كافية لإنشاء القوة الجاذبة المركزية التي تجعل السيارة تدور

2- يسهل انزلاق السيارة عن مسارها في الأيام الممطرة أو الجليد في المسار الدائري .

لأن قوة الاحتكاك تكون غير كافية لإنشاء القوة الجاذبة المركزية التي تجعل السيارة تدور



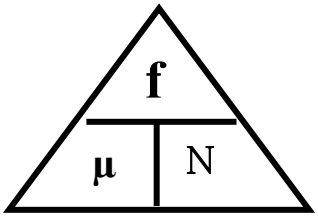
** مجموع القوى المؤثرة على السيارة في الشكل المقابل هي :

1- وزن السيارة (W) = قوة رد فعل الطريق (N) ومحصلتهما صفر

2- قوة الاحتكاك (F) وتعمل كقوة جاذبة مركزية

** لحساب قوة رد الفعل (N) على السيارة في المنعطفات الأفقية : $N = w = mg$

معامل الاحتكاك نسبة قوة الاحتكاك على قوة رد الفعل



$$\mu = \frac{f}{N}$$

1- يحدث الالتفاف للسيارة دون انزلاق إذا كانت قوة الاحتكاك **أكبر من أو تساوي** القوة الجاذبة المركزية .

2- يحدث انزلاق للسيارة ولا يحدث لها التفاف إذا كانت قوة الاحتكاك **أقل من** القوة الجاذبة المركزية .

مثال 1: سيارة كتلتها (2000 kg) تنعطف على مسار دائري قطره (200 m) على طريق أفقية بسرعة (20 m/s)

أ) احسب القوة الجاذبة المركزية :

$$F_C = \frac{mV^2}{r} = \frac{2000 \times 20^2}{100} = 8000 \ \ N$$

ب) احسب قوة رد الفعل :

$$N = mg = 2000 \times 10 = 20000 \ \ N$$

ج) هل يحدث انزلاق للسيارة أم لا إذا كان معامل الاحتكاك (μ = 0.5) :

$$f = \mu \times N = 0.5 \times 20000 = 10000 \ \ N$$

لا يحدث انزلاق للسيارة وتدور لان قوة الاحتكاك أكبر من القوة الجاذبة المركزية

د) هل يحدث انزلاق للسيارة أم لا إذا كان معامل الاحتكاك (μ = 0.25) :

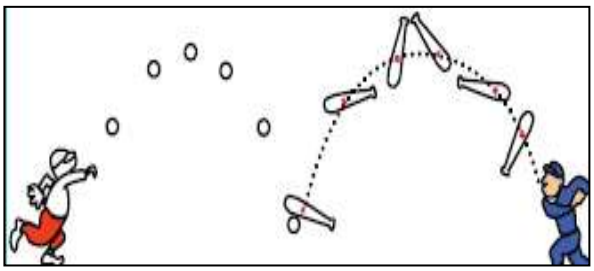
$$f = \mu \times N = 0.25 \times 20000 = 5000 \ \ N$$

يحدث انزلاق للسيارة ولا تدور لان قوة الاحتكاك أقل من القوة الجاذبة المركزية

الدرس (6) : مركز الثقل

** عند إلقاء الكرة تتبع مسار قطع مكافئ ومضرب الكرة يتأرجح حول نقطة ترسم قطعاً مكافئاً

** حركة مضرب الكرة هي محصلة حركتين هما حركة دورانية وحركة انتقالية بينما حركة الكرة هي حركة انتقالية



وزن الجسم : قوة جذب الأرض للجسم

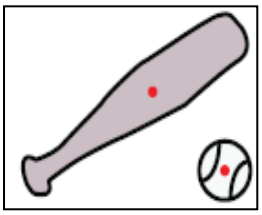
مركز الثقل : الموضع المتوسط لثقل الجسم الصلب المتجانس

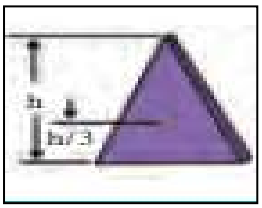
أو هو نقطة تأثير ثقل الجسم

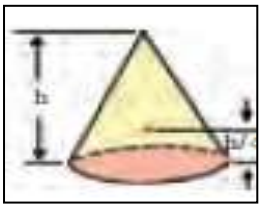
ماذا يحدث مع ذكر السبب :

1- عند تطبيق قوة على الجسم في مركز ثقله بحيث تكون معاكسة لقوة ثقله في الاتجاه ومساوية لها في المقدار.

يتزن الجسم لأن محصلة القوى المؤثرة على الجسم تساوي صفراً







وجه المقارنة	الأجسام منتظمة الشكل	الأجسام غير منتظمة الشكل
موضع مركز الثقل	في المركز الهندسي	ناحية الطرف الأثقل
وجه المقارنة	مثلث ارتفاعه (h = 12 cm)	مخروط ارتفاعه (h = 12 cm)
موضع مركز الثقل بالنسبة للقاعدة	ثلث الارتفاع $h_{C.G} = \frac{1}{3} h = 4$ cm	ربع الارتفاع $h_{C.G} = \frac{1}{4} h = 3$ cm
وجه المقارنة	كرة مجوفة تملأ حتى المنتصف بالرصاص	
موضع مركز الثقل	ناحية النصف الممتلئ بالرصاص أسفل المركز الهندسي	
حركة	مفتاح انجليزي على سطح أفقي	مفتاح انجليزي في الهواء
مسار مركز الثقل	خط مستقيم	شكل قطع مكافئ
مسار الجسم	حركة دورانية حول مركز الثقل	حركة دورانية حول مركز الثقل

علل لما يأتى

1- مركز الثقل يقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية في خط مستقيم أثناء انزلاق جسم عند دورانه حول نفسه .

لأن محصلة القوى المؤثرة على الجسم تساوي صفراً ولذلك تنعدم العجلة ولذلك يتحرك بسرعة ثابتة

2- لا يقع مركز ثقل مضرب كرة القاعدة على نقطة الوسط للمضرب .

لأن الأجسام غير المنتظمة يكون ثقل أحد طرفيها أكبر من ثقل الطرف الى أخر ومركز الثقل ناحية الطرف الأثقل

3- عند إلقاء الكرة تتبع مسار قطع مكافئ وعند إلقاء مضرب الكرة يتأرجح حول نقطة ترسم قطعاً مكافئاً .

لأن حركة مضرب الكرة هي محصلة حركتين هما حركة دورانية وحركة انتقالية لأن مركز ثقله ناحية الجزء الأثقل

4- يعتبر مركز ثقل الجسم نقطة توازن له .

لأن محصلة القوى المؤثرة على الجسم تساوي صفراً أو معدومة

الدرس (7) : مركز الكتلة

مركز الكتلة (مركز العطالة) الموضع المتوسط لكتل جميع الجزيئات التي يتكون منها الجسم

1- يتطابقان مركز الثقل ومركز الكتلة عندما تكون **الأجسام قريبة من الأرض أو صغيرة**

2- لا يتطابقان مركز الثقل ومركز الكتلة عندما تكون **الأجسام كبيرة جداً**

علل لما يأتي

1- يتطابق مركز الثقل ومركز الكتلة عندما يكون الجسم صغيراً .

بسبب تساوي قوى الجاذبية الأرضية على جميع أجزاء الجسم

2- لا يتطابق مركز الثقل ومركز الكتلة عندما يكون الجسم كبيراً .

بسبب اختلاف قوى الجاذبية الأرضية على جميع أجزاء الجسم

3- مركز الثقل للمباني المرتفعة مثل مركز التجارة العالمي ارتفاعه (541 m) يقع أسفل مركز كتلته بـ (1 mm) .

لأن قوى الجاذبية على الجزء السفلي القريب من سطح الأرض أكبر من قوى الجاذبية المؤثرة على الجزء العلوي منه

وجه المقارنة	موضع مركز الكتلة
جسم كتلته موزعة بشكل متجانس	**في المركز الهندسي**
حلقة دائرية متجانسة	**في المركز الهندسي**
مستطيل متجانس	**نقطة تقاطع الوترين (القطرين)**
جسم كتلته موزعة بشكل غير متجانس	**ناحية الجزء الأكبر كتلة**
مطرقة حديدية	**ناحية الرأس الحديدية**

** القوى الداخلية أثناء انفجار الألعاب النارية الصاروخية **لا تغير** موضع مركز ثقل القذيفة .

ماذا يحدث :

1- لحركة مركز كتلة للقذيفة التي تنفجر في الهواء مثل الألعاب النارية قبل انفجارها ؟

تتحرك على شكل مسار قطع مكافئ

2- لشظايا وحركة مركز كتلة للقذيفة التي تنفجر في الهواء مثل الألعاب النارية بعد انفجارها ؟

يتبع مركز كتلة القذيفة قطعاً مكافئاً والشظايا ترسم قطوعاً مكافئة مختلفة

** لا تدور الكواكب حول مركز الشمس بل حول **مركز كتلة المجموعة الشمسية**

ماذا يحدث :

1- إذا كانت الكواكب مبعثرة حول الشمس في جميع الجهات ؟

ينطبق مركز كتلة المجموعة الشمسية مع مركز الشمس

2- إذا كانت الكواكب حول الشمس في خط مستقيم وفي جانب واحد ؟

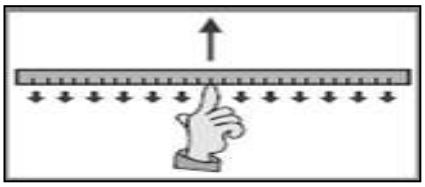
يبتعد مركز كتلة المجموع الشمسية عن مركز الشمس

علل : حركة دوران الشمس تبدو للمراقب البعيد على شكل تأرجح بسيط بين نقطتين .

لأن الشمس تدور حول نقطتين هما مركز الشمس ومركز كتلة المجموعة الشمسية

الدرس (8) : تحديد موضع مركز الكتلة

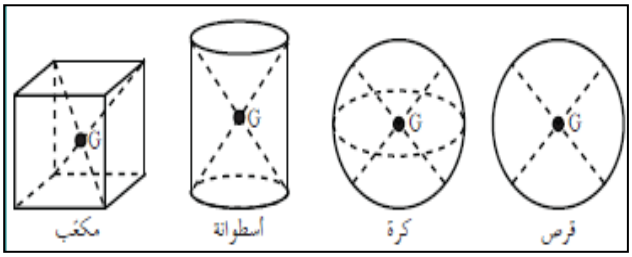
علل لما يأتي



1- يمكن موازنة المسطرة بالتأثير على مركز الثقل بقوة واحدة لأعلى في الشكل .

لأن محصلة القوى المؤثرة على الجسم تساوي صفر

تحديد مركز ثقل الأجسام



** ينطبق مركز الثقل في الأجسام المنتظمة مع **المركز الهندسي**

** يكون نقطة مادية من الجسم إذا كان الجسم **مصمتاً**

** يكون نقطة خارج الجسم إذا كان الجسم **مجوفًا**

** مركز ثقل الفنجان والوعاء يقع في **التجويف الداخلي** بينما مركز ثقل الكرسي يقع في **أسفل قاعدة الكرسي**

** لا يعتمد موقع الكتلة على اختيارنا للإحداثيات، بل على **توزيع الكتل (الجسيمات)** التي تؤلف النظام.

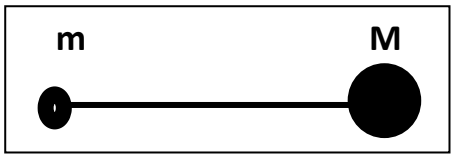
علل لما يأتي

1- يمكن وجود أكثر من مركز ثقل لجسم واحد .

في الأجسام المجوفة يكون لها أكثر من مركز ثقل حيث يكون مركز الثقل مجموعة نقاط تشكل محور التناظر

2- لمنع اهتزاز إطارات السيارات أثناء دورانها توضع قطع رصاص في الجزء المعدني من الإطار .

لكي يقع مركز ثقل الإطار في محور الدوران تماماً حتى لا يتمايل الإطار أثناء الدوران

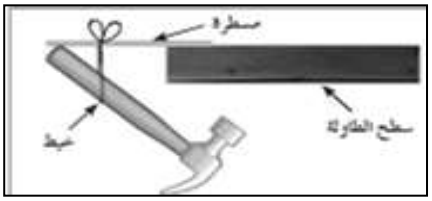


3- الشكل المقابل يمثل كتلتين نقطيتين تقعان على محور السينات فإذا حلت كل منهما محل إلى أخرى فإن مركز الكتلة للمجموعة يتغير موضعه .

لا يعتمد مركز الكتلة على اختيارنا للإحداثيات، بل على توزيع الكتل

4- تكون بعض الأنواع من ألعاب الأطفال أكثر اتزانا كما بالشكل المقابل .

لأن مركز ثقل الألعاب يكون أسفل نقطة الارتكاز



** في الشكل المقابل : فسر عدم سقوط المطرقة والمسطرة .

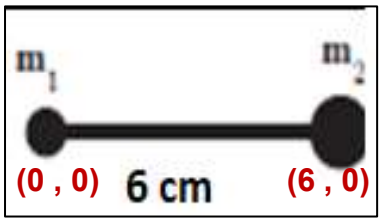
لأن مركز الثقل يقع أسفل نقطة التعليق

حساب موقع مركز كتلة عدة كتل نقطية موجودة فى الفراغ

$$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{c.m.} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

مثال 1: كتلتان نقطيتان على محور السينات قيمتهما ($m_1 = 4$ kg) و($m_2 = 8$ kg) وتبعدان مسافة (6 cm) .



أ) احسب موقع مركز كتلة الجسمين بالنسبة إلى الجسم الأول :

$$X_{c.m} = \frac{m_1X_1 + m_2X_2}{m_1 + m_2} = \frac{4 \times 0 + 8 \times 6}{8 + 4} = 4 \text{ cm}$$

ب) احسب موقع مركز كتلة الجسمين بالنسبة إلى الجسم الثاني :

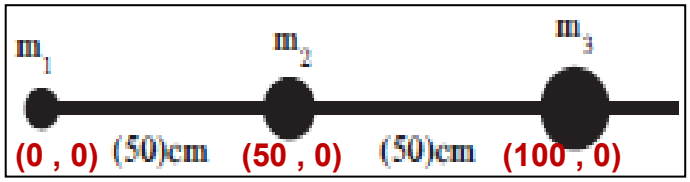
$$X_{cm} = 6 - 4 = 2 \text{ cm}$$

ج) قيم . هل النتيجة مقبولة :

نعم . لأن مركز الكتلة للمجموعة يقع ناحية الكتلة الأكبر

مثال 2: احسب موقع مركز الكتلة لثلاث كتل نقطية وضعت على خط مستقيم . حيث :

($m_1 = 10$ g) و ($m_2 = 20$ g) و ($m_3 = 30$ g) .



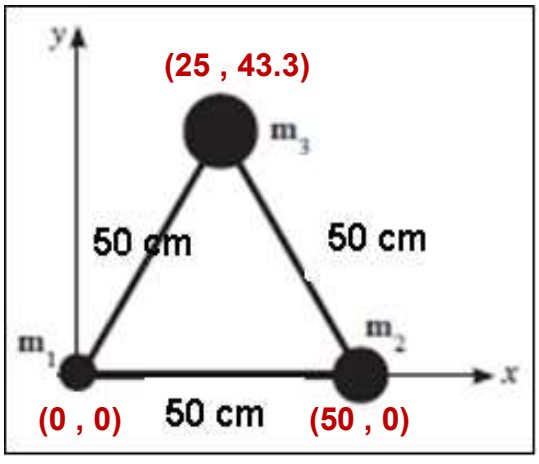
$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{10 \times 0 + 20 \times 50 + 30 \times 100}{10 + 20 + 30} = 66.67 \text{ cm}$$

** إحداثيات مركز الكتلة : (66.67 cm , 0)

مثال 3 : احسب موقع مركز الكتلة لثلاث كتل نقطية أذا وضعت الكتل على رؤوس مثلث متساوٍ الأضلاع . حيث :

($m_1 = 10$ g) و ($m_2 = 20$ g) و ($m_3 = 30$ g) .

$$y_3 = \sqrt{50^2 - 25^2} = 43.3 \text{ cm}$$



$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$x_{c.m} = \frac{10 \times 0 + 20 \times 50 + 30 \times 25}{10 + 20 + 30} = 29.1 \text{ cm}$$

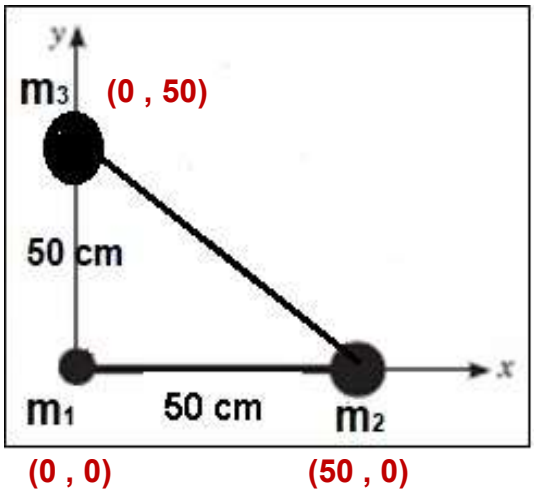
$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{c.m} = \frac{10 \times 0 + 20 \times 0 + 30 \times 43.3}{10 + 20 + 30} = 21.6 \text{ cm}$$

** إحداثيات مركز الكتلة : (29.16 cm , 21.65 cm)

مثال 4 : احسب موقع مركز الكتلة لثلاث كتل نقطية أذا وضعت الكتل على رؤوس مثلث قائم الزاوية . حيث :

$(m_1 = 10\ g)$ و $(m_2 = 20\ g)$ و $(m_3 = 30\ g)$.



$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

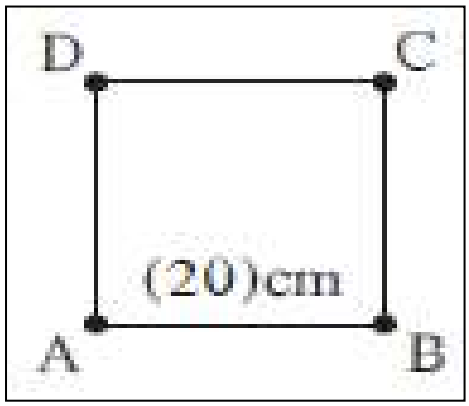
$$x_{c.m} = \frac{10 \times 0 + 20 \times 50 + 30 \times 0}{10 + 20 + 30} = 16.6\ cm$$

$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$y_{c.m} = \frac{10 \times 0 + 20 \times 0 + 30 \times 50}{10 + 20 + 30} = 25\ cm$$

** إحداثيات مركز الكتلة : (16.6 cm , 25 cm)

مثال 5 : نظام مؤلف من أربع كتل هي $(m_A = 1\ kg)$ $(m_B = 2\ kg)$ $(m_C = 3\ kg)$ $(m_D = 4\ kg)$ موزعة على أطراف مربع طول ضلعه (20 cm) ومهمل الكتلة .احسب موضع مركز الكتلة ؟



$$x_{c.m} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + m_4x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$x_{c.m} = \frac{1 \times 0 + 2 \times 20 + 3 \times 20 + 4 \times 0}{1 + 2 + 3 + 4} = 10\ cm$$

$$y_{c.m} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 + m_4y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$y_{c.m} = \frac{1 \times 0 + 2 \times 0 + 3 \times 20 + 4 \times 20}{1 + 2 + 3 + 4} = 14\ cm$$

** إحداثيات مركز الكتلة : (10 cm , 14 cm)

العلاقات الرياضية المستخدمة في المنهج

التحويلات			
الطول	$cm \times 10^{-2} \rightarrow m$ $mm \times 10^{-3} \rightarrow m$	الكتلة	$gm \times 10^{-3} \rightarrow Kg$
المساحة	$cm^2 \times 10^{-4} \rightarrow m^2$ $mm^2 \times 10^{-6} \rightarrow m^2$	الزمن	$min \times 60 \rightarrow S$ $hr \times 3600 \rightarrow S$
الحجم	$cm^3 \times 10^{-6} \rightarrow m^3$ $mm^3 \times 10^{-9} \rightarrow m^3$	السرعة	$Km/h \times \frac{1000}{3600} \rightarrow m/s$

قوانين المتجهات	
محصلة متجهين بطريقة جمع المتجهات	$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$
اتجاه المحصلة بطريقة جمع المتجهات	$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R}$
ناتج الضرب العددي	$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$
ناتج الضرب الاتجاهي	$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta$
المركبة الأفقية للمتجه	$\cos\theta = \frac{F_X}{F} \Rightarrow F_X = F\cos\theta$
المركبة الرأسية للمتجه	$\sin\theta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F\sin\theta$
محصلة متجهين بطريقة تحليل المتجهات	$F = \sqrt{{F_X}^2 + {F_y}^2}$
اتجاه المحصلة بطريقة تحليل المتجهات	$\tan\theta = \frac{F_y}{F_X}$

معادلات الحركة للمقذوف الأفقي ($\theta = 0$)	
** معادلات الحركة على المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة على المحور الرأسي (y)
* المركبة الأفقية للسرعة : $V_X = V_{oX} = \frac{X}{t}$	* المركبة الرأسية للسرعة : $V_y = V_{oy} + gt$
* المسافة الأفقية (المدى الأفقي) : $X = V_x \cdot t$	* الارتفاع الرأسي : $y = V_{oy}\, t + \frac{1}{2}gt^2$
* زمن السقوط : $t = \frac{X}{V_X}$	* زمن السقوط : $t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$
* السرعة الكلية : $V_T = \sqrt{V_X^2 + V_y^2}$	* اتجاه السرعة الكلية : $\tan\theta = \frac{V_y}{V_X}$

معادلات الحركة للمقذوف بزاوية (θ)		
	** معادلات الحركة على المحور الأفقي (x)	** معادلات الحركة على المحور الرأسي (y)
السرعة الابتدائية	$v_{0X} = v_0 \cos\theta$	$v_{0y} = v_0 \sin\theta$
معادلة السرعة	$v_X = v_{0X} = v_0 \cos\theta$	$v_y = v_0 \sin\theta - gt$
معادلة المسافة	$X = v_0 \cos\theta \cdot t$	$y = v_0 \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$
معادلة الزمن	$t' = 2t = 2.(\frac{v_0 \sin\theta}{g})$	$t = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$
معادلة المدى وأقصى ارتفاع	$R = \frac{V_0^2 \sin(2\theta)}{g}$	$h_{max} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}$
معادلة المسار	$y = (\tan\theta)\, X - (\frac{g}{2V_0^2 \cos^2\theta})\, X^2$	

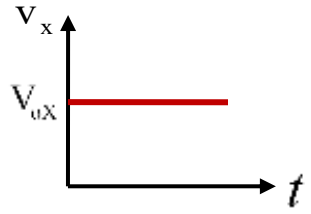
قوانين مركز الكتلة	
حساب موقع مركز الكتلة	$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$ $y_{c.m.} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$ $z_{c.m.} = \frac{m_1z_1 + m_2z_2 + m_3z_3}{m_1 + m_2 + m_3}$

قوانين الحركة الدائرية	
الإزاحة الزاوية	$\theta = \frac{S}{r} = 2\pi . N$
السرعة الخطية (المماسية)	$V = \frac{S}{t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f = \omega r$
السرعة الزاوية (الدائرية)	$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{V}{r}$
التردد	$f = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}$
الزمن الدوري	$T = \frac{t}{N} = \frac{1}{f}$
العجلة في الحركة الدائرية المنتظمة	$a_C = \frac{V^2}{r} = \omega^2 r$
القوة الجاذبة المركزية	$F_C = m\, a_c = \frac{mV^2}{r} = m\, \omega^2 r$

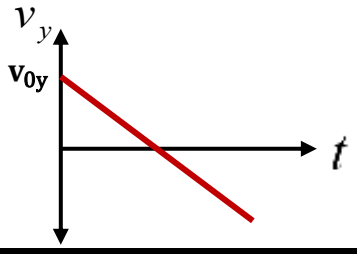
قوانين المنعطفات الدائرية	
	المنعطف الدائري الأفقي
رد فعل الطريق	$N = mg$
معامل احتكاك	$\mu = \frac{f}{N}$

الرسوم البيانية في المنهج

المركبة الأفقية للسرعة والزمن للقذيفة



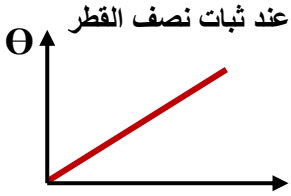
المركبة الرأسية للسرعة والزمن للقذيفة



طول القوس ونصف القطر
عند ثبات الازاحة الزاوية

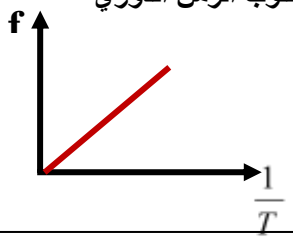
الازاحة الزاوية ونصف القطر

الازاحة الزاوية وطول القوس
عند ثبات نصف القطر

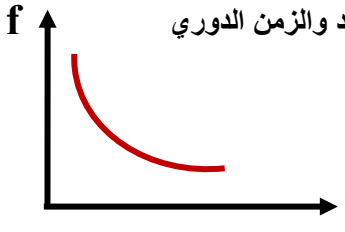


السرعة الخطية
والسرعة الزاوية

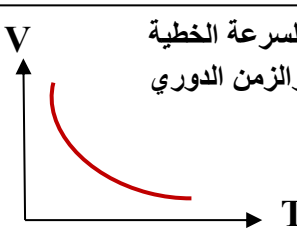
التردد ومقلوب الزمن الدوري



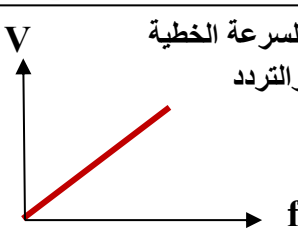
التردد والزمن الدوري



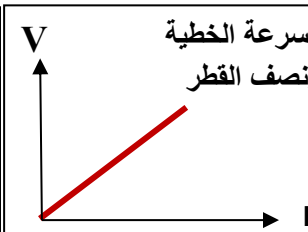
السرعة الخطية
والزمن الدوري



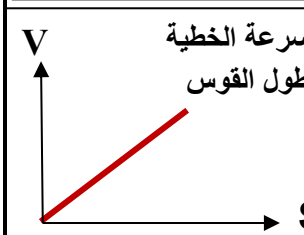
السرعة الخطية
والتردد



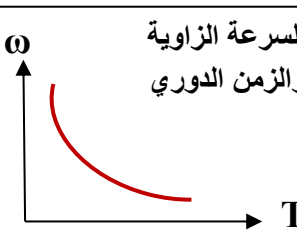
السرعة الخطية
ونصف القطر



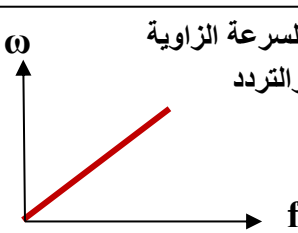
السرعة الخطية
وطول القوس



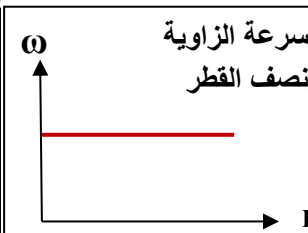
السرعة الزاوية
والزمن الدوري



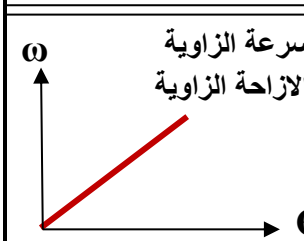
السرعة الزاوية
والتردد



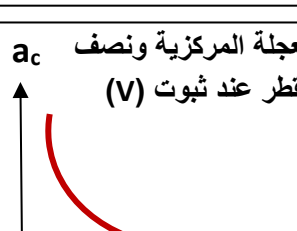
السرعة الزاوية
ونصف القطر



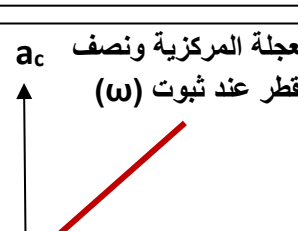
السرعة الزاوية
والازاحة الزاوية



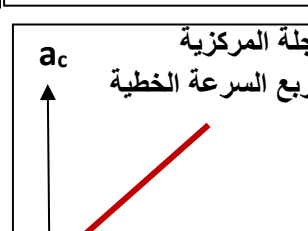
العجلة المركزية ونصف
القطر عند ثبوت (V)



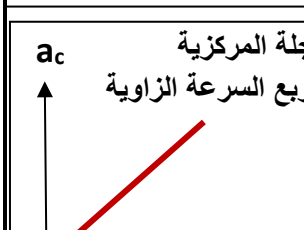
العجلة المركزية ونصف
القطر عند ثبوت (ω)



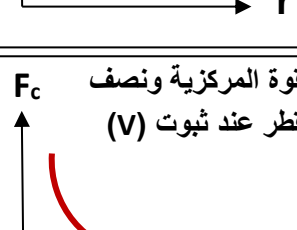
العجلة المركزية
ومربع السرعة الخطية



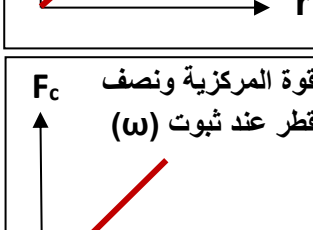
العجلة المركزية
ومربع السرعة الزاوية



القوة المركزية ونصف
القطر عند ثبوت (V)



القوة المركزية ونصف
القطر عند ثبوت (ω)



القوة المركزية
ومربع السرعة الخطية

القوة المركزية
ومربع السرعة الزاوية