



الملتقى
Al Multaqa

= الوحدة الأولى =

الأعداد الحقيقية



الصف الحادي عشر علمي

$$\sqrt{x}$$

$$x^n$$

$$\sqrt{2x+7} = x-1$$

$$\sqrt{5x+4} - 7 = 0$$

$$\left(\left(\sqrt{x^3 y^3} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{-1}$$

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

$$\left(\frac{3}{4} \right)^x = \frac{64}{27}$$

$$(1-x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$$



الدرس (1-1) : الجذور والتعبيرات الجذرية



أفكار الدرس



- 1 الجذور في أبسط صورة.
- 2 جمع وطرح الجذور.
- 3 ضرب وقسمة الجذور.
- 4 تبسيط كسر مقامه يتضمن جذراً.

الفكرة الأولى : اختصار الجذور في أبسط صورة.



مهارة : تحليل الأعداد إلى العوامل الأولية

★ $8 = 2^3$	★ $27 = 3^3$	★ $64 = 2^6$	★ $125 = 5^3$
★ $375 = 3 \times 5^3$	★ $24 = 3 \times 2^3$	★ $216 = 2^3 \times 3^3$	★ $343 = 7^3$
★ $147 = 3 \times 7^2$	★ $72 = 2^3 \times 3^2$	★ $98 = 2 \times 7^2$	

حاول أن تحل صف 13 حة

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون استخدام الآلة الحاسبة :

a) -27

b) 64

c) -0.008

d) $\frac{343}{216}$

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{-27} \\ &= -\sqrt[3]{27} \\ &= -\sqrt[3]{(3)^3} \\ &= \boxed{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{64} \\ &= \sqrt[3]{(4)^3} \\ &= \boxed{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{-0.008} \\ &= -\sqrt[3]{\frac{1}{125}} \\ &= -\sqrt[3]{\frac{(1)^3}{(5)^3}} \\ &= \boxed{-\frac{1}{5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{\frac{343}{216}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{(7)^3}{(6)^3}} \\ &= \boxed{\frac{7}{6}} \end{aligned}$$

تذكير :

$$\blacksquare (\sqrt{x})^2 = x$$

$$\blacksquare \sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$



حتى يكون التعبير الجذري في أبسط صورة يجب مراعاة ما يلي :

- ألا يكون للمجذور عوامل مرفوعة لقوة أكبر من أو تساوي دليل الجذر . مثل : $\sqrt{8a^6b^7}$ ، ليس في أبسط صورة .
- ألا يكون المقام جذراً . مثل : $\frac{5}{\sqrt{2}}$ ، ليس في أبسط صورة .
- ألا يكون المجذور كسراً . مثل : $\sqrt{\frac{4}{7}}$ ، ليس في أبسط صورة .
- أن يكون دليل الجذر أصغر عدد صحيح موجب ممكن . مثل : $\sqrt[10]{32}$ ، ليس في أبسط صورة .

بسط التعبيرات الجذرية التالية

($x \in \mathbb{R}$)

ملاحظة:



إذا كان أس الناتج عدداً زوجياً، مثل:

$$x^2 , x^4 , x^6 , \dots$$

فإنه يمكن إزالة القيمة المطلقة؛

لأن هذه القوى تكون دائماً

غير سالبة.

$$\bullet \quad \sqrt{x^4} = |x^2| = x^2$$

$$\bullet \quad \sqrt{x^6} = |x^3| = \begin{cases} x^3, & x \geq 0 \\ -x^3, & x < 0 \end{cases}$$

$$\bullet \quad \sqrt[3]{-x^3} = -x$$

$$\bullet \quad \sqrt[3]{x^6} = x^2$$

$$\bullet \quad \sqrt[3]{x^9} = x^3$$

مثال (2) صف 14 حة

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية لكل عدد حقيقي x :

$$a) \sqrt{4x^6} \quad b) \sqrt[3]{8x^3} + 3x$$

(أ)

$$= \sqrt{(2^2)x(x^3)^2} = |2x^3|$$

$$= 2|x^3| = \begin{cases} 2x^3, & x \geq 0 \\ -2x^3, & x < 0 \end{cases}$$

(ب)

$$= \sqrt[3]{(2^3)x(x)^3} + 3x$$

$$= 2x + 3x = 5x$$



حاول أن تحل صف 14

3 بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية حيث x, y عدنان حقيقيان :

a) $\sqrt{9x^2y^4}$

b) $\sqrt[3]{-27x^6} + 3x^2$

c) $\sqrt{x^8y^6}$

(a)

$$= \sqrt{(3)^2 (x)^2 (y^2)^2}$$

$$= |3xy^2|$$

$$= 3y^2 |x|$$

$$= \begin{cases} 3y^2x, & x \geq 0 \\ -3y^2x, & x < 0 \end{cases}$$

(b)

$$= -\sqrt[3]{(3)^3 (x^2)^3} + 3x^2$$

$$= -3x^2 + 3x^2$$

$$= 0$$

(c)

$$= \sqrt{(x^4)^2 (y^3)^2}$$

$$= |x^4y^3|$$

$$= x^4 |y^3|$$

$$= \begin{cases} x^4y^3, & y \geq 0 \\ -x^4y^3, & y < 0 \end{cases}$$

الفكرة الثانية : جمع و طرح الجذور



لجمع و طرح الجذور يجب أن تكون متشابهة.



ملاحظة :

يبقى كل ما هو غير متشابه كما هو.

مثال 1 :

$$\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}$$

لا يمكن جمعهما؛ لأن الجذور مختلفة في الدرجة.

النتاج يبقى كما هو:

$$\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}$$

مثال 2 :

$$2 - \sqrt{5}$$

لا يمكن تبسيطه أكثر.

النتاج يبقى كما هو:

$$2 - \sqrt{5}$$

مثال :

لهما نفس الرقم داخل الجذر ونفس درجة الجذر.

$$5\sqrt{3}, 2\sqrt{3}$$



لهما نفس الرقم داخل الجذر ونفس درجة الجذر.

$$8\sqrt{x}, -3\sqrt{x}$$



لأن درجة الجذر مختلفة.

$$4\sqrt{2}, -\sqrt[3]{2}$$



لأن ما تحت الجذر مختلف.

$$\sqrt{x}, -3\sqrt{y}$$



لأن ما تحت الجذر مختلف.

$$\sqrt{3}, 3\sqrt{5}$$





البنود الموضوعية من الكراسة

التمارين (5-1) : ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ، و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

1 $\sqrt[3]{-64x^3} + 4x = 0$
 $-4x + 4x = 0$

a

b

2 $\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$ على الآلة
عدد صحيح

a

b

3 $(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = 1$ على الآلة

a

b

4 $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5}$ على الآلة

a

b

5 $|m| \times \sqrt{m^2} = m^2, \forall m \in \mathbb{R}$
 $|m| \times |m| = |m|^2 = m^2$

a

b

في التمارين (9-6) : ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6 التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو: لازم ما يكون المقام فيه جذر ولازم الجذر ما يتبسط

(a) $\sqrt[3]{216} = 6$ (b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{12^2}}{\sqrt[3]{12^2}}$ (c) $\sqrt[3]{9}$ (d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$
جذر بالمقام → جذر بالمقام →

7 لوضع التعبير الجذري $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$ في أبسط صورة نضرب كلا من البسط والمقام في: لازم لما نقرب المرافقة بالمقام نطلع الجواب عدد صحيح

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) 2 (d) 4

8 $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ يساوي: جوب على الآلة مين بطلع نفس الجواب ≈ 3.7320

(a) $2-\sqrt{3} \approx 0.2679$ (b) $2+\sqrt{3} \approx 3.7320$ (c) $3-\sqrt{2} \approx 1.5857$ (d) $3+\sqrt{2} \approx 4.4142$

9 إذا كان $x \in \mathbb{R}^-$ يساوي: $\frac{1}{x} \cdot |x|$ يعني $|x| = -x$

(a) -1 (b) -x (c) 1 (d) x