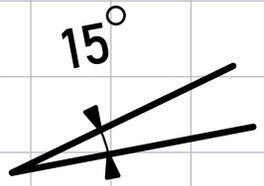
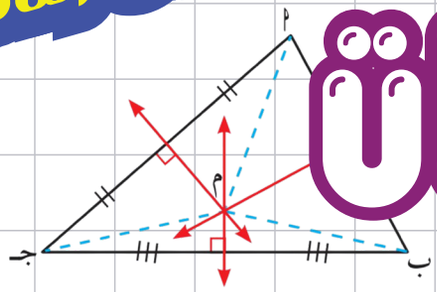
أ/ أحمد جمال

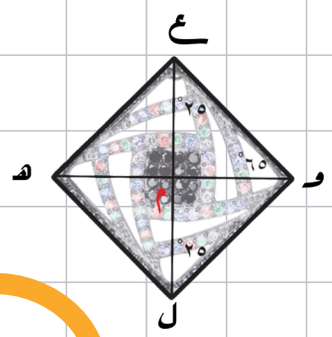
فيثاغورث في الرياضيات محلولة

الصف الثامن

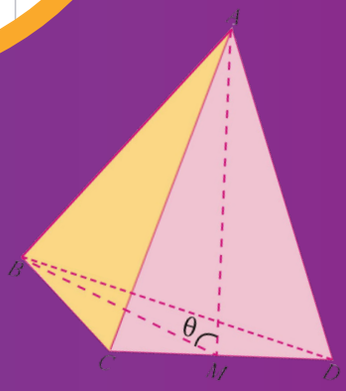


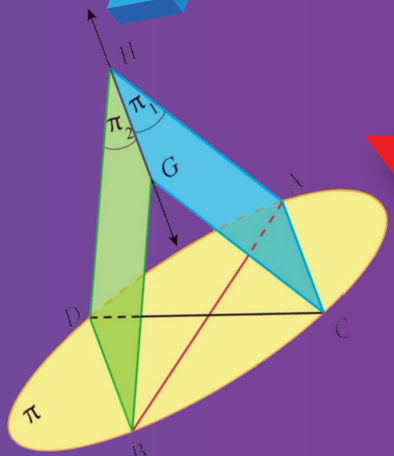
$|س+٣| \leq ٧$











حفظ

الأعداد الزوجية ← { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ..... }

الأعداد الفردية ← { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ..... }

الأعداد الطبيعية (الكلية) ط ← { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ..... }

الأعداد الصحيحة ص ← { ..... ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، ..... }

الأعداد الأولية ← { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، .... }

مضاعفات العدد ٣ ← { ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ..... }

مضاعفات العدد ٥ ← { ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، .... }

عوامل العدد ٨ الموجبة ← { ٨ ، ١ ، ٤ ، ٢ }

عوامل العدد ١٥ ← { ١٥ ، ١ ، ٥ ، ٣ ، -١٥ ، -١ ، -٥ ، -٣ }

العوامل الأولية للعدد ١٥ ← { ٣ ، ٥ }

بند ١ - ١ المجموعات

المجموعة:

هي تجمّع من الأشياء المتمايزة المحدَّدة تحديدًا تامًا ، ويُطلق على هذه الأشياء عناصر .



أجب عن الأسئلة الآتية :

أ هل « المدربون » يشكّلون مجموعة أو لا يشكّلون مجموعة؟ ولماذا؟

كلا ، لا يشكّلون مجموعة ؛ لأنّهم غير محدَّدين تحديدًا تامًا.

ب هل « دول مجلس التعاون الخليجي » تشكّل مجموعة أو لا تشكّل مجموعة؟ ولماذا؟

نعم ، تشكّل مجموعة ؛ لأنّها محدّدة تحديدًا تامًا.

ج مضاعفات العدد ٩ الأصغر من ٢٨ (مجموعة لأنها محدّدة)

د أيام الأسبوع (مجموعة لأنها محدّدة)

هـ الأزهار الجميلة (ليست مجموعة لأنها غير محدّدة)

و الأعداد الكلية (ط) : { ٠ ، ١ ، ٢ ، ..... } (مجموعة لأنها محدّدة)

ملاحظة

- يُرمز إلى المجموعة بأحرف مثل: س ، ص ، ع ، ...
- ويُرمز إلى العناصر بأحرف مثل: س، ص، ش، ... .
- يجب كتابة جميع عناصر المجموعة داخل قوسين { } مع وضع فاصلة بين كلّ عنصر وآخر.
- يجب عدم تكرار كتابة العنصر نفسه داخل المجموعة.
- لا يُشترط ترتيب كتابة العناصر داخل المجموعة.

المجموعة التي لا تحتوي على عناصر (عدد عناصرها يساوي صفرًا) تُسمّى مجموعة خالية، ويُرمز إليها بالرمز { } أو (∅) وتُقرأ (فاي).

حدد أيا من المجموعات الآتية تمثل مجموعة خالية وأيها لا تمثل مجموعة خالية:

أ مجموعة الأشهر الميلادية التي يزيد عدد أيامها على ٣١ يوما (تمثل مجموعة خالية)

ب مجموعة أرقام العدد ٢٢٠١٦٩ (لا تمثل مجموعة خالية)

ج مجموعة المكعبات التي ليس لها رؤوس (تمثل مجموعة خالية)

د س = مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين ١ ، ٥ وتقبل القسمة على ٦.
(مجموعة خالية)

هـ ع = { أ : أ ∋ ط ، أ > ٣ }. (مجموعة غير خالية)

المفهوم	التعريف	الرمز	مثال
ينتمي إلي	وجود العنصر في المجموعة	∋	٤ ∋ {٤ ، ٢ ، ١ ، ٥}
لا ينتمي إلي	عدم وجود العنصر في المجموعة	∌	٧ ∋ {٣ ، ٢ ، ٦ ، ٥}

أكمل كلا مما يلي بوضع الرمز المناسب (∋) أو (∌) لتحصل على عبارة صحيحة:

أ ب ∌ {أ ، هـ ، ح}

ب ر ∌ {أ : أ ∋ ص}

ج ٧ ∌ {٧٧}

د ٨ ∋ {١ ، ٨ ، ٤}

هـ ع ∋ {ع ، م ، ل}

و ٩ ∋ {أ : أ ∋ ص}

ز ٢٣ ∌ {٣ ، ٢ ، ١}

ح و ∋ مجموعة أحرف كلمة فريق

ط ٤ ∌ {أ : أ ∋ ط ، أ
عامل أولي من عوامل العدد ٢٠}

ي ٨ ∌ {٥٤٤}

للاحظ أن:

- العوامل الموجبَة للعدد ١٠ هي : +١ ، +٢ ، +٥ ، + ١٠ .
- العوامل السالبة للعدد ١٠ هي : − ١ ، −٢ ، −٥ ، − ١٠.
- عوامل العدد ١٠ هي : ± ١ ، ±٢ ، ±٥ ، ±١٠

طرق التعبير عن المجموعة:

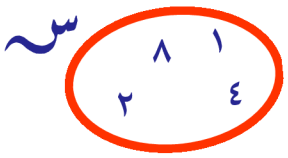
- إذا كانت س هي مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٨ ، يمكن التعبير عن المجموعة بالطرق الآتية :
- الطريقة الأولى : ذكر العناصر : س = { ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ }

- الطريقة الثانية : الصفة المميزة :

أ) لفظية : س = مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٨

ب) رمزية : س = { ؟ : ؟ ∈ ص ، ؟ عامل من العوامل الموجبة للعدد ٨ }

- الطريقة الثالثة : تمثيل المجموعة بالرسم بشكل يُسمّى مخطط (شكل) ڤن

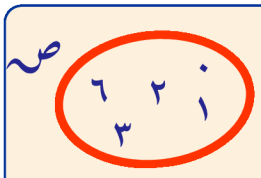


مثـــال ١

إذا كانت ص هي مجموعة أرقام العدد ٧٠١ ٩٧٣ ، فعبّر عن المجموعة بالطرق الآتية : (الصفة المميزة (لفظية) – ذكر العناصر – الصفة المميزة (رمزية) .

الحل

الصفة المميزة (لفظية)	ص = مجموعة أرقام العدد ٧٠١ ٩٧٣
ذكر العناصر :	ص = { ٠ ، ١ ، ٣ ، ٧ ، ٩ }
الصفة المميزة (رمزية) :	ص = { ؟ : ؟ ∈ ط ، ؟ أحد أرقام العدد ٧٠١ ٩٧٣ }



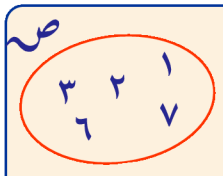
مخطط ڤـن

مثـــال ٢

إذا كانت س هي مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٦ ، فعبّر عن المجموعة بالطرق الآتية : الصفة المميزة (لفظية) – ذكر العناصر – الصفة المميزة (رمزية) . أكمل الجدول الآتي :

الحل

الصفة المميزة (لفظية)	س = مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٦
ذكر العناصر :	س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ }
الصفة المميزة (رمزية) :	س = { ؟ : ؟ ∈ ط ، ؟ عامل من عوامل العدد ٦ }

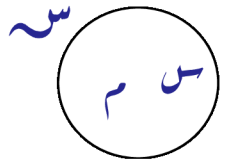


مخطط ڤـن

عبّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر العناصر ومثّلها بمخطط ڤن .

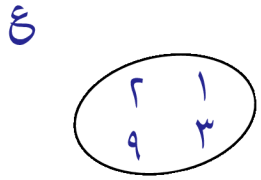
أ س = { س : س حرف من أحرف كلمة سمسم }

س = { س ، م }



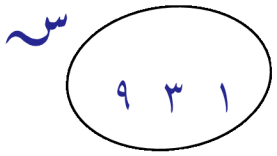
ب ع = مجموعة أرقام العدد ٢٣ ١٢٩

ع = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٩ }



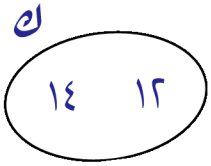
ج س = { س = { ؟ : ؟ ∈ ط ، ؟ عامل من عوامل العدد ٩ }

س = { ١ ، ٣ ، ٩ }



د ك = { س = { ؟ : ؟ ∈ ص ، ؟ عدد زوجي أكبر من ١٠ وأصغر من ١٥ }

= { ١٢ ، ١٤ }



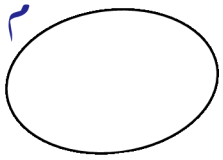
هـ ب = { ب : ب ∈ ط ، ٢٣ < ب ⩽ ٢٩ }

ب = { ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦ ، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ }



و م = مجموعة الأعداد الكليّة الأكبر من ٨ والأصغر من ٩

م = { } أو م = ∅



للحصول على ملف الأسئلة الموضوعية
والمهارات العليا ونماذج التقويمي الأول
والثاني والفاينل
تابعنا في برايم اكاديمي
هنا 👇👇👇



منصة برايم أكاديمي



المجموعة المنتهية : هي المجموعة التي يمكن حصر عدد عناصرها .

المجموعة غير المنتهية : هي المجموعة التي لا يمكن حصر

مثـــــال ٣

حدّد أيّ المجموعات الآتية مجموعة منتهية وأيها مجموعة غير منتهية .

أ س = مجموعة عوامل العدد ٦

ب ك = مجموعة مضاعفات العدد ٦

ج ص = مجموعة الأعداد الصحيحة

الحل

س = { -٦ ، -٣ ، -٢ ، -١ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ } مجموعة منتهية (يمكن حصر عدد عناصرها)

ك = { ٦ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٤ ، ... } مجموعة غير منتهية (لا يمكن حصر عدد عناصرها)

ص = { ... ، -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ... } مجموعة غير منتهية (لا يمكن حصر عدد عناصرها)

أكمل كتابة كلّ من المجموعات الآتية بذكر العناصر، ثمّ حدّد أيّاً منها منتهية وأيّاً منها غير منتهية.

أ ص = { ؟ : ؟ ∈ ط ، ؟ مضاعف من مضاعفات العدد ١٠ }

ص = { ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٧٠ ، ... } ، ص مجموعة غير منتهية

ب س = { ؟ : ؟ ∈ ص ، ؟ عامل من عوامل العدد ٩ }

س = { -٩ ، -٣ ، -١ ، ١ ، ٣ ، ٩ } ، س مجموعة منتهية

ج ن = { ؟ : ؟ ∈ ط ، ؟ عدد يقبل القسمة على ٢ }

ن = { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ... } ، ن مجموعة غير منتهية

أكتب كلًّا من المجموعات الآتية بذكر العناصر ، ثمّ حدّد ما إذا كانت المجموعة منتهية أم غير منتهية .

أ ص = مجموعة الأعداد الصحيحة

ص = { ... ، -٣ ، -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ... } غير منتهية

ب ع = { ن : ن ∈ ط ، ن > ١ }

ع = { ٠ } منتهية

ج ب = { س : س ∈ ص+ ، س < ٥ }

ب = { ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ... } غير منتهية

د س = { ن : ن ∈ ط ، -٣ < ن ≤ ٤ }

س = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } منتهيـــــة



للحصول على ملف الأسئلة الموضوعية
والمهارات العليا ونماذج التقويمي الأول
والثاني والفاينل
تابعنا في برايم اكاديمي
هنا 👈👈👈

بند ١ - ٢ المجموعة الجزئية - تساوي مجموعتين

إذا كانت :

س = { ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٨ }

ص = مجموعة مضاعفات العدد ٦ الأصغر من ٢٠

ع = مجموعة عوامل العدد ١٨ الموجبة الأكبر من ١

فأوجد :

أ ص ، ع بذكر العناصر .

ب هل ص ⊇ س ؟ ولماذا ؟

ج هل ع ⊇ س ؟ ولماذا ؟

الحل :

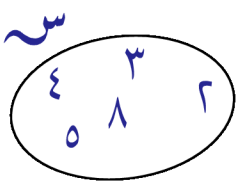
أ ص = { ٦ ، ١٢ ، ١٨ }

ع = { ٢ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٨ }

ب ص ⊇ س : لأنّ كُل عنصر من عناصر ص ينتمي إلى س .

ج ع ⊉ س : لأنّ ٢ ∈ ع ، ٢ ∉ س

من الشكل المقابل ، ضَعِ الرمزَ المناسبَ ⊇ ، ⊉ لتحصل على عبارة صحيحة .



أ { ٤ ، ٨ } ⊇ س

ب { ٣ ، ٧ } ⊉ س

ج { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٨ } ⊇ س

د { ٥٨ } ⊉ س

هـ { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٨ } ⊇ س

و { س : س حلّ المعادلة س + ٢ = ٥ } ⊇ س

ما هو عدد المجموعات الجزئية من المجموعة الخالية؟؟؟؟؟؟

- المجموعة الخالية تحتوي على صفر عناصر .
- عدد المجموعات الجزئية للمجموعة الخالية هو $٢^{٠} - ٢^{٠} = ١$



عبّر عن فهمـــك

يقول راشد :

أ إنّ س مجموعة جزئية (محتواة) في نفسها

- نعم ، جميع عناصر س تنتمي إلى س إذًا س ⊇ س .

ب المجموعة الخالية ∅ مجموعة جزئية (محتواة) من أي مجموعة .

هل توافقه الرأي ؟ فَسّر إجابتك .

- نعم، بما أنّ لا عناصر في المجموعة الخالية إذًا فهي مجموعة جزئية من أي مجموعة.

س = ص عندما يكون لهما العناصر نفسها ، أو بمعنى آخر عندما تكون:
س ⊇ ص و ص ⊇ س .

إذا كانت س = مجموعة أحرف كلمة « علَم » ، ص = مجموعة أحرف كلمة « معلّم »
فأكمِل ما يلي :

أ $س_{\sim}$ = { ع ، ل ، م }

ب $ص_{\sim}$ = { ع ، ل ، م }

ج هل $س_{\sim} \supseteq ص_{\sim}$ ؟ فسّر .

نعم ، جميع العناصر في $س_{\sim}$ تنتمي إلى $ص_{\sim}$.

د هل $ص_{\sim} \supseteq س_{\sim}$ ؟ فسّر .

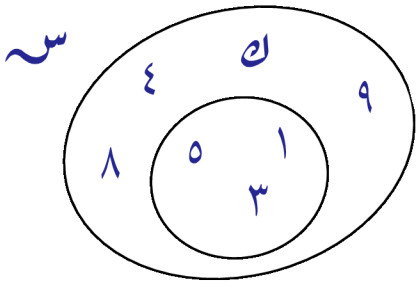
نعم ، جميع العناصر في $ص_{\sim}$ تنتمي إلى $س_{\sim}$.

د ماذا تلاحظ ؟

$س_{\sim} = ص_{\sim}$ لأن $س_{\sim} \supseteq ص_{\sim}$ و $ص_{\sim} \supseteq س_{\sim}$.

مثـــــال ٤

من مخطط ڤن الموضّح أمامك ، أجب عمّا يلي :



أ) هل ك ⊇ س ؟ ولماذا ؟

ب) هل س ⊇ ك ؟ ولماذا ؟

جـ) هل س = ك ؟ ولماذا ؟

الحل

أ) ك ⊇ س : لأنّ كلّ عنصر في ل ينتمي إلى س.

ب) س ⊉ ك لأنّ ٤ ∈ س ولكن ٤ ∉ ك.

جـ) س ≠ ك : لأنّ ل ⊇ س ولكن س ⊉ ك.

---

١ إذا كانت س = { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، ص = مجموعة أرقام العدد ٤٤٣٢

أ) فاكتب ص بذكر العناصر . ص = { ٢ ، ٣ ، ٤ }

ب) هل س = ص ؟ ولماذا ؟ س = ص لأن س ⊇ ص و ص ⊇ س

---

٢ إذا كانت ش = { ١ ، ٢ ، −٢ ، −٣ ، ٠ ، −١ } ، ك = { ؟ : ؟ ∈ ص، −٤ < ؟ < ٤ }

أ) فاكتب ك بطريقة ذكر العناصر . ك = { −٣ ، −٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

ب) هل ك = ش ؟ ولماذا ؟ ك ≠ ش لأن ك ⊉ ش

---

٣ إذا كانت س = {؟ : ؟ ∈ ص+ ، ؟ عدداً فردياً محصوراً بين ١ ، ٩ } ، ص = { ٣ ، ٥ ، ٧ }

أ) فاكتب س بذكر العناصر . س = { ٣ ، ٥ ، ٧ }

ب) هل ١ ∈ س ؟ فسّر إجابتك . كلا، لأن ١ ليس عنصراً من عناصر س.

جـ) أذكر المجموعات الجزئية الأحادية والثنائية من س .

{ ٣ } ، { ٥ } ، { ٧ } ، { ٣ ، ٥ } ، { ٣ ، ٧ } ، { ٥ ، ٧ }

د) هل س = ص ؟ ولماذا ؟

س = ص لأن س ⊇ ص و ص ⊇ س

منصة برايم أكاديمي

٤ إذا كانت س~ = { ؟ : ؟ ∈ ط ، ؟ عدداً أولياً أصغر من ١٠ } ،

ع = { ب : ب ∈ ط ، ب مضاعف من مضاعفات العدد ٣ الأصغر من ١٤ }

أ فاكتب بطريقة ذكر العناصر كلاً من س~ ، ع .

س~ = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ }

ع = { ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ }

ب هل ع ⊇ س~ ؟ ولماذا ؟

ع ⊉ س~ لأن ٦ ∈ ع ، ٦ ∉ س~

جـ هل س~ ⊇ ع ؟ ولماذا ؟

س~ ⊉ ع لأن ٢ ∈ س~ ، ٢ ∉ ع

---

٥ إذا كانت ع = { ٦ ، س + ٣ } ، ص~ = { −٢ ، ٦ } وكانت ع = ص~ ، فأوجد قيمة س~ .

الحلّ :

∵ ع = ص~

∴ س + ٣ = −٢

س = −٢ − ٣

س = −٥

---

٦ إذا كانت ر~ = { ٧ ، ٥ س ، −٣ ، ٣ } ، ع = { ٣ ، هـ + ٢ ، ١٥ ، ٧ } وكانت ر~ = ع .

فأوجد قيمة كلّ من س ، هـ .

الحلّ :

٥ س = ١٥ ⇐ س = ٣

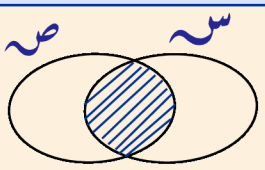
هـ + ٢ = −٣ ⇐ هـ = −٥

منصة برايم أكاديمي

بند ١ - ٣ العمليات على المجموعات (تقاطع – إتحاد)

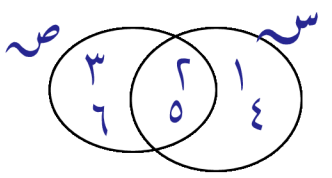
التقاطع بين س ، ص : هو مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س و تنتمي إلى ص ؛ أي : تنتمي إلى (المجموعتين معًا) .



اسم المجموعة	تكتب	تقرأ	المخطط
التقاطع بين س، ص	س ∩ ص	س تقاطع ص	

أوجد بذكر العناصر كلًّا من المجموعات الآتية ، ثمّ ظلِّلْ المنطقة التي تمثّل التقاطع إن أمكن ذلك .

١



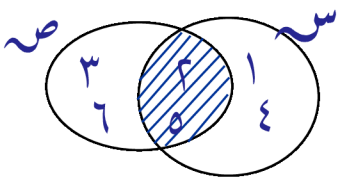
الحلّ :

س = {١، ٢، ٤، ٥}

ص = {٢، ٣، ٥، ٦}

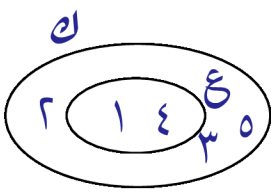
س ∩ ص = {٢، ٥}

ص ∩ س = {٢، ٥}



إذًا س ∩ ص = س ∩ ص

٢

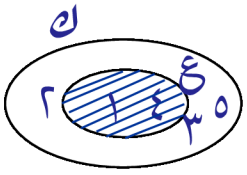


الحلّ :

ع = {١، ٤}

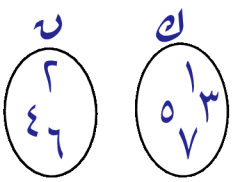
ك = {١، ٢، ٣، ٤، ٥}

ع ∩ ك = {١، ٤}



ع ⊆ ك ، ع ∩ ك = ع

٣



الحلّ :

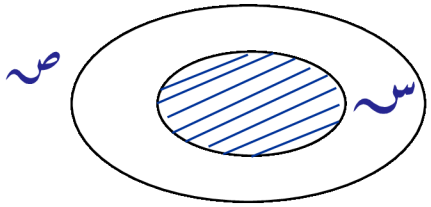
ك = {١، ٣، ٥، ٧}

ن = {٢، ٤، ٦}

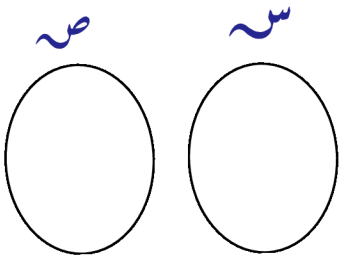
ك ∩ ن = ∅

منصة برايم أكاديمي

الحالات الخاصة لتقاطع مجموعتين :

١ 

س ⊃ ص ⇐ س ∩ ص = ص

٢ 

س ∩ ص = ∅

لتكن س = مجموعة مضاعفات العدد ٣ الأصغر من ١٠ ، ع = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٩}

أ أوجد بذكر العناصر كلًّا من :



س = {٣ ، ٦ ، ٩} ، س ∩ ع = {٣ ، ٩}

ب مثّل كلًّا من س ، ع بمخطط ڤن ، ثمّ ظلِّلْ المنطقة التي تمثل س ∩ ع .

بيّن صحّة العبارة الآتية أو خطأها ؛ مع التفسير :

لأيّ مجموعتين س ، ص ، إذا كانت ؟ ∋ (س ∩ ص) فإنّ ؟ ∋ ص .

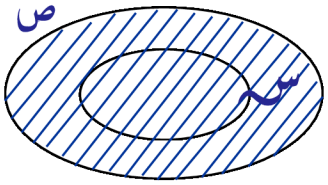
صحيحة ، لأنّ س ∩ ص ⊇ ص

الاتحاد بين س ، ص : هو مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س أو تنتمي إلى ص .

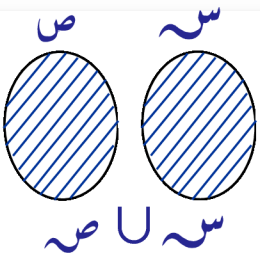


ونعبّر عن الاتحاد بالصورة الرمزية س ∪ ص = {؟ : ؟ ∋ س أو ؟ ∋ ص}

الحالات الخاصة لاتحاد مجموعتين :

١ 

س ⊃ ص ⇐ س ∪ ص = ص

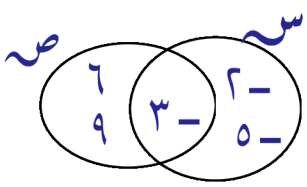
٢ 

س ∪ ص

حيث س ∩ ص = ∅

أوجد بذكر العناصر كلًّا من المجموعات الآتية ، ثمّ ظلِّلْ المنطقة التي تمثّل الاتحاد .

١



الحلّ :

س = { -٢ ، -٣ ، -٥ }

ص = { -٣ ، ٦ ، ٩ }

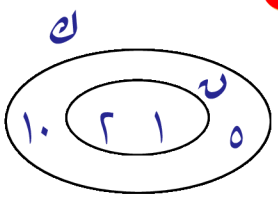
س ∪ ص = { -٥ ، -٣ ، -٢ ، ٦ ، ٩ }

ص ∪ س = { -٥ ، -٣ ، -٢ ، ٦ ، ٩ }



إذاً س ∪ ص = ص ∪ س

٢

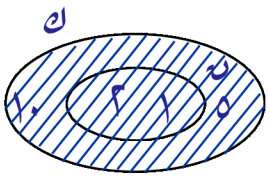


الحلّ :

ن = { ١ ، ٢ }

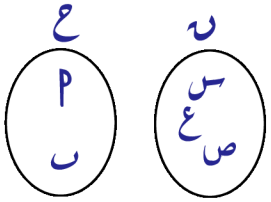
ك = { ١ ، ٢ ، ٥ ، ١٠ }

ن ∪ ك = { ١ ، ٢ ، ٥ ، ١٠ }



ن ⊆ ك ، ن ∪ ك = ك

٣

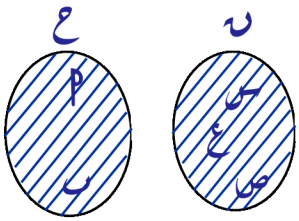


الحلّ :

ن = { س ، ص ، ع }

ع = { أ ، ب }

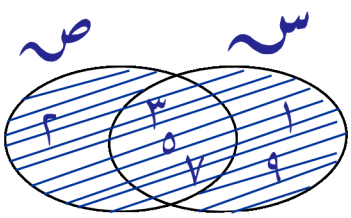
ن ∪ ع = { أ ، ب ، س ، ص ، ع }



إذا كانت س = { أ : أ ∈ ط ، أ عددًا فرديًّا أصغر من ١٠ }

حيث ط هي مجموعة الأعداد الكليّة ، ص = مجموعة الأعداد الأوّلية الأصغر من ١٠ ، فأوجد بذكر العناصر كلًّا من :

س ، ص ، س ∩ ص ، س ∪ ص ، ثمّ مثّل المجموعتيْن بشكل ڤن وظلِّل المنطَقة التي تمثّل الاتحاد .



الحل

أ) س = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ }

ب) ص = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ }

ج) س ∩ ص = { ٣ ، ٥ ، ٧ }

د) س ∪ ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ }

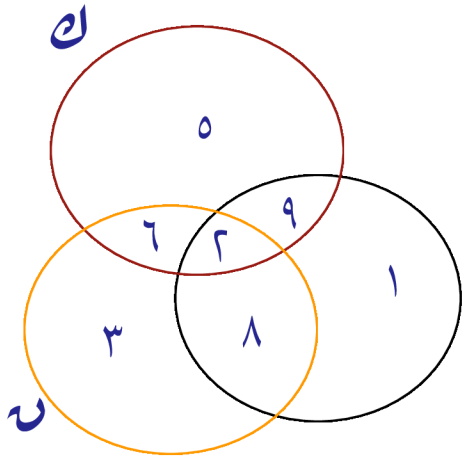
انتبـــه

العدد الأوّلي هو العدد الذي له عاملان موجَبام مختلفان فقط ، هما الواحد والعدد نفسه .

منصة برايم أكاديمي

من مخطط ڤن الذي أمامك ، أوجد بذكر العناصر كلًّا من :

ع ، ب ، ك ، ع ∩ ب ∩ ك ، ع ∪ ب ∪ ك



الحل

ع = {١ ، ٢ ، ٨ ، ٩}

ب = {٢ ، ٣ ، ٦ ، ٨}

ك = {٢ ، ٥ ، ٦ ، ٩}

ع ∩ ب ∩ ك = {٢}

ع ∪ ب ∪ ك = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ٩}

---

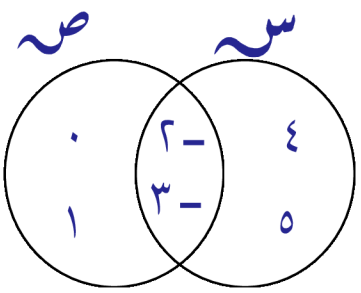
١ باالستعانة بمخطّط ڤن الموضّح أكمل ما يلي ، ثمّ ظلِّل ما يمثّل منطقة التقاطع إن أمكن :

أ س~ = {-٣ ، -٢ ، ٤ ، ٥}

ص~ = {-٣ ، -٢ ، ٠ ، ١}

س~ ∩ ص~ = {-٣ ، -٢}

س~ ∪ ص~ = {-٣ ، -٢ ، ٠ ، ١ ، ٤ ، ٥}

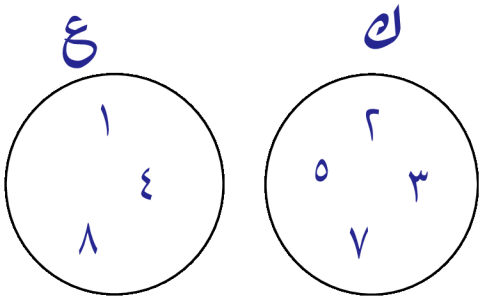


ب ك = {٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧}

ع = {١ ، ٤ ، ٨}

ك ∩ ع = ∅

ك ∪ ع = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٨}

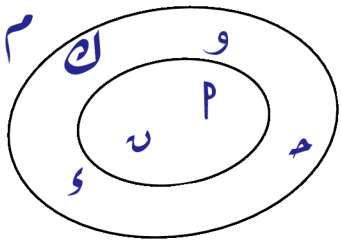


ج م = {و ، حـ ، ى ، أ ، ب}

ك = {أ ، ب}

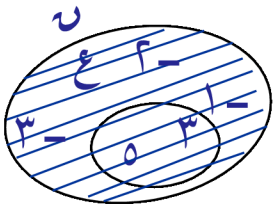
م ∩ ك = {أ ، ب} = ك

م ∪ ك = {و ، حـ ، ى ، أ ، ب} = م



منصة برايم أكاديمي

٢ إذا كانت ع = { أ : أ ∈ ط ، أ عاملاً أوليًّا من عوامل العدد ١٥ } ،
ب = { ٥ ، ٣ ، −١ ، −٢ ، −٣ } فأوجد بذكر العناصر كلًّا من :
ع ، ع ∩ ب ، ع ∪ ب ، ومثِّل كلًّا من ع ، ن بمخطط ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ع ∪ ب ·



الحل

ع = { ٣ ، ٥ }

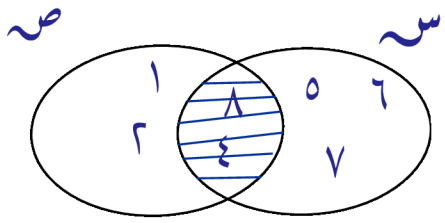
ع ∩ ب = { ٣ ، ٥ }

ع ∪ ب = { ٥ ، ٣ ، −١ ، −٢ ، −٣ }

---

٣ إذا كانت س = { س : س ∈ ط ، ٤ ≤ س < ٩ } ، ص = { ص : ص ∈ ص ، ص عاملًا موجبًا من عوامل العدد ٨ } ، فأوجد بذكر العناصر كلًّا من : س ، ص ، س ∪ ص ، س ∩ ص ، ومثِّل كلًّا من س ، ص بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل س′ ∩ ص′ ·

الحل



س′ = { ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ }

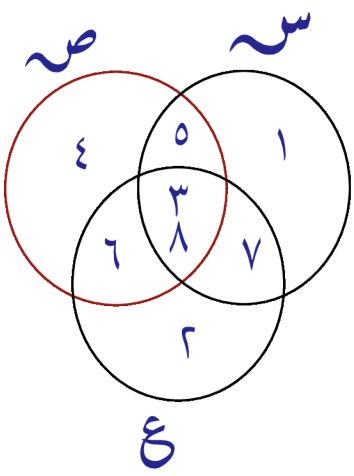
ص′ = { ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ }

س′ ∪ ص′ = { ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ }

س′ ∩ ص′ = { ٤ ، ٨ }

---

٤ من خلال مخطط ڤن الذي أمامك ، أكمِل ما يلي :



الحل

س′ = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٨ }

ص′ = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٨ }

ع = { ٢ ، ٣ ، ٦ ، ٧ ، ٨ }

س′ ∩ ص′ ∩ ع = { ٣ ، ٨ }

س′ ∪ ص′ ∪ ع = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ }

بند ١ - ٤ مجموعة الفرق

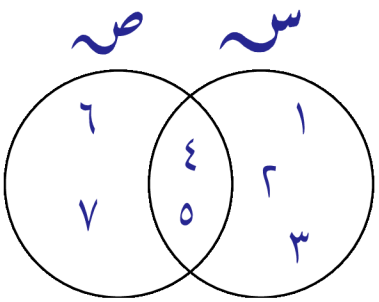
س - ص = مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س ولا تنتمي إلى ص .

من شكل ڤن المقابل ، أوجِد بذكر العناصر كلًا ممّا يلي :

أ) س - ص

ب) ص - س

ج) ماذا تلاحظ ؟



الحل

أ) س - ص = {١ ، ٢ ، ٣}

ب) ص - س = {٦ ، ٧}

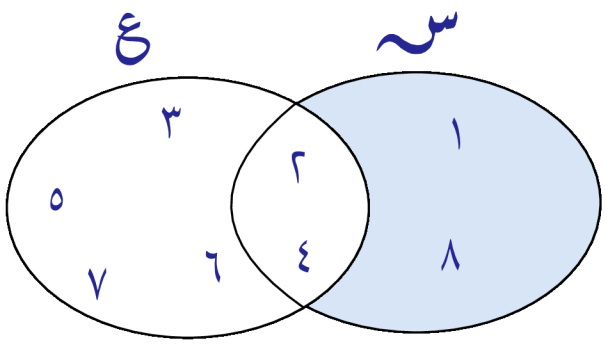
ج) نلاحظ أنّ س - ص ≠ ص - س

إذا كانت س = {أ : أ ∈ ص ، أ عاملًا من العوامل الموجَبة للعدد ٨} ،

ع = {ب : ب ∈ ص ، ١ < ب ≤ ٧}، حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة .

فأوجد بذكر العناصر كلًا ممّا يلي : س ، ع ، س - ع ، ع - س . ثمّ مثّل كلًا من س ، ع بشكل ڤن ، وظلِّل المنطقة التي تمثّل س - ع .

الحل



س = {١ ، ٢ ، ٤ ، ٨}

ع = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧}

س - ع = {١ ، ٨}

ع - س = {٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧}

منصة برايم أكاديمي

إذا كانت س~ = {٠، ٢، ٤، ٦}، ع = {ب : ب ∈ ص، -١ ≤ ب ≤ ٤}

، حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة .

١ فأوجد بذكر العناصر كلًا ممّا يلي :

الحل

ع = {-١، ٠، ١، ٢، ٣، ٤}

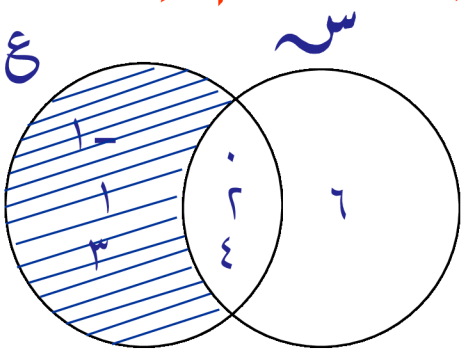
س~ - ع = {٦}

ع - س~ = {-١، ١، ٣}

---

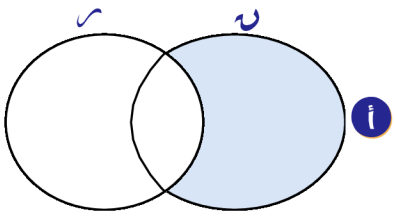
٢ مثّل كلًا من س ، ع بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ع - س .

الحل



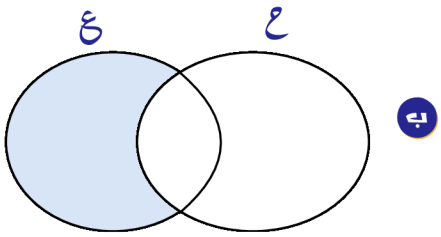
اكتب ما يمثله الجزء المظلل في كل من الأشكال الآتية:

أ



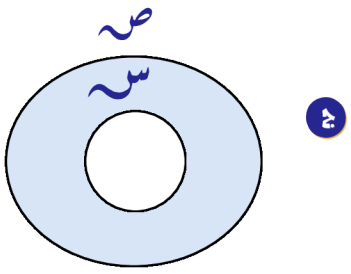
ب ~ ر

ب



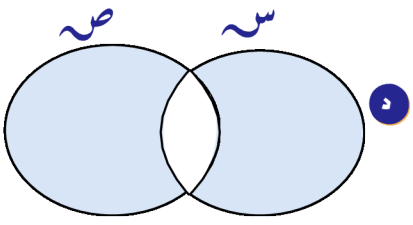
ع - ح

جـ



ص~ - س~

د

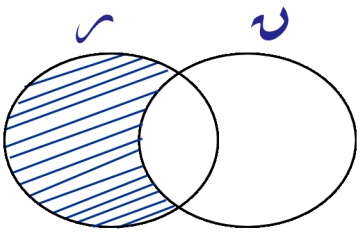


(س~ - ص~) ∪ (ص~ - س~)

منصة برايم أكاديمي

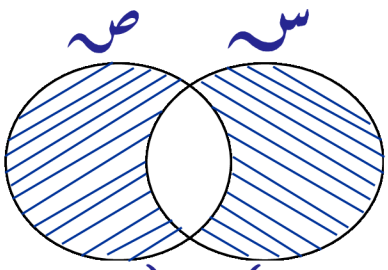
١ ظَلِّلِ المنطقة التي تمثِّل كلًّا ممّا يلي في الأشكال الآتية :

أ



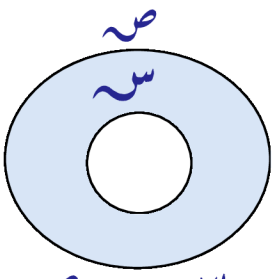
ر – ن

ب



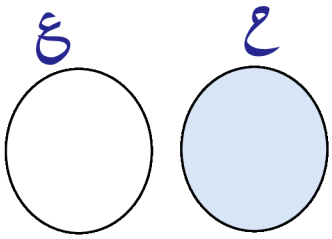
(س~ – ص~) ∪ (ص~ – س~)

جـ



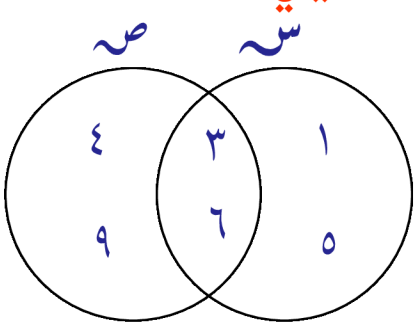
س~ – ص~

د



ع – ع

٢ من شكل ڤن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



الحل

س~ = {١، ٣، ٥، ٦}

ص~ = {٣، ٤، ٦، ٩}

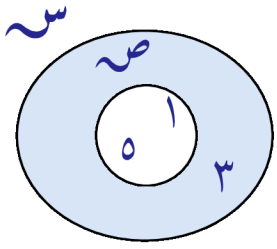
س~ – ص~ = {١، ٥}

ص~ – س~ = {٤، ٩}

٣ إذا كانت س = {١، ٣، ٥} ، ص = {١، ٥} فأوجد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي:

س – ص ، ص – س ، ثمّ مثّل كلًّا من س ، ص بشكل ڤن ، وظلِّل المنطقة التي تمثّل س – ص .

الحل



س~ – ص~ = {٣}

ص~ – س~ = ∅

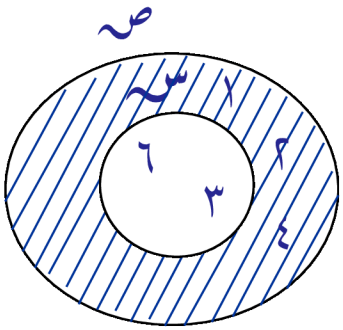
منصة برايم أكاديمي

٣ إذا كانت س = مجموعة مضاعفات العدد ٣ الأصغر من ٩ ،
ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ } فأوجد بذكر العناصر كلًا ممّا يلي :

الحل

أ س ~ = { ٦ ، ٣ }
ب س ~ - ص ~ = ∅
ج ص ~ - س ~ = { ٤ ، ٢ ، ١ }

مثّل كلًا من س ، ص بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ص - س .



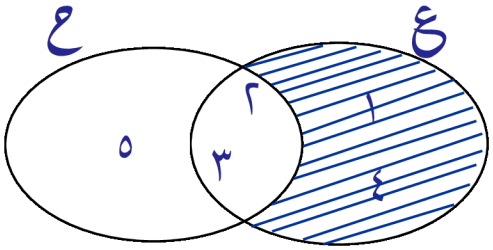
---

٤ إذا كانت ع = { أ : أ ∈ صـ ، ١ ≤ أ < ٥ } ، حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة ، ع = { ب : ب ∈ ط ، ب عامل من العوامل الأوّلية للعدد ٣٠ } ، فأوجد بذكر العناصر كلًا ممّا يلي :

الحل

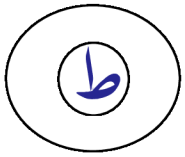
أ ع = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }
ب ع = { ٢ ، ٣ ، ٥ }
ج ع - ع = { ١ ، ٤ }

مثّل كلًا من ع ، ح بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ع - ح .



---

٥ لتكن ط مجموعة الأعداد الكليّة ، ص مجموعة الأعداد الصحيحة .



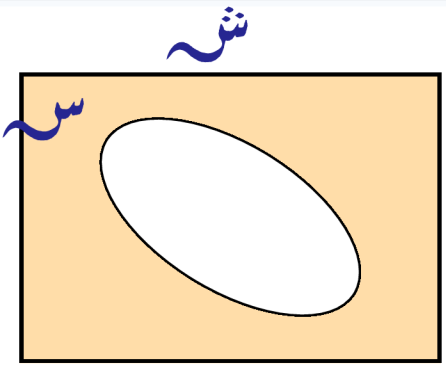
(أ) أوجد صـ - ط = صـ
(ب) مثِّل المجموعتيْن بشكل ڤن .

بند ١ – ٥ المجموعة الشاملة – المجموعة المتمّمة

المجموعة الشاملة يرمز لها بالرمز ش

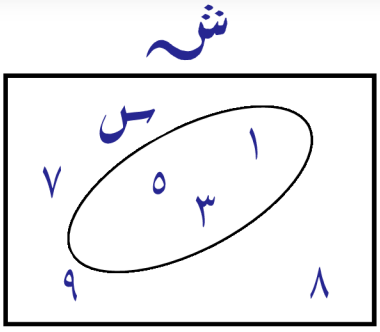
مجموعة العناصر التي تنتمي إلى ش ولا تنتمي إلى س هي ش – س وتُسمَّى مجموعة متمّمة س ويُرمَز إليها بالرمز : $س'$ أو $\overline{س}$ وتُظلّل كما في شكل ڤن المقابل .

أي أنّ $س' = ش - س$



١ من الشكل المقابل :

أكتب بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



الحل

$ش = \{١، ٣، ٥، ٧، ٨، ٩\}$

$س = \{١، ٣، ٥\}$

$ش - س = \{٧، ٨، ٩\}$

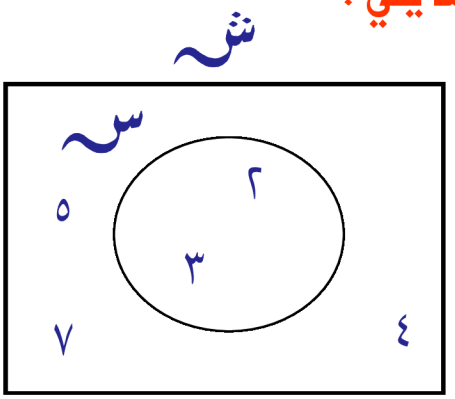
---

٢ أكمل :

٨ أو ٩ أو ٧ $\in$ (ش – س) ، ١ أو ٣ أو ٥ $\notin$ (ش – س)

---

٣ من شكل ڤن المقابل ، أكتب بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



$ش = \{٢، ٣، ٤، ٥، ٧\}$

$س = \{٢، ٣\}$

$س' = ش - س = \{٤، ٥، ٧\}$

$س \cap س' = \varnothing$

$س \cup س' = ش = \{٢، ٣، ٤، ٥، ٧\}$

$(س')' = ش - س' = س = \{٢، ٣\}$

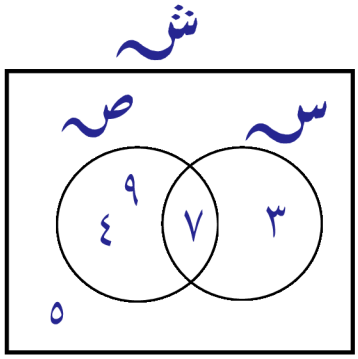
منصة برايم أكاديمي

$س \cap \overline{س} = \varnothing$	$س \cup \overline{س} = ش$
$\overline{س} = ش - س$	$\overline{\overline{س}} = س$
$س \cup ش = ش$	$س \cap ش = س$
$ش \cup \overline{س} = ش$	$س \cap \overline{س} = \overline{س}$
$\overline{ش} = \varnothing$	$\overline{\varnothing} = ش$

قوانين دي مورغان :

- $\overline{س \cup ص} = \overline{س} \cap \overline{ص}$
- $\overline{س \cap ص} = \overline{س} \cup \overline{ص}$

من شكل ڤن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلًا ممّا يلي :



$ش = \{٣، ٤، ٥، ٧، ٩\}$

$س = \{٣، ٧\}$

$ص = \{٤، ٧، ٩\}$

$\overline{س} = \{٤، ٥، ٩\}$

$\overline{ص} = \{٣، ٥\}$

$\overline{س} \cap \overline{ص} = \{٥\}$

$\overline{س \cup ص} = \{٣، ٤، ٧، ٩\}$

$\overline{س} \cup \overline{ص} = \{٥\}$

ماذا تلاحظ ؟ $\overline{س} \cap \overline{ص} = \overline{س \cup ص}$

$\overline{س} \cup \overline{ص} = \{٣، ٤، ٥، ٩\}$

$\overline{س \cap ص} = \{٧\}$

$\overline{س \cap ص} = \{٣، ٤، ٥، ٩\}$

ماذا تلاحظ ؟ $\overline{س} \cup \overline{ص} = \overline{س \cap ص}$

إذا كانت المجموعة الشاملة ش = {١، ٢، ٣، ٤، ٥}،

س = {أ : أ ∈ ط ، أ ≥ ٢ ، أ < ٤}،

ص = {ب : ب ∈ ط ، ب عامل من عوامل العدد ٤}

فأوجد بذكر العناصر كلًا ممّا يلي :

س، ص، س̄، ص̄، (س ∩ ص)، (س ∪ ص)، (س ∩ ص)

مثِّل كلًا من ش، س، ص بشكل ڤن .

الحل

س = {٢، ٣}

ص = {١، ٢، ٤}

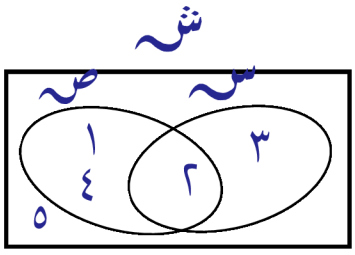
س̄ = {١، ٤، ٥}

ص̄ = {٣، ٥}

(س ∩ ص) = س̄ ∪ ص̄ = {١، ٤، ٥} ∪ {٣، ٥} = {١، ٣، ٤، ٥}

(س ∪ ص) = س̄ ∩ ص̄ = {٥}

(س ∩ ص) = س ∩ ص = {٢}

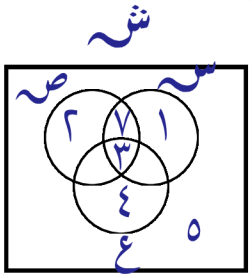


من شكل فَن التالي ، أوجِد كلًّا من :

ش، س، ص̄، س - ع ،

ثُمَّ ظَلِّلِ المنطقة التي تمثِّل (ص - ع) .

الحل

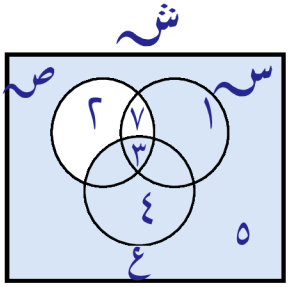


ش = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧}

س = {١، ٣، ٦، ٧}

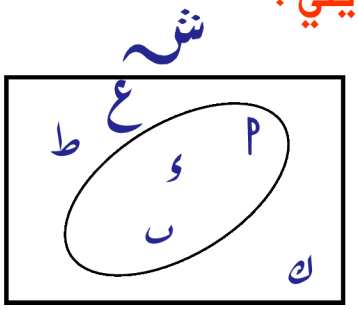
ص̄ = {١، ٤، ٥، ٦}

س - ع = {١، ٦، ٧}



ص - ع

١ من شكل ڤن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلًّا مما يلي :



الحل

ش = {أ، ب، د، ط، ك}

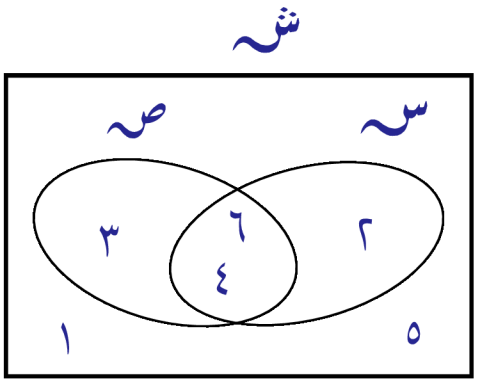
ع = {أ، ب، د}

$\overline{ع}$ = {ك، ط}

$\overline{\overline{ع}}$ = {أ، ب، د}

---

٢ من شكل ڤن المقابل ، أوجد بذكر العناصر كلًّا مما يلي :



الحل

ش = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

س = {٢، ٤، ٦}

ص = {٣، ٤، ٦}

$\overline{س}$ = {١، ٣، ٥}

$\overline{ص}$ = {١، ٢، ٥}

$(\overline{س \cap ص})$ = {١، ٢، ٣، ٥}

$(\overline{س \cup ص})$ = {١، ٥}

---

٣ إذا كانت المجموعة الشاملة ش = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} ،

م = مجموعة الأعداد الفردية الأكبر من ١ والأصغر من ٧ ،

ك = س = {أ : أ ∋ ط ، عدد زوجي ، ١ ≤ أ ≤ ٨}

أ أوجد بذكر العناصر كلًّا مما يلي : م ، ك ، $\overline{ك}$ ، $(\overline{م \cap ك})$ ، $(\overline{م - ك})$

الحل

م = {٣، ٥}

ك = {٢، ٤، ٦، ٨}

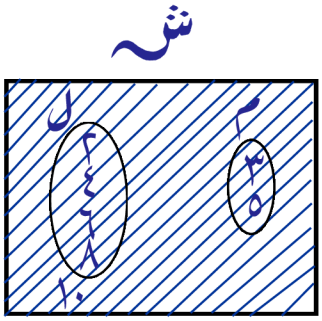
$\overline{م}$ = {٢، ٤، ٦، ٨، ١٠}

$\overline{ك}$ = {٣، ٥، ١٠}

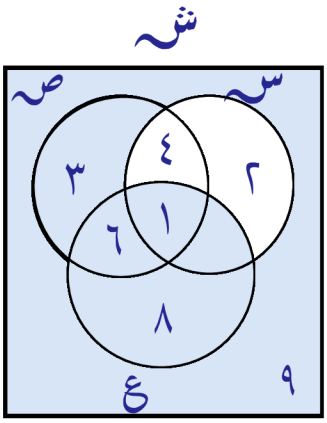
$\overline{م \cap ك}$ = {٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٨، ١٠}

م - ك = {٢، ٤، ٦، ٨، ١٠}

مثّل كلًّا من ش ، م ، ك بشكل ڤن ، ثمّ ظلّل المنطقة التي تمثّل $(\overline{م \cap ك})$



٤ من شكل ڤن المقابل ، أكمل بذكر العناصر كلًّا مما يلي :



أ ش = {١، ٢، ٣، ٤، ٦، ٨، ٩}

ب ص = {١، ٣، ٤، ٦}

ج $س'$ = {٣، ٦، ٨، ٩}

د $ص - ع'$ = {٣، ٤}

هـ (س ∩ ص)' = {٢، ٣، ٦، ٨، ٩}

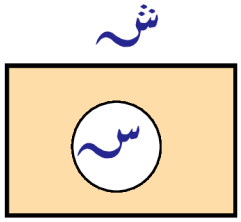
ثمّ ظلّل المنطقة التي تمثّل $(س - ع')$.



للحصول على ملف الأسئلة الموضوعية والمهارات العليا ونماذج التقويمي الأول والثاني والفاينل تابعنا في برايم اكاديمي هنا 👈👈👈

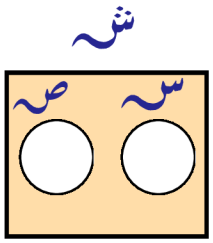
ظلّل المنطقة التي تمثّل كلًّا مما يلي في الأشكال الآتية :

أ



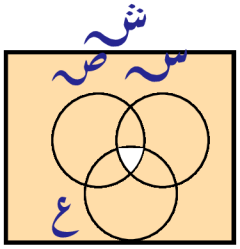
$س'$

ب



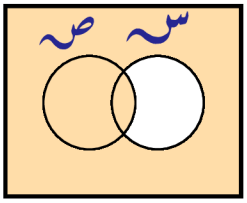
$(س \cup ص)'$

ج



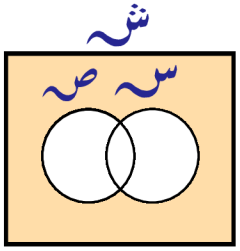
$(س \cup ص \cup ع)'$

د



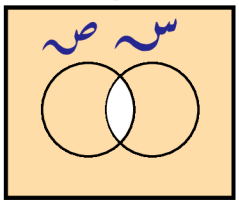
$(س - ص)'$

هـ



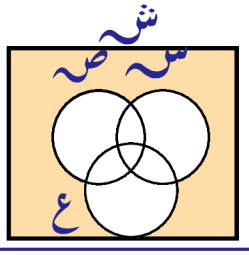
$(س \cup ص)'$

و



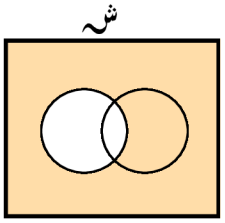
$(س \cap ص)'$

ز



$(س \cup ص \cup ع)'$

ح



$(ص - س)'$

بند ١ - ٦ الحاصـــل الديكارتي

الحاصل الديكارتي (أو حاصل الضرب الديكارتي) س × ص :

هو مجموعة كل الأزواج المرتبة (أ ، ب) حيث المسقط الأول أ ∈ س ، والمسقط الثاني ب ∈ ص .

أي أنّ : س × ص = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص }

وعدد عناصر س × ص = عدد عناصر س × عدد عناصر ص

إذا كانت س = { ١ ، ٢ } ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ } :

أ أوجد عدد عناصر س × ص

ب اكتب س × ص بذكر العناصر .

ج مثّل س × ص بمخطط سهمي وبمخطط بياني .

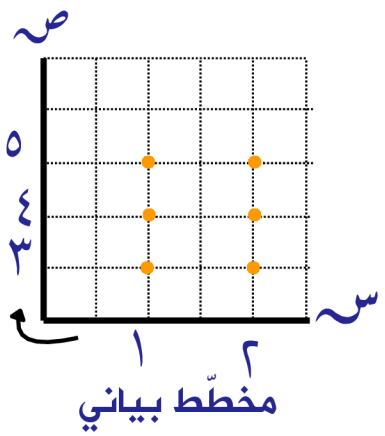
د اكتب ص × س بذكر العناصر .

الحل

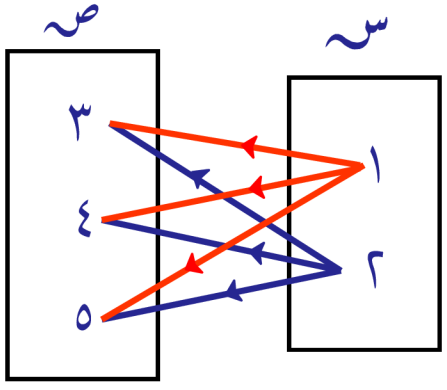
أ عدد عناصر س × ص = ٢ × ٣ = ٦ عناصر

ب س × ص = { (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) }

ج



مخطّط بياني



مخطّط سهمي

د ص × س = { (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) }

مثـــــال ١

إذا كانت س = { ١ ، ٢ } ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ } :

أ أوجد عدد عناصر س × ص .

ب اكتب س × ص بذكر العناصر .

ج مثّل س × ص بمخطط سهمي وبمخطط بياني .

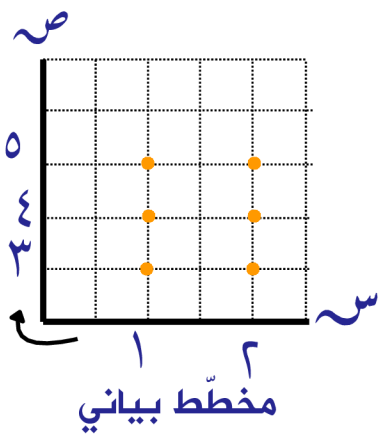
د اكتب ص × س بذكر العناصر .

الحل

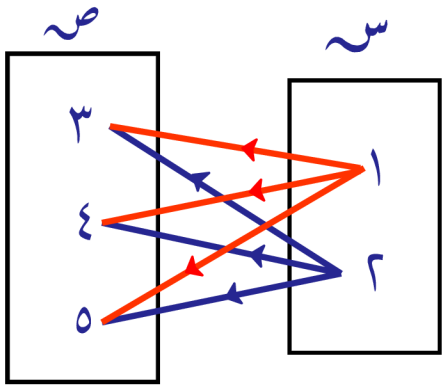
أ عدد عناصر س × ص = ٢ × ٣ = ٦ عناصر

ب س × ص = { (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) }

ج



مخطّط بياني



مخطّط سهمي

د ص × س = { (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) }

١ هل (٣ ، ١) ∈ س × ص ؟

كلا ، (١ ، ٣) ∈ س × ص .

٢ هل س × ص = ص × س ؟

كلا ، فحاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين ليس إبداليًّا ، (أ ، ب) ≠ (ب ، أ) .

٣ هل عدد عناصر س × ص = عدد عناصر ص × س ؟ فسّر إجابتك .

نعم ، لأن ٢ × ٣ = ٣ × ٢ (عملية الضرب إبدالية) .

مثـــــال ٢

إذا كانت س~ = { ٢ ، ٣ ، ٤ } .

أ أوجد عدد عناصر س~ × س~ .

ب اكتب س~ × س~ بذكر العناصر .

ج اكتب س~ × س~ بذكر الصفة المميّزة .

د مثّل س~ × س~ بمخطط بياني وآخر سهمي .

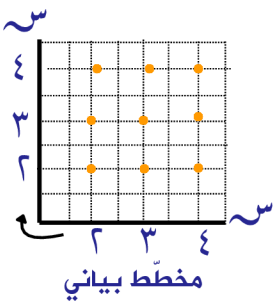
الحل

أ عدد عناصر س~ × س~ = ٣ × ٣ = ٩ عناصر

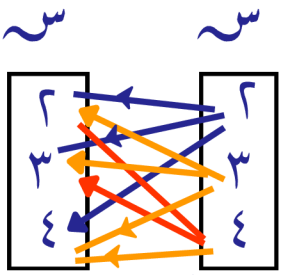
ب س~ × س~ = { (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٤) }

ج الصفة المميّزة س~ × س~ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س~ }

د



مخطّط بياني



مخطّط سهمي

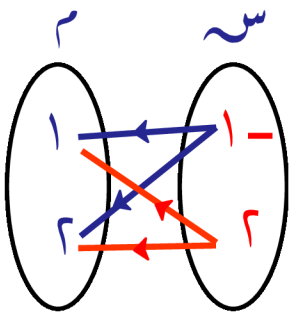
إذا كانت س = { −١ ، ٢ } ، م = { ب : ب ∈ ص ، ٠ < ب ⩽ ٢ } حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة ، فأكمل ما يلي :

أ م = { ١ ، ٢ }

ب س~ × م = { (−١ ، ١) ، (−١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) }

ج المخطط السهمي س × م

د (−١ ، ٠) ∉ س × م (تختلف الإجابات)



إذا كانت س~ × ص~ = { (أ ، ٣) ، (أ ، ٤) ، (ب ، ٣) ، (ب ، ٤) } ،

فأوجد س ، ص بذكر العناصر .

الحل

س~ = { أ ، ب }

ص~ = { ٣ ، ٤ }

منصة برايم أكاديمي

١ إذا كانت س = { ٣ ، ٦ ، ٩ } ، ص = { ٤ ، ٦ } ، فاكتب كلًا من س × ص ، ص × س ، ص × ص بذكر العناصر .

س × ص = { (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٦) ، (٦ ، ٤) ، (٦ ، ٦) ، (٩ ، ٤) ، (٩ ، ٦) }

ص × س = { (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٦) ، (٤ ، ٩) ، (٦ ، ٣) ، (٦ ، ٦) ، (٦ ، ٩) }

ص × ص = { (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٦) ، (٦ ، ٤) ، (٦ ، ٦) }

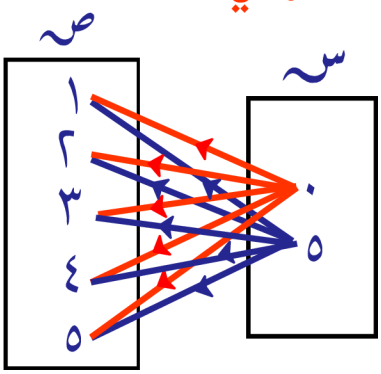
---

٢ إذا كانت س × ص = { (٠ ، ١) ، (٠ ، ٢) ، (٠ ، ٣) ، (٠ ، ٤) ، (٠ ، ٥) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥) ، (٥ ، ٥) } .

أ اكتب كلًا من س ، ص بذكر العناصر .

س = { ٠ ، ٥ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

ب مثّل س × ص بمخطط سهمي .



٣ إذا كانت س = { أ : أ ∈ ط ، أ عددًا أوّليًّا أصغر من ٧ } ، حيث ط مجموعة الأعداد الكليّة ،

ك = { ب : ب ∈ ص ، −٢ < ب ≤ ١ } حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة .

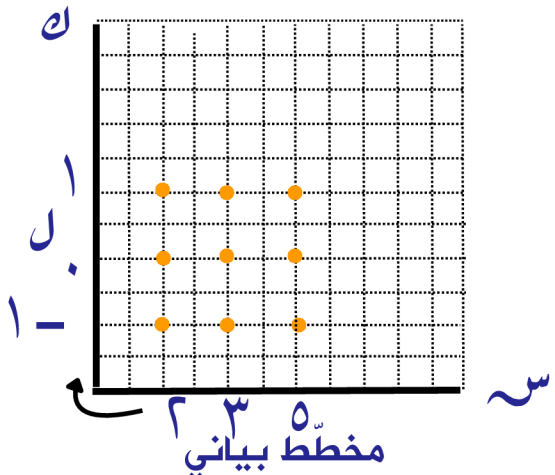
أ اكتب كلًّا من س، ك بذكر العناصر . س = { ٢ ، ٣ ، ٥ } ، ل = { −١ ، ٠ ، ١ }

ب اكتب س × ك بذكر العناصر ، واذكر عدد عناصرها .

س × ك = { (٢ ، −١) ، (٢ ، ٠) ، (٢ ، ١) ، (٣ ، −١) ، (٣ ، ٠) ، (٣ ، ١) ، (٥ ، −١) ، (٥ ، ٠) ، (٥ ، ١) }

عدد العناصر = ٩

ج مثّل س × ل بمخطط بياني .



مخطّط بياني

---

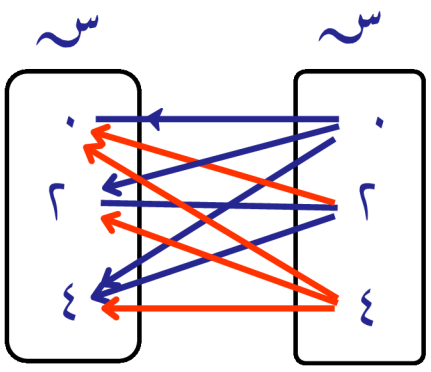
٤ إذا كانت س = { ب : ب ∈ ط ، ب عددًا زوجيًّا أصغر من ٦ }

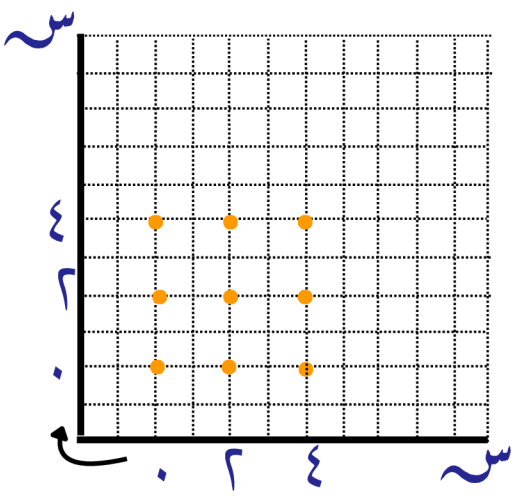
أ أوجد س بذكر العناصر . س = { ٠ ، ٢ ، ٤ }

ب اكتب س × س بذكر العناصر .

س × س = { (٠ ، ٠) ، (٠ ، ٢) ، (٠ ، ٤) ، (٢ ، ٠) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٤ ، ٠) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٤) }

ج مثّل س × س بمخطط سهمي وآخر بياني .





مخطّط بياني

بند ١ - ٧ مفهـــوم العلاقة

لتكن س ، ص مجموعتين غير خاليتين تكون « ع » علاقة من س إلى ص عندما تكون « ع » مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتي س × ص ونعبّر عن ذلك ع ⊆ س × ص .

مثـــــال ١

إذا كانت س = { ٣ ، ٥ } ، ص = مجموعة أرقام العدد ٢٢٣٤٤

أ اكتب ص بذكر العناصر .

ب اكتب حاصل الضرب الديكارتي س × ص .

ج أيّ مما يلي يمثل علاقة من س إلى ص ، مع ذكر السبب :

ع١ = { (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٢) }

ع٢ = { (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ٥) }

ع٣ = { (٣ ، ٢) ، (٥ ، ٤) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٢) }

ع٤ = { (٣ ، ٣) }

الحل

ص = { ٢ ، ٣ ، ٤ }

س × ص = { (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٤) }

ع١ تمثل علاقة من س إلى ص لأن ع١ ⊆ س × ص

ع٢ لا تمثل علاقة من س إلى ص لأن (٤ ، ٥) ∋ ع٢

ولكن (٤ ، ٥) ∌ س × ص (اذكر سبباً آخر)

ع٣ تمثل علاقة من س إلى ص لأن ع٣ ⊆ س × ص

ع٤ تمثل علاقة من س إلى ص لأن ع٤ ⊆ س × ص

عبّر عن فهمـــك

من مثال (١) إذا كانت ع = { (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٧) ، (٥ ، ٢) } ،

فهل ع تمثّل علاقة من س إلى ص ؟ فسّر إجابتك .

الحل

ع لا تمثّل علاقة من س إلى ص لأنّ (٣ ، ٧) ∋ ع ولكن (٣ ، ٧) ∌ س × ص .

منصة برايم أكاديمي

فيما يلي مجموعة من العلاقات المعرّفة على س = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

اكتب كلّ علاقة بذكر عناصرها :

ع١ علاقة « ضعف » من س إلى س .

ع٢ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = ٨ }

ع٣ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، ب = أ }

ع٤ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ = ب + ١ }

مثّل ع١ بمخطط سهمي و ع٢ بمخطط بياني .

الحل

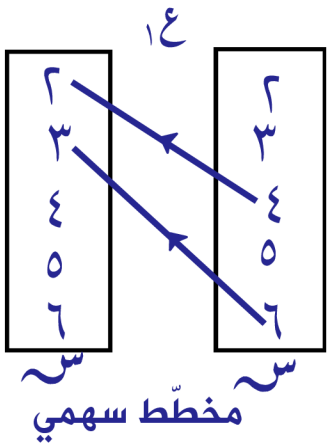
أ حيث إنّ ٤ ضعف العدد ٢ ، ٦ ضعف العدد ٣

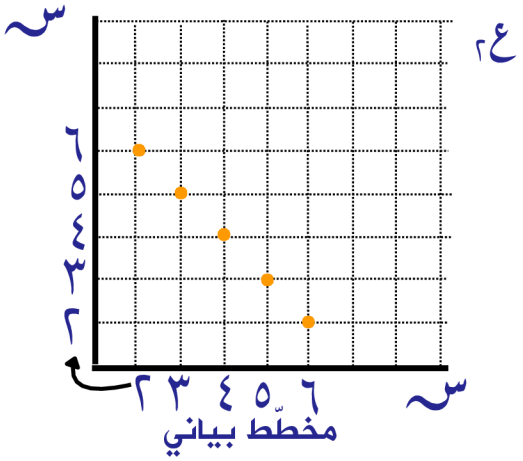
فإن : ع١ = { (٤ ، ٢) ، (٦ ، ٣) }

ب ع٢ = { (٢ ، ٦) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٤) ، (٥ ، ٣) ، (٦ ، ٢) }

ج ع٣ = { (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٥ ، ٥) ، (٦ ، ٦) }

د ع٤ = { (٤ ، ٢) }





إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، ٥ } ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٨ ، ٩ ، ١٥ }

أولاً : $ع_{١}$ علاقة من س إلى ص

حيث $ع_{١}$ = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، أ = $\frac{١}{٣}$ ب }.

أ اكتب $ع_{١}$ بذكر العناصر .

ب مَثِّل $ع_{١}$ بمخطط بياني .

ثانياً : $ع_{٢}$ ، $ع_{٣}$ علاقات من ص إلى س

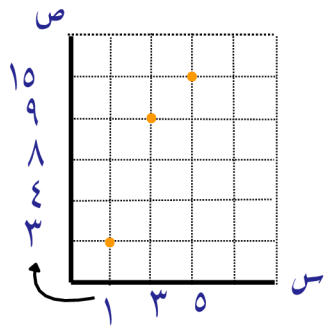
ج اكتب العلاقة $ع_{٢}$ المبينة في المخطط البياني المقابل : بذكر العناصر ، والصفة المميزة .

د اكتب بذكر العناصر $ع_{٣}$ = { (أ ، ب) : أ ∈ ص ، ب ∈ س ، أ ≥ ب }

الحل

أولاً :

أ $ع_{١}$ = { (١ ، ٣) ، (٣ ، ٩) ، (٥ ، ١٥) }



ثانياً :

ج $ع_{٢}$ = { (٣ ، ١) ، (٩ ، ٣) ، (١٥ ، ٥) }

$ع_{٢}$ = { (أ ، ب) : أ ∈ ص ، ب ∈ س ، أ = ٣ ب }

د $ع_{٣}$ = { (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥) }

منصة برايم أكاديمي

١ إذا كانت س = { أ ، ب ، ج } ، ص = { ٤ ، ٥ ، ٨ } ، فأي المجموعات الآتية تمثل علاقة من س إلى ص ؟ وأيها تمثل علاقة من ص إلى س مع ذكر السبب .

أ هـ = { (أ ، ٥) ، (أ ، ٤) ، (أ ، ٨) ، (ب ، ٤) }

هـ تمثل علاقة من س إلى ص لأن هـ ⊆ س × ص

ب د = { (أ ، ٨) ، (أ ، ٥) ، (حـ ، ٨) }

تمثل علاقة من س إلى ص لأن د ⊆ س × ص

و = { (٤ ، أ) ، (٤ ، حـ) ، (٥ ، ب) ، (٨ ، أ) }

ج تمثل علاقة من ص إلى س لأن ق ⊆ ص × س

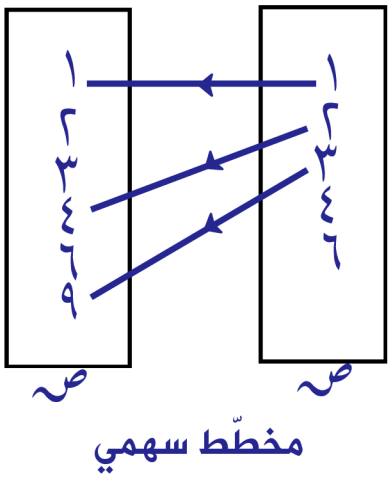
---

٢ لتكن ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٩ } ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ ص ، أ^{٢} = ب }

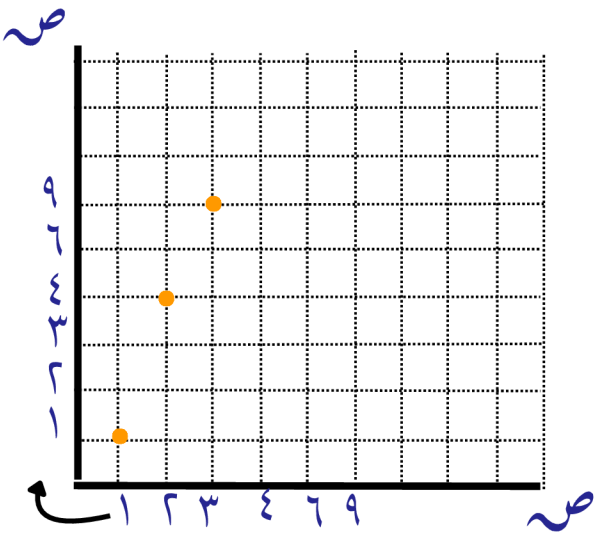
أ اكتب ع علاقة من ص إلى ص بذكر العناصر ، حيث

ع = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٩) }

مثل ع بمخطط سهمي وبياني



مخطّط سهمي



مخطّط بياني

٣ فيما يلي مجموعة من العلاقات المعرّفة من س إلى ص ، حيث س = {٣ ، ٦ ، ٩} ،
ص = {٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥}. اكتب كلّ علاقة بذكر عناصرها .

أ هـ = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، أ < ب}
هـ = {(٦ ، ٣) ، (٩ ، ٣) ، (٩ ، ٦)}

ب ل = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = أ}
ل = {(٣ ، ٣) ، (٦ ، ٦) ، (٩ ، ٩)}

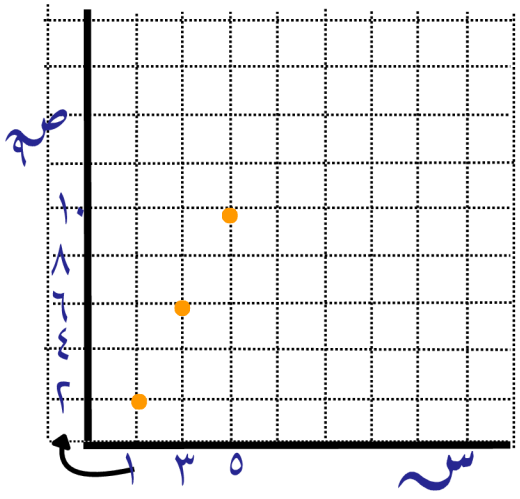
ج ع = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = أ + ٦}
ع = {(٣ ، ٩) ، (٦ ، ١٢) ، (٩ ، ١٥)}

---

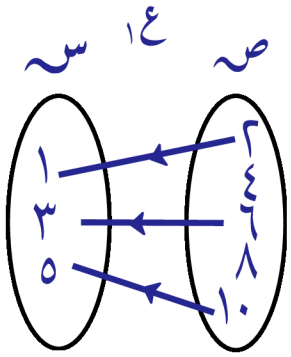
٤ إذا كانت س = {١ ، ٣ ، ٥} ، ص = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} ، ع = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، أ = $\frac{١}{٢}$ ب}.

أ اكتب ع بذكر العناصر
ع = {(١ ، ٢) ، (٣ ، ٦) ، (٥ ، ١٠)}

ب مثّل ع بمخطط بياني .



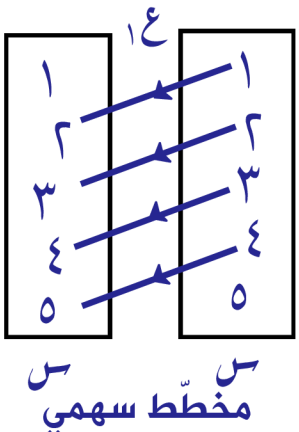
ج اكتب العلاقة ع١ المبينة في المخطط السهمي الآتي بذكر العناصر والصفة المميّزة .



ع١ = {(١ ، ٢) ، (٣ ، ٦) ، (٥ ، ١٠)}
ع١ = {(أ ، ب) : أ ∈ ص ، ب ∈ س ، أ = ٢ ب}

د هل ع = ع١ ؟
كلا

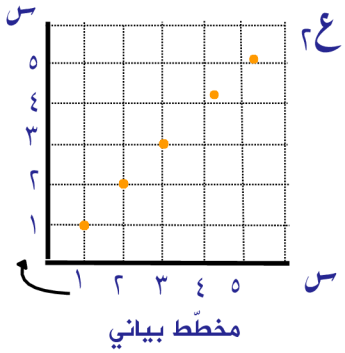
٥ أكتب العلاقة ع١ ، ع٢ على س التي يمثلهما كلّ من المخططين السهمي والبياني الآتيين ، بذكر العناصر ثمّ بذكر الصفة المميّزة .



الحل:

ع١ = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٥) }

ع١ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، ب = أ + ١ }



الحل:

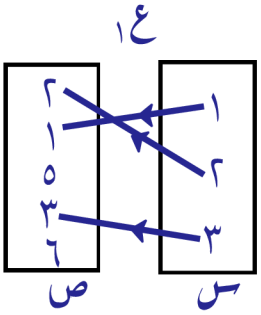
ع٢ = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٥ ، ٥) }

ع٢ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ = ب }

---

٦ أكتب العلاقات ع١ ، ع٢ ، ع٣ على المجموعات الممثّلة بالمخططات الآتية ، بذكر العناصر ثمّ بذكر الصفة المميّزة .

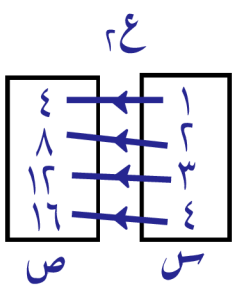
أ



ع١ = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) }

ع١ = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، أ = ب }

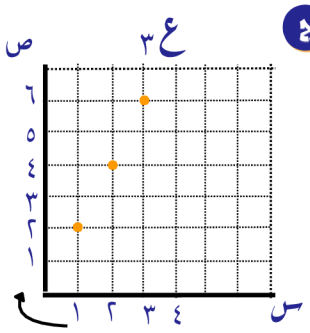
ب



ع٢ = { (١ ، ٤) ، (٢ ، ٨) ، (٣ ، ١٢) ، (٤ ، ١٦) }

ع٢ = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = ٤ أ }

ج



ع٣ = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦) }

ع٣ = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = ٢ أ }

ع٣ = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، أ = $\frac{١}{٢}$ ب }

منصة برايم أكاديمي

تقويم الوحدة التعليمية الأولى

أولاً: البنود المقالية

١ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ } ، فأيّ من العبارات الآتية صحيحة .

أ ١ ∈ س صحيحة

ب ٧ ∈ س صحيحة

ج ١ ∉ س غير صحيحة

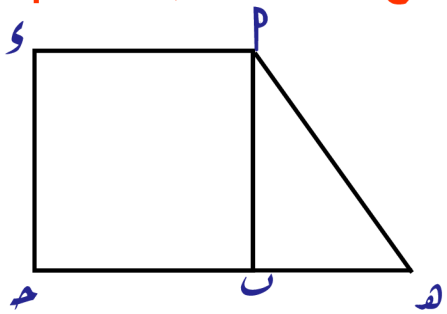
د ٥٤ ∈ س غير صحيحة

هـ { ١ ، ٣ } ⊆ س صحيحة

و { ٧ } ⊄ س غير صحيحة

---

٢ تأمل الشكل المقابل ، وضع الرمز المناسب ∈ أو ∉ أو ⊆ أو ⊄ .



أ ء ∈ $\overline{ءحـ}$

ب حـ ء ⊄ $\overleftarrow{حـهـ}$

ج هـ ∉ $\overleftarrow{بحـ}$

---

٣ إذا كانت س = مجموعة الأعداد الكليّة الأصغر من ٥ ، ص = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } ،

فهل س = ص فسّر إجابتك .

كلا، س ≠ ص لأن ٤ ∈ س لكن ٤ ∉ ص.

منصة برايم أكاديمي

٣ إذا كانت س~ = { أ : أ ∈ ط ، أ < ٦ } ، ص~ = { ى : ى ∈ ص ، ى عاملاً موجباً من عوامل العدد ١٢ } ، فأوجد بذكر العناصر كلاً من :

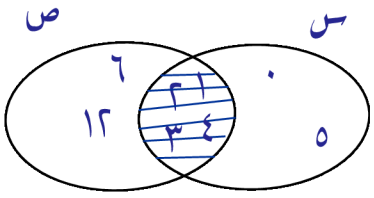
أ س~ = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥}

ب ص~ = {١، ٢، ٣، ٤، ٦، ١٢}

ج س~ ∩ ص~ = {١، ٢، ٣، ٤}

د س~ ∪ ص~ = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ١٢}

ثمّ مثّل س~، ص~ بمخطط ڤن وظلّل س~ ∩ ص~ .



---

٤ إذا كانت ع = { س : س ∈ ط ، س = عدداً زوجيّاً أكبر من ١ وأصغر من ٩ } ، ك = { ٠ ، ٣ ، ٤ ، ٦ } ، ح = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، فأوجد كلاً ممّا يلي :

أ ع = {٢، ٤، ٦، ٨}

ب ع ∪ ك = {٠، ٢، ٣، ٤، ٦، ٨}

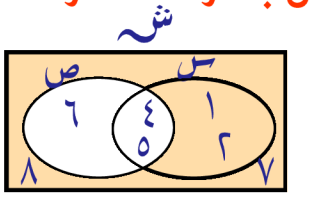
ج ع ∩ ك = {٤، ٦}

د ع ∪ ك ∪ ح = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٨}

هـ ع ∩ ك ∩ ح = = {٤، ٦}

---

٥ من شكل ڤن أدناه ، أكمل بذكر العناصر كلاً ممّا يلي :



أ ش~ = {١، ٢، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨}

ب س~ = {١، ٢، ٤، ٥}

ج ص~ = {٤، ٥، ٦}

د س~ - ص~ = {١، ٢}

هـ ص~ - س~ = {٦}

هـ س~' = {٦، ٧، ٨}

ثمّ ظلّل المنطقة التي تمثّل (س~ - ص~) .

منصة برايم أكاديمي

٦ أكتب العلاقات الآتية على س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، بذكر عناصرها حيث :

ع١ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ = $\frac{١}{٢}$ ب }

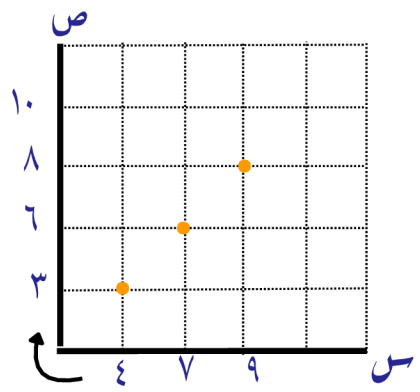
ع١ = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ٤) }

ع٢ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ = ب }

ع٢ = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٥ ، ٥) }

---

٧ إستعن بالمخطّط البياني الآتي ، ثمّ أجب عمّا يلي :



أ أكتب العلاقة ع ، بذكر العناصر ثمّ بذكر الصفة المميّزة .

ع = { (٤ ، ٣) ، (٧ ، ٦) ، (٩ ، ٨) }

ع = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = أ − ١ }

ب أكتب الحاصل الديكارتي س × ص .

س × ص = { (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٦) ، (٤ ، ٨) ، (٤ ، ١٠) ، (٧ ، ٣) ، (٧ ، ٦) ، (٧ ، ٨) ، (٧ ، ١٠) ، (٩ ، ٣) ، (٩ ، ٦) ، (٩ ، ٨) ، (٩ ، ١٠) }

٨ لتكن المجموعة الشاملة ش = مجموعة الأعداد الكليّة الأصغر من ٥ ،

س = { أ : أ ∈ ص+ ، أ ≤ ٤ } ، ع = { ٢ ، ٤ } .

أوجد بذكر العناصر كلاً ممّا يلي :

الحل

أ ش = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

ب س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

ج $\overline{س}$ = { ٠ }

د $\overline{ع}$ = { ٠ ، ١ ، ٣ }

هـ س − ع = { ١ ، ٣ }

و $\overline{(س \cap ع)}$ = { ٠ }

و $\overline{(س \cap ع)}$ = { ٠ ، ١ ، ٣ }

و $\overline{س}$ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

---

٩ إذا كانت ك = { أ : أ ∈ ص ، −٢ < أ < ١ } ،

ل = { ب : ب ∈ ص ، −١ < ب < ٣ }

أ أكتب كلاً من ك ، ل بذكر العناصر .

الحل

ك = { −١ ، ٠ }

ل = { ٠ ، ١ ، ٢ }

ب أكتب ك × ل بذكر العناصر .

الحل

ك × ل = { (−١ ، ٠) ، (−١ ، ١) ، (−١ ، ٢) ، (٠ ، ٠) ، (٠ ، ١) ، (٠ ، ٢) }

---

١٠ لتكن ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ ط ، أ + ب = ٥ }. أكتب ع بذكر عناصرها .

الحل

ع = { (٠ ، ٥) ، (١ ، ٤) ، (٢ ، ٣) ، (٥ ، ٠) ، (٤ ، ١) ، (٣ ، ٢) }

منصة برايم أكاديمي

بند ٢ - ١ استكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها



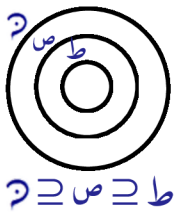
مجموعة الأعداد النسبية ؘ : هي مجموعة الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان، ب ≠ ٠.

يُعبر عنها هكذا : $ؘ = \{\frac{أ}{ب} : أ ، ب \in ص ، ب \neq ٠\}$

$ؘ = ؘ_+ \cup \{٠\} \cup ؘ_-$

حيث: $ؘ_-$ هي مجموعة الأعداد النسبية السالبة، و $ؘ_+$ هي مجموعة الأعداد النسبية الموجبة.

تُعدُّ الأعداد الكليّة والأعداد الصحيحة والكسور الاعتيادية والأعداد الكسرية والكثير من الكسور العشرية والأعداد العشرية « أعداداً نسبية » .



تـــــذكر

- مجموعة الأعداد الكليّة (الطبيعية)

ط = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }

- مجموعة الأعداد الصحيحة

ص = { ... ، ٣- ، ٢- ، ١- ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }

الأعداد النسبية

الكسور والأعداد الكسرية:

مثـــــل

$\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٧}{٦}$ ، $\frac{١}{٢}$ - ، $١\frac{١}{٢}$

عدد عشري منتهٍ:

مثـــــل

١,٤- ، ٣,٢ ، ٥,٢

عدد عشري غير منتهٍ متكرر (دوري):

مثـــــل

$٠,\overline{٣}$ - ، $٠,\overline{٥٧١}$ ، $٠,\overline{٦٥}$ -

وهناك أعداد غير نسبية ستتعرّف عليها بشكلٍ مفصل لاحقاً. وهذه بعض الأمثلة لأعداد غير نسبية:

π ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٢}$ ، ٣,١٩٨٠٤٧٥٠٦٨٣

تـــــذكر

$٠,\overline{٣} = \frac{١}{٣}$ ، $٠,\overline{٤} = \frac{٤}{٩}$

$٠,\overline{٦} = \frac{٢}{٣}$ ، $٠,\overline{١٨} = \frac{١٨}{٩٩}$

مثـــــال ١

ضع كلا مما يلي على صورة $\frac{أ}{ب}$:

أ) $١٧ = \frac{١٧}{١}$

ب) $-٥ = \frac{٥}{١}$

ج) $-٠,٧٥ = \frac{-٧٥}{١٠٠}$

د) $٤\frac{٣}{٥} = \frac{٢٣}{٥}$

هـ) $٦,٧ = \frac{٦٧}{١٠}$

و) $\sqrt{١٦} = ٤ = \frac{٤}{١}$

مثـــــال ٢

ضع كلا مما يلي على صورة $\frac{أ}{ب}$:

أ) $٩ = \frac{٩}{١}$

ب) $١\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٢}$

ج) $-١,٦ = \frac{-١٦}{١٠} = \frac{-٨}{٥}$

د) $٠,\overline{٧} = \frac{٧}{٩}$

ضع الرمز المناسب $\ni$ أو $\notin$ لتحصل على عبارة صحيحة :

$١٧ \ni$ ط	$١٧ \ni$ ص	$١٧ \ni$ ؟
$-٥ \notin$ ط	$-٥ \ni$ ص	$-٥ \ni$ ؟
$\frac{-٣}{٤} \notin$ ط	$\frac{-٣}{٤} \notin$ ص	$\frac{-٣}{٤} \ni$ ؟
$٠,\overline{٣} \notin$ ط	$٠,\overline{٣} \notin$ ص	$٠,\overline{٣} \ni$ ؟

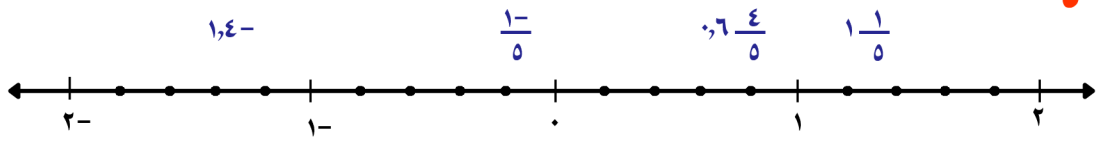
منصة برايم أكاديمي

١ أي من الأعداد الآتية نسبي ؟ وأيها غير نسبي ؟

أ $\frac{٢٣}{٥}$ نسبي	ب ١٤,٢ نسبي	ج $-١,٧٥$ نسبي
د ٧,٥٢٣٩٨١٧ غير نسبي	هـ $١\frac{٧}{٩}$ نسبي	و $\sqrt{١١}$ غير نسبي
ز ٠,١١٣ نسبي	ح $\frac{٩}{٠,٦}$ نسبي	ط $\sqrt{٩}$ نسبي
ي $\frac{٤}{٥}$ نسبي	ك π غير نسبي	ل صفر نسبي

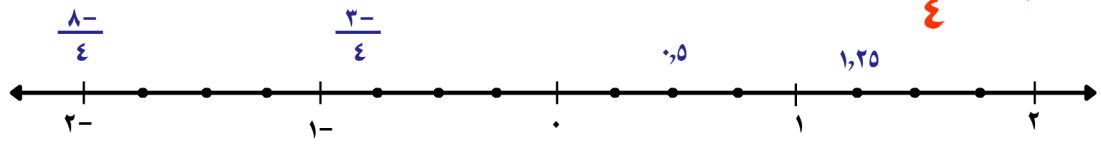
٢ مثل الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد .

$١\frac{١}{٥}$ ، ١ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{-١}{٥}$ ، ٠,٦ ، $-١,٤$



مثل الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد .

١,٢٥ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، ٠,٥ ، $\frac{-٨}{٤}$



٣ بسط كلاً من :

أ $\frac{١٢}{٢٤} = \frac{١}{٢}$	ب $\frac{-٣٥}{٤٥} = \frac{-٧}{٩}$	ج $\frac{-١٥}{-١٢} = \frac{٥}{٤} = ١\frac{١}{٤}$
د $\frac{١٨}{-٢} = -٩$	هـ $\frac{٣}{٢٥} = \frac{٣}{٢٥}$	و $\frac{٢٤}{٨} = ٣$

٤ اختر الإجابة الصحيحة : $\frac{|-٣|}{٥} =$

أ $-٠,٠٦$ ب $٠,٠٦$ ج $-٠,٦$ د $٠,٦$

منصة برايم أكاديمي

بند ٢ - ٢ مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها

لمقارنة عددين نسبيين أو لترتيبهما، أكتب العددين النسبيين على شكل عددين عشريين أو على شكل كسرين لهما المقام نفسه.



ضَعْ < أو > أو = لتصبح العبارة صحيحة :

أ $\frac{٣}{٤}$ ◯ $\frac{٢}{٥}$	ب $٢\frac{١}{٤}$ ◯ $٢,٥\overline{}$
جـ $-٠,٠٦$ ◯ $\frac{٢}{٥}$	د $\frac{٢}{٣}$ ◯ $٠,٥\overline{}$
هـ $-٥,٠٠٩$ ◯ $-٠,٠٠١$	و $٧,٣\overline{}$ ◯ $٧\frac{١}{٣}$
ز $\frac{١}{٣}$ ◯ $\frac{١}{٢}$	ح $-\frac{١}{٣}$ ◯ $-\frac{١}{٢}$
ط $٠,٦$ ◯ $٠,٤$	ي $-٠,٦$ ◯ $-٠,٤$

ضَعْ < أو > أو = لتصبح العبارة صحيحة :

أ $\frac{-٢}{٣}$ ◯ $\frac{-٢}{٥}$	ب $-٦,٣٧$ ◯ $-٦,٣$
جـ $\frac{-٣}{٥}$ ◯ $٠,٥١$	د $-٩,٠٢$ ◯ -٩٢
هـ $\frac{١١}{١٣}$ ◯ $\frac{١١}{٢٥}$	و $٢\frac{٣}{٤}$ ◯ $\frac{٥}{٨}$
ز $٠,٣\overline{}$ ◯ $\frac{١}{٣}$	ح $-٢\frac{١}{٤}$ ◯ $-٤\frac{٢}{٥}$

أ رتب الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً : $-0,25$ ، $0,5$ ، 0 ، $\frac{-1}{2}$ ، $1\frac{1}{4}$

الحل

الترتيب التنازلي هو : $1\frac{1}{4}$ ، $0,5$ ، 0 ، $-0,25$ ، $\frac{-1}{2}$

ب رتب الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً : 2 ، $-0,\overline{6}$ ، صفر ، $\left|\frac{-3}{4}\right|$

الحل

الترتيب التصاعدي هو : $-0,6$ ، صفر ، $\left|\frac{-3}{4}\right|$ ، 2

ج رتب الأعداد $-\frac{5}{6}$ ، $-\frac{2}{3}$ ، $-0,75$ ترتيباً تنازلياً .

الحل

$$-0,75 = -\frac{3}{4}$$

م . م . أ للمقامات $= 12$

$$-\frac{5}{6} = -\frac{10}{12}$$

$$-\frac{2}{3} = -\frac{8}{12}$$

$$-\frac{3}{4} = -\frac{9}{12}$$

$$\therefore -\frac{8}{12} > -\frac{9}{12} > -\frac{10}{12}$$

وعليه تأخذ الأعداد الترتيب التنازلي الآتي :

$$-\frac{2}{3} ، -0,75 ، -\frac{5}{6}$$

٢ رتب ما يلي ترتيباً تصاعدياً :

أ $-\frac{٣}{٤}$ ، $-\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{٥}{٨}$ ، ٠ ، -١

الحل

-١ ، $-\frac{٣}{٤}$ ، $-\frac{٥}{٨}$ ، $-\frac{١}{٣}$ ، ٠

ب $-٠,١٢$ ، $٠,٨٣$ ، ١ ، $-\frac{٣}{٥}$

الحل

$-\frac{٣}{٥}$ ، $-٠,١٢$ ، ٠ ، $٠,٨٣$ ، ١

---

٣ رتب ما يلي ترتيباً تنازلياً :

أ $-٦\frac{١}{٣}$ ، $٧\frac{١}{٥}$ ، $-٩,٧$ ، $٧,٢٣$

الحل

$٧,٢٣$ ، $٧\frac{١}{٥}$ ، $-٦\frac{١}{٣}$ ، $-٩,٧$

---

٤ رتب الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً :

أ $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ ، $٠,٨$ ، $-٠,٨$

الحل

$٠,٨$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٣}{٥}$ ، $-٠,٨$

صنع بدر مجسماً لمسجد يحوي منارتين ، ارتفاع المنارة الأولي ٤٢,٤ سم ، وارتفاع المنارة الثانية $٤٢\frac{٣}{٥}$ سم . قارن بين الارتفاعين

الحل

$٤٢,٤ = ٤٢\frac{٤}{١٠} = ٤٢\frac{٢}{٥}$

$٤٢\frac{٢}{٥} < ٤٢\frac{٣}{٥}$

إذا ٤٢,٤ سم $< ٤٢\frac{٣}{٥}$ سم ارتفاع المنارة الأولى أصغر من ارتفاع المنارة الثانية

بند ٢-٣ جمع الأعداد النسبية وخواصها

أوجد ناتج : -

أ) $-٤ + (-٥) = -(٤ + ٥) = -٩$

ب) $-٣ + (-٢) = -(٣ + ٢) = -٦$

ج) $-٦ + (-٧) = -(٦ + ٧) = -١٣$

د) $٢ + (-٩) = -(٩ - ٢) = -٧$

هـ) $-٥ + ١٢ = +(١٢ - ٥) = ٧$

و) $٤ + (-٧) = -(٧ - ٤) = -٣$

ز) $٦ - (-٣) = ٦ + ٣ = ٩$

ح) $-٤ - (-٢) = -٤ + ٢ = -(٤ - ٢) = -٢$

ط) $٢ - (-٨) = ٢ + ٨ = ١٠$

ي) $-٢ + (-٣) = -(٢ + ٣) = -٥$

ي) $٧ + (-١٣) = -(١٣ - ٧) = -٦$

تـــــذكر

$\frac{١}{٤} = ٠,٢٥$

$\frac{١}{٢} = ٠,٥$

$\frac{٣}{٤} = ٠,٧٥$

$\frac{١}{٥} = ٠,٢$

$\frac{١}{٨} = ٠,١٢٥$

منصة برايم أكاديمي

أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

أ $\frac{-٣}{٧} + \frac{-٢}{٧}$

الحل

$= -(\frac{٣}{٧} + \frac{٢}{٧}) = -\frac{٥}{٧}$

ب $\frac{-٣}{٨} + (-٥\frac{١}{٢})$

الحل

$= -(\frac{٣}{٨} + \frac{١ \times ٤}{٢ \times ٤}٥)$

$= -(\frac{٣}{٨} + ٥\frac{٤}{٨}) = -٥\frac{٧}{٨}$

جـ $\frac{٢}{٣} + ٠,٥$

الحل

$= \frac{٢ \times ٢}{٣ \times ٢} + \frac{١ \times ٣}{٢ \times ٣} = \frac{٤}{٦} + \frac{٣}{٦} = \frac{٧}{٦} = ١\frac{١}{٦}$

د $١\frac{٣}{٨} + ٠,٧$

الحل

$١\frac{٣ \times ١٢٥}{٨ \times ١٢٥} + ٠,٧$

$= ١\frac{٣٧٥}{١٠٠} + ٠,٧ = ١,٣٧٥ + ٠,٧٠٠$

$= ٢,٠٧٥$

هـ $٠,١٥ + (-٠,٥)$

الحل

$٠,١٥ + (-٠,٥٠)$

$= -(٠,٥٠ - ٠,١٥)$

$= -٠,٣٥$

و $-١\frac{١}{٦} + ٣\frac{١}{٧}$

الحل

$= +(٣\frac{١ \times ٦}{٧ \times ٦}) - ١\frac{١ \times ٧}{٦ \times ٧}$

$= +(\frac{٤٨}{٤٢}) - (١\frac{٧}{٤٢})$

$= +١\frac{٤١}{٤٢}$

منصة برايم أكاديمي

أوجد الناتج في أبسط صورة :

أ $٣\frac{٢}{٧} + (-٣\frac{٢}{٧})$

الحل

$= ٠$

ب $-٢,٥ + (+٢,٥)$

الحل

$= ٠$

جـ $\frac{٤}{٥} + (\frac{-٤}{٥})$

الحل

$= ٠$

د $(\frac{-٥}{٩}) + (\frac{-٢}{٩})$

الحل

$= -(\frac{٥}{٩} + \frac{٢}{٩})$

$= -\frac{٧}{٩}$

هـ $٧,٤ + \frac{١}{٢}$

الحل

$= ٧,٤ + ٠,٥$

$= ٧,٩$

و $\frac{٣}{٥} + (\frac{-٣}{٥})$

الحل

$= ٠$

ز $-٧,٢ + (-٣,٥)$

الحل

$= -(٧,٢ + ٣,٥)$

$= -١٠,٧$

ح $\frac{-٢}{٧} + (٣ + \frac{٢}{٧})$

الحل

$= ٠ + ٣ = ٣$

منصة برايم أكاديمي

أوجد الناتج في أبسط صورة :

أ $\left|-\frac{٧}{٨}\ ٤\right| + (-\ ١\frac{٥}{٨})$

الحل

$= (\frac{٧}{٨}\ ٤ + (-\ ١\frac{٥}{٨})$

$= + (\frac{٧}{٨}\ ٤ + (-\ ١\frac{٥}{٨})$

$= + ٣\frac{٢}{٨} = \frac{+١٣}{٤}$

ب $-\ ٧\frac{٢}{٣} + (-\ ٩\frac{٣}{٧})$

الحل

$= -\ (٧\frac{٢ \times ٧}{٣ \times ٧} + ٩\frac{٣ \times ٣}{٧ \times ٣})$

$= -\ (٧\frac{١٤}{٢١} + ٩\frac{٩}{٢١})$

$= -\ ١٦\frac{٢٣}{٢١} = ١٧\frac{-٢}{٢١}$

ج $\frac{-٢}{٩} + (-٠,٣)$

الحل

$= -\ (\frac{٢}{٩} + ٠,٣)$

$= -\ (\frac{٢ \times ١٠}{٩ \times ١٠} + \frac{٣ \times ٩}{١٠ \times ٩})$

$= -\ (\frac{٢٠}{٩٠} + \frac{٢٧}{٩٠}) = -\frac{٤٧}{٩٠}$

د $٦\frac{١}{٨} + (-٣,٧)$

الحل

$= +\ (\frac{١ \times ١٢٥}{٨ \times ١٢٥}\ ٦ - ٣,٧)$

$= +\ (٦,١٢٥ - ٣,٧٠)$

$= +\ ٢,٤٢٥$

هـ $٣\frac{١}{٢} + (-\ ٨\frac{١}{٦})$

الحل

$= -\ (٨\frac{١}{٦} - ٣\frac{١ \times ٢}{٢ \times ٣})$

$= -\ (\frac{٤٩}{٦} - ٣\frac{٣}{٦})$

$= -\ (٤\frac{٤}{٦}) = -\ ٤\frac{٢}{٣}$

و $٦ + (-\ ٢\frac{٣}{٥})$

الحل

$= +\ (٦ - ٢\frac{٣}{٥})$

$= +\ (٥\frac{٥}{٥} - ٢\frac{٣}{٥})$

$= +\ ٣\frac{٢}{٥}$

منصة برايم أكاديمي

أوجد الناتج في أبسط صورة :

أ $-٤,٦٢ + ٧\frac{٣}{٤} + (-١٣\frac{٤}{٥})$

الحل

$= -٤,٦٢ + ٧,٧٥ + (-١٣\frac{٤ \times ٢}{٥ \times ٢})$

$= -٤,٦٢ + ٧,٧٥ + (-١٣,٨)$

$= -(٤,٦٢ + ١٣,٨٠) + ٧,٧٥$

$= -(١٨,٤٢ - ٧,٧٥)$

$= -١٠,٦٧$

ب $٢\frac{٣}{٥} + (-١٤\frac{٢}{٣}) + (-٢\frac{٣}{٥})$

الحل

$= ٢\frac{٣}{٥} + (-٢\frac{٣}{٥}) + (-١٤\frac{٢}{٣})$

$= -١٤\frac{٢}{٣}$

أوجد الناتج ما يلي موضحاً اسم الخاصية المستخدمة في الحل :

ج $١\frac{٢}{٩} + ٣\frac{٥}{٩} + (-١\frac{٢}{٩})$

الحل

$= ١\frac{٢}{٩} + ٣\frac{٥}{٩} + (-١\frac{٢}{٩})$

$= ١\frac{٢}{٩} + (-١\frac{٢}{٩}) + ٣\frac{٥}{٩}$ الخاصية الإبدالية

$= (١\frac{٢}{٩} + (-١\frac{٢}{٩})) + ٣\frac{٥}{٩}$ الخاصية التجميعية

$= \text{صفر} + ٣\frac{٥}{٩}$ الخاصية المعكوس الجمعي

$= ٣\frac{٥}{٩}$ الخاصية العنصر المحايد

د تتضمن مقادير عمل فطائر $\frac{٥}{٨}$ كيلوجرام من الجوز ، $\frac{١}{٢}$ كيلوجرام من البندق .

كم كيلوجرامًا من هذه المكسرات يلزمك لعمل الفطائر ؟

الحل

ما يلزم $= \frac{٥}{٨} + \frac{١ \times ٤}{٢ \times ٤} = \frac{٤}{٨} + \frac{٥}{٨} = \frac{٩}{٨} = ١\frac{١}{٨}$ كيلو جرام

منصة برايم أكاديمي

بند ٢-٤ طرح الأعداد النسبية

تـــــذكر

$\frac{١}{٣} = ٠,\overline{٣}$ ⋮ $\frac{٢}{٣} = ٠,\overline{٦}$

انتبـــه

$-(-أ) = أ$

أ $\frac{٥}{٨}\ ٤ - \frac{١}{٨}\ ٣$

الحل

$\frac{٥}{٨}\ ٤ - \frac{١}{٨}\ ٣$

$= \frac{٥}{٨}\ ٤ + (-\frac{١}{٨}\ ٣)$

$= -(\frac{٥}{٨}\ ٤ - \frac{١}{٨}\ ٣)$

$= -١\frac{٤}{٨}$

ب $-٠,٦ - |\frac{-٣}{٥}|$

الحل

$-٠,٦ - |\frac{-٣}{٥}|$

$= -٠,٦ - \frac{٣}{٥}$

$= -٠,٦ + (-\frac{٣}{٥})$

$= -(٠,٦ + \frac{٣ \times ٢}{٥ \times ٢})$

$= -(٠,٦ + \frac{٦}{١٠})$

$= -(٠,٦ + ٠,٦) = -١,٢$

ج $-\frac{٢}{٥}\ ٢ - \frac{٢}{٣}\ ٦$

الحل

$-\frac{٢}{٥}\ ٢ + (-\frac{٢}{٣}\ ٦)$

$= -(٢\frac{٣ \times ٢}{٥ \times ٣} + ٦\frac{٥ \times ٢}{٣ \times ٥})$

$= -(٢\frac{٦}{١٥} + ٦\frac{١٠}{١٥})$

$= -٨\frac{١٦}{١٥} = -٩\frac{١}{١٥}$

د $-\frac{١}{٤}\ ٨ - (-١٢,٩٧٥)$

الحل

$= -٨\frac{١}{٤} + (١٢,٩٧٥)$

$= -٨,٢٥ + ١٢,٩٧٥$

$= +(١٢,٩٧٥ - ٨,٢٥٠)$

$= +٤,٧٢٥$

هـ $٩\frac{١}{٧} - (-\overline{٤,٣})$

الحل

$= ٩\frac{١}{٧} + \overline{٤,٣}$

$= ٩\frac{١ \times ٣}{٧ \times ٣} + ٤\frac{١ \times ٧}{٣ \times ٧}$

$= ٩\frac{٣}{٢١} + ٤\frac{٧}{٢١}$

$= ١٣\frac{١٠}{٢١}$

تـــذكر

$\overline{٠,٣} = \frac{٣}{٩}$

$= \frac{١}{٣}$

و $٥\frac{٣}{٥} - ٣\frac{١}{١٠} = \ldots\ldots$

الحل

$= ٥\frac{٣}{٥} + (-٣\frac{١}{١٠})$

$= ٥\frac{٣}{٥} + (-٣\frac{١}{١٠})$

$= ٥\frac{٣ \times ٢}{٥ \times ٢} - (٣\frac{١}{١٠})$

$= ٥\frac{٦}{١٠} - ٣\frac{١}{١٠}$

$= ٢\frac{٥}{١٠} = ٢\frac{١}{٢}$

ز $٢\frac{١}{٤} - ٨\frac{١}{٥}$

الحل

$٢\frac{١}{٤} - ٨\frac{١}{٥}$

$= -(٨\frac{١ \times ٤}{٥ \times ٤} - ٢\frac{١ \times ٥}{٤ \times ٥})$

$= -(٨\frac{٤}{٢٠} - ٢\frac{٥}{٢٠})$

$= -(٧\frac{٢٤}{٢٠} - ٢\frac{٥}{٢٠})$

$= -٥\frac{١٩}{٢٠}$

ح $-٣\frac{٢}{٥} - (-٦\frac{١}{٢})$

الحل

$-٣\frac{٢}{٥} - (-٦\frac{١}{٢})$

$= -٣\frac{٢}{٥} + (٦\frac{١}{٢})$

$= +(٦\frac{١ \times ٥}{٢ \times ٥} - ٣\frac{٢ \times ٢}{٥ \times ٣})$

$= ٦\frac{٥}{١٠} - ٣\frac{٤}{١٠}$

$= ٣\frac{١}{١٠}$

منصة برايم أكاديمي

أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

أ $\frac{٧}{٢٥} - \frac{٧}{٢٠} =$

الحل

$= \frac{٧}{٢٥} + (-\frac{٧}{٢٠})$

$= -(\frac{٧ \times ٥}{٢٠ \times ٥} - \frac{٧ \times ٤}{٢٥ \times ٤})$

$= -(\frac{٣٥}{١٠٠} - \frac{٢٨}{١٠٠})$

$= -\frac{٧}{١٠٠}$

ب $٢\frac{٤}{٧} - ٤\frac{١}{٥} =$

الحل

$= ٢\frac{٤}{٧} + (-٤\frac{١}{٥})$

$= -(٤\frac{١ \times ٧}{٥ \times ٧} - ٢\frac{٤ \times ٥}{٧ \times ٥})$

$= -(٣\cancel{٤٢}^{٤٢} - ٢\frac{٢٠}{٣٥})$

$= -(٣\frac{٤٢}{٣٥} - ٢\frac{٢٠}{٣٥})$

$= -١\frac{٢٢}{٣٥}$

ج $-٥ - (-٣\frac{٢}{٧})$

الحل

$= -٥ + ٣\frac{٢}{٧}$

$= -(٥ - ٣\frac{٢}{٧})$

$= -(٤\frac{٧}{٧} - ٣\frac{٢}{٧})$

$= -١\frac{٥}{٧}$

د $٨\frac{٢}{٣} - (-٥\frac{١}{٤})$

الحل

$= ٨\frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٤} + ٥\frac{١ \times ٣}{٤ \times ٣}$

$= ٨\frac{٨}{١٢} + ٥\frac{٣}{١٢}$

$= ١٣\frac{١١}{١٢}$

و $-٣\frac{١}{٥} - (-٢\frac{٣}{٤} + ١\frac{١}{٤})$

الحل

$= -٣\frac{١}{٥} - [-٢\frac{٣}{٤} + ١\frac{١}{٤}]$

$= -٣\frac{١}{٥} - [-١\frac{٢}{٤}]$

$= -٣\frac{١}{٥} + ١\frac{٢}{٤}$

$= -٣\frac{١ \times ٢}{٥ \times ٢} + ١\frac{٥ \times ١}{٢ \times ٥}$

$= -٣\frac{٢}{١٠} + ١\frac{٥}{١٠}$

$= -٤\frac{٧}{١٠}$

ز $-٤\frac{٣}{٥} - (-٧\frac{١}{٢} + ١\frac{١}{١٠}) =$

الحل

$= -٤\frac{٣}{٥} - [-٧\frac{٥ \times ١}{٢ \times ٥} + ١\frac{١}{١٠}]$

$= -٤\frac{٣}{٥} - [-(٧\frac{٥}{١٠} - ١\frac{١}{١٠})]$

$= -٤\frac{٣ \times ٢}{٥ \times ٢} - [-(٦\frac{٤}{١٠})]$

$= -٤\frac{٦}{١٠} + ٦\frac{٤}{١٠} = ١٠\frac{١٠}{١٠} = ١١$

منصة برايم أكاديمي

أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

أ $-7\frac{3}{8}-(-3\frac{5}{6})$

الحل

$=-7\frac{3}{8}+3\frac{5}{6}$

$=-(7\frac{3\times3}{8\times3}-3\frac{5\times4}{6\times4})$

$=-(7\frac{9}{24}-3\frac{20}{24})$

$=-(3\frac{13}{24})$

ب $-2\frac{1}{3}-9\frac{1}{4}$

الحل

$=2\frac{1}{3}+(-9\frac{1}{4})$

$=-(2\frac{4\times1}{4\times3}-9\frac{3\times1}{4\times3})$

$=-(2\frac{4}{12}-9\frac{3}{12})$

$=-6\frac{11}{12}$

ج $|-1,3|-6,57=$

الحل

$=1,3-6,57$

$=1,3+(-6,57)$

$=-(6,57-1,30)$

$=-5,27$

د $-7\frac{1}{4}-(-12,95)=$

الحل

$=-6,25+12,95$

$=+(12,95-7,25)$

$=+5,70$

هـ $12,64-14\frac{3}{8}=$

الحل

$=12,64+(-14\frac{3}{8})$

$=-(14\frac{3\times125}{8\times125}-12,64)$

$=-(14\frac{375}{1000}-12,64)$

$=-(14,375-12,640)$

$=-1,735$

و $-8,9+(-15,\overline{3})$

الحل

$=-8,9+(-15,\overline{3})$

$=-(8,9)+(-15,\overline{3})$

$=-(8\frac{9\times3}{10\times3}+15\frac{1\times10}{3\times10})$

$=-23\frac{37}{30}=24\frac{7}{30}$

منصة برايم أكاديمي

١ يمارس سعود وفهد رياضة الجري يوميًا لمسافة ٦ ١/٤ كم من منزلهما إلى الحديقة العامة. إذا استراحا بعد قطع مسافة 2.3 كم، فما المسافة التي يجب أن يقطعاها ليصلا إلى الحديقة العامة؟

الحل

المسافة التي يجب قطعها ليصلا إلى الحديقة:

٦ ١/٤ - ٢,٣

= ٦,٢٥ - ٢,٣٠ = ٣,٩٥ كم

بند ٢-٥ ضرب الأعداد النسبية وخواصها

أكمل الجدول الآتي :

العـــــــــدد	$\frac{٢}{٥}$	-٧	$-٠,٧$	$٠,\overline{٦}$	$-٢\frac{١}{٤}$	$٣\frac{٣}{٤}$ ، ٣,٧٥
العدد في صورة $\frac{أ}{ب}$	$\frac{٢}{٥}$	$\frac{-٧}{١}$	$\frac{-٧}{١٠}$	$\frac{٢}{٣}$	$-\frac{٩}{٤}$	$\frac{٣٧٥}{١٠٠} = \frac{١٥}{٤}$
المعكوس الضربي	$\frac{٥}{٢}$	$-\frac{١}{٧}$	$-\frac{١٠}{٧}$	$\frac{٣}{٢}$	$-\frac{٤}{٩}$	$\frac{٤}{١٥}$

أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة .

أ $\frac{-٤}{٥} \times \frac{-٣}{٨} = \frac{٣}{١٠}$

أ $\frac{-٣}{٨} \times \frac{-٤}{٥} = \frac{٣}{١٠}$

أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة .

أ $-٠,٦ \times \frac{١}{٣} = -٠,٢$

ب $-١,٨ \times (-١\frac{١}{٦}) = ٢\frac{١}{١٠}$

ج $\frac{-٣}{٥} \times (\frac{١٥}{-٩}) = ١$

د $٢\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٥} = ١$

منصة برايم أكاديمي

أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة .

هـ $٢\frac{١}{٤} \times (-١\frac{١}{٣})$

الحل

$= \frac{-٩}{٤} \times \frac{٤}{١٣}$

$= -٣$

و $١,٦ \times (-٢\frac{١}{٥})$

الحل

$= -\frac{١٦}{٥} \times \frac{١١}{٥}$

$= -\frac{٨٨}{٢٥} = -٣\frac{١٣}{٢٥}$

ز $٤,١ \times ١,٤$

الحل

$= ٥,٧٤$

$$\begin{array}{r} ٤١ \\ \times\ ١٤ \\ \hline ١٦٤ \\ +\ ٤١٠ \\ \hline ٥٧٤ \end{array}$$

ح $\frac{١}{٦} \times \frac{١}{٤} \times ٢\frac{٢}{٣}$

الحل

$= \frac{١}{٦} \times \frac{١}{٤} \times \frac{٨}{٣}$

$= \frac{١}{٩}$

ط $\frac{٣}{٧} \times (\frac{٥}{٩} + \frac{٤}{٩})$

الحل

$\frac{٣}{٧} \times (\frac{٥}{٩} + \frac{٤}{٩})$

$= \frac{٩}{٩} \times \frac{٣}{٧}$

$= ١ \times \frac{٣}{٧} = \frac{٣}{٧}$

ي $\frac{٣}{٧} \times (٢\frac{١}{٣} + ٣\frac{١}{٢})$

الحل

$\frac{٣}{٧} \times (\frac{٧}{٣} + \frac{٧}{٢})$

$= \frac{١٣}{١٧} \times \frac{١٧}{١٣} + \frac{٣}{١٧} \times \frac{١٧}{٢}$

$= ١ + \frac{٣}{٢}$

$= \frac{٢}{٢} + \frac{٣}{٢} = \frac{٥}{٢} = ٢\frac{١}{٢}$

منصة برايم أكاديمي

ط $(\frac{٢}{٥} + ١\frac{١}{٤}) \times ٢\frac{١}{٥}$

الحل

$= (\frac{٢ \times ٢}{٥ \times ٢} + ١\frac{١}{٤}) \times \frac{١ \times ٢ + ٥ \times ٢}{٥ \times ٢}$

$= (\frac{٤}{١٠} + ١,٢٥) \times ٢\frac{٢}{١٠}$

$= (٠,٤٠ + ١,٢٥) \times ٢,٢$

$= (١,٦٥) \times ٢,٢$

$= ٣,٦٣٠$

ل $(-٢\frac{٧}{٩} + ١\frac{٢}{٣}) \times (-٠,٩)$

الحل

$= (-\frac{٢٥}{٩} + \frac{٥}{٣}) \times -\frac{٩}{١٠}$

$= \frac{٩}{٢} \times \frac{١}{٣} + \frac{٢}{٩} \times \frac{٥}{١}$

$= \frac{٥}{٢} + (-\frac{٣}{٢})$

$= \frac{٢}{٢} = (\frac{٣}{٢} - \frac{٥}{٢}) +$

$= ١$

م $\frac{١}{٢} \times (-١\frac{١}{٥}) + (-٣\frac{١}{٥}) \times \frac{-١}{٢}$

الحل

$= \frac{١}{٢} + (-\frac{٣٦}{٥}) \times \frac{١}{٣} \times \frac{٣٦}{٥}$

$= -\frac{٨}{٥} + \frac{٨}{٥} =$ صفر

ف $\frac{١}{٥} \times (\frac{٥}{٦} - \frac{٥}{٧})$

الحل

$= \frac{١}{٥} \times \frac{٥}{٦} - \frac{١}{١} \times \frac{٥}{٧}$

$= \frac{١}{٦} - \frac{١}{٧}$

$= (\frac{٧ \times ١}{٧ \times ٦} - \frac{٦ \times ١}{٧ \times ٦}) +$

$= (\frac{٦}{٤٢} - \frac{٧}{٤٢}) +$

$= -\frac{١}{٤٢}$

يبلغ طول قطعة من الخشب $١\frac{١}{٤}$ متر ، قطع النجّار $\frac{٢}{٣}$ من هذه القطعة لاستخدامها في صنع خزانة ، فما طول قطعة الخشب الباقية ؟

الحل

$١ - \frac{٢}{٣} = \frac{١}{٣}$

طول قطعة الخشب الباقية $= \frac{١}{٣} \times (١\frac{١}{٤}) = \frac{٥}{٤} \times \frac{١}{٣} = \frac{٥}{١٢}$ متر

منصة برايم أكاديمي

بند ٢-٦ قسمة الأعداد النسبية

أكمل الجدول الآتي :

العدد	٠,٦	$\frac{-٢}{٥}$	٤,٨
العدد في صورة $\frac{أ}{ب}$	$\frac{٣}{٥}$	$\frac{-٣٧}{٧}$	$\frac{٤٨}{١٠} = \frac{٢٤}{٥}$
المعكوس الضربي	$\frac{٥}{٢}$	$\frac{-٧}{٣٧}$	$\frac{٥}{٢٤}$

تـــذكر

- المعكوس الضربي لـ $\frac{أ}{ب}$ هو $\frac{ب}{أ}$ حيث ، ب ≠ صفر
- $\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = ١$

أوجد ناتج القسمة في كل مما يلي في أبسط صورة.

أ) $٢\frac{٥}{٦} \div \frac{١}{٣}$

الحل

$= \frac{١٧}{٦} \div \frac{١}{٣}$

$= \frac{١٧}{٢} \times \frac{٣}{١}$

$= \frac{١٧}{٢} = ٨\frac{١}{٢}$

ب) $(-٢,٨٤) \div (\frac{-٢}{٥})$

الحل

$٢,٨٤ \times \frac{٥}{٢}$

$= ٧,١٠$

أوجد ناتج القسمة في كل مما يلي في أبسط صورة.

ج) $٥\frac{٥}{٨} \div (-٣\frac{٣}{٤})$

الحل

$= -\frac{٤٥}{٨} \div \frac{١٥}{٤}$

$= -\frac{٤٥}{٨} \times \frac{٤}{١٥}$

$= -\frac{٣}{٢} = -١\frac{١}{٢}$

د) $-٧ \div (-٣\frac{١}{٢})$

الحل

$= ٧ \div \frac{٧}{٢}$

$= \frac{٧}{١} \times \frac{٢}{٧} = \frac{٢}{١} = ٢$

منصة برايم أكاديمي

أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة.

أ $\frac{٢}{٧} \div \frac{٣}{٨}$

الحل

$= \frac{٢}{٧} \times \frac{٨}{٣}$

$= \frac{١٦}{٢١}$

ب $\frac{-٤}{٥} \div \frac{٢}{١٥}$

الحل

$= \frac{-\cancel{٤}^{٢}}{\cancel{٥}^{١}} \times \frac{\cancel{١٥}^{٣}}{\cancel{٢}_{١}}$

$= \frac{-٦}{١} = -٦$

ج $\frac{٩}{١٦} \div (-٣)$

الحل

$= \frac{١}{٣} \times \frac{٩}{١٦} -$

$= \frac{-٣}{١٦}$

د $١٢ \frac{١}{٤} \div (-٤ \frac{٢}{٣})$

الحل

$= \frac{-٤٩}{٤} \div \frac{١٤}{٣}$

$= -\frac{\cancel{٤٩}^{٧}}{٤} \times \frac{٣}{\cancel{١٤}_{٢}}$

$= -\frac{٢١}{٨} = -٢ \frac{٥}{٨}$

هـ $٤٩ \div ٤ \frac{٩}{١٠}$

الحل

$= ٤٩ \div \frac{٤٩}{١٠}$

$= \frac{\cancel{٤٩}^{١}}{١١} \times \frac{١٠}{\cancel{٤٩}_{١}} = \frac{١٠}{١} = ١٠$

د $٢,٨ \div \frac{-١٢}{٢٥}$

الحل

$= -\frac{٢٨}{١٠} \div \frac{١٢}{٢٥}$

$= -\frac{\cancel{٢٨}^{٧}}{\cancel{١٠}_{٢}} \times \frac{\cancel{٢٥}^{٥}}{\cancel{١٢}_{٣}}$

$= -\frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٧} = \frac{-٦}{٣٥}$

منصة برايم أكاديمي

ج) $٨,٣٦ \div (-٠,٤)$

الحل

$= -٨٣,٦ \div ٤$

$= -٢٠,٩$

حل آخر

$= -٨٣,٦ \div ٤$

$= \frac{-٨٣٦}{١٠} \times \frac{١}{٤}$

$= -٢٠,٩$

د) $-٧\frac{٦}{٧} \div (-١١)$

الحل

$= +\frac{٥٥}{٧} \times \frac{١}{١١}$

$= \frac{٥}{٧}$

يُراد تفريغ $١٦\frac{١}{٢}$ لترًا من الزيت في عبوّات سعة كلّ منها $١\frac{١}{٢}$ لتر . كم عدد العبوات الكاملة اللازمة لتفريغ الزيت كلّه ؟

الحل

$= ١٦\frac{١}{٢} \div ١\frac{١}{٢} = \frac{٣٣}{٢} \div \frac{٣}{٢} = \frac{٣٣}{٢} \times \frac{٢}{٣} = ١١$

عدد العبوات الكاملة اللازمة لتفريغ الزيت كلّه : ١١ عبوّة.

منصة برايم أكاديمي

رصدت إحدى الهيئات مبلغ ١٣٥ دينارًا للحفل الختامي ، إذا ساهم كلّ مشترك بمبلغ ٤,٥ دنانير ، فكم عدد الأشخاص الذين ساهموا في الحفل ؟

الحل

$$١٣٥ \div ٤,٥ = ١٣٥ \div \frac{٤٥}{١٠} = \frac{١٣٥}{١} \times \frac{١٠}{٤٥} = \frac{١٣٥ \times ١٠}{١ \times ٤٥} = ٣٠$$

ساهم في الحفل ٣٠ شخصًا.

شهدت جزيرة عوهة تغيرًا في درجة الحرارة بمقدار $-\ ٩\frac{٣}{٨}^\circ$ خلال خمسة أيام .
أوجد متوسط التغيّر في درجة الحرارة في اليوم الواحد .

الحل

متوسّط التغيّر في درجة الحرارة في اليوم الواحد $= -\ ٩\frac{٣}{٨} \div ٥$

$$= \frac{-٧٥}{٨} \div \frac{٥}{١}$$

$$= \frac{-٧٥}{٨} \times \frac{١}{٥}$$

$$= \frac{(-٧٥) \times ١}{٨ \times ٥} = \frac{-١٥}{٨} = -\ ١\frac{٧}{٨}$$

∴ متوسّط التغيّر في درجة الحرارة في اليوم الواحد هو $-\ ١\frac{٧}{٨}^\circ$

أرادت ندى تصميم نموذج لعلم دولة الكويت القديم .
إذا كان العلم الواحد يحتاج إلى $١\frac{١}{٤}$ متر من القماش الأحمر ،
فما عدد الأعلام التي يمكن صنعها باستخدام $٦\frac{١}{٤}$ أمتار من القماش نفسه؟

الحل

أ حدّد العملية المطلوبة : القسمة

ب عدد الأعلام $= ٦\frac{١}{٤} \div ١\frac{١}{٤}$

$$= \frac{٢٥}{٤} \times \frac{٤}{٥}$$

$$= \frac{٢٥ \times ٤}{٤ \times ٥} = ٥$$ يمكن صنع ٥ أعلام

منصة برايم أكاديمي

بند ٢-٧ الجذر التربيعي للعدد النسبي

حفـــــظ

$\sqrt{١} = ١$	$\sqrt{٢٥} = ٥$	$\sqrt{٨١} = ٩$
$\sqrt{٤} = ٢$	$\sqrt{٣٦} = ٦$	$\sqrt{١٠٠} = ١٠$
$\sqrt{٩} = ٣$	$\sqrt{٤٩} = ٧$	$\sqrt{١٢١} = ١١$
$\sqrt{١٦} = ٤$	$\sqrt{٦٤} = ٨$	$\sqrt{١٤٤} = ١٢$

أكمل الجدول الآتي :

العـــــــدد	٤	١٦	٢٥	٣٦	١٢١	١٤٤
الجذر التربيعي الموجب $(\sqrt{\ })$	٢	٤	٥	٦	١١	١٢
الســـــــبب	$(٢)^{٢} = ٢ \times ٢$	$(٤)^{٢} = ١٦$	$(٥)^{٢} = ٢٥$	$(٦)^{٢} = ٣٦$	$(١١)^{٢} = ١٢١$	$(١٢)^{٢} = ١٤٤$

أوجد كلاً مما يلي :

أ) $\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}}$

الحل

$$\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}} = \sqrt{\frac{٤ \times ٤}{٥ \times ٥}}$$

$$\sqrt{\frac{(٤)^{٢}}{(٥)^{٢}}} = \sqrt{\left(\frac{٤}{٥}\right)^{٢}} = \frac{٤}{٥}$$

ب) $-\sqrt{٠,٨١}$

الحل

$$-\sqrt{٠,٨١} = -\sqrt{\frac{٨١}{١٠٠}}$$

$$= -\sqrt{\frac{٩ \times ٩}{١٠ \times ١٠}} = -\sqrt{\frac{(٩)^{٢}}{(١٠)^{٢}}}$$

$$= -\sqrt{\left(\frac{٩}{١٠}\right)^{٢}} = -\frac{٩}{١٠} = -٠,٩$$

ج) $\sqrt{٤٩٠٠}$

الحل

$$\sqrt{٤٩٠٠} = \sqrt{٧٠ \times ٧٠} = \sqrt{(٧٠)^{٢}} = ٧٠$$

منصة برايم أكاديمي

عند تحليل العدد إلى عوامله الأولية ، نقسم على ٢ أو ٣ أو ٥ أو ٧ أو ..... ÷

حلل : ١٩٦ إلى عوامله الأولية .

$١٩٦ = (٢)^{٢} \times (٧)^{٢}$

١٩٦	٢
٩٨	٢
٤٩	٧
٧	٧
١	

الأعداد الأولية

٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ...

أوجد الجذر التربيعي لكل من الأعداد الآتية:

أ $٥\frac{١}{١٦}$

الحل

$$\sqrt{٥\frac{١}{١٦}} = \sqrt{\frac{٨١}{١٦}} = \sqrt{\frac{٩ \times ٩}{٤ \times ٤}} = \sqrt{\frac{(٩)^{٢}}{(٤)^{٢}}} = \sqrt{\left(\frac{٩}{٤}\right)^{٢}} = \frac{٩}{٤} = ٢\frac{١}{٤}$$

ب ٣٢٤

الحل

$$\sqrt{٣٢٤} = \sqrt{٢^{٢} \times ٣^{٢} \times ٣^{٢}}$$
$$= \sqrt{(٢ \times ٣ \times ٣)^{٢}}$$
$$= ٢ \times ٣ \times ٣ = ١٨$$

٣٢٤	٢
١٦٢	٢
٠٨١	٣
٠٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

أ $\sqrt{\frac{٢٢٥}{٦٤}}$

الحل

$$\sqrt{\frac{(٣ \times ٥)^{٢}}{٨}}$$

$$\sqrt{\frac{(٣ \times ٥)^{٢}}{٨}} = \frac{٣ \times ٥}{٨} = \frac{١٥}{٨} = ١\frac{٧}{٨}$$

٢٢٥	٣
٧٥	٣
٢٥	٥
٥	٥
١	

منصة برايم أكاديمي

ب $\sqrt{\frac{٦}{٣٢٥}}$

الحل

$\sqrt{\frac{٨١}{٢٥}}$

$= \sqrt{\frac{٩^{٢}}{٥^{٢}}} = \sqrt{\left(\frac{٩}{٥}\right)^{٢}} = \frac{٩}{٥} = ١\frac{٤}{٥}$

ج $-\sqrt{٠,٢٠٢٥}$

الحل

$= -\sqrt{\frac{٢٠٢٥}{١٠٠٠٠}}$

$= -\sqrt{\frac{٣^{٢} \times ٣^{٢} \times ٥^{٢}}{١٠٠^{٢}}}$

$= -\sqrt{\left(\frac{٣ \times ٣ \times ٥}{١٠٠}\right)^{٢}} = \frac{-٣ \times ٣ \times ٥}{١٠٠} = \frac{-٤٥}{١٠٠} = -٠,٤٥$

٢٠٢٥	٣
٦٧٥	٣
٢٢٥	٣
٧٥	٣
٢٥	٥
٥	٥
١	

أوجد الجذر التربيعي لكل من الأعداد الآتية:

i ١,٩٦

الحل

$\sqrt{١,٩٦}$

$= \sqrt{\frac{١٩٦}{١٠٠}} = \sqrt{\frac{٢^{٢} \times ٧^{٢}}{١٠^{٢}}}$

$= \sqrt{\left(\frac{٢ \times ٧}{١٠}\right)^{٢}} = \frac{٢ \times ٧}{١٠} = \frac{١٤}{١٠} = ١,٤$

١٩٦	٢
٩٨	٢
٤٩	٧
٧	٧
١	

منصة برايم أكاديمي

ب ٢٥٦

الحل

$\sqrt{٢٥٦}$

$= \sqrt{٢^{٢} \times ٢^{٢} \times ٢^{٢} \times ٢^{٢}}$

$= \sqrt{(٢^{٢} \times ٢^{٢} \times ٢^{٢} \times ٢^{٢})} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ١٦$

٢٥٦	٢
١٢٨	٢
٦٤	٢
٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

ج $١٢ \frac{٢٤}{٢٥} = \frac{٣٢٤}{٢٥}$

الحل

$= \sqrt{\frac{٣٢٤}{٢٥}} = \sqrt{\frac{٢^{٢} \times ٣^{٢} \times ٣^{٢}}{٥^{٢}}}$

$= \sqrt{(\frac{٢ \times ٣ \times ٣}{٥})^{٢}} = \frac{٢ \times ٣ \times ٣}{٥}$

$= \frac{١٨}{٥} = ٣ \frac{٣}{٥}$

٣٢٤	٢
١٦٢	٢
٨١	٣
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

منصة برايم أكاديمي

أوجد عددين صحيحين متتاليين يقع بينهما العدد $\sqrt{٢٣,٢٥}$

الحل

$١٦ < ٢٣,٢٥ < ٢٥$

$\sqrt{١٦} < \sqrt{٢٣,٢٥} < \sqrt{٢٥}$

$٤ < \sqrt{٢٣,٢٥} < ٥$

إذا ، العدد $\sqrt{٢٣,٢٥}$ يقع بين ٤ ، ٥

أوجد عددين صحيحين متتاليين يقع بينهما العدد

أ $\sqrt{٥٢}$

الحل

$٤٩ < ٥٢ < ٦٤$

$\sqrt{٤٩} < \sqrt{٥٢} < \sqrt{٦٤}$

$٧ < \sqrt{٥٢} < ٨$

إذا ، العدد $\sqrt{٥٢}$ يقع بين ٧ ، ٨

ب $\sqrt{١٣,٥}$

الحل

$٩ < ١٣,٥ < ١٦$

$\sqrt{٩} < \sqrt{١٣,٥} < \sqrt{١٦}$

$٣ < \sqrt{١٣,٥} < ٤$

إذا ، العدد $\sqrt{١٣,٥}$ يقع بين ٣ ، ٤

منصة برايم أكاديمي

أوجد طول ضلع المربع الذي مساحته $13\frac{4}{9}$ سم^2

الحل

طول ضلع المربع $= \sqrt{\text{مساحة المربع}}$

$= \sqrt{13\frac{4}{9}}$

$= \sqrt{\frac{121}{9}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{9}} = \frac{11}{3} = \sqrt{(\frac{11}{3})^2}$

$= 3\frac{2}{3} = \frac{11}{3}$

تـــــذكر

مساحة المربع $=$ ل $\times$ ل $=$ ل^2

وبالتالي

طول الضلع ل $= \sqrt{\text{مساحة المربع}}$

صندوق على شكل مكعب مساحته ١٩٦ دسم^2 . احسب طول حرفه .

الحل

المساحة الجانبية للمكعب $=$ ٤ل^2 $=$ ١٩٦

$\frac{4ل^2}{4} = \frac{196}{4}$

ل^2 $= 49$

ل $= \sqrt{49} = 7$

طول الحرف $= 7$ دسم

لاحظ أن

إذا كان

س^2 $= 16$

فإن س $= \sqrt{16} = 4$

بالمثل

ص^2 $= 25$

فإن جـ $= \sqrt{25} = 5$

في التمارين من (٤ – ٧) ، طلّل دائرة الإجابة الصحيحة :

١ $(\frac{-1}{2})^2 =$

أ $\frac{-1}{4}$ ب $\frac{-1}{2}$ ج $\frac{1}{4}$ د $\frac{1}{8}$

٢ $\sqrt{(3)^2 + (4)^2} =$

أ ٧ ب ٥ ج ٢٥ د ٤

٣ ما العدد الذي جذره التربيعي $= 9$ ؟

أ ٩ ب ٣ ج ٨١ د ٢٧

٤ $\sqrt{1\frac{9}{16}} =$

أ $1\frac{3}{4}$ ب $1\frac{4}{3}$ ج $1\frac{1}{4}$ د $\frac{4}{5}$

منصة برايم أكاديمي

بند ٢-٨ الجذر التكعيبي للعدد النسبي

حفظ

$\sqrt[3]{١} = ١$	$\sqrt[3]{٢٧} = ٣$
$\sqrt[3]{٨} = ٢$	$\sqrt[3]{٦٤} = ٤$
$\sqrt[3]{١٢٥} = ٥$	
$\sqrt[3]{١٠٠٠} = ١٠$	

تـــــذكر

- مكعّب العدد ل $= ل^{٣}$
  $= ل \times ل \times ل$
- فمثلًا مكعّب العدد ٢ $= (٢)^{٣}$
  $= ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨$

اِنتبِه

- $\sqrt[3]{٦٤} = ٨$
- $\sqrt[3]{٦٤} = ٤$

اِنتبِه

$\sqrt[3]{(-أ)^{٣}} = -أ$

أكمل الجدول الآتي :

العـــــــــدد	٨	-١٢٥	٢١٦	٣٤٣	-١٠٠٠
الجذر التكعيبي $(\sqrt[3]{أ})$	٢	-٥	٦	$\sqrt[3]{٣٤٣} = ٧$	-١٠
الســـــــبب	$(٢)^{٣} = ٨$	$(-٥)^{٣} = -١٢٥$	$(٦)^{٣} = ٢١٦$	$(٧)^{٣} = ٣٤٣$	$(-١٠)^{٣} = -١٠٠٠$

أوجد كلًّا ممَا يلي :

أ $\sqrt[3]{\frac{١٢٥}{٢٧}} = \sqrt[3]{\frac{٥ \times ٥ \times ٥}{٣ \times ٣ \times ٣}} = \sqrt[3]{\frac{(٥)^3}{(٣)^3}} = \left(\frac{٥}{٣}\right) = \frac{٥}{٣}$

ب $\sqrt[3]{-٠,٠٦٤} = \sqrt[3]{\frac{-٦٤}{١٠٠٠}} = \sqrt[3]{\frac{-٤^3}{١٠^3}} = \left(\frac{-٤}{١٠}\right) = \frac{-٤}{١٠} = -٠,٤$

أوجد الجذر التكعيبي لكلّ من الأعداد الآتية :

أ $-١٥\frac{٥}{٨}$

الحلّ:

$$\sqrt[3]{-١٥\frac{٥}{٨}} = \sqrt[3]{\frac{-١٢٥}{٨}} = \sqrt[3]{\frac{(-٥)^3}{(٢)^3}} = \left(\frac{-٥}{٢}\right) = \frac{-٥}{٢} = -٢\frac{١}{٢}$$

ب $٣,٣٧٥$

الحلّ:

$$\sqrt[3]{٣,٣٧٥} = \sqrt[3]{\frac{٣٣٧٥}{١٠٠٠}} = \sqrt[3]{\frac{(٥ \times ٣)^3}{(١٠)^3}} = \sqrt[3]{\frac{(١٥)^3}{(١٠)^3}}$$

$$= \left(\frac{١٥}{١٠}\right) = \frac{١٥}{١٠} = ١,٥$$

٣٣٧٥	٣
١١٢٥	٣
٣٧٥	٣
١٢٥	٥
٢٥	٥
٥	٥
١	

أوجد الجذر التكعيبي لكلّ من الأعداد الآتية :

أ $\frac{-٢٧}{٨}$

$$= \sqrt[٣]{\frac{-٢٧}{٨}} = \sqrt[٣]{\frac{-٣^{٣}}{٢^{٣}}} = \sqrt[٣]{\left(\frac{-٣}{٢}\right)^{٣}} = \frac{-٣}{٢} = -١\frac{١}{٢}$$

ب $-٠,١٢٥$

$$= \sqrt[٣]{-٠,١٢٥} = \sqrt[٣]{\frac{-١٢٥}{١٠٠٠}} = \sqrt[٣]{\frac{-٥^{٣}}{١٠^{٣}}} = \sqrt[٣]{\left(\frac{-٥}{١٠}\right)^{٣}} = \frac{-٥}{١٠} = -١\frac{-٢}{٣}$$

$٠,٢١٦$

الحلّ:

$$= \sqrt[٣]{\frac{٢١٦}{١٠٠٠}} = \sqrt[٣]{\frac{٢^{٣} \times ٣^{٣}}{١٠^{٣}}} = \sqrt[٣]{\left(\frac{٢ \times ٣}{١٠}\right)^{٣}} = \frac{٢ \times ٣}{١٠} = \frac{٦}{١٠} = ٠,٦$$

٢١٦	٢
١٠٨	٢
٥٤	٢
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

د $-٤٢\frac{٧}{٨}$

الحلّ:

$$= \sqrt[٣]{-٤٢\frac{٧}{٨}} = \sqrt[٣]{\frac{-٣٤٣}{٨}} = \sqrt[٣]{\frac{-٧^{٣}}{٢^{٣}}} = \sqrt[٣]{\left(\frac{-٧}{٢}\right)^{٣}} = \frac{-٧}{٢} = -٣\frac{١}{٢}$$

٣٤٣	٧
٤٩	٧
٧	٧
١	

هـ $٢,٧٤٤$

الحلّ:

$$= \sqrt[٣]{٢,٧٤٤} = \sqrt[٣]{\frac{٢٧٤٤}{١٠٠٠}} = \sqrt[٣]{\frac{٢^{٣} \times ٧^{٣}}{١٠^{٣}}} = \sqrt[٣]{\left(\frac{٢ \times ٧}{١٠}\right)^{٣}} = \frac{٢ \times ٧}{١٠} = \frac{١٤}{١٠} = ١,٤$$

٢٧٤٤	٢
١٣٧٢	٢
٦٨٦	٢
٣٤٣	٧
٤٩	٧
٧	٧
١	

منصة برايم أكاديمي

أوجد ناتج ما يلي :

أ $\sqrt[٣]{-٢٧} - \sqrt[٣]{٤} - \sqrt{٣٦}\ ٥$

$= -٣ \times ٤ - ٦ \times ٥$

$= ٣٠ + ١٢ = ٤٢$

ب $\sqrt[٣]{-٦٤} + \sqrt[٣]{١٢٥}\ ٢$

$= -٣ \times ٤ + ٢ \times ٥$

$= -١٢ + ١٠ = -٢$

ج $\sqrt[٣]{-٨} + \sqrt[٣]{٢٧}\ ٣\ ٢$

$= ٢ \times ٣ + ٣ \times -٢$

$= ٦ - ٦ = ٠$

في التمارين من (٤ – ٨) ، ظلّل دائرة الإجابة الصحيحة :

٤ $\sqrt[٣]{(-٠,٠٤)^{٣}} =$

أ $٠,٠٤$ ب $-٠,٠٤$ ج $٠,٠١٦$ د ٤

٥ $\sqrt[٣]{\frac{٣٤٣}{٢٧٠٠٠}} =$

أ $\frac{٧}{٣٠}$ ب $\frac{٣٠}{٧}$ ج $\frac{-٧}{٣٠}$ د $\frac{-٣٠}{٧}$

٦ $\frac{\sqrt[٣]{١٢٥}}{\sqrt{٢٥}} =$

أ ٥ ب ١ ج $\frac{١}{٥}$ د $٠,١$

٧ $\sqrt[٣]{٠,٠٠٨} =$

ب $٠,٢$ أ $٠,٠٢$ ج $٠,٨$ د ٢

٨ $\sqrt[٣]{ب^{٣}} =$

أ $ب^{٣}$ ب $ب^{٢}$ ج $ب$ د $-ب$

الحجم = ل^{٣}

ل^{٣} = ٨

ل = $\sqrt[٣]{٨}$ = ٢

مساحة الوجة = ل^{٢}

= ٢^{٢} = ٤ م^{٢}

٩ ظلّل الإجابة الصحيحة :

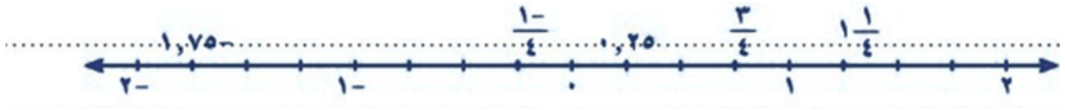
مكعب حجمه ٨ م^{٣} ، فإنّ مساحة أحد أوجهه تساوي :

أ ٢ م^{٢} ب ٤ م ج ٤ م^{٢} د ٨ م^{٢}

منصة برايم أكاديمي

١ مثل الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد :

$1\frac{1}{4}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{-1}{4}$ ، ٠,٢٥ ، $-1,75$ $\qquad$ $0,25 = \frac{1}{4}$ ، $-1,75 = -1\frac{3}{4}$



---

٢ رتب الأعداد الآتية ترتيبًا تصاعديًّا :

$5\frac{1}{3}$ ، $-5\frac{1}{5}$ ، ٥,٢٥ ، $-5,4$ $\qquad$ $5,25 = 5\frac{1}{4}$ ، $-5,4 = -5\frac{4}{10}$ ، $-5\frac{2}{5}$

الحلّ:

$-5,4$ ، $-5\frac{1}{5}$ ، ٥,٢٥ ، $5\frac{1}{3}$

---

٣ رتب الأعداد الآتية ترتيبًا تنازليًّا :

$\frac{3}{4}$ ، $\frac{-3}{5}$ ، ٠,٨ ، $-0,8$ $\qquad$ $\frac{3}{4} = 0,75$ ، $\frac{3\times2}{5\times2} = -\frac{6}{10} = -0,6$

الحلّ:

٠,٨ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{-3}{5}$ ، $-0,8$

---

٤ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة :

أ $-5,63 - (-2,073) = -5,630 + 2,073$

$= -(5,630 - 2,073) = -3,557$

ب $-5,4 + 3\frac{1}{3} = -5\frac{4}{10} + 3\frac{1}{3}$

$= -\left(5\frac{4}{10} - 3\frac{1}{3}\right)$

$= -\left(5\frac{4\times3}{10\times3} - 3\frac{1\times10}{3\times10}\right)$

$= -\left(5\frac{12}{30} - 3\frac{10}{30}\right)$

$= -2\frac{2}{30} = -2\frac{1}{15}$

ج $-6\frac{5}{8} + 3\frac{5}{6} =$

$-\left(6\frac{5\times3}{8\times3} - 3\frac{5\times4}{6\times4}\right)$

$= -\left(6\frac{15}{24} - 3\frac{20}{24}\right)$

$= -2\frac{19}{24}$

منصة برايم أكاديمي

د $١٨\frac{١}{٥} - ١٠\frac{٢}{٣} =$

$= ١٠\frac{٢}{٣} + \left(-١٨\frac{١}{٥}\right)$

$= \left(١٠\frac{٢\times٥}{٣\times٥} - ١٨\frac{١\times٣}{٥\times٣}\right) -$

$= \left(١٠\frac{١٠}{١٥} - ١٨\frac{١٨}{١٥}\right) - = ٧\frac{٨}{١٥} -$

هـ $٢\frac{١}{٦} \times ١\frac{٢}{٣} =$

$= \frac{٥}{٣} \times \frac{١٣}{٦} = \frac{٦٥}{٦} = ١٠\frac{٥}{٦}$

و $٥\frac{١}{٧} \div \left(-١\frac{١}{٧}\right) =$

$= -\frac{٣٦}{٧} \div \frac{٨}{٧}$

$= -\frac{٣٦}{٧} \times \frac{٧}{٨} =$

$= -\frac{٩}{٢} = -٤\frac{١}{٢}$

ز $١\frac{١}{٦} \times \left(\frac{٦}{٧} - \frac{٣}{١٤}\right) =$

$= \frac{٧}{٦} \times \left(\frac{٦}{٧} - \frac{٣}{١٤}\right)$

$= \frac{٧}{٦} \times \frac{٦}{٧} - \frac{٧}{٦} \times \frac{٣}{١٤} =$

$= ١ - \frac{٤}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٤}$

ح $-٣\frac{٢}{٣} + ٦\frac{٧}{٩} + ٥\frac{١}{٦} =$

$= -٣\frac{٢\times٦}{٣\times٦} + ٦\frac{٧\times٢}{٩\times٢} + ٥\frac{١\times٣}{٦\times٣}$

$= -٣\frac{١٢}{١٨} + ٦\frac{١٤}{١٨} + ٥\frac{٣}{١٨} =$

$= + \left(٦\frac{١٤}{١٨} - ٣\frac{١٢}{١٨}\right) + ٥\frac{٣}{١٨} + = ٣\frac{٢}{١٨} + ٥\frac{٣}{١٨} = ٨\frac{٥}{١٨}$

منصة برايم أكاديمي

٥ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ $\sqrt{٠,٠٠٦٤} = \sqrt{\frac{٦٤}{١٠٠٠٠}} = \sqrt{\frac{٨^{٢}}{١٠٠^{٢}}} = \sqrt{\left(\frac{٨}{١٠٠}\right)^{٢}} = \frac{٨}{١٠٠} = ٠,٠٨$

ب $\sqrt{\frac{٨١}{١٠٠}} = \sqrt{\frac{٩^{٢}}{١٠^{٢}}} = \sqrt{\left(\frac{٩}{١٠}\right)^{٢}} = \frac{٩}{١٠} = ٠,٩$

ج $\sqrt[٣]{٢\frac{١٠}{٢٧}} = \sqrt[٣]{\frac{٦٤}{٢٧}} = \sqrt[٣]{\frac{٤^{٣}}{٣^{٣}}} = \sqrt[٣]{\left(\frac{٤}{٣}\right)^{٣}} = \frac{٤}{٣} = ١\frac{١}{٣}$

---

٦ يريد جاسم صناعة عطر في المنزل، زذلك بخلط $\frac{١}{٢}$ ٩ جرامات من العطر المركّز، و ٣٩,٨ جرامًا من الكحول الأبيض، و ٠,٤٥ درام من الصندل للتثبيت.

الحل

أ ما كمّية الجرامات التي استخدمها في صناعة العطر؟

الجرامات التي استخدمها جاسم في صناعة العطر

$٩\frac{١}{٢} + ٣٩,٨ + ٠,٤٥ = ٩,٥ + ٣٩,٨ + ٠,٤٥ = ٤٩,٧٥$ جرامًا

ب إذا كان جاسم يريد عمل $\frac{٣}{٤}$ الكمّية، فما الكمّية اللازمة من الجرامات التي يحتاج إلهيا؟

الكمّية اللازمة التي يحتاج إليها

$\frac{٣}{٤} \times ٤٩,٧٥ = \frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٤} \times ٤٩ = \frac{٣}{٤} \times \frac{١٩٩}{٤} = ٣٧\frac{٥}{١٦}$ جرامًا

---

٧ خزّان ماء على شكل مكعّب ، حجمه ١٢٥ مترًا مكعبًا. أوجد طول حرفه.

الحل

حجم المكعب = ل ^{٣}

ل ^{٣} = ١٢٥

ل = $\sqrt[٣]{١٢٥}$

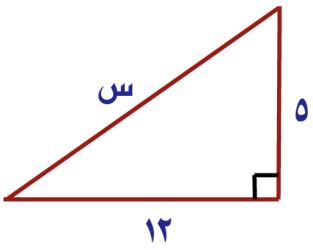
ل = $\sqrt[٣]{٥^{٣}}$ = ٥

طول الحرف = ٥ متر

منصة برايم أكاديمي

بند ٣-١ نظرية فيثاغورث وعكسها

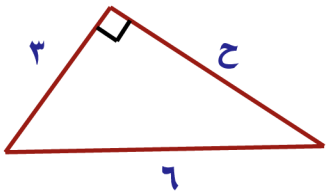
مثال (١): أوجد قيمة المجهول في كل مما يلي:



$س^{٢} = (٥)^{٢} + (١٢)^{٢}$

$س^{٢} = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩$

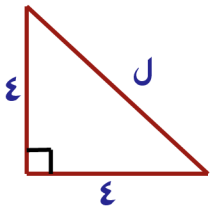
$س = \sqrt{١٦٩} = ١٣$



$ع^{٢} = (٦)^{٢} - (٣)^{٢}$

$ع^{٢} = ٣٦ - ٩ = ٢٧$

$ع = \sqrt{٢٧}$



$ل^{٢} = (٤)^{٢} + (٤)^{٢}$

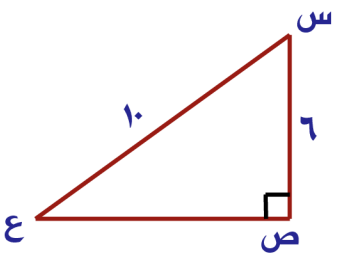
$ل^{٢} = ١٦ + ١٦ = ٣٢$

$س = \sqrt{٣٢}$

مثال (٢): س ص ع مثلث قائم الزاوية في ص فيه:

س ص = ٦ وحدات طول ، س ع = ١٠ وحدة طول

أوجد ص ع



الحل

س ص ع قائم في ص

$(ص\ ع)^{٢} = (س\ ع)^{٢} - (س\ ص)^{٢}$

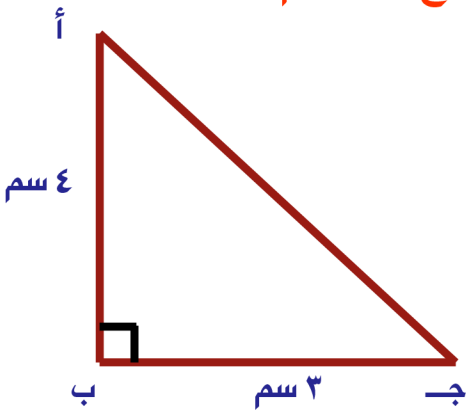
$(ص\ ع)^{٢} = (١٠)^{٢} - (٦)^{٢} = ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤$

$ص\ ع = \sqrt{٦٤} = ٨$ وحدة طول

منصة برايم أكاديمي

مثال (٣): أ ب ج مثلث قائم في $\hat{ب}$ حيث أ ب = ٤سم ، ب ج = ٣ سم

أوجد: أ ج



الحل

أ ب ج مثلث قائم

$(أ ج)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب ج)^{٢}$

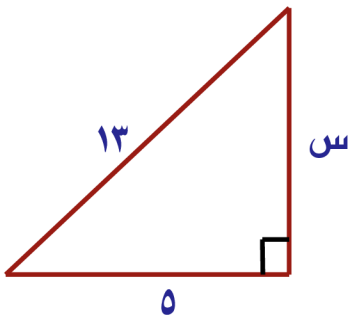
$= (٤)^{٢} + (٣)^{٢}$

$= ١٦ + ٩ = ٢٥$

أ ج $= \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول

مثال (٤): في الشكل المقابل:

أوجد: س



الحل

المثلث قائم الزاوية

$س^{٢} = (١٣)^{٢} + (٥)^{٢}$

$= ١٦٩ - ٢٥ = ١٤٤$

س $= \sqrt{١٤٤} = ١٢$ وحدة طول

لأي مثلث أ ب جـ حيث $\overline{أ جـ}$ الضلع الأكبر طولاً يكون:

- $(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$ ⇔ أ ب جـ قائم الزاوية في ب.
- $(أ جـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$ ⇔ أ ب جـ حاد الزوايا.
- $(أ جـ)^{٢} < (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$ ⇔ أ ب جـ منفرج الزاوية في ب.

مثال (٣) : في الحالات الآتية ، حدّد نوع المثلث بالنسبة إلى زواياه :

أ ٥ وحدات طول ، ١٢ وحدة طول ، ١٣ وحدة طول

الحل

$(١٣)^{٢} = ١٦٩$

$(٥)^{٢} + (١٢)^{٢}$

$= ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩$

∴ $(١٣)^{٢} = (٥)^{٢} + (١٢)^{٢}$

∴ المثلث قائم الزاوية

ب ٥ وحدات طول ، ٥ وحدات طول ، ٧ وحدات طول

الحل

$(٧)^{٢} = ٤٩$

$(٥)^{٢} + (٥)^{٢}$

$= ٢٥ + ٢٥ = ٥٠$

∴ $(٧)^{٢} > (٥)^{٢} + (٥)^{٢}$

∴ المثلث حادّ الزوايا

جـ ٥ وحدات طول ، ٧ وحدات طول ، ٩ وحدات طول

الحل

$(٩)^{٢} = ٨١$

$(٥)^{٢} + (٧)^{٢}$

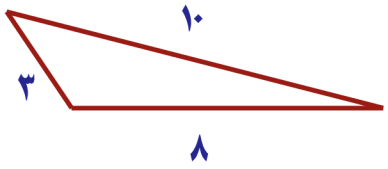
$= ٢٥ + ٤٩ = ٧٤$

∴ $(٩)^{٢} < (٥)^{٢} + (٧)^{٢}$

∴ المثلث منفرج الزاوية

في كلّ ممّا يلي ، حدّد نوع المثلث بالنسبة إلى زواياه :

أ



الحل

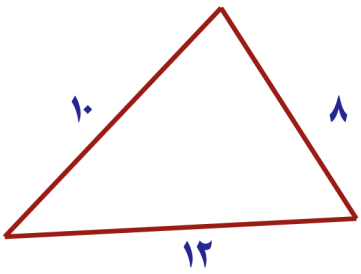
$(١٠)^{٢} = ١٠٠$

$(٨)^{٢} + (٣)^{٢} = ٦٤ + ٩ = ٧٣$

∴ $(١٠)^{٢} > (٨)^{٢} + (٣)^{٢}$

∴ المثلث منفرج الزاوية

ب



الحل

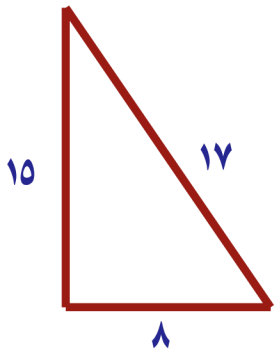
$(١٢)^{٢} = ١٤٤$

$(١٠)^{٢} + (٨)^{٢} = ١٠٠ + ٦٤ = ١٦٤$

∴ $(١٢)^{٢} > (١٠)^{٢} + (٨)^{٢}$

∴ المثلث حادّ الزوايا

جـ



الحل

$(١٧)^{٢} = ٢٨٩$

$(١٥)^{٢} + (٨)^{٢} = ٢٢٥ + ٦٤ = ٢٨٩$

∴ $(١٧)^{٢} = (١٥)^{٢} + (٨)^{٢}$

∴ المثلث قائم الزاوية

منصة برايم أكاديمي

أثبت أن △أ ب جـ قائم الزاوية حيث أ ب = ٧ وحدات طول ، أ جـ = ٢٤ وحدة طول ، ب جـ = ٢٥ وحدة طول

الحل

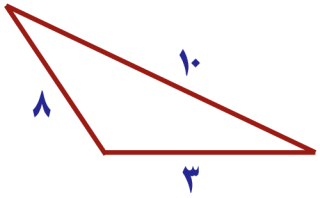
$(ب\ جـ)^{٢} = (٢٥)^{٢} = ٦٢٥$

$(أ\ ب)^{٢} + (أ\ جـ)^{٢} = (٧)^{٢} + (٢٤)^{٢} = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥$

$\therefore (ب\ جـ)^{٢} = (أ\ ب)^{٢} + (أ\ جـ)^{٢}$

$\therefore$ المثلث أ ب جـ قائم

أ



الحل

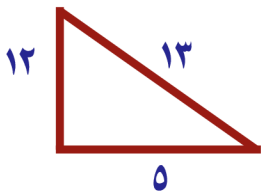
$(١٠)^{٢} = ١٠٠$

$(٨)^{٢} + (٣)^{٢} = ٦٤ + ٩ = ٧٣$

$(١٠)^{٢} \neq (٨)^{٢} + (٣)^{٢}$

$\therefore$ المثلث ليس قائم

ب



الحل

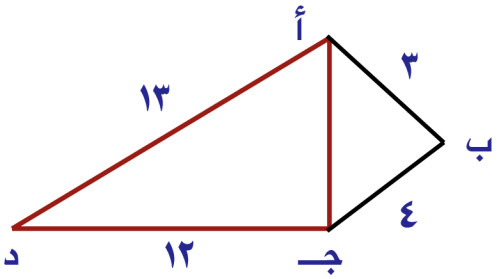
$(١٣)^{٢} = ١٦٩$

$(١٢)^{٢} + (٥)^{٢} = ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩$

$(١٣)^{٢} = (١٢)^{٢} + (٥)^{٢}$

$\therefore$ المثلث قائم

منصة برايم أكاديمي



مثال (٨): في الشكل المقابل:

ق(ب̂) = ٩٠°، أ ب = ٣ وحدة طول

، ب جـ = ٤ وحدة طول، جـ د = ١٢ وحدة طول

، أ د = ١٣ وحدة

احسب طول أ جـ ثم أثبت أن المثلث أ جـ د قائم الزاوية

الحل

أ ب جـ قائم في ب

$(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}$

$(أ جـ)^{٢} = (٤)^{٢} + (٣)^{٢}$

$(أ جـ)^{٢} = ١٦ + ٩ = ٢٥$

$أ جـ = \sqrt{٢٥} = ٥$

في المثلث أ جـ د

$(أ د)^{٢} = (١٣)^{٢} = ١٦٩$

$(أ جـ)^{٢} + (جـ د)^{٢} = (٥)^{٢} + (١٢)^{٢}$

$= ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩$

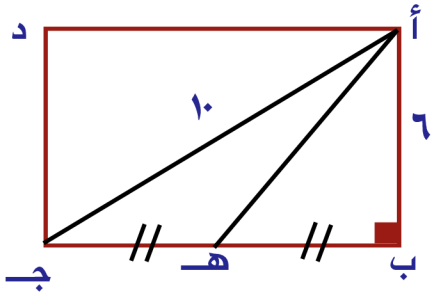
$(أ د)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (جـ د)^{٢}$

∴ المثلث قائم الزاوية في جـ

مثال (٩): أ ب جـ د مستطيل فيه:

أ جـ = ١٠ وحدة ، أ ب = ٦ وحدة ، هـ منتصف ب جـ

أوجد بالبرهان طول كل من ب جـ ، ب هـ ، أ هـ



الحل

البـــرهـــان

أ ب جـ قائم في ب

$(ب\ جـ)^{٢} = (أ\ جـ)^{٢} - (أ\ ب)^{٢}$

$(ب\ جـ)^{٢} = (١٠)^{٢} - (٦)^{٢}$

$(ب\ جـ)^{٢} = ١٠٠ - ٣٦ = ٦٤$

$ب\ جـ = \sqrt{٦٤} = ٨$

$ب\ هـ = \frac{١}{٢} ب\ جـ = \frac{١}{٢} \times ٨ = ٤$

في المثلث أ ب هـ

$(أ\ هـ)^{٢} = (٦)^{٢} + (٤)^{٢}$

$= ٣٦ + ١٦ = ٥٢$

$أ\ هـ = \sqrt{٥٢}$

منصة برايم أكاديمي

بند ٣ - ٢ التطابق

يتطابق مضلّعان إذا وفقط إذا كان :

- أضلاعهما المتناظرة متطابقة.
- زواياهما المتناظرة متطابقة.

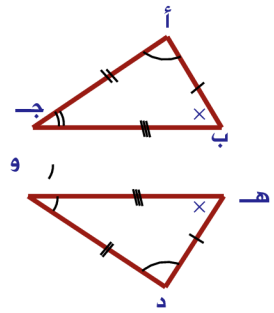
وبما أنّ المثلّثات حالة خاصة من المضلّعات لذلك :

إذا تطابق مثلثان فإن :

- أضلاعهما المتناظرة متطابقة.
- زواياهما المتناظرة متطابقة.

١ في الشكل المقابل Δ أ ب جـ ≅ Δ د هـ و .

أكمِل ما يلي حسب المعطيات بالرسم :



الحل

أ) $\hat{أ} \cong \hat{د}$

ب) $\hat{جـ} \cong \hat{و}$

جـ) $\hat{هـ} \cong \hat{ب}$

د) $\overline{ب جـ} \cong \overline{هـ و}$

هـ) $\overline{أ ب} \cong \overline{د هـ}$

و) $\overline{أ جـ} \cong \overline{د و}$

---

٢ إذا كان Δ أ ب جـ ≅ Δ س ص ع . فحدّد العناصر المتطابقة فيهما.

الحل

أ) $\hat{أ} \cong \hat{س}$

ب) $\hat{ب} \cong \hat{ص}$

جـ) $\hat{جـ} \cong \hat{ع}$

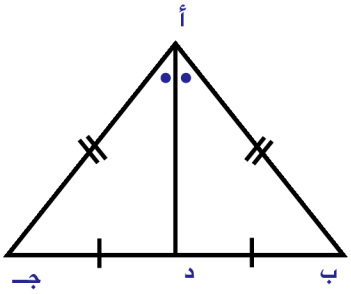
د) $\overline{أ ب} \cong \overline{س ص}$

هـ) $\overline{ب جـ} \cong \overline{ص ع}$

و) $\overline{أ جـ} \cong \overline{س ع}$

منصة برايم أكاديمي

٣ في الشكل المقابل : Δ أ ب جـ وبحسب المعطّيات على الرسم، أكمِل ما يلي :



الحل

أ $\overline{أب} \cong \overline{أجـ}$

ب $\overline{ب د} \cong \overline{جـ د}$

ج $\overline{أد}$ (ضلع مشترك)

د $\hat{ب أ د} \cong \hat{جـ أ د}$

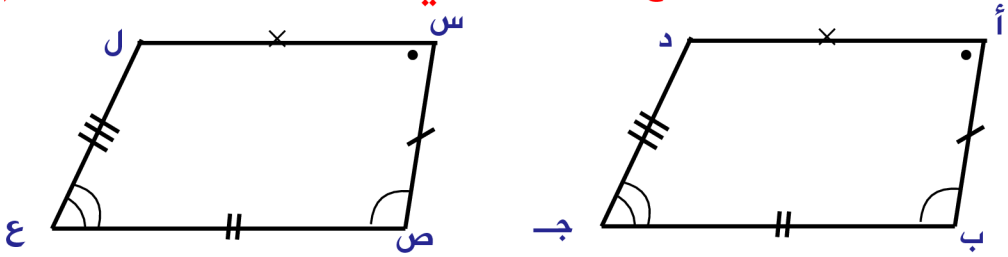
هـ $\hat{ب} \cong \hat{جـ}$

و $\hat{أ د ب} \cong \hat{أ د جـ}$

ز $\Delta أ د ب \cong \Delta أ د جـ$ السبب : خواص مثلّث متطابق الضلعين ($\overline{أد} \perp \overline{ب جـ}$)

---

٤ من الشكلّين أ ب جـ د ، س ص ع ل ، أكمِل ما يلي حسب المعطّيات على الرسم :



الحل

أ $\hat{أ} \cong \hat{س}$

ب $\hat{ب} \cong \hat{ص}$

ج $\hat{د} \cong \hat{ل}$

د $\hat{جـ} \cong \hat{ع}$

هـ $\overline{أب} \cong \overline{س ص}$

و $\overline{د جـ} \cong \overline{ل ع}$

ز $\overline{د أ} \cong \overline{ل س}$

ح $\overline{ب جـ} \cong \overline{ص ع}$

ط المضلع أ ب جـ د ≅ المضلع س ص ع ل

منصة برايم أكاديمي

بند ٣ - ٢ تطابق مثلثين لثلاثة أضلاع

يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع في أحدهما مع نظيره في المثلث الآخر.
يُعبَّر عن ذلك بـ (ضلع ، ضلع ، ضلع) ويُرمز إليها بـ (ض . ض . ض)

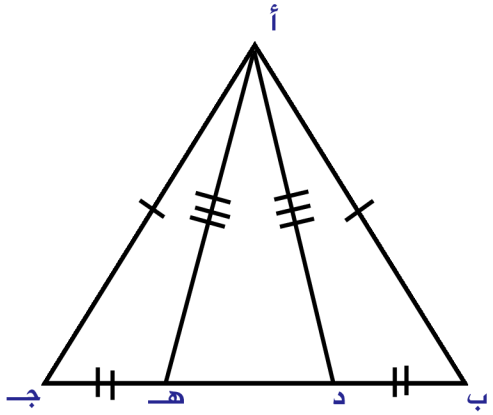
١ في الشكل المقابل:

أ ب ≅ أ ج ، أ د ≅ أ هـ ، ب د ≅ جـ هـ

أثبت أن:

١ Δ أ ب د ≅ Δ أ جـ هـ

٢ ب $\hat{أ}$ د ≅ جـ $\hat{أ}$ هـ



الحل

البرهان:

في Δ أ ب د ، Δ أ جـ هـ فيهما:

١ أ ب ≅ أ جـ (معطى)

٢ أ د ≅ أ هـ (معطى)

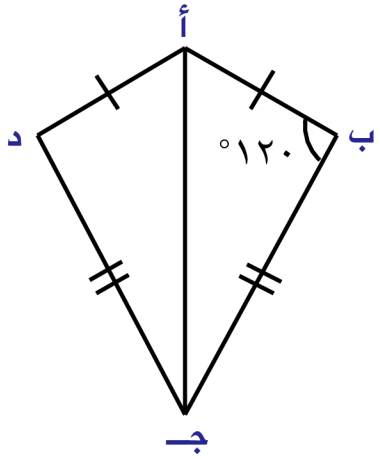
٣ ب د ≅ جـ هـ (معطى)

∴ Δ أ ب د ≅ Δ أ جـ هـ (ض.ض.ض)

وينتج من التطابق أن: ب $\hat{أ}$ د ≅ جـ $\hat{أ}$ هـ

للحصول على ملف الأسئلة الموضوعية
والمهارات العليا ونماذج التقويمي الأول
والثاني والفاينل
تابعنا في برايم اكاديمي
هنا 👇👇👇





٢ في الشكل المقابل: أ ب ج د شكل رباعي فيه:

أ ب = أ د ، ب ج = د ج ، ق(أ $\hat{ب}$ ج) = ١٢٠°

أثبت أن:

١ Δ أ ب ج ≅ Δ أ د ج

٢ ق(أ $\hat{د}$ ج) = ١٢٠°

٣ $\overline{أجـ}$ منصف (ب $\hat{أ}$ د)

الحل

في Δ أ ب ج ، Δ أ د ج فيهما:

١ $\overline{أب}$ = $\overline{أد}$ (معطى)

٢ $\overline{ب ج}$ = $\overline{د جـ}$ (معطى)

٣ $\overline{أجـ}$ ضلع مشترك

∴ ينتج أن Δ أ ب ج ≅ Δ أ د ج (ض.ض.ض)

ومن التطابق ينتج أن:

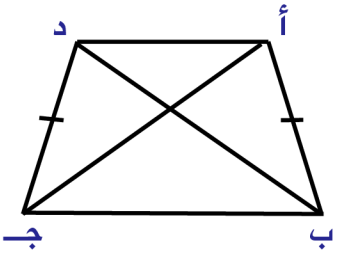
ق(أ $\hat{د}$ جـ) = ق(أ $\hat{ب}$ جـ) = ١٢٠°

وكذلك ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = ق(د $\hat{أ}$ جـ)

إذًا $\overline{أجـ}$ منصف (ب $\hat{أ}$ د)

---

٣ أ ب ج د شبه منحرف متطابق الضلعين.



أثبت أن: Δ أ ب ج ≅ Δ د ج ب .

(علمًا بأنَّ قطري شبه المنحرف المتطابق الضلعين متطابقان) .

الحل

Δ أ ب ج ، Δ د ج ب فيهما:

١ $\overline{أب}$ ≅ $\overline{د جـ}$ (معطى)

٢ $\overline{ب جـ}$ ضلع مشترك

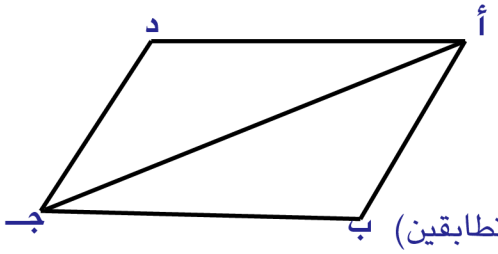
٣ أ جـ = د ب (قطري شبه المنحرف المتطابق الضلعين متطابقان)

∴ Δ أ ب ج ≅ Δ د جـ ب (ض . ض . ض)

منصة برايم أكاديمي

٤ متوازي أضلاع أ ب جـ د ، $\overline{أجـ}$ قطر فيه .

أثبت أن: Δ أ ب جـ ≅ Δ جـ د أ .



الحل

في Δ أ ب ج ، Δ ج د أ فيهما:

١ $\overline{أب}$ ≅ $\overline{دج}$ (من خواص متوازي الأضلاع) (كل ضلعين متقابلين متطابقين)

٢ $\overline{أد}$ ≅ $\overline{بجـ}$ (من خواص متوازي الأضلاع)

٣ $\overline{أجـ}$ ضلع مشترك

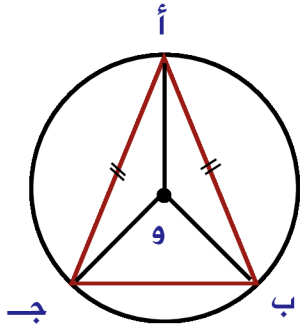
∴ Δ أ ب جـ ≅ Δ ج د أ (ض . ض . ض)

---

٥ في الشكل المقابل ، دائرة مركزها و ،

$\overline{أب}$ ≅ $\overline{أجـ}$.

أثبت أن: Δ أ ب و ≅ Δ أ ج و .



الحل

في Δ أ ب و ، Δ أ ج و فيهما:

١ $\overline{أب}$ ≅ $\overline{أجـ}$ (معطى)

٢ $\overline{أو}$ ضلع مشترك

٣ $\overline{وب}$ ≅ $\overline{وج}$ (أنصاف أقطار متطابقة)

∴ Δ أ ب و ≅ Δ أ ج و (ض . ض . ض)

بند ٣ - ٤ تطابق مَثَلّثَيْن بضلعين والزاوية المحَدَّدَة بهما

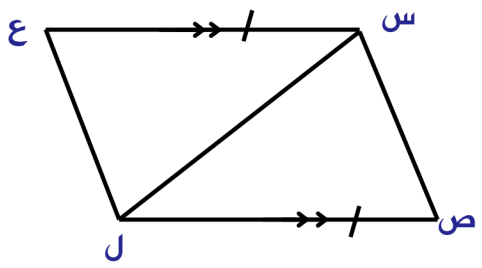
يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحدَّدة بهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر . يُعَبَّر عن ذلك بـ (ضلع ، زاوية ، ضلع) ويُرمَز إليها (ض . ز . ض) .

١ في الشكل المقابل: $\overline{س ع} \cong \overline{ل ص}$ ، $\overline{س ع} // \overline{ل ص}$.

أثبت أنَّ :

Δ ل س ع $\cong \Delta$ س ل ص .

س ص = ل ع .



الحل

❶ في Δ ل س ع ، Δ س ل ص فيهما:

❷ $\overline{س ع} \cong \overline{ل ص}$ (معطى)

❸ ق($\angle$ ل س ع) = ق($\angle$ س ل ص) (بالتبادل والتوازي)

$\overline{س ل}$ ضلع مشترك

∴ Δ ل س ع $\cong \Delta$ س ل ص (ض . ز . ض)

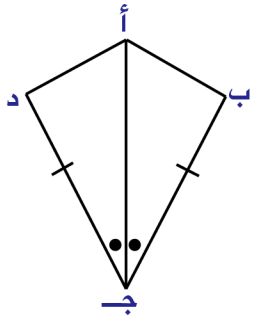
وينتج من التطابق أنَّ س ص = ل ع .

---

٢ في الشكل المجاور: ق($\angle$ أ جـ ب) = ق($\angle$ أ جـ د) ، $\overline{ب جـ} \cong \overline{د جـ}$

أ) أثبت أنَّ : Δ أ ب جـ $\cong \Delta$ أ د جـ .

ب) برهن أنَّ : $\angle$ أ ب ج $\cong$ $\angle$ أ د جـ .



الحل

في Δ أ ب ج ، Δ أ د ج فيهما:

❶ $\overline{ب جـ} \cong \overline{د جـ}$ (معطى)

❷ أ ج ضلع مشترك

❸ ق($\angle$ أ ج ب) $\cong$ ق($\angle$ أ جـ د) (معطى)

∴ Δ أ ب ج $\cong \Delta$ أ د جـ (ض . ز . ض)

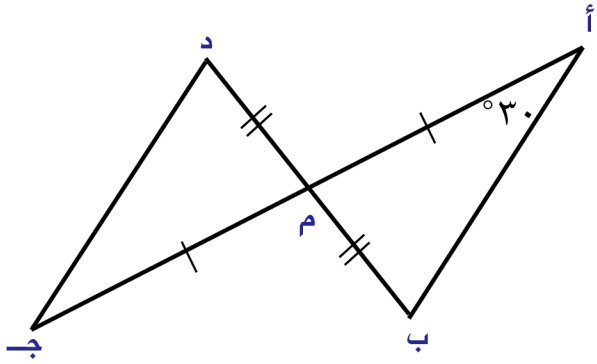
وينتج من التطابق أنَّ $\angle$ أ ب جـ $\cong$ $\angle$ أ د جـ .

منصة برايم أكاديمي

٣ من خلال المعطيات على الشكل المقابل .

أ) أثبت أنَّ : Δ أ م ب ≅ Δ ج م د .

ب) أوجد ق(جـ) .



الحل

في Δ أ م ب ، Δ ج م د :

١ أ م ≅ ج م (معطى)

٢ د م ≅ م ب (معطى)

٣ ق(أ م ب) = ق(ج م د) (بالتقابل بالرأس)

إذًا Δ أ م ب ≅ Δ ج م د بحالة (ض . ز . ض)

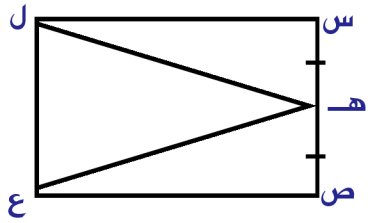
ومن التطابق ينتج أنَّ : أ ≅ جـ

∴ ق(جـ) = ق(أ) = ٣٠°

---

٤ في الشكل المقابل: س ص ع ل مستطيل، هـ منتصف س ص.

أثبت أنَّ: هـ ل = هـ ع.



الحل

في Δ هـ س ل ، Δ هـ ص ع فيهما:

١ س هـ ≅ هـ ص (لأن هـ منتصف س ص)

٢ س ≅ ص (زوايا المستطيل قائمة)

٣ س ل ≅ ص ع (من خواص المستطيل كل ضلعين متقابلين متطابقين)

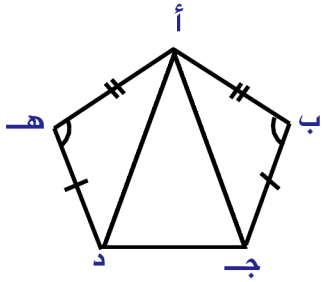
∴ Δ هـ س ل ≅ Δ هـ ص ع (ض . ز . ض)

وينتج من التطابق أنَّ هـ ل = هـ ع

---

٥ من خلال المعطيات الموضحة على الشكل المقابل ،

أثبت أنَّ : المثلث أ جـ د متطابق الضلعين .



الحل

في Δ أ ب جـ ، Δ أ هـ د فيهما:

١ أ ب ≅ أ هـ ٢ هـ د ≅ ب جـ ٣ أ ب جـ ≅ أ هـ د

∴ Δ أ ب جـ ≅ Δ أ هـ د بحالة (ض . ز . ض)

ومن التطابق ينتج أنَّ : أ جـ ≅ أ د ∴ Δ أ جـ د متطابق الضلعين .

منصة برايم أكاديمي

بند ٣ – ٥ تطابق مُثَلَّثَيْن بزاويتين وضلع واصل بين رأسيهما

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع الواصل بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرهما في المثلث الآخر ، ويُعَبَّر عن ذلك بـ (زاوية ، ضلع ، زاوية) ، ويُرمَز إليها (ز . ض . ز) .

١ من المعطيات الموضحة في الرسم ، أكمل كلًّا ممّا يلي :

في المثلث أ ب جـ ، المثلث س ص ع

أ) ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{ص}$)

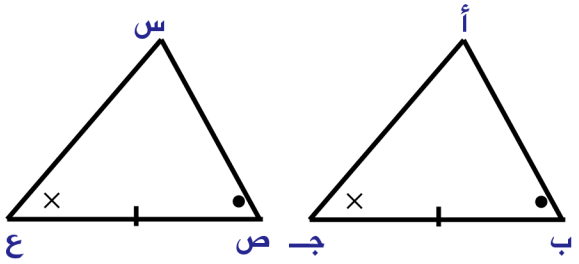
ب) ق($\hat{جـ}$) = ق($\hat{ع}$)

جـ) ب جـ = ص ع

∴ يتطابق المثلثان (زاوية ، ضلع ، زاوية)

وينتج من التطابق أنَّ ق(أ) = ق(س) ،

$\overline{أ ب} \cong \overline{س ص}$ ، $\overline{أ جـ} \cong \overline{س ع}$.



---

٢ في الشكل المقابل ، أثبت أنَّ :

المثلث أ ب د ≅ المثلث أ جـ هـ .

الحل

البرهان :

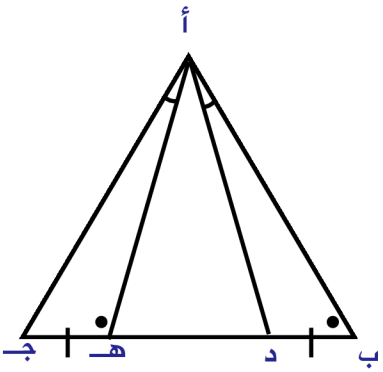
المثلث أ ب د ، المثلث أ جـ هـ فيهما :

١ $\overline{ب د} \cong \overline{جـ هـ}$ (معطى)

٢ ق($\hat{أ د ب}$) = ق($\hat{أ هـ جـ}$) (معطى)

٣ ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{جـ}$) (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي ١٨٠°)

∴ المثلث أ ب د ≅ المثلث أ جـ هـ (ز . ض . ز)

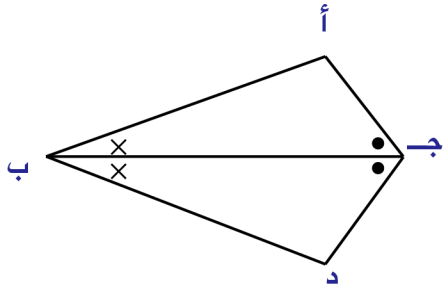


تـــــذكر

إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع نظائرهما في المثلث الآخر ، فإنَّ الزاوية الثالثة في كليهما تكون متطابقة . (لأنَّ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة تساوي ١٨٠°) .

منصة برايم أكاديمي

٣ في الشكل المقابل ، ليكن $\overline{جـ ب}$ منصف الزاويتين جـ ، ب



١ أثبت أنَّ : المثلث أ جـ ب ≅ المثلث د جـ ب .

٢ برهن أنَّ : أ جـ = د جـ .

الحل

في Δ أ جـ ب ، Δ د جـ ب :

١ ق(أ $\hat{جـ}$ ب) = ق(د $\hat{جـ}$ ب) (معطى)

٢ ق(أ $\hat{ب}$ جـ) = ق(د $\hat{ب}$ جـ) (معطى)

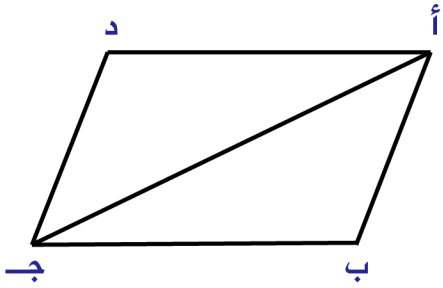
٣ $\overline{جـ ب}$ ضلع مشترك في المثلثين

إذًا Δ أ جـ ب ≅ المثلث د جـ ب (ز . ض . ز)

وينتج من التطابق أنَّ أ جـ = د جـ

---

٤ أ ب جـ د متوازي أضلاع . وظّف حالة التطابق (زاويتان وضلع واصل بين رأسيهما) لإثبات تطابق Δ أ ب جـ ، Δ جـ د أ .



الحل

∵ أ ب جـ د متوازي الأضلاع

∴ $\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$

١ ∴ ق(د $\hat{أ}$ جـ) = ق(أ $\hat{جـ}$ ب) (بالتبادل والتوازي)

∴ $\overline{أ ب}$ // $\overline{د جـ}$

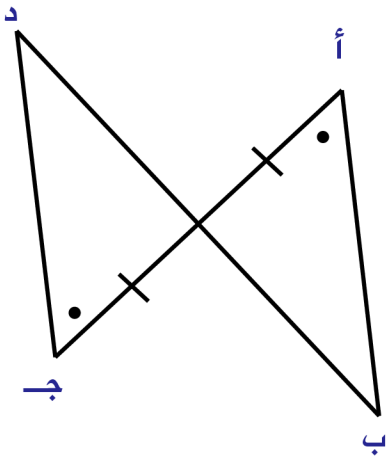
٢ ∴ ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = ق(أ $\hat{جـ}$ د) (بالتبادل والتوازي)

٣ ∵ أ جـ ضلع مشترك في المثلثين أ ب جـ ، جـ د أ

إذًا Δ أ ب جـ ≅ Δ جـ د أ (ز . ض . ز)

٥ في الشكل المقابل :

أثبت أنَّ : Δ أ ب و ≅ Δ جـ د و .



الحل

Δ أ ب و ، Δ جـ د و فيهما :

❶ ق($\hat{أ}$) = ق($\hat{جـ}$) (معطى)

❷ أ و = جـ و (معطى)

❸ ق(أ $\hat{و}$ ب) = ق(جـ $\hat{و}$ د) (بالتقابل بالرأس)

∴ Δ أ ب و ≅ Δ جـ د و (ز . ض . ز)

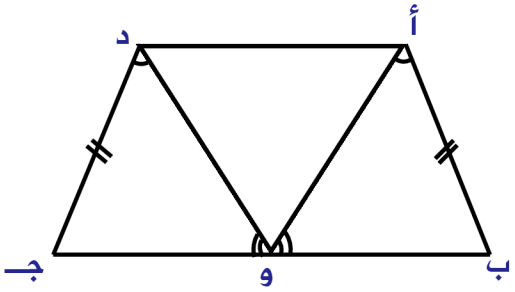
---

٦ من الشكل المقابل: (ب $\hat{أ}$ و) ≅ (جـ $\hat{د}$ و) ، أ ب ≅ د جـ ، (أ $\hat{و}$ ب) ≅ (د $\hat{و}$ جـ)

أثبت أنَّ :

❶ Δ أ ب و ≅ Δ د جـ و .

❷ و منتصف ب جـ .



الحل

∵ (ب $\hat{أ}$ و) ≅ (جـ $\hat{د}$ و) (معطى)

∵ (أ $\hat{و}$ ب) ≅ (د $\hat{و}$ جـ) (معطى)

∴ (أ $\hat{ب}$ و) ≅ (د $\hat{جـ}$ و) (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة ١٨٠°)

∵ $\overline{أ ب}$ ≅ $\overline{د جـ}$ (معطى)

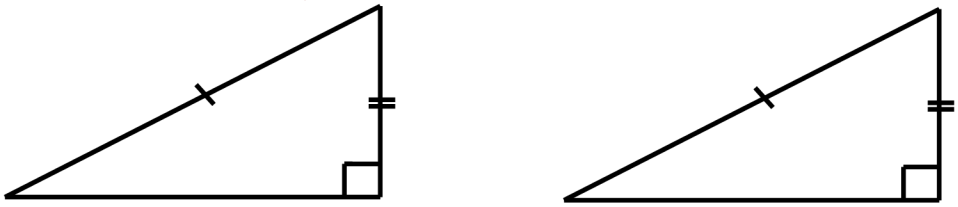
∴ المثلث أ ب و ≅ المثلث د جـ و (ز . ض . ز) وهو المطلوب (١)

وينتج من التطابق أنَّ : $\overline{ب و}$ ≅ $\overline{جـ و}$

∴ و منتصف $\overline{ب جـ}$ وهو المطلوب (٢)

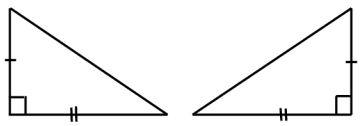
بند ٣ - ٦ تطابق مثلثين قائِمَي الزاوية

يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تطابق وتر وضلع في أحدهما مع نظائرهما في المثلث الآخر ، ويُعَبَّر عن ذلك بـ (زاوية قائمة ، وتر ، ضلع) ويُرمَز إليها (∠ ٠ و ٠ ض)



في كلّ من الأشكال الآتية المثلثان متطابقان ، حدّد حالة التطابق :

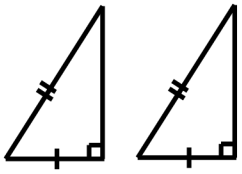
أ



(ضلع ، زاوية ، ضلع)

(ض ٠ ز ٠ ض)

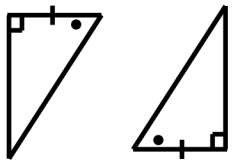
ب



(زاوية قائمة ، وتر ، ضلع)

(∠ ٠ و ٠ ض)

ج

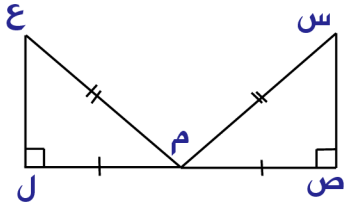


(زاوية ، ضلع ، زاوية)

(ز ٠ ض ٠ ز)

---

١ في الشكل المقابل ، برهن أنَّ : Δ س ص م ≅ Δ ع ل م .



الحل

Δ س ص م ، Δ ع ل م فيهما :

❶ ق($\hat{ص}$) = ق($\hat{ل}$) = ٩٠° (معطى)

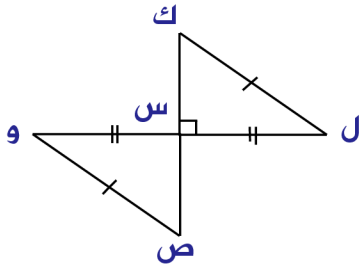
❷ $\overline{س م}$ ≅ $\overline{ع م}$ (معطى)

❸ $\overline{ص م}$ ≅ $\overline{ل م}$ (معطى)

∴ Δ س ص م ≅ Δ ع ل م (∠ . و . ض)

منصة برايم أكاديمي

٢ في الشكل المقابل : برهن أنَّ : Δ ك ل س ≅ Δ ص و س



الحل

Δ ك ل س ، Δ ص و س فيهما:

١ ق(ك $\hat{س}$ ل) = ق(ص $\hat{س}$ و) = ٩٠° (بالتقابل بالرأس)

٢ $\overline{ك ل}$ ≅ $\overline{ص و}$ (معطى)

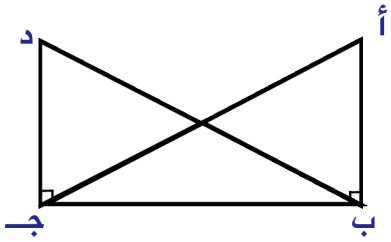
٣ $\overline{ل س}$ ≅ $\overline{و س}$ (معطى)

∴ Δ ك ل س ≅ Δ ص و س (∠ . و . ض)

---

٣ في الشكل المقابل : $\overline{أ ب}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{د جـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، أ جـ = ب د ،

أثبت أنَّ : ب $\hat{أ}$ جـ ≅ جـ $\hat{د}$ ب .



الحل

في Δ ب أ جـ ، Δ د جـ ب فيهما:

∵ $\overline{أ ب}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، $\overline{د جـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ (معطى)

١ ∴ ق(أ $\hat{ب}$ جـ) = ق(د $\hat{جـ}$ ب) = ٩٠°

٢ أ جـ = د ب (معطى)

٣ $\overline{ب جـ}$ ضلع مشترك في المثلثين ب أ جـ ، جـ د ب

∴ Δ أ ب جـ ≅ Δ دجـ ب (∠. و . ض)

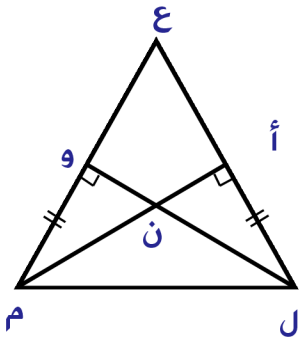
وينتج من التطابق أنَّ : ب $\hat{أ}$ جـ ≅ جـ $\hat{د}$ ب

---

٤ في الشكل المقابل :

أثبت أنَّ : أ) Δ ل و م ≅ Δ م هـ ل

ب) $\overline{ع ل}$ ≅ $\overline{ع م}$



الحل

Δ ل و م ، Δ م هـ ل فيهما:

∵ ق(ل $\hat{هـ}$ م) = ق(م $\hat{و}$ ل) = ٩٠° (معطى)

∵ ل هـ = م و (معطى)

∵ $\overline{ل م}$ وتر مشترك في المثلثين ل و م ، م هـ ل

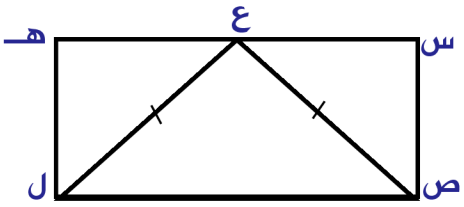
∴ Δ ل و م ≅ Δ م هـ ل (∠. و . ض) وهو المطلوب (أ)

وينتج من التطابق أنَّ : ق(م $\hat{ل}$) = ق(ل $\hat{م}$)

∴ $\overline{ع ل}$ ≅ $\overline{ع م}$ وهو المطلوب (ب)

منصة برايم أكاديمي

٥ في الشكل المقابل :



س ص ل هـ مستطيل ، و ص ل مثلث متطابق الضلعين .

وظّف التطابق لإثبات أنَّ : و منتصف $\overline{\text{س هـ}}$.

الحل

Δ س ص و ، Δ هـ ل و فيهما:

❶ ق(س$\hat{}$) = ق(هـ$\hat{}$) = ٩٠° (زوايا المستطيل الأربع قوائم)

❷ $\overline{\text{س ص}} \cong \overline{\text{هـ ل}}$ (خواص المستطيل)

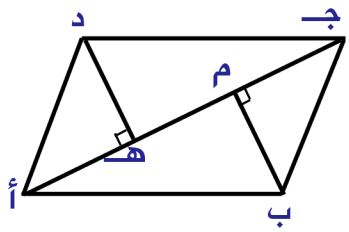
❸ $\overline{\text{و ص}} \cong \overline{\text{و ل}}$ (معطى)

∴ Δ س ص و ≅ Δ هـ ل و (∡ . و . ض)

وينتج من التطابق أنَّ : $\overline{\text{س و}} \cong \overline{\text{هـ و}}$ ، أي أنَّ و منتصف $\overline{\text{س هـ}}$.

---

٦ صمّم عبد الكريم لوحة من الفسيفساء كما في الشكل المقابل ،



وأراد إثبات أنَّ : Δ جـ م ب ، Δ هـ د أ متطابقان .

ساعده على إثبات ذلك .

(علمًا بأنَّ الشكل جـ ب أ د متوازي أضلاع)

الحل

∵ جـ ب أ د متوازي الأضلاع

❶ ∴ $\overline{\text{جـ ب}} \cong \overline{\text{أ د}}$ (من خواص متوازي الأضلاع)

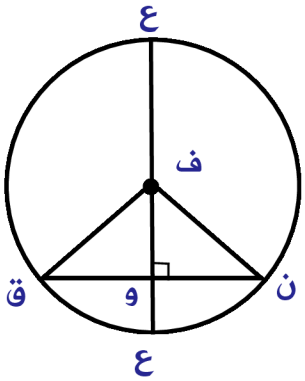
❷ ∴ $\overline{\text{ب م}} \cong \overline{\text{د هـ}}$ (معطى)

❸ ∴ (ب م$\hat{}$ جـ) ≅ (د هـ$\hat{}$ أ) (معطى ، قائما الزاوية)

∴ Δ جـ م ب ≅ Δ هـ د أ (∡ . و . ض)

---

٧ دائرة مركزها ف ، $\overline{\text{ع ك}} \perp \overline{\text{ن ق}}$.



وظّف التطابق لإثبات أنَّ : و منتصف ن ق .

الحل

❶ $\overline{\text{ن ف}} \cong \overline{\text{ق ف}}$ (أنصاف أقطار الدائرة متطابقة)

❷ ق(ف و$\hat{}$ ن) = ق(ف و$\hat{}$ ق) = ٩٠° ($\overline{\text{ع ك}} \perp \overline{\text{ن ق}}$)

❸ $\overline{\text{ف و}}$ ضلع مشترك في المثلثين ف و ن ، ف و ق

∴ Δ ف و ن ≅ Δ ف و ق (∡ . و . ض)

وينتج من التطابق أنَّ : $\overline{\text{و ن}} \cong \overline{\text{و ق}}$ ، أي أنَّ و منتصف $\overline{\text{ن ق}}$.

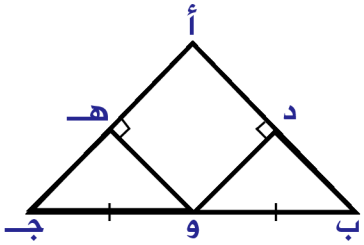
٨ في الشكل المقابل :

أ د و هـ مربّع ، ب و = جـ و .

أثبت أنَّ :

(١) ب̂ ≅ جـ̂

(٢) Δ أ ب جـ متطابق الضلعين .



الحل

Δ د ب و ، Δ هـ جـ و فيهما :

١) ب و = جـ و (معطى)

٢) د و = هـ و (من خواصّ المربّع)

٣) ق(و د̂ ب) = ق(و هـ̂ جـ) = ٩٠° لأنَّ

ق(و د̂ ب) = ٩٠° بالتجاور مع (و د̂ أ) على خطّ مستقيم

ق(جـ هـ̂ و) = ٩٠° بالتجاور مع (أ هـ̂ و) على خطّ مستقيم

∴ Δ د ب و ≅ Δ هـ جـ و (∠. و . ض)

وينتج من التطابق أنَّ : ب̂ ≅ جـ̂ ..... (١)

∵ Δ أ ب جـ فيه :

ق(ب̂) = ق(جـ̂) (زاويتا القاعدة متطابقتان)

∴ Δ أ ب جـ متطابق الضلعين ..... (٢)

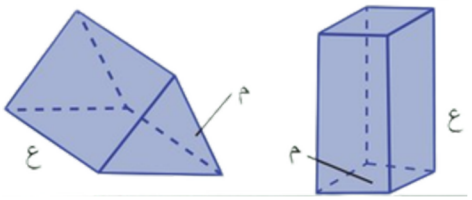
للحصول على ملف الأسئلة الموضوعية
والمهارات العليا ونماذج التقويمي الأول
والثاني والفاينل
تابعنا في برايم اكاديمي
هنا 👈👈👈



بند ٣ - ٧ حجم المنشور القائم - حجم الأسطوانة الدائرية القائمة

حجم المنشور القائم (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع) .

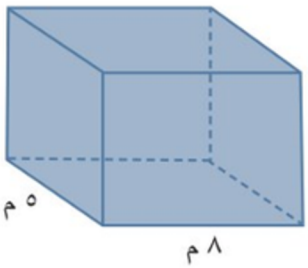
ح = م × ع



تـــــذكر

- مساحة المنطقة المربعة = ل × ل = ل^{٢}
- مساحة المنطقة المستطيلة = ل × ض
- مساحة المنطقة الدائرية = π نق^{٢}
- حجم المكعب = ل × ل × ل = ل^{٣}
- حجم شبه المكعب = ل × ض × ع

١ أوجد حجم المنشور الرباعي القائم المبيَّن في الشكل المجاور .



الحل

ح = م × ع (حجم المنشور)

ح = (ل × ض) × ع (القاعدة منطقة مستطيلة ، لذلك م = ل × ض)

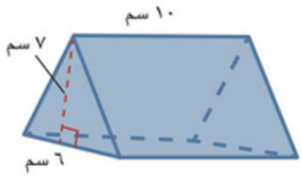
ح = (٨ × ٥) × ٦ (ارتفاع المنشور = ٦)

ح = ٢٤٠

فيكون حجم المنشور ٢٤٠ م^{٣}

---

٢ أوجد حجم المنشور الثلاثي القائم المبيَّن في الشكل المجاور .



الحل

ح = م × ع (حجم المنشور)

ح = ($\frac{١}{٢}$ × ق × ع للمثلث) × ع للمنشور (القاعدة منطقة مثلثة ، لذلك م = $\frac{١}{٢}$ × ق × ع

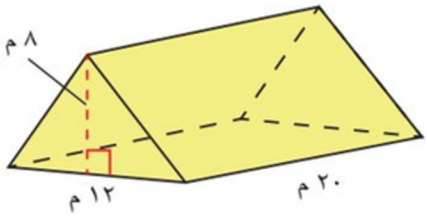
ح = ($\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٧) × ١٠ (ارتفاع المنشور = ١٠)

ح = ٢١٠ (بسِّط)

فيكون الحجم ٢١٠ سم^{٣}

منصة برايم أكاديمي

٣ أوجد حجم المنشور الثلاثي القائم المبيَّن في الشكل المجاور .



حجم المنشور (ح) = م × ع

الحل

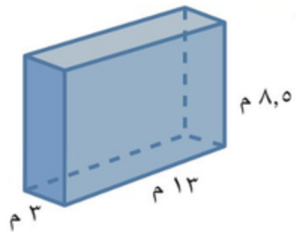
$= (\frac{١}{٢} \times ١٢ \times ٨) \times ٢٠$

$= ٤٨ \times ٢٠ = ٩٦٠$ م^{٣}

---

١) أوجد حجم كلّ منشور قائم ممّا يلي :

أ



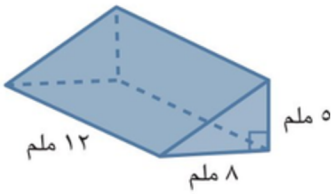
حجم المنشور = م × ع

$= (١٣ \times ٣) \times ٨,٥$

$= ٣٩ \times ٨,٥$

$= ٣٣١,٥$ م^{٣}

ب



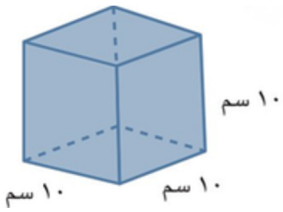
حجم المنشور = م × ع

$= (\frac{١}{٢} \times ٨ \times ٥) \times ١٢$

$= ٢٠ \times ١٢$

$= ٢٤٠$ ملم^{٣}

ج



حجم المنشور = م × ع

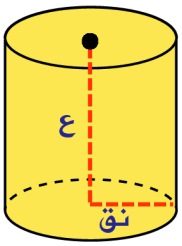
$= (١٠ \times ١٠) \times ١٠$

$= ١٠٠٠$ سم^{٣}

منصة برايم أكاديمي

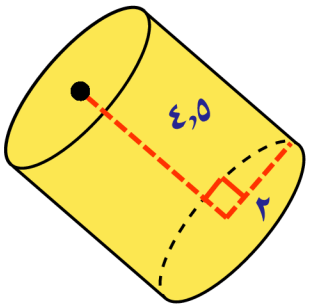
حجم الأسطوانة الدائرية القائمة (ح) = م × ع

= π نق^{٢} × ع



٣ أوجد حجم الأسطوانة الدائرية القائمة المبيَّنة في الشكل المجاور :

(باعتبار أنَّ π = ٣,١٤)



الحل

ح = م × ع

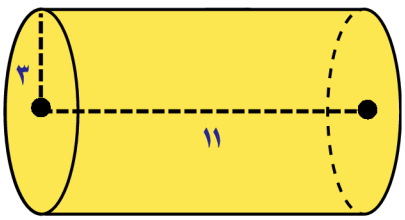
ح = (π نق^{٢}) × ع

ح = (٣,١٤ × ٢^{٢}) × ٤,٥

ح = ١٢,٥٦ × ٤,٥ = ٥٦,٥٢

∴ الحجم = ٥٦,٥٢ وحدة مكعبة .

أ



إستخدم (π = ٣,١٤)

حجم الأسطوانة = م × ع

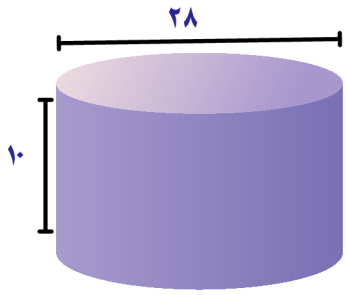
=(π) نق^{٢} × ع

= ٣,١٤ × ٣ × ٣ × ١١

= ٣,١٤ × ٩٩

= ٣١٠,٨٦ وحدة مكعبة

ب



إستخدم (π = ٣,١٤)

حجم الأسطوانة = م × ع

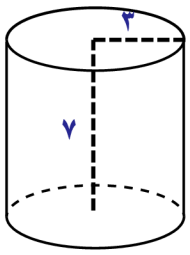
= (π) نق^{٢} × ع

= $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٤ × ١٤ × ١٠ = ٤٤ × ١٤ × ١٠

= ٦١٦٠ وحدة مكعبة

منصة برايم أكاديمي

أوجد حجم كلّ أسطوانة دائرية قائمة مما يلي :

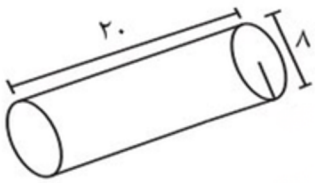


أ (باعتبار أنَّ $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

حجم الأسطوانة الدائرية القائمة = م × ع = (π نق^{٢}) × ع

= ($\frac{٢٢}{٧}$ × ٣^{٢}) × ٧

= ١٩٨ وحدة مكعبة



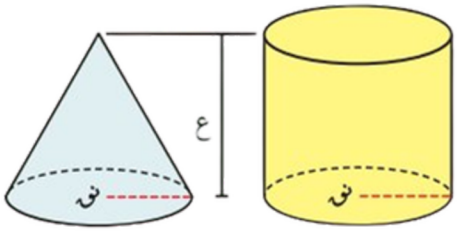
ب (باعتبار أنَّ $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

حجم الأسطوانة الدائرية القائمة = م × ع = (π نق^{٢}) × ع

= (٣,١٤ × ٤^{٢}) × ٢٠

= ١٠٠٤,٨ وحدة مكعبة

بند ٣ - ٨ حجم المخروط الدائري القائم



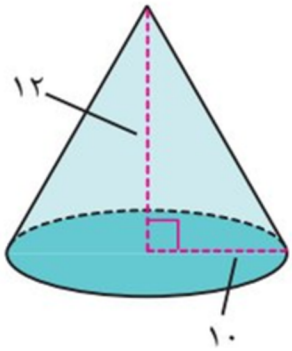
حجم المخروط الدائري القائم هو $\frac{١}{٣}$ حجم الأسطوانة الدائرية القائمة المشتركة معه في القاعدة والارتفاع .

ح مخروط = $\frac{١}{٣}$ × (م × ع) = $\frac{١}{٣}$ × (π نق^{٢} × ع) ،

حيث م مساحة القاعدة ، ع الارتفاع .

أوجد حجم المخروط الدائري القائم المبيَّن في الشكل المجاور :

(إجعل π = ٣,١٤)



الحل

ح = $\frac{١}{٣}$ × م × ع (حجم المخروط الدائري القائم)

ح = $\frac{١}{٣}$ × (π نق^{٢}) × ع (القاعدة منطقة دائرية ، لذلك م = π نق^{٢})

ح = $\frac{١}{٣}$ × (٣,١٤ × ١٠^{٢}) × ١٢ (الارتفاع = ١٢)

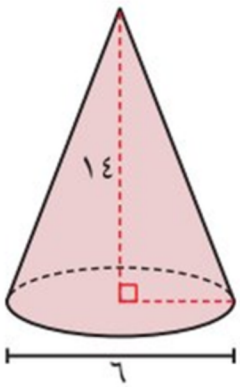
ح = $\frac{١}{٣}$ × ٣١٤ × ١٢

ح = ١٢٥٦

∴ الحجم = ١٢٥٦ وحدة مكعَّبة .

أوجد حجم المخروط الدائري القائم المبيَّن في الشكل المجاور :

(إجعل π = $\frac{٢٢}{٧}$)



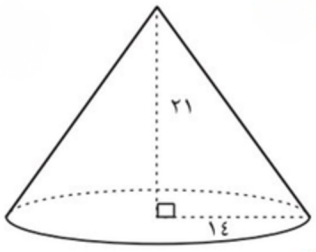
الحل

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع

= $\frac{١}{٣}$ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٣ × ٣ × ١٤ ^{٢}

= ١٣٢ وحدة مكعَّبة

أوجد حجم المخروط الدائري القائم المبيَّن في الشكل المجاور :

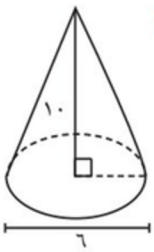


(إجعل $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

ح = $\frac{١}{٣}$ × م × ع

= $\frac{١}{٣}$ × (π نق^{٢}) × ع

= $\frac{١}{٣}$ × ($\frac{٢٢}{٧}$ × ١٤ × ١٤) × ٢١ = ٤٣١٢ وحدة مكعبة



(إجعل π = ٣,١٤)

ح = $\frac{١}{٣}$ × م × ع

= $\frac{١}{٣}$ × (π نق^{٢}) × ع

= $\frac{١}{٣}$ × (٣,١٤ × ٣ × ٣) × ١٠ = ٩٤,٢ وحدة مكعبة

أوجد حجم مخروط دائري قائم طول قطر قاعدته ٢٠ سم ، وارتفاعه ٣٠ سم (بدلالة π) .

الحل

حجم المخروط الدائري = $\frac{١}{٣}$ × م × ع

= $\frac{١}{٣}$ × (π نق^{٢}) × ع

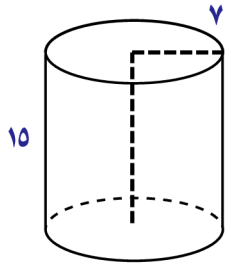
= $\frac{١}{٣}$ × (π × ١٠ × ١٠) × ٣٠

= ١٠٠٠ π سم^{٣}

تقويم الوحدة التعليمية الثالثة

أولًا: البنود المقالية

١ أوجد حجم كلّ أسطوانة دائرية قائمة في كلّ ممّا يلي :

أ 

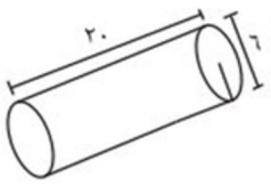
(إعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

الحـل

حجم المجسم = م × ع = (π نق^{٢}) × ع

$= \frac{٢٢}{٧} \times ٧ \times ٧ \times ١٥$

= ٢٣١٠ وحدة مكعبة

ب 

(إعتبر π = ٣,١٤)

الحـل

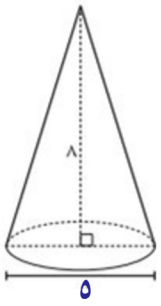
حجم المجسم = م × ع = (π نق^{٢}) × ع

= (٣,١٤ × ٣ ^{٢}) × ٢٠

= ٥٦٥,٢ وحدة مكعبة

---

٢ أوجد حجم المخروط الدائري القائم المرسوم أمامك . (إعتبر π = ٣,١٤)



الحـل

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ × م × ع

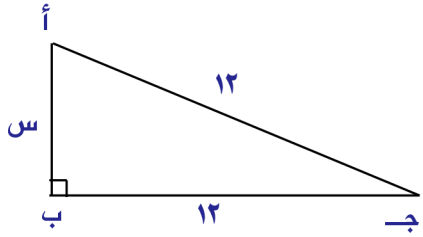
= $\frac{١}{٣}$ × (π نق^{٢}) × ع

= $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × (٢,٥)^{٢} × ٨

≈ ٥٢,٣٣ وحدة مكعبة

---

٣ أوجد طول ضلع القائمة في المثلث القائم أ ب جـ المرسوم أمامك :



الحـل

س^{٢} = (أ جـ)^{٢} − (جـ ب)^{٢}

= (١٣)^{٢} − (١٢)^{٢} = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

س = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدات طول

منصة برايم أكاديمي

٤ أثبت أنّ: Δ أ ب جـ قائم الزاوية ، حيث أ ب = ٧ وحدات طول ، أ جـ = ٢٤ وحدة طول ، ب جـ = ٢٥ وحدة طول .

الحـل

∵ (جـ ب)^{٢} = (٢٥)^{٢} = ٦٢٥

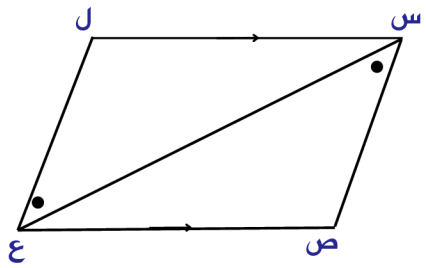
∵ (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢} = (٧)^{٢} + (٢٤)^{٢} = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥

∴ (ب جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢}

∴ المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في أ .

---

٥ في الشكل المقابل ، أثبت أنَّ :



أ) Δ س ص ع ≅ Δ ع ل س

الحـل

∵ $\overline{ل س}$ // $\overline{ع ص}$

١) ∴ ق(ل $\hat{س}$ ع) = ق(س $\hat{ع}$ ص) (بالتبادل والتوازي)

٢) ∴ ق(ل $\hat{ع}$ س) = ق(ص $\hat{س}$ ع) (معطى)

٣) ∵ س ع ضلع مشترك في المثلثين س ص ع ، ع ل س

∴ Δ س ص ع ≅ Δ ع ل س (ز . ض . ز)

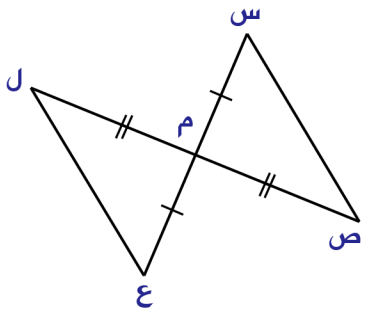
ب) ق(ص) = ق(ل)

∵ Δ س ص ع ≅ Δ ع ل س

∴ ق(ص) = ق(ل)

---

٦ في الشكل المقابل ، أثبت أنَّ : Δ س م ص ≅ Δ ع م ل



الحـل

١) $\overline{س م}$ ≅ $\overline{ع م}$ (معطى)

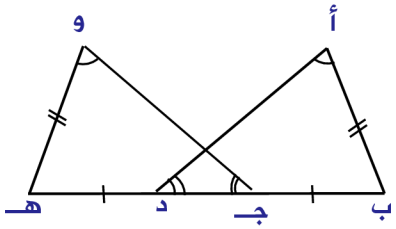
٢) $\overline{ص م}$ ≅ $\overline{ل م}$ (معطى)

٣) ق(س $\hat{م}$ ص) = ق(ع $\hat{م}$ ل) (بالتقابل بالرأس)

∴ Δ س م ص ≅ Δ ع م ل (ض . ز . ض)

٧ في الشكل المقابل : أب ≅ و هـ ، ب جـ ≅ هـ د

ق (أ̂) = ق (و̂) ، ق (و ج̂ هـ) = ق (أ د̂ ب)



الحـل

في المثلثين أ ب د ، و هـ جـ

١) ق(أ̂) = ق(و̂) (معطى)

∵ ق(أ د̂ ب) = ق(و ج̂ هـ) (معطى)

٢) ∴ ق(أ ب̂ د) = ق(و هـ̂ جـ) (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°)

٣) ∵ $\overline{أب}$ ≅ $\overline{وهـ}$

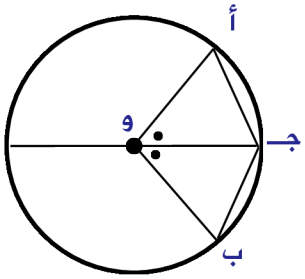
∴ Δ أ ب د ≅ Δ و هـ جـ (ز . ض . ز)

وينتج منه : $\overline{أد}$ ≅ $\overline{وجـ}$

---

٨ في الشكل المقابل ، دائرة مركزها و ،

أثبت أن : أ جـ = ب جـ .



الحـل

١) $\overline{و أ}$ ≅ $\overline{و ب}$ (أنصاف أقطار الدائرة)

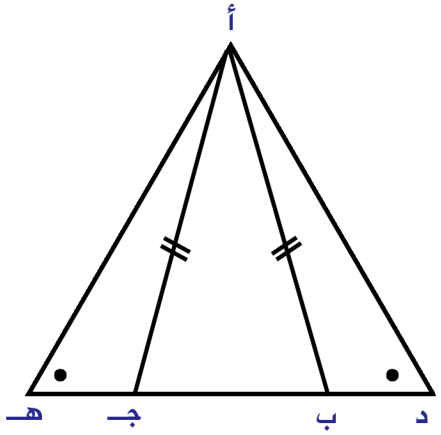
٢) وجـ (ضلع مشترك في المثلثين أ و جـ ، ب و جـ)

٣) ق (أ و̂ جـ) = ق (ب و̂ جـ) (معطى)

∴ Δ أ و جـ ≅ Δ ب و جـ (ض . ز . ض)

∴ ينتج من التطابق أن أ جـ = ب جـ .

٩ في الشكل المقابل :



أ ب = أ جـ ، ق (أ د̂ ب) = ق (أ هـ̂ جـ)

أثبت أن : المثلثين أ ب د ، أ جـ هـ متطابقان .

الحـل

١) ∵ أ ب = أ جـ (معطى)

∴ ق (أ ب̂ جـ) = ق (أ جـ̂ ب)

∵ (أ ب̂ د) ، (أ ب̂ جـ) متجاورتين على خطٍ مستقيم

∵ (أ جـ̂ هـ) ، (أ جـ̂ ب) متجاورتين على خطٍ مستقيم

٢) ∴ ق (أ ب̂ د) = ق (أ جـ̂ هـ)

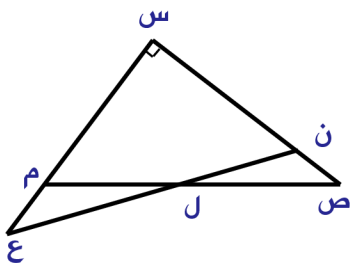
٣) في المثلثين أ ب د ، أ جـ هـ : ق (د أ̂ ب) = ق (هـ أ̂ جـ)

(مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي ١٨٠°)

∴ Δ أ ب د ≅ Δ أ جـ هـ (ز . ض . ز)

---

١٠ في الشكل المقابل : إذا كان س ن = س م ، ن ع = ص م ،



س ع ⊥ س ص

فأثبت أن : Δ س ص م ≅ س ع ن

الحـل

١) ∵ س م = س ن (معطى)

٢) ∵ ص م = ن ع (معطى)

٣) ∵ ق (∡س) = ٩٠° (معطى)

∴ Δس ص م ≅ س ع ن (∡ . ق . ض)

منصة برايم أكاديمي

بند ٤-١ حلّ التناسب (طردي - عكسي)

التناسب: هو تناسب نسبتين

صندوق فيه عدد من الكرات البيضاء والكرات الحمراء. فإذا كانت نسبة عدد الكرات البيضاء إلى الكرات الحمراء هي: ٧ : ٣ وكان عدد الكرات الحمراء هو ٢٤ كرة، فما عدد الكرات البيضاء؟

الحل

$$\frac{\text{البيضاء}}{\text{الحمراء}} = \frac{٧}{٣}$$

$$\frac{س}{٢٤} = \frac{٧}{٣}$$

$$س = \frac{٧ \times ٢٤}{٣}$$

$$س = ٥٦$$

عدد الكرات البيضاء = ٥٦ كرة

حل التناسب

أ) $\frac{٥}{٢} = \frac{٢}{س}$

الحل

$$س = \frac{٢ \times ٢}{٥}$$

$$س = \frac{٤}{٥}$$

ب) $\frac{١٠,٥}{٠,٥} = \frac{س}{٤}$

الحل

$$س = \frac{٤ \times ١٠,٥}{٠,٥}$$

$$س = ٨٤$$

ج) $\frac{٦}{ن - ١} = \frac{١}{٣}$

الحل

$$ل - ١ = ٦ \times ٣$$

$$ن - ١ = ١٢$$

$$ن = ١٢ + ١$$

$$ن = ١٣$$

أ) $\frac{١٨}{ص} = \frac{٢٧}{٦}$

الحل

$$ص = \frac{٦ \times ١٨}{٢٧}$$

$$س = \frac{٤}{١} = ٤$$

ب) $\frac{س}{٩٠} = \frac{٤,٢}{٣٠}$

الحل

$$س = \frac{٤٢ \times ٩}{٣٠}$$

$$س = \frac{١٢٦}{١٠} = ١٢,٦$$

ج) $\frac{\cancel{٣} \times \cancel{٣}}{١} = \frac{\cancel{٣}}{ل - ١}$

الحل

$$٣ - (ل - ١) = ١$$

$$ل - ١ = \frac{١}{٣}$$

$$ل = ١\frac{١}{٣}$$

منصة برايم أكاديمي

في أحد عروض مهرجان الخضار، بلغ ثمن ٣ كيلوجرامات من التفاح ٤٢٠ فلسًا، إذا أردنا شراء ٥ كيلوجرامات من التفاح من النوع نفسه، فكم يبلغ ثمنها؟

الحل

كيلوجرام التفاح	فلس
٣	٤٢٠
٥	س

$\frac{٣}{٥} = \frac{٤٢٠}{س}$

$س = \frac{٥ \times ٤٢٠}{٣}$ ← ١٤٠

$س = ٧٠٠$

إذاً يبلغ ثمن ٥ كيلوجرامات من التفاح من النوع نفسه ٧٠٠ فلس.

تستخدم شركات النفط الحفّارات لحفر آبار النفط، إذا كانت ٣ حفّارات تحفر البئر في ١٦ يومًا، فكم يومًا نحتاج لحفر البئر نفسه إذا استخدمنا ١٢ حفّارة من النوع نفسه وبالكفاءة نفسها ؟
ماذا تتوقع ؟ أيزيد عدد الأيام أم يقل ؟ يقل عدد الأيام

الحل

عدد الحفارات	الأيام
٣	١٦
١٢	س

زيادة ↓ ↓ نقصان

تناسب عكسي

$\frac{٣}{١٢} = \frac{س}{١٦}$

$س = \frac{٣ \times ١٦}{١٢}$ ← ٤

نحتاج ٤ أيام

يستخدم زورق خفر السواحل في جولته اليومية الاعتيادية ما يقارب ١٢ لترًا من الوقود ليسير مسافة ٢٤ كم، فما المسافة التي يسيرها باستخدام ٢٢ لترًا من الوقود ؟ علماً بأنّ معدّل الاستهلاك هو نفسه (عند ثبات السرعة).

الحل

عدد اللترات	المسافة
١٢	٢٤
٢٢	س

تناسب طردي

نوع التناسب طردي ، $\frac{١٢}{٢٢} = \frac{٢٤}{س}$ ← $س = \frac{٢٢ \times ٢٤}{١٢}$ ← س = ٤٤ لتراً

$س = \frac{٢٢ \times ٢٤}{١٢}$ ← ٢ = ٤٤ لتراً

منصة برايم أكاديمي

تقطع سيارة المسافة من مدينة (أ) إلى مدينة (ب) في زمن قدره ٣٠ دقيقة عندما كانت تسير بسرعة ١٠٠ كم / ساعة ، فما الزمن اللازم لقطع المسافة نفسها إذا سارت بسرعة ١٢٠ كم / ساعة ؟

الحل

سرعة	زمن
١٠٠	٣٠
١٢٠	س

زيادة ↓ نقصان ↓

تناسب عكسي

$\frac{١٠٠}{١٢٠} = \frac{س}{٣٠}$

$س = \frac{٣٠ \times ١٠٠}{١٢٠} = ٢٥$

إذاً الزمن هو ٢٥ دقيقة .

قامت إحدى المجموعات في الصف الثامن بنشاط عن طريقة صناعة الصابون الرغوي في مختبر العلوم، حيث كانت نسبة هيدروكسيد البوتاسيوم إلى الزيت ١ : ٥ على الترتيب. إذا كانت كمية هيدروكسيد البوتاسيوم ٣٧,٢ مل، فكم تكون كمية الزيت في الصابون الرغوي ؟

الحل

هيدروكسيد البوتاسيوم	الزيت
١	٥
٣٧,٢	س

تناسب طردي

(نوع التناسب طردي) $\frac{١}{٣٧,٢} = \frac{٥}{س}$

س = ٣٧,٢ × ٥ = ١٨٦

كمية الزيت في الصابون الرغوي = ١٨٦ مل .

في التمارين (٣ - ٥)، حدّد نوع التناسب، ثمّ أوجد المطلوب.

٣- إذا استغرق تحميل ٥ فيديوهات تعليمية ٤٠ دقيقة، فكم يستغرق تحميل ١٥ فيديو تعليمي بسرعة الإنترنت نفسها علمًا بأنّ جميع الفيديوهات لها المدة نفسها.

الحل

عدد الفيديوهات	عدد الدقائق
٥	٤٠
١٥	س

تناسب طردي

(نوع التناسب طردي) $\frac{٥}{١٥} = \frac{٤٠}{س}$

$س = \frac{٤٠ \times ١٥}{٥} = ١٢٠$

يلزم ١٤ عاملاً لجني محصول الطماطم من مساحة محميّة زراعية في ١٢ ساعة. إذا كانت قدرات العمّال متساوية في الحالتين فاحسب عدد العمّال اللازم لجني المحصول خلال ٨ ساعات لمساحة المحميّة الزراعية نفسها.

الحل

(نوع التناسب عكسي) $\frac{١٤}{س} = \frac{٨}{١٢}$

$س = \frac{١٤ \times ١٢}{٨} = ٢١$

عدد العمّال اللازم = ٢١ عاملاً.

يمتلئ خزان ماء في ١٢ ساعة بواسطة صنبورين. إذا تمّ فتح ٣ صنابير بالكفاءة نفسها فكم ساعة يحتاج هذا الخزّان ليمتلىء ؟

الساعات	عدد الصنابير
١٢	٢
س	٣

تناسب عكسي

الحل

(نوع التناسب عكسي) $\frac{١٢}{س} = \frac{٣}{٢}$

$س = \frac{١٣ \times ٢}{٣} = ٨$

عدد الساعات = ٨ ساعات.

بند ٤-٢ إستخدام المعادلات لحلّ مسائل تتضمّن نسبًا مئوية

$$\frac{\text{النسبة}}{١٠٠} = \frac{\text{الجزء (اللى بعد من)}}{\text{الكل(اللى بعد من)}}$$

١ ما العدد الذي يمثّل ٣٠٠ ٪ من العدد ٢,١ ؟

الحل

$$\frac{\text{س}}{٢,١} = \frac{٣٠٠}{١٠٠}$$

$$\text{س} = \frac{٢,١ \times ٣٠٠}{١٠٠} = ٦,٣$$

٢ ما العدد الذي يمثّل ٤٥ ٪ من ٨٠ ؟

الحل

$$\frac{\text{س}}{٨٠} = \frac{٤٥}{١٠٠}$$

$$\frac{\text{س} \times ١٠٠}{١٠٠} = \frac{٨٠ \times ٤٥}{١٠٠}$$

$$\text{س} = \frac{٣٦٠}{١٠} = ٣٦$$

٣ ما العدد الذي يمثّل ٤٥ ٪ من ٨٠ ؟

الحل

$$\frac{\text{س}}{٨٠} = \frac{٤٥}{١٠٠}$$

$$\text{س} = \frac{٨٠ \times ٤٥}{١٠٠} = ٣٦,٠$$

٤ ١٢ ٪ من عدد ما يُعطي ٩ . فما هو العدد ؟

الحل

$$\frac{٩}{\text{س}} = \frac{١٢}{١٠٠}$$

$$\text{س} = \frac{٣ \times ٢٥}{٣} = ٧٥$$

٥ ما العدد الذي ٤٠ ٪ منه هو ٦٠ ؟

الحل

$$\frac{٦٠}{\text{س}} = \frac{٤٠}{١٠٠}$$

$$\text{س} = \frac{٦٠ \times ١٠٠}{٤٠}$$

$$\text{س} = \frac{١٥}{١} \times ١٠ = ١٥٠$$

٦ ما العدد الذي ٥٠ ٪ منه هو ٤٠٠ ؟

الحل

$$\frac{٤٠٠}{\text{س}} = \frac{٥٠}{١٠٠}$$

$$\text{س} = \frac{٤٠٠ \times ٢}{١} = ٨٠٠$$

منصة برايم أكاديمي

٧ أوجد النسبة المئوية التي تمثّل ١٠ من ٤٠

الحل

$$\frac{\text{س}}{١٠٠} = \frac{١٠}{٤٠}$$

$$\text{س} = \frac{١ \times ١٠٠}{٤} = \frac{١٠ \times ١٠}{٤}$$

$$\text{س} = ٢٥$$

النسبة المئوية هي ٢٥ ٪

٨ ما النسبة المئوية التي تمثّل قيمة ٣٦ من ١٢٠ ؟

الحل

$$\frac{\text{س}}{١٠٠} = \frac{٣٦}{١٢٠}$$

$$\text{س} = \frac{٣٦ \times ١٠٠}{١٢٠}$$

$$\text{س} = \frac{\overset{٣}{\cancel{٣٦}} \times ١٠}{\underset{١}{\cancel{١٢}}} = ٣٠$$

النسبة المئوية هي ٣٠ ٪

---

٩ في إحدى المدارس يتناول ٥٦٠ متعلمًا إفطارهم قبل الذهاب إلى المدرسة ويمثّلون ٧٠ ٪ من عدد متعلمي المدرسة ، فما عدد متعلمي المدرسة ؟

الحل

$$\frac{\text{النسبة}}{١٠٠} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \qquad \frac{٧٠}{١٠٠} = \frac{٥٦٠}{\text{س}}$$

$$\text{س} = \frac{٥٦٠ \times ١٠٠}{٧٠} = \frac{\overset{٨}{\cancel{٥٦}} \times ١٠٠}{\underset{١}{\cancel{٧}}} = ٨٠٠$$

عدد متعلمي المدرسة هو ٨٠٠ متعلم

---

١٠ في إحدى الشركات المتميزة يمارس ١١٠ موظفين الرياضة قبل الذهاب إلى العمل ، ويمثّلون ٥٥ ٪ من عدد موظفي الشركة ، فما عدد موظفي الشركة ؟

الحل

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{٥٥}{١٠٠} \qquad \frac{١١٠}{\text{س}} = \frac{٥٥}{١٠٠}$$

$$\text{س} = \frac{\overset{٢}{\cancel{١١٠}} \times ١٠٠}{\underset{١}{\cancel{٥٥}}} = ٢٠٠$$

عدد موظفي الشركة = ٢٠٠ موظف

منصة برايم أكاديمي



قانون هام من خطوتين

١) النسبة المئوية للبيع = ١٠٠% - النسبة المئوية للتخفيض

٢) النسبة من السعر الأصلي = السعر بعد التخفيض

بيعت إحدى ساعات اليد بتخفيض قدره ٢٠ % من ثمنها الأصلي إذا كان ثمنها بعد التخفيض هو 28 ديناراً فما ثمنها الأصلي قبل التخفيض؟

الحل

النسبة المئوية للبيع = ١٠٠% - النسبة المئوية للتخفيض

١٠٠% - ٢٠% = ٨٠%

النسبة من السعر الأصلي = السعر بعد التخفيض

٨٠% من س = ٢٨

$\frac{٨}{١٠} \times$ س = ٢٨

س = ٢٨ × $\frac{١٠}{٨}$ = ٣٥

الثمن الأصلي = ٣٥ دينار

أجرى محل للأثاث تخفيضاً بنسبة ٤٠% على طاولة سعرها الأصلي ٩٠ ديناراً ، فبكم سيبيع الطاولة بعد التخفيض؟

الحل

النسبة المئوية للبيع = ١٠٠% - النسبة المئوية للتخفيض

١٠٠% - ٤٠% = ٦٠%

النسبة من السعر الأصلي = السعر بعد التخفيض

٦٠% من ٩٠ = س

$\frac{٦٠}{١٠٠} \times$ ٩٠ = س

٥٤ = س

سعر البيع = ٥٤ دينار

منصة برايم أكاديمي

بند ٤-٣ النسبة المئوية التزايدية والنسبة المئوية التناقصية

$$\frac{\text{النسبة}}{١٠٠} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{القيمة الأصلية}}$$

مقدار التغير = مقدار الأكبر − الأصغر

موظف راتبه ١٢٠٠ ديناراً. إذا زاد راتبه بنسبة ٥% ، فما هو مقدار الزيادة بالدينار ؟ وكم أصبح راتبه بعد الزيادة ؟

الحل

$$\frac{\text{النسبة}}{١٠٠} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{القيمة الأصلية}}$$

$$\frac{٥}{١٠٠} = \frac{\text{س}}{١٢٠٠}$$

$$\text{س} = \frac{٥ \times ١٢٠٠}{١٠٠} = ٦٠$$

مقدار الزيادة هو: ٦٠ دينار

راتب الموظف بعد الزيادة = ١٢٠٠ + ٦٠ = ١٢٦٠ دينار

اشترى محمد جهاز حاسوب بخصم ١٥% ومقدار هذا الخصم ٢٢٥ ديناراً كويتياً ، فما ثمن الحاسوب الأصلي ؟ وكم دفع محمد للجهاز ؟

الحل

$$\frac{\text{النسبة}}{١٠٠} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{القيمة الأصلية}}$$

$$\frac{١٥}{١٠٠} = \frac{٢٢٥}{\text{س}}$$

$$\text{س} = \frac{١٠٠ \times ٢٢٥}{١٥} = ١٥٠٠$$

ثمن الحاسوب الأصلي = ١٥٠٠ دينار

ما دفعه محمد = ١٥٠٠ - ٢٢٥ = ١٢٧٥ دينار

منصة برايم أكاديمي

إذا كان سعر جرام الذهب ٣٠ ديناراً ، ثم انخفض بنسبة ٦% فما هو مقدار انخفاض سعر جرام الذهب ؟ وكم أصبح سعره بعد الانخفاض ؟

الحل

$$\frac{\text{النسبة}}{١٠٠} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{القيمة الأصلية}}$$

$$\frac{٦}{١٠٠} = \frac{س}{٣٠}$$

$$س = \frac{٦ \times ٣٠}{١٠٠} = \frac{١٨}{١٠} = ١,٨$$

مقدار الانخفاض = ١,٨ دينار

السعر بعد الانخفاض = ٣٠ - ١,٨ = ٢٨,٢ دينار

باعت إحدى المكتبات خلال مهرجان هلا فبراير ٦٠٠ كتاب ، ثم باعت ٤٥٠ كتاباً في شهر مارس ، بيّن نوع التغير ما إذا كان زيادة أم نقصاناً ، ثم أوجد النسبة المئوية للتغير .

الحل

$$\frac{\text{النسبة}}{١٠٠} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{القيمة الأصلية}}$$ مقدار التغير = ٦٠٠ - ٤٥٠ = ١٥٠

$$\frac{س}{١٠٠} = \frac{١٥٠}{٦٠٠}$$

$$س = \frac{١٠٠ \times ١٥٠}{٦٠٠} = \frac{١٥٠}{٦} = ٢٥$$

النسبة المئوية للتغير = ٢٥%

معدّل تساقط الأمطار سنوياً في الكويت خلال شهر فبراير هو ٢٤ مم ، وخلال شهر مارس ٢١ مم . بيّن نوع التغير من زيادة أو نقصان ، ثم أوجد النسبة المئوية للتغير في معدّل تساقط الأمطار خلال الشهرين .

الحل

$$\frac{\text{النسبة}}{١٠٠} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{القيمة الأصلية}}$$

مقدار التغير = ٢٤ - ٢١ = ٣

$$\frac{\text{س}}{١٠٠} = \frac{٣}{٢٤}$$

$$\text{س} = \frac{٣ \times ١٠٠}{٢٤}$$

$$\text{س} = \frac{٢٥}{٢} = ١٢,٥$$

النسبة المئوية = ١٢,٥ %

تحوي علبة من الحليب المخصّصة للدعاية نسبة زيادة مجانية ٣٠% عما تحويه العلبة الأصلية ، إذا كانت سعة علبة الحليب الأصلية ٤ لترات ، فما السعة الزائدة عن العلبة الأصلية ؟ وما سعة علبة العروض ؟

الحل

$$\frac{\text{النسبة}}{١٠٠} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{العدد الأصلي}}$$

$$\frac{٣٠}{١٠٠} = \frac{\text{س}}{٤}$$

$$\text{س} = \frac{٣٠ \times ٤}{١٠٠} = \frac{١٢}{١٠} = ١,٢$$

السعة الزائدة = ١,٢ لتر

سعة علبة العروض = ٤ + ١,٢ = ٥,٢ لتر

يبلغ عدد سكان مدينة ما ٨٠٠٠٠ نسمة في أحد الأعوام . إذا زاد عددهم بنسبة ١٢% في العام التالي ، فكم يصبح عدد السكان بعد الزيادة ؟

الحل

$$\frac{\text{النسبة}}{١٠٠} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{القيمة الأصلية}}$$

$$\frac{١٢}{١٠٠} = \frac{\text{س}}{٨٠٠٠٠}$$

$$\text{س} = \frac{١٢ \times ٨٠٠٠}{١٠٠} = ٩٦٠٠$$

مقدار الزيادة = ٩٦٠٠

عدد السكان بعد الزيادة = ٨٠٠٠٠ + ٩٦٠٠ = ٨٩٦٠٠

منصة برايم أكاديمي

بند ٤-٤ الانعكاس - التناظر حول نقطة

محور الصادات

(س ، ص) ← (- س ، ص)

وتكتب: (س ، ص) $\xrightarrow{ع_{ص}}$ (- س ، ص)

انعكاس في السينات نغير إشارة ص

محور السينات

(س ، ص) ← (س ، - ص)

وتكتب: (س ، ص) $\xrightarrow{ع_{س}}$ (س ، - ص)

انعكاس في الصادات نغير إشارة س

إذا كانت أ (- ٤ ، ١) ، ب (- ٢ ، ٥) ، جـ (٤ ، ٣) رؤوس المثلث أ ب جـ . فأوجد صورة كلّ من أ ، ب ، جـ بالانعكاس في محور السينات ، ثمّ ارسم المثلث أ ب جـ وصورته .

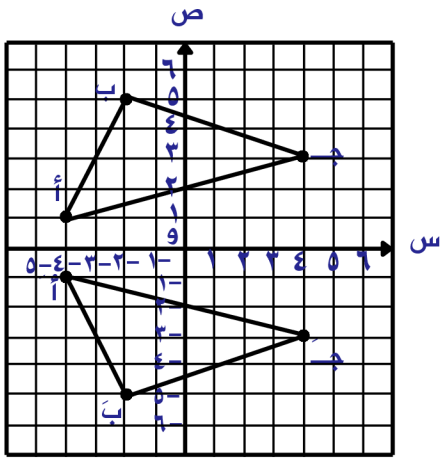
الحل

(س ، ص) ← (بالانعكاس في محور السينات) (س ، - ص)

أ (- ٤ ، ١) $\xrightarrow{ع_{س}}$ أَ (- ٤ ، - ١)

ب (- ٢ ، ٥) $\xrightarrow{ع_{س}}$ بَ (- ٢ ، - ٥)

جـ (٤ ، ٣) $\xrightarrow{ع_{س}}$ جـَ (٤ ، - ٣)



إذا كانت م (٠ ، ٣) ، ن (٢ ، ٠) ، هـ (٤ ، ٤) ، فأوجد صورة كلّ من م ، ن ، هـ بالانعكاس في محور الصادات ، ثمّ ارسم المثلث م ن هـ وصورته .

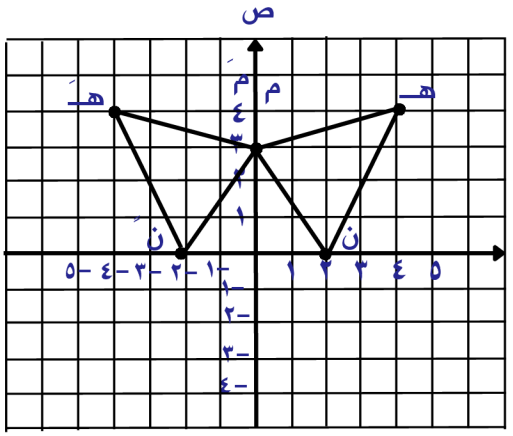
الحل

(س ، ص) $\xrightarrow{ع_{ص}}$ (- س ، ص)

م (٠ ، ٣) $\xrightarrow{ع_{ص}}$ مَ (٠ ، ٣)

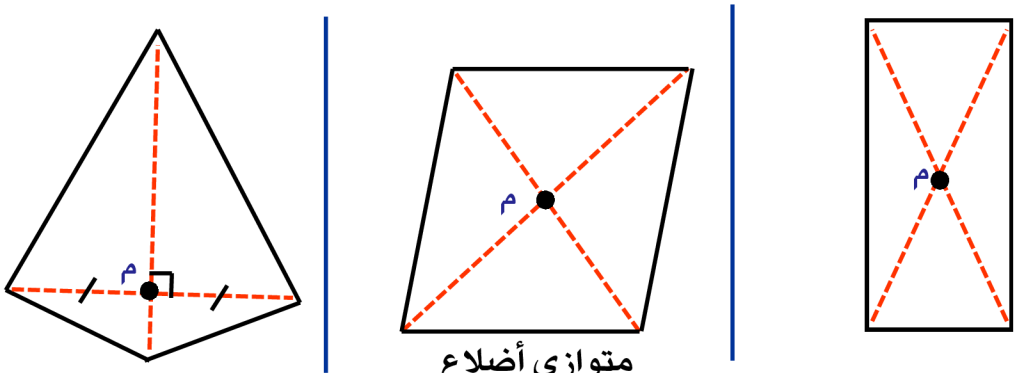
ن (٢ ، ٠) $\xrightarrow{ع_{ص}}$ نَ (- ٢ ، ٠)

هـ (٤ ، ٤) $\xrightarrow{ع_{ص}}$ هـَ (- ٤ ، ٤)



أي من الأشكال التالية متناظرة حول نقطة ملتقى قطرية ؟
وضح ذلك

الحل



مستطيل
نعم

متوازي أضلاع
نعم

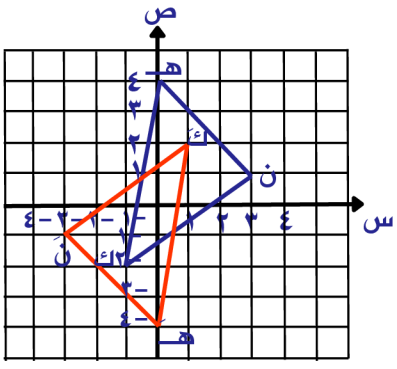
طائرة ورقية
نعم

المستطيل ومتوازي الأضلاع متناظران حول نقطة ملتقى قطريهما لأن صورتهما بالانعكاس في هذه النقطة هي الشكل نفسه.

الانعكاس في نقطة الأصل و : أ (س ، ص) ←(ع و)→ أ'(-س ، -ص)

إذا كان △ هـَ كَ نَ صورة △ هـ ك ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) وكانت هـ (٠ ، ٤) ، ك (-١ ، -٢) ، ن (٣ ، ١) ، فعين إحداثيات الرؤوس هـَ ، كَ ، نَ ثم ارسم △ هـَ كَ نَ في مستوى احداثيات.

الحل

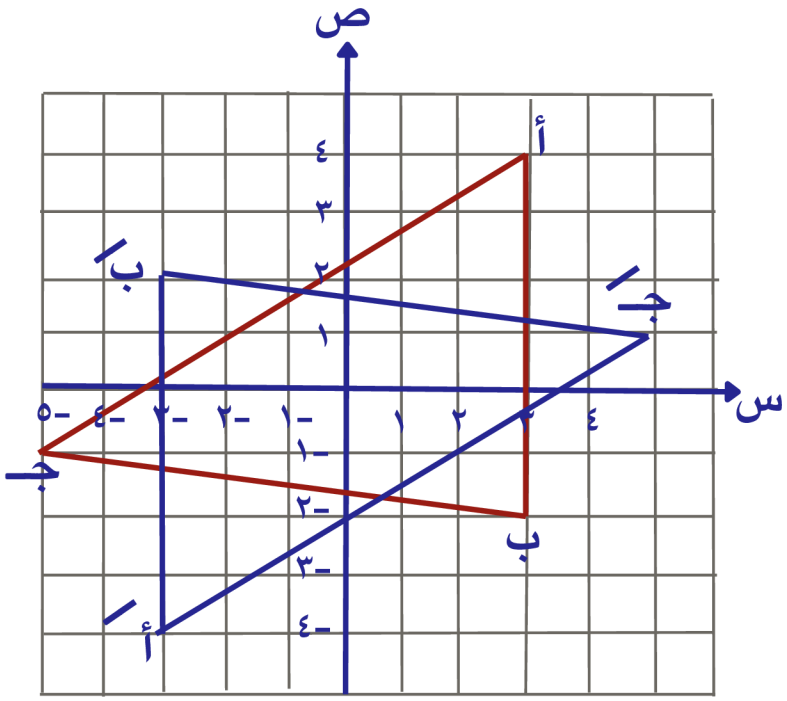


(س ، ص) ←(ع و)→ (-س ، -ص)
هـ (٠ ، ٤) ←→ هـَ (٠ ، -٤)
ك (-١ ، -٢) ←→ كَ (١ ، ٢)
ن (٣ ، ١) ←→ نَ (-٣ ، -١)

إذا كان أَبَ جَ هو صورة أ ب ج بالانعكاس في نقطة الأصل (و) وكانت:
أ (٣ ، ٤) ، ب (٣ ، -٢) ، جـ (-٥ ، -١) ، فعين إحداثيات الرؤوس أ ، بَ ، جـَ ثم ارسم المثلثين في مستوى الاحداثيات

الحل

(س ، ص) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ (-س ، -ص)
أ (٣ ، ٤) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ أَ (-٣ ، -٤)
ب (٣ ، -٢) ← بَ (-٣ ، ٢)
جـ (-٥ ، -١) ← جـَ (٥ ، ١)



بند ٤-٥ الإزاحة في المستوى الإحداثي

النقـــــــطة	صورة النقطة تحت تأثير الإزاحة	
(س ، ص)	الإزاحة جهة اليمين بمقدار (أ) وحدة: (س + أ ، ص)	الإزاحة إلى الأعلى بمقدار (ب) وحدة: (س ، ص + ب)
	الإزاحة جهة اليسار بمقدار (أ) وحدة: (س – أ ، ص)	الإزاحة إلى الأسفل بمقدار (ب) وحدة: (س ، ص – ب)

عموماً: (س ، ص) (س± أ ، ص ± ب)

مثـــــال ١

أوجد صورة النقطة أ (-٣ ، ٥) تحت تأثير الإزاحة ٤ وحدات إلى اليمين ثم وحدتين ونصف إلى الأسفل

الحل

(س ، ص) ← (س +٣ ، ص + ٢)

(٤ ، -٣) ←(٤ + ٣ ، -٣ +٢) = (٧ ، -١)

في المستوى الإحداثي ارسم المثلث أ ب جـ حيث أ (٠ ، ٠) ، ب (٠ ، ٤) ، جـ (٢ ، ٣) ، ارسم صورة المثلث أ ب جـ تحت تأثير إزاحة قاعدتها:

(س ، ص)⟵ (س-٣ ، ص+١)

الحل

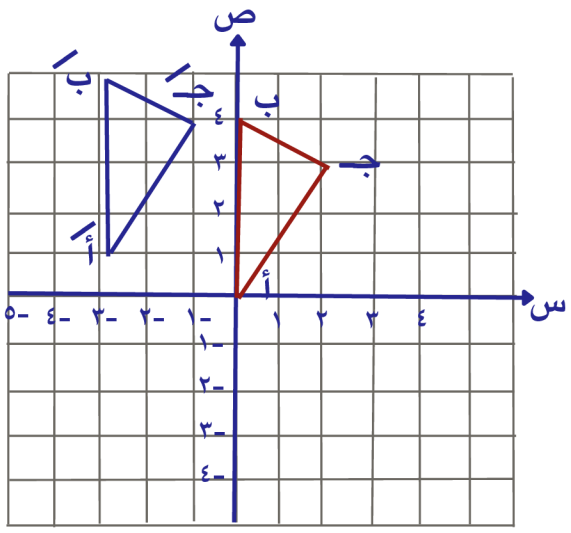
أ (٠ ، ٠) ⟵ أ' (-٣ ، ١)

ب (٠ ، ٤)⟵ بَ (-٣ ، ٥)

جـ (٢ ، ٣)⟵ جـَ (-١ ، ٤)

طريقة أخرى:

إزاحة لليسار ٣ وحدات ووحدة واحدة لأعلى



إذا كانت مَ (-٣ ، ٥) هي صورة النقطة م (٢ ، ١) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي أوجد قاعدة الإزاحة ثم تحقق من صحتها

الحل

٢ + أ = -٣	١ + ب = ٥
أ = -٣ - ٢	ب = ٥ - ١
أ = -٥ (٥ وحدات لليسار)	ب = ٤ (٤ وحدات لأعلى)

القاعدة: (س ، ص) ⟵ (س - ٥ ، ص + ٤)

التحقق: م (٢ ، ١) ⟵ (٢ - ٥ ، ١ + ٤)

(-٣ ، ٥) = مَ

أوجد صورة النقطة (٤ ، -٣) تحت تأثير إزاحة ٣ وحدات إلى اليمين ووحدتين إلى الأعلى.

الحل

(س ، ص) ⟵ (س + ٣ ، ص + ٢)

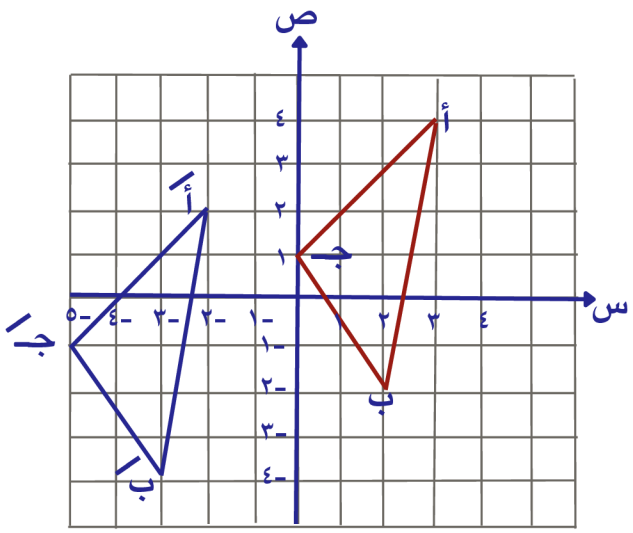
(٤ ، -٣) ⟵ (٤ + ٣ ، -٣ + ٢) = (٧ ، -١)

صف الإزاحة التي تنقل المثلث أ ب جـ إلى المثلث أَ بَ جـَ ، ثم اكتب القاعدة بصورة رمزية

الحل

إزاحة ٥ وحدات لليسار ووحدتان للأسفل

(س ، ص) ⟵ (س - ٥ ، ص - ٢)



إذا كانت مَ (-٣ ، ٢) هي صورة م (٢ ، -١) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي فاكتب القاعدة بصورة رمزية لهذه الإزاحة ثم تحقق من صحتها

الحل

(س ، ص) ⟵ (س - ٥ ، ص + ٣)

التحقق:

م (٢ ، -١) ⟵ (٢ - ٥ ، -١ + ٣) = (-٣ ، ٢) = مَ

ارسم صورة المثلث ل م ن بإزاحة حسب القاعدة

(س ، ص) ⟵ (س + ٢ ، ص - ١)

الحل

إزاحة إلى اليمين وحدتان ووحدة واحدة للأسفل

ل (١ ، ٤) ⟵ لَ (٣ ، ٣)

م (-٣ ، ١) ⟵ مَ (-١ ، ٠)

ن (-٤ ، ٥) ⟵ نَ (-٢ ، ٤)

