١ - ١ المجموعات

المجموعة هي تجمّع من الأشياء **المتمايزة المحدَّدة تحديدًا تامًّا** ، ويُطلق على هذه الأشياء **عناصر** .

سؤال

حدِّد ما إذا كان كلّ ممّا يلي يمثل مجموعة أم لا ، فسِّر إجابتك :

(أ) مضاعَفات العدد ٩ الأصغر من ٢٨ (.....)

(ب) أيّام الأسبوع (.....)

(ج) الأزهار الجميلة (.....)

(د) الأعداد الكلّية (ط) : ٠ ، ١ ، ٢ ، ..... (.....)

أُذكر أمثلة لمجموعات أخرى.

(هـ) .....

(و) .....

.....

- يُرمز إلى المجموعة بأحرف مثل : سـ ، صـ ، شـ ، ...
- ويُرمز إلى العناصر بأحرف مثل : س ، ص ، ش ، ... .
- يجب كتابة جميع عناصر المجموعة داخل قوسَين { } مع وضع فاصلة بين كلّ عنصر وآخر .
- يجب عدم تكرار كتابة العنصر نفسه داخل المجموعة .
- لا يُشترط ترتيب كتابة العناصر داخل المجموعة .

المجموعة التي لا تحتوي على عناصر (عدد عناصرها يساوي صفرًا) تُسمّى مجموعة خالية ، ويُرمز إليها بالرمز { } أو ∅ وتُقرأ (فاي) .

.....

سؤال

حدِّد أيًّا من المجموعات الآتية تمثّل مجموعة خالية وأيّها لا تمثّل مجموعة خالية .

(أ) مجموعة الأشهر الميلادية التي يزيد عدد أيّامها على ٣١ يومًا (.....)

(ب) مجموعة أرقام العدد ٢٢٠ ١٦٩ (.....)

(ج) مجموعة المكعّبات التي ليس لها رؤوس . (.....)

.....

سؤال

أكمِل كلًّا ممّا يلي بوضع الرمز المناسِب ∋ أو ∌ لتحصل على عبارة صحيحة :

(أ) ن ☐ {أ ، هـ ، ج}

(ب) ر ☐ مجموعة أحرف كلمة حريق

(ج) ٧ ☐ {٧٧}

(د) ٨ ☐ {١ ، ٨ ، ٤}



طرق التعبير عن المجموعة:

- **الطريقة الأولى :** ذكر العناصر
- **الطريقة الثانية :** الصفة المميِّزة :
  - (أ) **لفظية :** س = مجموعة العوامل الموجَبة للعدد ٨
  - (ب) **رمزية :** س = { ا : ا ∈ ط ، ا عامل من العوامل الموجَبة للعدد ٨ }
- **الطريقة الثالثة :** تمثيل المجموعة بالرسم بشكل يُسمّى مخطّط (شكل) ڤن

.....

سؤال

إذا كانت س هي مجموعة العوامل الموجَبة للعدد ٦ ،
فعبِّر عن المجموعة بالطرق الآتية : الصفة المميِّزة (لفظية) - ذكر العناصر - الصفة المميِّزة (رمزية) .
أكمِل الجدول الآتي :

الصفة المميِّزة (لفظية)	س = ...
ذكر العناصر	س = { ..... ، ..... ، ..... ، ..... }
الصفة المميِّزة (رمزية)	س = { ا : ا ∈ ..... }

س
مخطّط ڤن

.....

المجموعة المنتهية : هي المجموعة التي يمكن حصر عدد عناصرها .
المجموعة غير المنتهية : هي المجموعة التي لا يمكن حصر عدد عناصرها .

.....

سؤال

أكمِل كتابة كلّ من المجموعات الآتية بذكر العناصر ، ثمّ حدِّد أيًّا منها منتهية وأيًّا منها غير منتهية .

(أ) ص = { ا : ا ∈ ط ، ا مضاعَف من مضاعَفات العدد ١٠ }
ص = { ١٠ ، ٢٠ ، ..... } ، ص مجموعة .....

(ب) س = { ا : ا ∈ ط ، ا عامل من عوامل العدد ٩ }
س = { -١ ، -٩ ، ..... } ، س مجموعة .....

(ج) ن = { ا : ا ∈ ط ، ا عدد يقبل القسمة على ٢ }،
ن = ... ، ن مجموعة .....

.....

تمارين :

١ أكمِل كلًّا ممّا يلي بوضع الرمز المناسِب ∈ أو ∉ لتصبح كلّ من العبارات الآتية صحيحة:

(أ) ع ☐ { ع ، م ، ل }
(ب) ٩ ☐ { ا : ا ∈ صـ }
(ج) ٢٣ ☐ { ٣ ، ٢ ، ١ }
(د) ق ☐ مجموعة أحرف كلمة فريق



٢ عبِّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر العناصر ومثِّلها بمخطّط ڤن .

(أ) سـ = { س : س حرف من أحرف كلمة سمسم }

.....

(ب) ع = مجموعة أرقام العدد ١٢٩ ٢٣

.....

(ج) سـ = { ﻫ : ﻫ ∈ ط ، ﻫ عامل من عوامل العدد ٩ }

.....

(د) ل = { ﻫ : ﻫ ∈ صـ ، ﻫ عدد زوجي أكبر من ١٠ وأصغر من ١٥ }

.....

(هـ) ب = { ب : ب ∈ ط ، ٢٣ < ب ≤ ٢٩ }

.....

(و) م = مجموعة الأعداد الكلّية الأكبر من ٨ والأصغر من ٩

.....

٣ حدِّد أيًّا من المجموعات الآتية تمثّل مجموعة خالية ، وأيّها لا تمثّل مجموعة خالية .

(أ) سـ = مجموعة الأعداد الصحيحة المحصورة بين ١ ، ٥ وتقبل القسمة على ٦. (.....)

(ب) ع = { ﻫ : ﻫ ∈ ط ، ﻫ < ٣ }. (.....)

٤ عبِّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر الصفة المميِّزة (بالصورة الرمزية) .

(أ) سـ = { ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ ، ... }

.....

.....

(ب) ع = { ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، -٣ ، -٤ ، -٥ }

.....

.....



٥ عبِّر عن كلّ مجموعة ممّا يلي بذكر صفة مميِّزة (بالصورة اللفظية) ، ومثِّلها بمخطّط ڤن .

أ ح = { ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ }

.....

.....

ب ن = { م ، ح ، د }

.....

.....

٦ أُكتب كلًّا من المجموعات الآتية بذكر العناصر ، ثمّ حدِّد ما إذا كانت المجموعة منتهية أم غير منتهية .

أ صـ = مجموعة الأعداد الصحيحة

.....

.....

ب ع = { ١ : ١ < ١ ، ط ∋ ١ }

.....

.....

ج ـه = { س : س ∋ صـ ، س > ٥ }

.....

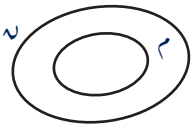
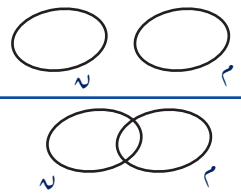
.....

د سـ = { ب : ب ∋ ط ، -٣ < ب ≥ ٤ }

.....

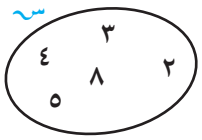
.....

١ - ٢ المجموعة الجزئية – تساوي مجموعتين

المفهوم	التعريف	الرمز	المخطط
المجموعة الجزئية (الاحتواء)	إذا كان كلّ عنصر من م ينتمي إلى ن ؛ فإنّ م محتواه في ن ، وتُقرأ (م مجموعة جزئية من ن)	م ⊆ ن	
المجموعة غير الجزئية (عدم الاحتواء)	إذا وُجد عنصر من م لا ينتمي إلى ن ؛ فإنّ م ليست محتواه في ن ، وتُقرأ (م ليست مجموعة جزئية من ن)	م ⊈ ن	

سؤال

من الشكل المقابِل ، ضَعِ الرمز المناسِب ⊆ ، ⊈ لتحصل على عبارة صحيحة .



(أ) { ٤ ، ٨ } ☐ س

(ب) { ٣ ، ٧ } ☐ س

(ج) { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٨ } ☐ س

(د) { ٥٨ } ☐ س

(هـ) { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٨ } ☐ س

(و) { س : س حلّ المعادلة س + ٢ = ٥ } ☐ س

عدد المجموعات الجزئية من مجموعة عدد عناصرها ن هو $2^{ن}$.

س = ص عندما يكون لهما العناصر نفسها ، أو بمعنى آخر عندما تكون س ⊆ ص و ص ⊆ س .

سؤال

أكمِل ما يلي مستخدِمًا الرمز المناسِب = أو ≠ لتصبح العبارة صحيحة :

(أ) { ٣ ، ٥ } ..... { - ٣ ، - ٥ }

(ب) مجموعة أحرف كلمة « حبر » ..... مجموعة أحرف كلمة « بحر » .

(ج) { ١ ، ٢ ، ٣ } ..... { ٣ ٢ ١ }

(د) { ٢ } ..... مجموعة العوامل الموجَبة للعدد ٦ .

(هـ) مجموعة عوامل العدد ٩ ..... { ١ ، ٣ ، ٩ ، -١ ، -٣ ، -٩ }

(و) مجموعة أرقام العدد ٥٤١ ٤٠ ..... { ٠ ، ١ ، ٤ ، ٥ }



تمارين :

١ إذا كانت سـ = { أ : أ ∈ ط ، أ عددًا أوليًّا أصغر من ١٠ } ،
ع = { ب : ب ∈ ط ، ب مضاعَف من مضاعَفات العدد ٣ الأصغر من ١٤ }

(أ) فاكتب بطريقة ذكر العناصر كلًّا من سـ ، ع .

.....

.....

(ب) هل ع ⊇ سـ ؟ ولماذا ؟

.....

(ج) هل سـ ⊇ ع ؟ ولماذا ؟

.....

٢ إذا كانت سـ = { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، صـ = مجموعة أرقام العدد ٤٣٢

(أ) فاكتب صـ بذكر العناصر . .....

(ب) هل سـ = صـ ؟ ولماذا ؟ .....

.....

٣ إذا كانت شـ = { ١ ، -٢ ، -٣ ، ٠ ، -١ } ، ك = { أ : أ ∈ صـ ، -٤ < أ < ٤ }

(أ) فاكتب ك بطريقة ذكر العناصر . .....

(ب) هل ك = شـ ؟ ولماذا ؟ .....

٤ إذا كانت سـ = { أ : أ ∈ صـ ، أ عددًا فرديًّا محصورًا بين ١ ، ٩ } ، صـ = { ٣ ، ٥ ، ٧ }

(أ) فاكتب سـ بذكر العناصر . .....

(ب) هل ١ ∈ سـ ؟ فسِّر إجابتك . .....

(ج) اُذكر المجموعات الجزئية الأحادية والثنائية من سـ . .....

.....

(د) هل سـ = صـ ؟ ولماذا ؟ .....

.....

٥ إذا كانت ن = { ٧ ، ٥ س ، -٣ ، ٣ } ، ع = { ٣ ، هـ + ٢ ، ١٥ ، ٧ }
وكانت ن = ع . فأوجِد قيمة كلّ من س ، هـ .

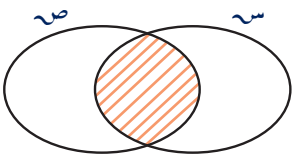
.....

.....

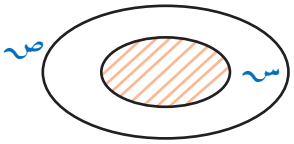


١ - ٣ العمليات على المجموعات (تقاطع – اتّحاد)

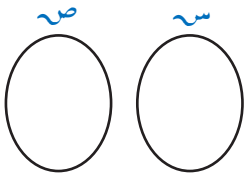
التقاطع بين سـ ، صـ : هو مجموعة العناصر التي **تنتمي** إلى سـ **و** **تنتمي** إلى صـ ؛ أي : تنتمي إلى (المجموعتَين معًا) .

اِسم المجموعة	تُكتب	تُقرأ	المخطّط
التقاطع بين سـ ، صـ	سـ ∩ صـ	سـ تقاطع صـ	

الحالات الخاصّة لتقاطع مجموعتَين :



١ سـ ⊇ صـ ⇐ سـ ∩ صـ = سـ



٢ سـ ∩ صـ = ∅

سؤال

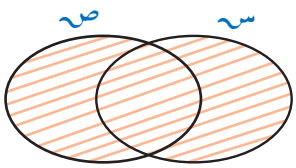
لتكن سـ = مجموعة مضاعَفات العدد ٣ الأصغر من ١٠ ، ع = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٩ }

(أ) أوجِد بذكر العناصر كلًّا من :

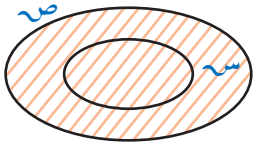
سـ = ... ، سـ ∩ ع = ...

(ب) مثِّل كلًّا من سـ ، ع بمخطّط ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل سـ ∩ ع .

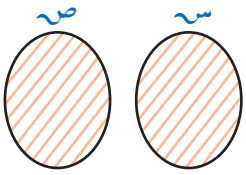
الاتّحاد بين سـ ، صـ : هو مجموعة العناصر التي **تنتمي** إلى سـ **أو** **تنتمي** إلى صـ .

اِسم المجموعة	تُكتب	تُقرأ	المخطّط
الاتّحاد بين سـ ، صـ	سـ ∪ صـ	سـ اتّحاد صـ	

الحالات الخاصّة لاتّحاد مجموعتَين :



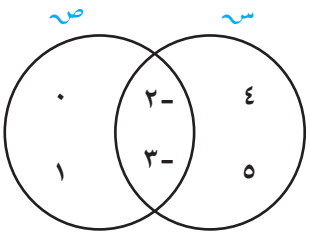
١ سـ ⊇ صـ ⇐ سـ ∪ صـ = صـ



٢ سـ ∪ صـ حيث سـ ∩ صـ = ∅

تمارين :

١ بالاستعانة بمخطّط ڤن الموضَّح أكمِل ما يلي ، ثمّ ظلِّل ما يمثّل منطقة التقاطع إن أمكن :

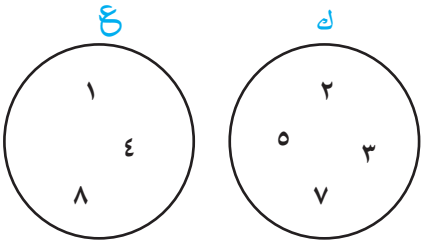


(أ) س~ = ...

ص~ = ...

س~ ∩ ص~ = ...

س~ ∪ ص~ = ...

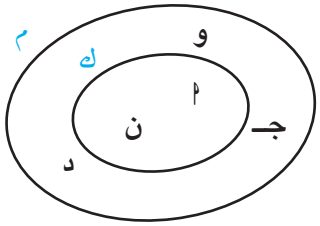


(ب) ك = ...

ع = ...

ك ∩ ع = ...

ك ∪ ع = ...



(ج) م = ...

ك = ...

م ∩ ك = ...

م ∪ ك = ...

٢ إذا كانت ع = { أ : أ ∈ ط ، أ عاملًا أوّليًّا من عوامل العدد ١٥ } ، ب~ = { ٥ ، ٣ ، -١ ، -٢ ، -٣ }
فأوجِد بذكر العناصر كلًّا من : ع ، ع ∩ ب~ ، ع ∪ ب~ ، مثّل كلًّا من ع ، ب~
بمخطّط ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ع ∪ ب~ .

.....

.....

.....

.....

٣ إذا كانت س~ = { س : س ∈ ط ، ٤ ≤ س < ٩ } ،
ص~ = { ص : ص ∈ ص~ ، ص عاملًا موجَبًا من عوامل العدد ٨ } ، فأوجِد بذكر العناصر كلًّا من :
س~ ، ص~ ، س~ ∪ ص~ ، س~ ∩ ص~ ، ومثّل كلًّا من س~ ، ص~ بشكل ڤن ،
ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل س~ ∩ ص~ .

.....

.....

.....

.....



١ - ٤ مجموعة الفرق

س - ص = مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س ولا تنتمي إلى ص

ص - س = مجموعة العناصر التي تنتمي إلى ص ولا تنتمي إلى س

سؤال

إذا كانت س = { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ } ، ع = { ب : ب ∈ ص ، -١ ≤ ب ≤ ٤ } ،
حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة .

١ فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

ع = ...

س - ع = ...

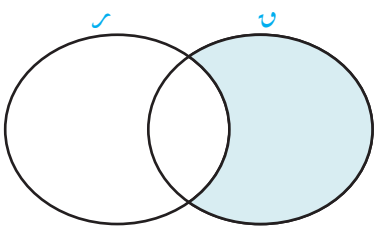
ع - س = ...

٢ مثِّل كلًّا من س ، ع بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ع - س .

سؤال

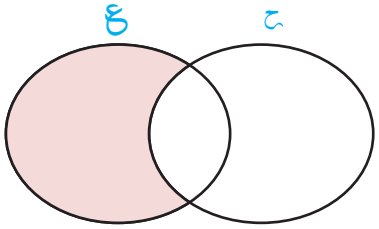
أُكتب ما يمثّله الجزء المظلَّل في كلّ من الأشكال الآتية :

(أ)



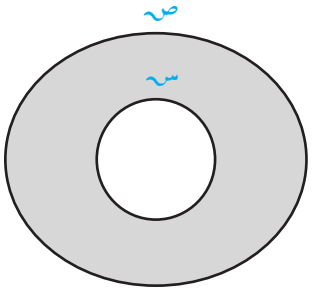
.....

(ب)



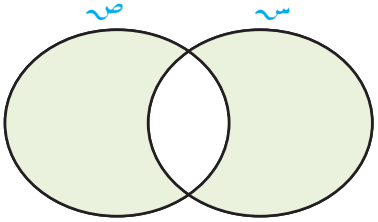
.....

(ج)



.....

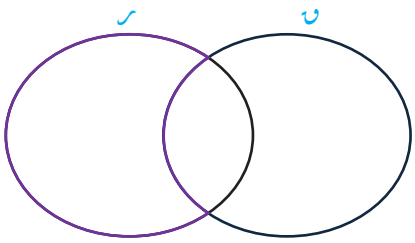
(د)



.....

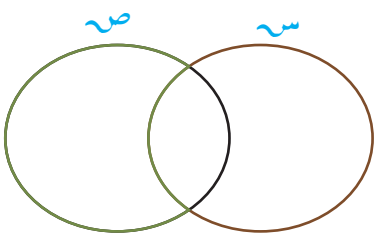
١ ظلِّل المنطقة التي تمثّل كلًّا ممّا يلي في الأشكال الآتية :

(أ)



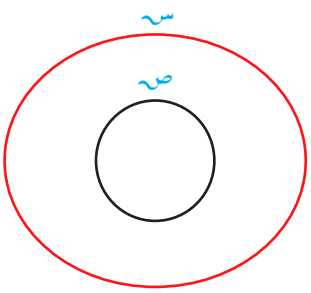
ر - ن

(ب)



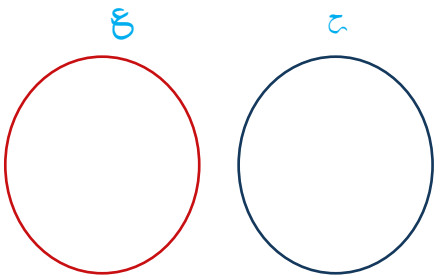
(سـ - صـ) ∪ (صـ - سـ)

(ج)



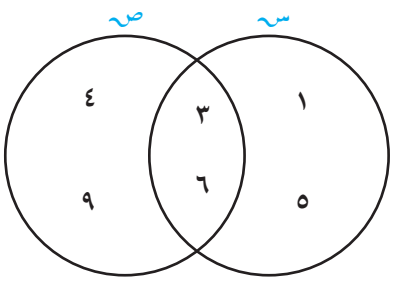
سـ - صـ

(د)



ح - ع

٢ من شكل ڤن المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



سـ = ...

صـ = ...

سـ - صـ = ...

صـ - سـ = ...

٣ إذا كانت سـ = مجموعة مضاعَفات العدد ٣ الأصغر من ٩ ، صـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ }
فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

(أ) سـ = ...

(ب) سـ - صـ = ...

(ج) صـ - سـ = ...

مثِّل كلًّا من سـ ، صـ بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل صـ - سـ .

٤ إذا كانت ع = { أ : أ ∈ صـ ، ١ ≤ أ < ٥ } ، حيث صـ مجموعة الأعداد الصحيحة .

ح = { ب : ب ∈ ط ، ب عامل من العوامل الأوّلية للعدد ٣٠ } ، فأوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

ع = ...

ح = ...

ع - ح = ...

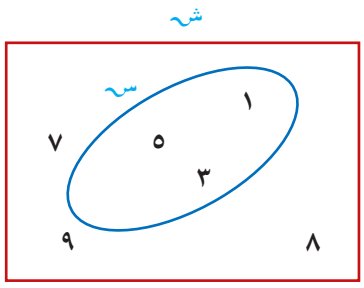
مثِّل كلًّا من ع ، ح بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ع - ح .



١ - ٥ المجموعة الشاملة – المجموعة المتمِّمة

سؤال

من الشكل المقابِل :



١ أُكتب بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

ش~ = ...

س~ = ...

ش~ - س~ = ...

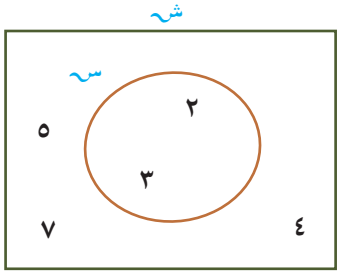
٢ أكمِل :

..... ∋ (ش~ - س~) ، ..... ∌ (ش~ - س~)

.....

سؤال

من شكل فن المقابل ، أُكتب بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



ش~ = ...

س~ = ...

$\overline{س~}$ = ش~ - س~

= .....

س~ ∩ $\overline{س~}$ = ...

س~ ∪ $\overline{س~}$ = ... = ...

$\overline{\overline{س~}}$ = ش~ - ..... = ...

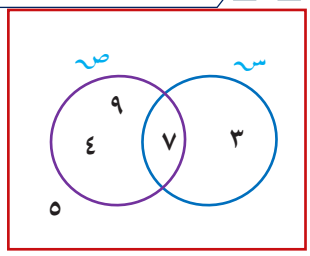
= .....

.....

• س~ ∩ $\overline{س~}$ = ∅	• س~ ∪ $\overline{س~}$ = ش~
• ش~ - $\overline{س~}$ = س~	• $\overline{\overline{س~}}$ = س~
• ش~ ∪ س~ = ش~	• ش~ ∩ س~ = س~
• ش~ ∪ $\overline{س~}$ = ش~	• ش~ ∩ $\overline{س~}$ = $\overline{س~}$
• $\overline{ش~}$ = ∅	• $\overline{∅}$ = ش~

سؤال

من شكل ڤن المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



شـ = ...

سـ = ...

صـ = ...

$\overline{سـ}$ = ...

$\overline{صـ}$ = ...

$\overline{سـ} \cap \overline{صـ}$ = ...

سـ $\cup$ صـ = ...

$\overline{سـ \cup صـ}$ = ...

ماذا تلاحظ؟ .....

$\overline{سـ} \cup \overline{صـ}$ = ...

سـ $\cap$ صـ = ...

$\overline{سـ \cap صـ}$ = ...

ماذا تلاحظ؟ .....

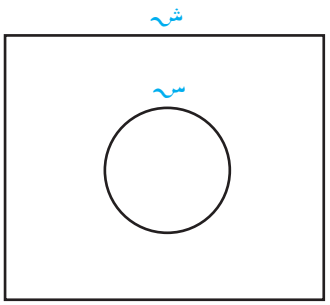
قوانين دي مورغان

◄ $\overline{سـ \cup صـ} = \overline{سـ} \cap \overline{صـ}$ ◄ $\overline{سـ \cap صـ} = \overline{سـ} \cup \overline{صـ}$

سؤال

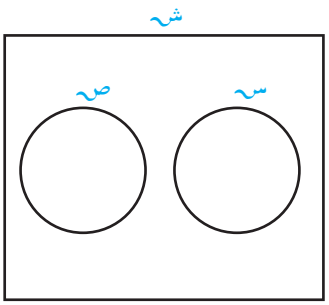
ظلِّل المنطقة التي تمثّل كلًّا ممّا يلي في الأشكال الآتية :

(أ)



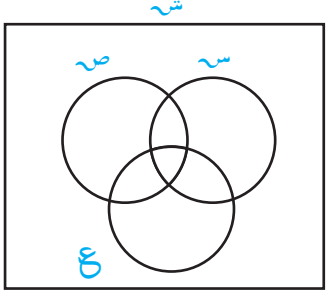
$\overline{سـ}$

(ب)



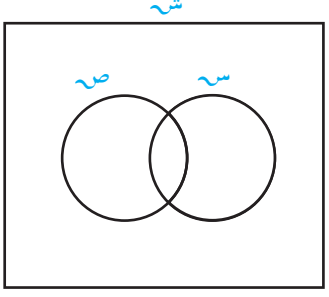
$\overline{سـ \cup صـ}$

(ج)



$\overline{(سـ \cap صـ \cap ع)}$

(د)



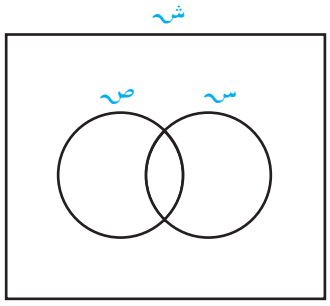
$(\overline{سـ} - صـ)$

إعداد: أ. حسام بيومي
رياضيات

تمارين :

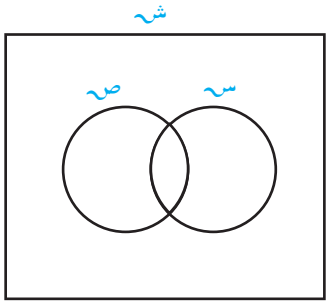
١ ظلِّل المنطقة التي تمثّل كلًّا ممّا يلي في الأشكال الآتية :

(أ)



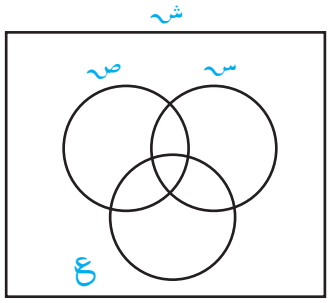
$(س\cup ص)'$

(ب)



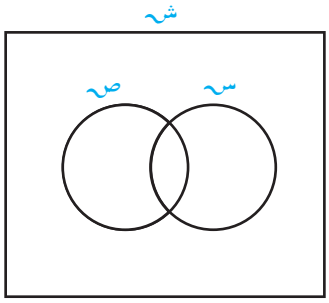
$(س\cap ص)'$

(ج)



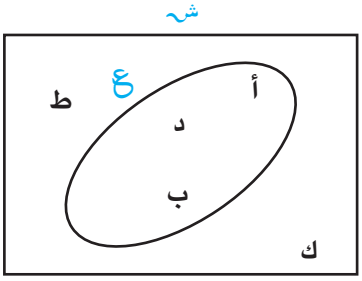
$(س\cup ص\cup ع)'$

(د)



$ص - س'$

٢ من شكل ڤن المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



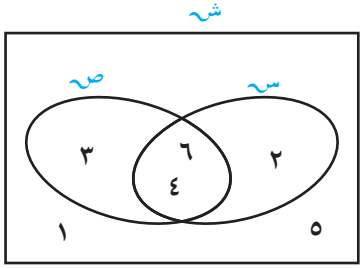
شـ = ...

ع = ...

$ع'$ = ...

$ع''$ = ...

٣ من شكل ڤن المقابِل ، أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



شـ = ...

سـ = ...

صـ' = ...

سـ' = ... ، صـ' = ...

$(س\cap ص)'$ = ...

.....

$(س\cup ص)'$ = ...

.....

٤ إذا كانت المجموعة الشاملة شـ = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ } ،
مـ = مجموعة الأعداد الفردية الأكبر من ١ والأصغر من ٧ ،
لـ = { أ : أ ∈ ط ، أ عدد زوجي ، ١ < أ ≤ ٨ } .

(أ) أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي : مـ ، لـ ، $\overline{مـ}$ ، $\overline{لـ}$ ، ($\overline{مـ \cap لـ}$) ، (مـ − لـ)

.....

.....

.....

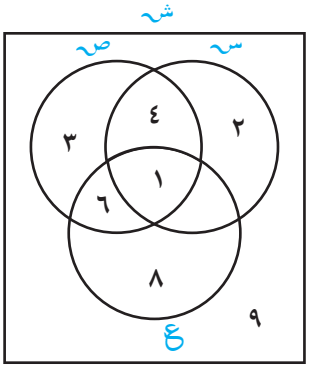
.....

.....

.....

(ب) مثِّل كلًّا من شـ ، مـ ، لـ بشكل ڤن ، ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ($\overline{مـ \cap لـ}$) .

٥ من شكل ڤن المقابل ، أكمِل بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



(أ) شـ = ...

(ب) صـ = ...

(ج) $\overline{سـ}$ = ...

(د) صـ − ع = ...

(هـ) ($\overline{سـ \cap صـ}$) = ...

ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل ($\overline{سـ - ع}$) .

١ - ٦ الحاصل الديكارتي

الحاصل الديكارتي (أو حاصل الضرب الديكارتي) سـ × صـ :
هو مجموعة كلّ الأزواج المرتَّبة (أ ، ب) حيث المسقط الأوّل
أ ∈ سـ ، و المسقط الثاني ب ∈ صـ .

أي أنّ : سـ × صـ = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ }
وعدد عناصر سـ × صـ = عدد عناصر سـ × عدد عناصر صـ

سؤال

إذا كانت سـ = { ٢ ، ٣ ، ٤ } .

(أ) أوجِد عدد عناصر سـ × سـ .

(ب) أُكتب سـ × سـ بذكر العناصر .

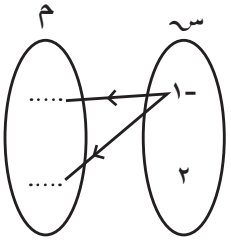
(ج) أُكتب سـ × سـ بذكر الصفة المميِّزة .

(د) مثِّل سـ × سـ بمخطّط بياني وآخر سهمي .

.....

سؤال

إذا كانت سـ = { - ١ ، ٢ } ، م = { ب : ب ∈ صـ ، ٠ < ب ≤ ٢ } حيث صـ مجموعة الأعداد الصحيحة ،
فأكمِل ما يلي :



(أ) م = { ١ ، ..... }

(ب) سـ × م = { (- ١ ، ١) ، (- ١ ، .....) ، (٢ ، .....) ، (٢ ، .....) }

(ج) المخطّط السهمي سـ × م

(د) (- ١ ، .....) ∉ سـ × م

تمارين :

١ **إذا كانت** سـ = { ٣ ، ٦ ، ٩ } ، صـ = { ٤ ، ٦ } ، **فاكتب كلًّا من** سـ × صـ ، صـ × سـ ، صـ × صـ **بذكر العناصر .**

.....

.....

.....

٢ **إذا كانت** سـ × صـ = { (٠ ، ١) ، (٠ ، ٢) ، (٠ ، ٣) ، (٠ ، ٤) ، (٠ ، ٥) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥) ، (٥ ، ٥) }.

أ) أُكتب كلًّا من سـ ، صـ بذكر العناصر . .....

.....

ب) مثِّل سـ × صـ بمخطّط سهمي .

٣ **إذا كانت** سـ = { أ : أ ∈ ط ، أ عددًا أوّليًّا أصغر من ٧ } ، **حيث** ط **مجموعة الأعداد الكلّية ،**
ل = { ب : ب ∈ صـ ، -٢ < ب ≤ ١ } ، **حيث** صـ **مجموعة الأعداد الصحيحة .**

أ) أُكتب كلًّا من سـ ، ل بذكر العناصر . .....

.....

ب) أُكتب سـ × ل بذكر العناصر ، واذكر عدد عناصرها .

.....

.....

ج) مثِّل سـ × ل بمخطّط بياني .



٤ إذا كانت سـ = { ب : ب ∋ ط ، ب عددًا زوجيًّا أصغر من ٦ }

(أ) أوجِد سـ بذكر العناصر .

.....

.....

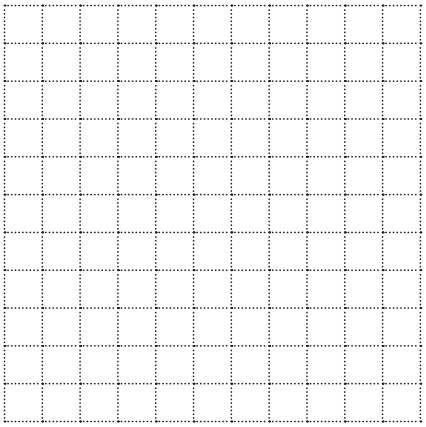
(ب) أُكتب سـ × سـ بذكر العناصر .

.....

.....

(ج) مثِّل سـ × سـ بمخطّط سهمي وآخر بياني .

مخطّط سهمي



مخطّط بياني

١ - ٧ مفهوم العلاقة

لتكن سـ ، صـ مجموعتَين غير خاليتَين تكون « ع » علاقة من سـ إلى صـ عندما تكون « ع » مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتي سـ × صـ ونعبّر عن ذلك
ع ⊆ سـ × صـ .

.....

مثال :

فيما يلي مجموعة من العلاقات المعرَّفة على سـ = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } .

أُكتب كلّ علاقة بذكر عناصرها :

(أ) $ع_1$ علاقة « ضعف » من سـ إلى سـ .

(ب) $ع_2 = \{ (أ ، ب) : أ ، ب \in سـ ، أ + ب = ٨ \}$

(ج) $ع_3 = \{ (أ ، ب) : أ ، ب \in سـ ، ب = أ \}$

(د) $ع_4 = \{ (أ ، ب) : أ ، ب \in سـ ، أ = \sqrt{ب} \}$

مثِّل $ع_1$ بمخطّط سهمي و $ع_2$ بمخطّط بياني .



تمارين :

١ **إذا كانت سـ = { أ ، ب ، جـ } ، صـ = { ٤ ، ٥ ، ٨ } ، فأيّ المجموعات الآتية تمثّل علاقة من سـ إلى صـ ؟ وأيّها تمثّل علاقة من صـ إلى سـ مع ذكر السبب .**

(أ) هـ = { (أ ، ٥) ، (أ ، ٤) ، (أ ، ٨) ، (ب ، ٤) }

.....

(ب) د = { (أ ، ٨) ، (أ ، ٥) ، (جـ ، ٨) }

.....

(ج) و = { (٤ ، أ) ، (٤ ، جـ) ، (٥ ، ب) ، (٨ ، أ) }

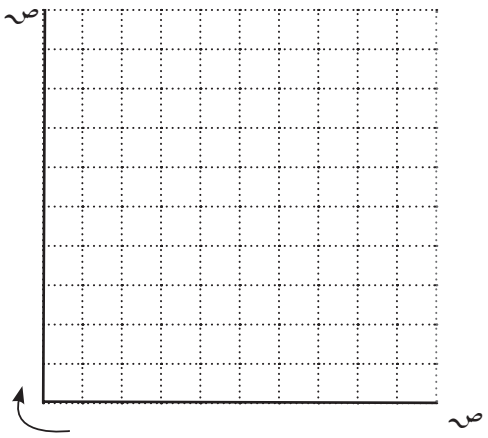
.....

٢ **لتكن صـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٩ }**

(أ) أُكتب ع علاقة من صـ إلى صـ بذكر العناصر ، حيث ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ صـ ، أ^{٢} = ب }

.....

(ب) مثِّل ع بمخطّط سهمي وبياني .



مخطّط بياني

مخطّط سهمي

٣ **فيما يلي مجموعة من العلاقات المعرَّفة من سـ إلى صـ ، حيث سـ = { ٣ ، ٦ ، ٩ } ، صـ = { ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ } . أُكتب كلّ علاقة بذكر عناصرها .**

(أ) هـ = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، أ < ب }

.....

(ب) ل = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، ب = أ }

.....

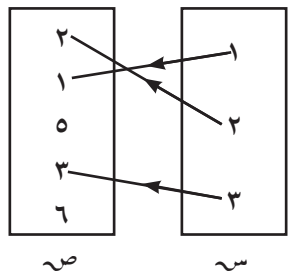
(ج) ع = { (أ ، ب) : أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ ، ب = أ + ٦ }

.....



٤ أُكتب العلاقات ع١ ، ع٢ ، ع٣ على المجموعات الممثَّلة بالمخطّطات الآتية ، بذكر العناصر ثمّ بذكر الصفة المميِّزة .

(أ)



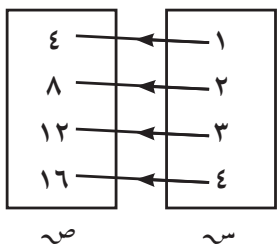
ع١ = ...

.....

.....

.....

(ب)



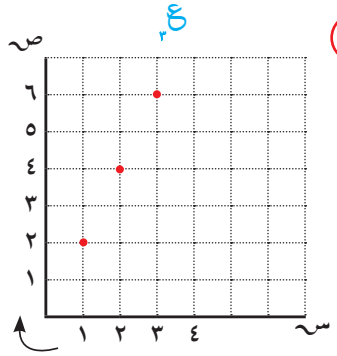
ع٢ = ...

.....

.....

.....

(ج)



ع٣ = ...

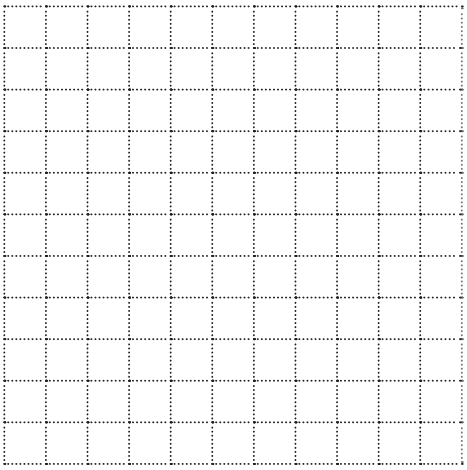
.....

.....

.....

٥ من الجدول الآتي ، أُكتب علاقة (الوزن ، السعر) كمجموعة أزواج مرتَّبة ، ثمّ مثِّلها بيانيًّا .

أسعار السمك	
الوزن (كجم)	السعر (دينار)
١	٢,٥
٢	٥
٥	١٢,٥
١٠	٢٥



.....

.....

.....

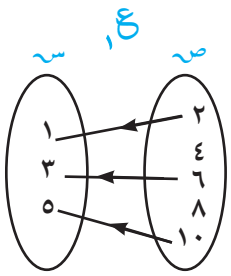
.....

٧ إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، ٥ } ، ص = { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ } ،
ع = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، أ = $\frac{١}{٢}$ ب } .

أ أُكتب ع بذكر العناصر . .....

ب مثِّل ع بمخطّط بياني .

ج أُكتب العلاقة ع$_{١}$ المبيَّنة في المخطّط السهمي الآتي
بذكر العناصر والصفة المميِّزة . .....



.....

.....

.....

د هل ع = ع$_{١}$ ؟

.....

تقويم الوحدة التعليمية الأولى

أوّلًا : البنود المقالية

١ إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ } ، فأيّ من العبارات الآتية صحيحة .

(أ) ١ ∋ سـ .....

(ب) ٧ ∋ سـ .....

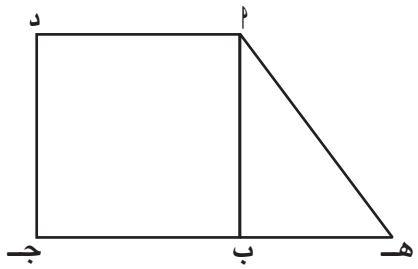
(ج) ١ ∌ سـ .....

(د) ٤٥ ∋ سـ .....

(هـ) { ١ ، ٣ } ⊇ سـ .....

(و) { ٧ } ⊈ سـ .....

٢ تأمَّل الشكل المقابل ، وضَع الرمز المناسِب ∋ أو ∌ أو ⊇ أو ⊈ .



(أ) د ☐ $\overline{\text{د جـ}}$

(ب) $\overline{\text{جـ د}}$ ☐ $\overleftarrow{\text{جـ هـ}}$

(ج) هـ ☐ $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$

٣ إذا كانت سـ = مجموعة الأعداد الكلّية الأصغر من ٥ ، صـ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } ، فهل سـ = صـ ؟ فسِّر إجابتك .

.....

.....

.....

٤ إذا كانت سـ = { أ : أ ∋ ط ، أ < ٦ } ، صـ = { د : د ∋ صـ ، د عاملًا موجَبًا من عوامل العدد ١٢ } ، فأوجِد بذكر العناصر كلًّا من :

(أ) سـ = ...

(ب) صـ = ...

(ج) سـ ∩ صـ = ...

(د) سـ ∪ صـ = ...

ثمّ مثّل سـ ، صـ بمخطّط فن وظلِّل سـ ∩ صـ .

إعداد: أ/ حسام بيومي
رياضيات

٥ إذا كانت ع = { س : س ∈ ط ، س عددًا زوجيًّا أكبر من ١ وأصغر من ٩ } ، ل = { ٠ ، ٣ } ،
ح = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، فأوجِد كلًّا ممّا يلي :

أ ع = ...

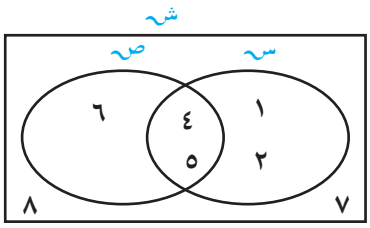
ب ل ∪ ع = ...

ج ع ∩ ل = ...

د ل ∪ ع ∪ ح = ...

هـ ع ∩ ل ∩ ح = ...

٦ من شكل ڤن أدناه ، أكمِل بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :



أ شـ = ...

ب سـ = ...

ج صـ = ...

د سـ - صـ = ...

هـ صـ - سـ = ...

و $\overline{سـ}$ = ...

ثمّ ظلِّل المنطقة التي تمثّل (سـ - صـ) .

٧ لتكن المجموعة الشاملة شـ = مجموعة الأعداد الكلّية الأصغر من ٥ ،
سـ = { ا : ا ∈ صـ$_{+}$ ، ا ≥ ٤ } ، ع = { ٢ ، ٤ } .

أوجِد بذكر العناصر كلًّا ممّا يلي :

أ شـ = ...

ب سـ = ...

ج $\overline{سـ}$ = ...

د $\overline{ع}$ = ...

هـ سـ - ع = ...

و ($\overline{سـ}$ ∩ $\overline{ع}$) = ...

ز ($\overline{سـ ∩ ع}$) = ...



٨ إذا كانت ك = { أ : أ ∈ صـ ، -٢ < أ < ١ } ،
ل = { ب : ب ∈ صـ ، -١ < ب < ٣ }

أ أُكتب كلًّا من ك ، ل بذكر العناصر .

.....

.....

ب أُكتب ك × ل بذكر العناصر .

.....

.....

٩ لتكن ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ ط ، أ + ب = ٥ } . أُكتب ع بذكر عناصرها .

.....

.....

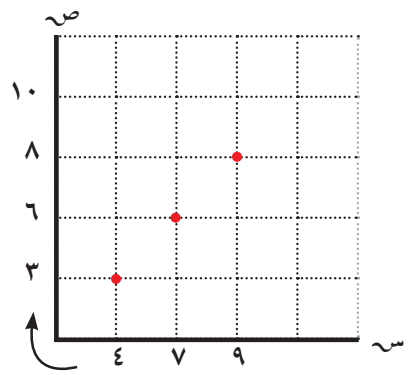
١٠ أُكتب العلاقات الآتية على سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، بذكر عناصرها حيث :
ع١ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ = ١/٢ ب }

.....

ع٢ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ سـ ، أ = ب }

.....

١١ اِستعِن بالمخطّط البياني الآتي ، ثمّ أجِب عمّا يلي :



أ أُكتب العلاقة ع ، بذكر العناصر ثمّ بذكر الصفة المميِّزة .

.....

.....

.....

ب أُكتب الحاصل الديكارتي سـ × صـ .

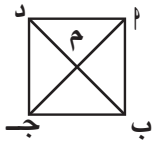
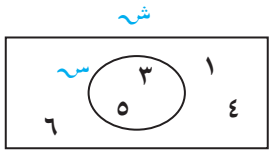
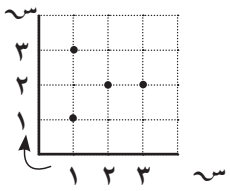
.....

.....



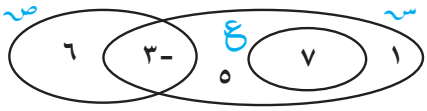
ثانيًا : البنود الموضوعية

في البنود (١- ١٠) ظلِّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ لأيّ مجموعتَين س ، ص ، فإنّ س ∪ ص = س ∩ ص	أ	ب
٢ إذا كانت ٣ ∋ (س ∩ ص) ، فإنّ ٣ ∋ ص	أ	ب
٣ لأيّ مجموعة س يكون ∅ ⊇ س	أ	ب
٤ في الشكل المقابِل ، م ∋ المربّع أ ب جـ د 	أ	ب
٥ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ٢ ، ٣ ، ٥ } . فإنّ س - ص = { ٥ }	أ	ب
٦ إذا كانت س ∩ ص = ∅ ، فإنّ س - ص = س	أ	ب
٧ من شكل ڤن المقابِل : $\overline{\overline{س}}$ = { ٣ ، ٥ } 	أ	ب
٨ { أ ، ب } × { ٢ } = { (أ ، ٢) ، (ب ، ٢) }	أ	ب
٩ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٩ } وكانت ع علاقة من س ← ص حيث : ع = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٩) } ، فإنّ ع تمثّل علاقة « نصف » .	أ	ب
١٠ التمثيل البياني المقابل يمثّل العلاقة ع = { (١ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٢) } 	أ	ب

في البنود (١١- ٢٢) لكلّ بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلّل الإجابة الصحيحة .

١١ في الشكل المقابل العبارة الصحيحة فيما يلي هي :



أ ع ⊇ صـ

ب ع ⊄ سـ

ج ع ⊇ (سـ ∪ صـ)

د ع ⊇ (سـ ∩ صـ)

١٢ إذا كانت سـ = { ٥ ، ٢ ، ١ - ك } ، صـ = { ٢ ، ٧ ، ٥ } وكان سـ = صـ ، فإنّ ك =

أ -٦ ب ٢

ج ٧ د -٨

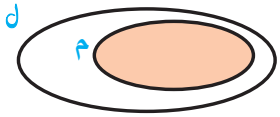
١٣ في الشكل المقابل ، $\overline{أب}$ ⊄



أ $\overleftarrow{أجـ}$ ب $\overleftarrow{ب أ}$

ج $\overleftarrow{ب جـ}$ د $\overleftrightarrow{ب جـ}$

١٤ في الشكل المقابل ، المنطقة المظلّلة يمكن التعبير عنها بالصورة :



أ م ⊄ ل ب م ∩ ل

ج م ∪ ل د م ⊇ ل

١٥ إذا كانت سـ = { أ : أ ∈ ط ، ٢ ≤ أ < ٦ } ، فإنّ سـ هي :

أ { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ب { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

ج { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } د { ٢ ، ٦ }

١٦ إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، فإنّ المجموعة الجزئية من سـ فيما يلي هي :

أ ٣ ب { ١ ، ٢ ، ٥ } ج { ١ ، ب } د { ١ ، ٢ }

١٧ إذا كانت سـ = { أ : أ ∈ ط ، أ عددًا أوّليًّا < ٦ } ، صـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، فإنّ صـ - سـ =

أ { ٥ } ب { ١ ، ٤ }

ج { ٢ ، ٣ } د { ٢ ، ٣ ، ٥ }



١٨ إذا كانت المجموعة الشاملة ش = مجموعة عوامل العدد ٤ ، س = { ١ ، ٢ } ، فإنّ $\overline{س}$ =

أ { -١ ، -٢ }
ب { ١ ، ٢ }
ج { ٤ }
د { ٤ ، -١ ، -٢ ، -٤ }

١٩ إذا كانت { ٥ ، ٣ ، س ، ٦ } = { ص ، ٧ ، ٦ ، ٣ } ، فإنّ قيمة س - ص تساوي :

أ ٢ ب -٢
ج ١٢ د -١٢

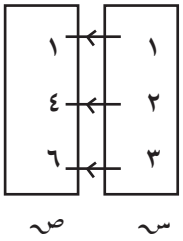
٢٠ إذا كانت س = { أ : أ ∈ ص ، -٢ < أ ≤ ٥ } ، حيث ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة ، فإنّ عدد عناصر س × س هو :

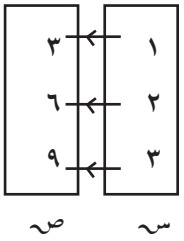
أ ٧ ب ٨
ج $٧^{٢}$ د $٨^{٢}$

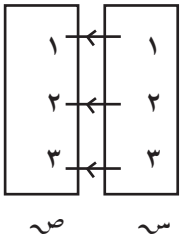
٢١ إذا كانت ع علاقة على ص ، فإنّ :

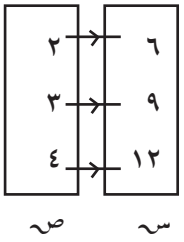
أ ع ⊆ س × ص ب ع ⊆ ص × س
ج ع ⊆ س × س د ع ⊆ ص × ص

٢٢ المخطّط السهمي الذي يمثّل علاقة «ثلث» من س ⟵ ص هو :

أ


ب


ج


د


١ - ٢ استكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها

مجموعة الأعداد النسبية ق : هي مجموعة الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب ≠ ٠

نعبّر عنها هكذا : $ق = \{ \frac{أ}{ب} : أ ، ب \in صـ ، ب \neq ٠ \}$

$ق = ق_+ \cup \{ ٠ \} \cup ق_-$

حيث $ق_-$ هي مجموعة الأعداد النسبية السالبة ، $ق_+$ هي مجموعة الأعداد النسبية الموجَبة .

سؤال

ضَع كلًّا ممّا يلي على صورة $\frac{أ}{ب}$:

(أ) ١٧
(ب) -٥
(ج) $-٠,٧٥$
(د) $٤\frac{٣}{٥}$
(هـ) ٦,٧
(و) $\sqrt{١٦}$

.....

الأعداد النسبية

الكسور والأعداد الكسرية	عدد عشري منتهٍ	عدد عشري غير منتهٍ متكرّر (دوري) .
مثل : $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٧}{٦}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $-١\frac{١}{٢}$	مثل : ١,٦ ، $-٣,٢$ ، ٥,٢	مثل : $٠,\overline{٣}$ ، $٠,\overline{٥٧١}$ ، $-٠,٦٥$

سؤال

ضَع كلًّا ممّا يلي على صورة $\frac{أ}{ب}$:

(أ) ٩ .....
(ب) $١\frac{١}{٢}$ .....
(ج) $-١,٦$ .....
(د) $٠,\overline{٧}$ .....



سؤال

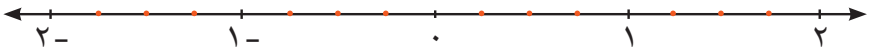
ضَع الرمز المناسب ∋ أو ∌ لتحصل على عبارة صحيحة :

١٧ ..... ط	١٧ ..... صـ	١٧ ..... ح
-٥ ..... ط	-٥ ..... صـ	-٥ ..... ح
$\frac{-٣}{٤}$ ..... ط	$\frac{-٣}{٤}$ ..... صـ	$\frac{-٣}{٤}$ ..... ح
$\overline{٠,٣}$ ..... ط	$\overline{٠,٣}$ ..... صـ	$\overline{٠,٣}$ ..... ح

.....

سؤال

مثِّل الأعداد الآتية على خطّ الأعداد : ١,٢٥ ، $\frac{-٣}{٤}$ ، ٠,٥ ، $\frac{-٨}{٤}$



.....

سؤال

أكمِل الجدول الآتي :

العدد	-٥	صفر	٣	$\frac{-٥}{٦}$	٠,٧	-١,٤
المعكوس الجمعي	٥	.....	-٣	.....	.....	.....
المطلق	٥	صفر	.....	.....	.....	.....

.....

يكون العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ في أبسط صورة إذا كان :

- ب ∋ صـ+ .
- العامل المشتَرك الأكبر للعددَين أ ، ب هو الواحد الصحيح .

سؤال

أُكتب العدد $\frac{١٢}{-١٨}$ في أبسط صورة .



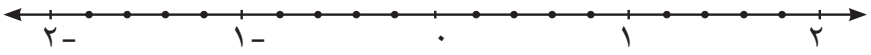
تمارين :

١ أيّ من الأعداد الآتية نسبي ؟ وأيّها غير نسبي ؟

أ) $\frac{٢٣}{٥}$	ب) ١٤,٢	ج) $-١,٧٥$ .....
د) ٧,٥٢٣٩٨١٧	هـ) $١\frac{٧}{٩}$	و) $\sqrt{١١}$ .....
ز) $٠,\overline{١١٣}$	ح) $٠,\overline{٦}$	ط) $\sqrt{٩}$ .....
ي) $\frac{\sqrt{٤}}{٥}$	ك) π	ل) صفر .....

٢ مثّل الأعداد النسبية الآتية على خطّ الأعداد .

$١\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{-١}{٥}$ ، ٠,٦ ، $-١,٤$



٣ أُكتب كلًّا ممّا يلي في أبسط صورة :

أ) $\frac{١٢}{٢٤}$	ب) $\frac{-٣٥}{٤٥}$	ج) $\frac{-١٥}{-١٢}$ .....
د) $\frac{١٨}{-٢}$	هـ) $\frac{٣}{٢٥}$	و) $\frac{٢٤}{٨}$ .....

٤ اِختر الإجابة الصحيحة : $\frac{|-٣|}{٥} =$

أ) $-٠,٠٦$	ب) ٠,٠٦	ج) $-٠,٦$	د) ٠,٦

في التمارين (٥ - ٦) ، اِختر الإجابة الصحيحة :

٥ العدد النسبي الذي يمكن وضعه على صورة عدد عشري دوري هو :

أ) $\frac{٣}{٨}$	ب) $\frac{١}{٤}$	ج) $\frac{١}{٦}$	د) $\frac{٤}{٥}$

٦ العدد الذي يمثّله س على خطّ الأعداد هو :



أ) ٢٧,٤	ب) ٢٧,٨	ج) ٢٧,٩	د) ٢٨,٢

٧ في سباق للسيّارات، فاز حمد في ٦ سباقات من أصل ٣٦ سباقًا شارك فيها. أوجِد الكسر العشري الدالّ على نسبة السباقات التي فاز فيها حمد مقرِّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من ألف .

.....

.....

.....



٢ - ٢ مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها

لمقارنة عددَين نسبيَّين أو لترتيبهما ، أُكتب العددَين النسبيَّين على شكل عددَين عشريَّين أو على شكل كسرَين لهما المقام نفسه .

سؤال

ضَع > أو < أو = لتصبح العبارة صحيحة :

(أ) $\frac{٣}{٤} \square \frac{٢}{٥}$

(ب) $٢\frac{١}{٤} \square ٢,٥\overline{٥}$

(ج) $-٠,٠٦ \square -\frac{٢}{٥٠}$

(د) $\frac{٢}{٣} \square ٠,\overline{٥}$

(هـ) $-٥,٠٠٩ \square -٠,٠٠١$

(و) $٧,\overline{٣} \square ٧\frac{١}{٣}$

(ز) $\frac{١}{٣} \square \frac{١}{٢}$

(ح) $-\frac{١}{٣} \square -\frac{١}{٢}$

(ط) $٠,٦ \square ٠,٤$

(ي) $-٠,٦ \square -٠,٤$

تمارين :

١ ضَع > أو < أو = لتصبح العبارة صحيحة :

(أ) $\frac{-٢}{٣} \square \frac{-٢}{٥}$

(ب) $-٦,٣٧ \square -٦,٣$

(ج) $\frac{-٣}{٥} \square ٠,٥١$

(د) $-٩,٠٢ \square -٩٢$

(هـ) $\frac{١١}{١٣} \square \frac{١١}{٢٥}$

(و) $٢\frac{٣}{٤} \square \frac{٥}{٨}$

(ز) $٠,\overline{٣} \square \frac{١}{٣}$

(ح) $-٢\frac{١}{٤} \square -٤\frac{٢}{٥}$

٢ رتِّب ما يلي ترتيبًا تصاعديًّا :

(أ) $-\frac{٣}{٤}$ ، $-\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{٥}{٨}$ ، ٠ ، -١

.....

.....

(ب) $-٠,١٢$ ، $٠,٨٣$ ، ١ ، $-\frac{٣}{٥}$

.....

.....

٣ رتِّب ما يلي ترتيبًا تنازليًّا :

$-٦\frac{١}{٣}$ ، $٧\frac{١}{٥}$ ، $-٩,٧$ ، $٧,٢٣$

.....

.....

٢ - ٣ جمع الأعداد النسبية وخواصّها

ناتج جمع عددَين نسبيَّين موجَبَين يكون عددًا نسبيًّا موجَبًا .

عند جمع عددَين نسبيَّين سالبَين معًا، نجمع القيمة المطلَقة لكلّ منهما ، ويكون الناتج عددًا سالبًا .

مجموع عددَين نسبيَّين أحدهما موجَب والآخر سالب هو الفرق بين أكبر قيمة مطلَقة وأصغر قيمة مطلَقة للعددَين، ويكون الناتج :

- موجَبًا إذا كان العدد الذي قيمته المطلَقة أكبر موجَبًا .
- سالبًا إذا كان العدد الذي قيمته المطلَقة أكبر سالبًا .

سؤال

أوجِد الناتج :

أ) $(\frac{-٥}{٩}) + (\frac{-٢}{٩})$ .....

ب) $(\frac{-٢}{٩}) + (\frac{-٥}{٩})$ .....

لكلّ أ ، ب ∈ ح ، فإنّ :

أ + ب = ب + أ (الخاصّية الإبدالية لعملية الجمع على ح)

سؤال

أوجِد الناتج :

أ) $\frac{٢}{٣} + ٠$ .....

ب) $٠ + \frac{٢}{٣}$ .....

ج) $٠ + ٠ + ٠,٨-$ .....

د) $(٠,٨-) + ٠$ .....

لكلّ أ ∈ ح ، فإنّ :

أ + ٠ = ٠ + أ = أ (خاصّية العنصر المحايِد لعملية الجمع على ح)

سؤال

أوجِد الناتج :

أ) $(\frac{-٤}{٥}) + \frac{٤}{٥}$ .....

ب) $(+٢,٥) + ٢,٥-$ .....

ج) $(٣\frac{٢}{٧}-) + ٣\frac{٢}{٧}$ .....

لكلّ أ ∈ ح ، فإنّ :

أ + (-أ) = صفر (خاصّية المعكوس الجمعي في ح)

أوجِد الناتج :

أ) $\frac{-٢}{٧} + (\frac{٢}{٧} + ٣)$ .....

ب) $(\frac{-٢}{٧} + \frac{٢}{٧}) + ٣$ .....

لكلّ أ ، ب ، جـ ∈ ح ، فإنّ :
أ + (ب + جـ) = (أ + ب) + جـ (الخاصّية التجميعية لعملية الجمع على ح)

تمارين :

١ أوجِد الناتج في أبسط صورة .

أ) $-٧,٢ + (-٣,٥)$ .....

ب) $\frac{٣}{٥} + (\frac{-٣}{٥})$ .....

ج) $٧,٤ + \frac{١}{٢}$ .....

د) $٠ + (\frac{-٢}{١٣})$ .....

هـ) $-٧ \frac{٢}{٣} + (-٩ \frac{٣}{٧})$ .....

و) $٦ \frac{١}{٨} + (-٣,٧)$ .....

ز) $\frac{-٢}{٩} + (-٠,٣)$ .....

ح) $٦ + (-٢ \frac{٣}{٥})$ .....

ط) $|-\frac{٧}{٨} ٤| + (-١ \frac{٥}{٨})$ .....

ي) $٣ \frac{١}{٢} + (-٨ \frac{١}{٦})$ .....

ك) $٢ \frac{٣}{٥} + (-١٤ \frac{٢}{٣}) + (-٢ \frac{٣}{٥})$

ل) $-٤,٦٢ + ٧ \frac{٣}{٤} + (-١٣ \frac{٤}{٥})$



٢ - ٤ طرح الأعداد النسبية

- طرح الأعداد النسبية يشبه طرح الأعداد الصحيحة وطرح الكسور .
- لطرح عدد نسبي من آخر ، اِجمع معكوسه الجمعي ،
  لكلّ أ ، ب ∈ ن فإنّه : أ - ب = أ + (- ب)

سؤال

أوجِد الناتج في أبسط صورة لكلّ ممّا يلي :

أ) $\frac{٥}{٨} - ٤ \frac{١}{٨} - ٣$

ب) $-٠,٦ - \left|\frac{-٣}{٥}\right|$

ج) $-\frac{٢}{٥} - ٢ \frac{٢}{٣} - ٦$

د) $-\frac{١}{٤} - ٨ - (- ١٢,٩٧٥)$

سؤال

لدى عبد الرحمن ٢٨ دينارًا ، اِشترى أدوات منزلية بمبلغ ١٣,٢٥ دينارًا . فهل الباقي معه يكفي لشراء أدوات صباغة بمبلغ $١٤ \frac{١}{٢}$ دينارًا ؟

.....

.....



تمارين :

١ أوجِد الناتج في أبسط صورة لكلّ ممّا يلي:

أ) $\frac{٧}{٢٥} - \frac{٧}{٢٠}$ .....

ب) $٢\frac{٤}{٧} - ٤\frac{١}{٥}$ .....

ج) $-٥ - (-٣\frac{٢}{٧})$ .....

د) $٨\frac{٢}{٣} - (-٥\frac{١}{٤})$ .....

هـ) $٥\frac{٣}{٥} - ٣\frac{١}{١٠}$ .....

و) $٤\frac{٣}{٥} - (-٧\frac{١}{٢} + ١\frac{١}{١٠})$ .....

ز) $|-١,٣| - ٦,٥٧$ .....

ح) $-٧\frac{١}{٤} - (-١٢,٩٥)$ .....

ط) $١٢,٦٤ - ١٤\frac{٣}{٨}$ .....

ي) $-٨,٩ - ١٥,٣\overline{٣}$ .....

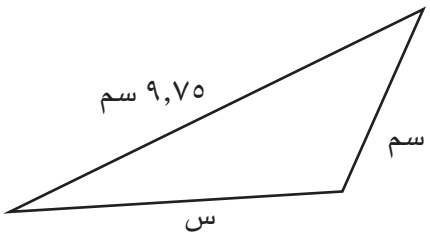
ك) $-٧\frac{٣}{٨} - (-٣\frac{٥}{٦})$ .....

ل) $٢\frac{١}{٣} - ٩\frac{١}{٤}$ .....

٥ إذا كان محيط الشكل المرسوم ٢٠,٤٥ سم ، فأوجِد قيمة س .

.....

.....



٢ - ٥ ضرب الأعداد النسبية وخواصها

ضرب الأعداد النسبية يشبه ضرب الكسور وضرب الأعداد العشرية وضرب الأعداد الصحيحة .

ناتج ضرب عددَين نسبيَّين موجَبَين معًا أو سالبَين معًا يكون عددًا نسبيًّا موجَبًا .

ناتج ضرب عددَين نسبيَّين أحدهما موجَب والآخر سالب يكون عددًا نسبيًّا سالبًا .

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د} \in ق$ ، فإنّ : $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$

.....

سؤال

أوجِد ناتج $٣\frac{٣}{٤} \times ١,٢ -$ بطريقتَين .

.....

لكلّ أ ، ب $\in ق$ ، فإنّ :

أ × ب = ب × أ (الخاصّية الإبدالية في عملية الضرب على ق)

لكلّ أ ، ب ، جـ $\in ق$ ، فإنّ :

(أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ) (خاصّية التجميع لعملية الضرب على ق)

لكلّ أ $\in ق$ ، فإنّ :

أ × ١ = ١ × أ = أ (خاصّية العنصر المحايِد لعملية الضرب على ق)

أ × ٠ = ٠ × أ = ٠ (خاصّية الضرب في صفر لعملية الضرب على ق)

لكلّ $\frac{أ}{ب} \in ق$ ، فإنّ :

(١) المعكوس الضربي للعدد $\frac{أ}{ب}$ هو $\frac{ب}{أ}$ ، أ ≠ ٠

(٢) $\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = ١$ (خاصّية المعكوس الضربي لعملية الضرب على ق)

١ أكمِل الجدول الآتي :

العدد	$0,\overline{3}$	٥	$\frac{-٩}{٤}$	$-١\frac{٧}{١٢}$	$-٠,٩$	$٣\frac{١}{٢}$
العدد في صورة $\frac{أ}{ب}$	$\frac{١}{٣}$		$\frac{-٩}{٤}$			
المعكوس الضربي	$\frac{٣}{١} = ٣$					

٢ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة .

أ) $-٠,٦ \times \frac{١}{٣}$

.....

.....

ب) $-١,٨ \times (-١\frac{١}{٦})$

.....

.....

ج) $\frac{-٣}{٥} \times (\frac{١٥}{-٩})$

.....

.....

د) $٢\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٥}$

.....

.....

هـ) $٢\frac{١}{٤} \times (-١\frac{١}{٣})$

.....

.....

و) $١,٦ \times (-٢\frac{١}{٥})$

.....

.....

ز) $٤,١ \times ١,٤$

.....

.....

ح) $\frac{١}{٦} \times \frac{١}{٤} \times ٢\frac{٢}{٣}$

.....

.....

ط) $\frac{٣}{٧} \times (\frac{٥}{٩} + \frac{٤}{٩})$

.....

.....

ي) $\frac{٣}{٧} \times (٢\frac{١}{٣} + ٣\frac{١}{٢})$

.....

.....

ك) $(\frac{٢}{٥} + ١\frac{١}{٤}) \times ٢\frac{١}{٥}$

.....

.....

ل) $(-٢\frac{٧}{٩} + ١\frac{٢}{٣}) \times (-٠,٩)$

.....

.....

م) $\frac{١}{٢} \times (-٣\frac{١}{٥}) + \frac{-١}{٢} \times (-٣\frac{١}{٥})$

.....

.....

ن) $\frac{١}{٥} \times (\frac{٥}{٦} - \frac{٥}{٧})$

.....

.....

٦ - ٢ قسمة الأعداد النسبية

لقسمة عدد نسبي على آخر غير الصفر ، اِضرب في المعكوس الضربي للعدد الآخرّ واتبِع قاعدة ضرب الأعداد النسبية .

سؤال

أوجِد ناتج القسمة في كلّ ممّا يلي في أبسط صورة :

(أ) $٢\frac{٥}{٦} \div \frac{١}{٣}$

(ب) $(-٢,٨٤) \div (\frac{-٢}{٥})$

.....

سؤال

أرادت ندى تصميم نموذج لعلم دولة الكويت القديم .

إذا كان العلم الواحد يحتاج إلى $\frac{١}{٤}$ ١ متر من القماش الأحمر ،

فما عدد الأعلام التي يمكن صنعها باستخدام $\frac{١}{٤}$ ٦ أمتار من القماش نفسه؟



(أ) حدِّد العملية المطلوبة : .....

(ب) عدد الأعلام = ...

.....

.....

تمارين :

١ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة .

أ) $\frac{٢}{٧} \div \frac{٣}{٨}$

.....

.....

ب) $\frac{-٤}{٥} \div \frac{٢}{١٥}$

.....

.....

ج) $\frac{٩}{١٦} \div (-٣)$

.....

.....

د) $١٢\frac{١}{٤} \div (-٤\frac{٢}{٣})$

.....

.....

هـ) $٤٩ \div ٤\frac{٩}{١٠}$

.....

.....

و) $\frac{-١٢}{٢٥} \div ٢,٨$

.....

.....

ز) $٨,٣٦ \div (-٠,٤)$

.....

.....

ح) $-٧\frac{٦}{٧} \div (-١١)$

.....

.....

٢ يُراد تفريغ $١٦\frac{١}{٢}$ لترًا من الزيت في عبوّات سعّة كلّ منها $١\frac{١}{٢}$ لتر . كم عدد العبوّات الكاملة اللازمة لتفريغ الزيت كلّه ؟



.....

.....

.....

٣ رصدت إحدى الهيئات مبلغ ١٣٥ دينارًا للحفل الختامي ، إذا ساهم كلّ مشترِك بمبلغ ٤,٥ دنانير، فكم عدد الأشخاص الذين ساهموا في الحفل ؟

.....

.....

.....



٢ - ٧ الجذر التربيعي للعدد النسبي

تعميم: لأيّ عدد نسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون :

مربّع العدد $\frac{أ}{ب} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ \times أ}{ب \times ب} = \frac{أ^{٢}}{ب^{٢}}$

سؤال

أكمِل الجدول الآتي :

العدد ($أ$)	٤	١٦	٢٥	٣٦	١٢١	١٤٤
الجذر التربيعي الموجَب ($\sqrt{أ}$)	٢			٦	١١	
السبب	$(٢)^{٢} = ٤$				$(١١)^{٢} = ١٢١$	

سؤال

أوجِد كلًّا ممّا يلي :

أ) $\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}}$

ب) $-\sqrt{٠,٨١}$

تمارين :

١ أوجِد كلًّا ممّا يلي:

أ) $\sqrt{\frac{٢٢٥}{٦٤}}$ .....

ب) $\sqrt{٣\frac{٦}{٢٥}}$ .....

ج) $-\sqrt{٠,٢٠٢٥}$ .....

٢ أوجِد الجذر التربيعي لكلّ من الأعداد الآتية :

أ) ١,٩٦ .....

ب) ٢٥٦ .....

ج) $١٢\frac{٢٤}{٢٥}$ .....

٣ أوجِد عددَين صحيحَين متتاليَين يقع بينهما العدد :

أ) $\sqrt{٥٢}$ .....

ب) $\sqrt{١٣,٥}$ .....

في التمارين من (٤ - ٧) ، ظلِّل دائرة الإجابة الصحيحة :

٤ $\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٢} =$

أ) $\frac{-١}{٤}$ ب) $\frac{-١}{٢}$ ج) $\frac{١}{٤}$ د) $\frac{١}{٨}$

٥ $\sqrt{(٣)^{٢}+(٤)^{٢}} =$

أ) ٧ ب) ٥ ج) ٢٥ د) ٤

٦ ما العدد الذي جذره التربيعي = ٩ ؟

أ) ٩ ب) ٣ ج) ٨١ د) ٢٧

٧ $\sqrt{١\frac{٩}{١٦}} =$

أ) $١\frac{٣}{٤}$ ب) $١\frac{٤}{٣}$ ج) $١\frac{١}{٤}$ د) $\frac{٤}{٥}$

٨ أوجِد طول ضلع المربّع الذي مساحته $\frac{٤}{٩}$ ١٣ سم^{٢} .

.....

.....

.....



٢ - ٨ الجذر التكعيبي للعدد النسبي

سؤال

أكمِل الجدول الآتي :

العدد	١	٣		٦-	٧	٩-	ص-
مكعّبه			٦٤				

تعميم: لأيّ عدد نسبي $\frac{أ}{ب}$ يكون :

مكعّب العدد $\frac{أ}{ب} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{٣} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ \times أ \times أ}{ب \times ب \times ب} = \frac{أ^{٣}}{ب^{٣}}$

الجذر التكعيبي للعدد النسبي أ : هو العدد الذي مكعّبه أ ويُرمز إليه بالرمز $\sqrt[٣]{أ}$.

- لإيجاد $\sqrt[٣]{أ}$ نحلّل العدد أ إلى عوامله الأوّلية ، ونضعه على الصورة أ = ب^{٣}
- الجذر التكعيبي لعدد نسبي موجَب هو عدد موجَب ، فمثلًا $\sqrt[٣]{٨} = ٢$
- الجذر التكعيبي لعدد نسبي سالب هو عدد سالب ، فمثلًا $\sqrt[٣]{-٨} = -٢$

.....

سؤال

أكمِل الجدول الآتي :

العدد (أ)	٨	١٢٥-	٢١٦	٣٤٣	١٠٠٠-
الجذر التكعيبي ($\sqrt[٣]{أ}$)				$\sqrt[٣]{٣٤٣} = ٧$	
السبب				٣٤٣ = ٧^{٣}	

.....

سؤال

أوجِد كلًّا ممّا يلي :

(أ) $\sqrt[٣]{\frac{١٢٥}{٢٧}} =$

(ب) $\sqrt[٣]{-٠,٠٦٤} =$



تمارين :

١ أوجِد الجذر التكعيبي لكلّ من الأعداد الآتية :

أ) ٠,٢١٦ .....

ب) $\frac{-٢٧}{٨}$ .....

ج) – ٠,١٢٥ .....

د) – ٤٢ $\frac{٧}{٨}$ .....

هـ) ٢,٧٤٤ .....

٢ مكعّب حجمه ٦٤ سم^{٣} . أوجِد طول حَرفه .

.....

٣ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ) $٣\sqrt[٣]{-٦٤} + ٢\sqrt[٣]{١٢٥}$

.....

.....

.....

ب) $٢\sqrt[٣]{٢٧} + ٣\sqrt[٣]{-٨}$

.....

.....

.....

في التمارين من (٤ – ٨) ، ظلِّل دائرة الإجابة الصحيحة :

٤ $\sqrt[٣]{(-٠,٠٤)^{٣}} =$

أ) ٠,٠٤ ب) –٠,٠٤ ج) ٠,٠١٦ د) ٤

٥ $\sqrt[٣]{\frac{-٣٤٣}{٢٧٠٠٠}} =$

أ) $\frac{٧}{٣٠}$ ب) $\frac{٣٠}{٧}$ ج) $\frac{-٧}{٣٠}$ د) $\frac{-٣٠}{٧}$

٦ $\frac{\sqrt[٣]{١٢٥}}{\sqrt{٢٥}} =$

أ) ٥ ب) ١ ج) $\frac{١}{٥}$ د) ٠,١

٧ $\sqrt[٣]{٠,٠٠٨} =$

أ) ٠,٢ ب) ٠,٠٢ ج) ٠,٨ د) ٢

٨ $\sqrt[٣]{ب^{٣}} =$

أ) $ب^{٣}$ ب) $ب^{٢}$ ج) ب د) – ب

تقويم الوحدة التعليمية الثانية

أوّلًا : البنود المقالية

١ مثِّل الأعداد النسبية الآتية على خطّ الأعداد:

$1\frac{1}{4}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{-1}{4}$ ، ٠,٢٥ ، -١,٧٥

.....

.....

٢ رتِّب الأعداد الآتية ترتيبًا تصاعديًّا :

$5\frac{1}{3}$ ، $-5\frac{1}{5}$ ، ٥,٢٥ ، -٥,٤

.....

.....

٣ رتِّب الأعداد الآتية ترتيبًا تنازليًّا :

$\frac{3}{4}$ ، $\frac{-3}{5}$ ، ٠,٨ ، -٠,٨

.....

.....

٤ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي في أبسط صورة :

أ $-٥,٦٣ - (-٢,٠٧٣)$ .....

.....

ب $-٥,٤ + 3\frac{1}{3}$ .....

.....

ج $-\frac{5}{8} + 6\frac{5}{6}$ .....

.....

د $\frac{2}{3} \cdot 10 - 18\frac{1}{5}$ .....

.....

هـ $\frac{2}{3} \cdot 1 \times 2\frac{1}{6}$ .....

.....

و $\frac{1}{7} \cdot 5 \div (-1\frac{1}{7})$ .....

.....

ز $\frac{1}{6} \cdot 1 \times (\frac{6}{7} - \frac{3}{14})$ .....

.....

٥ أوجِد ناتج كلّ ممّا يلي :

أ $\sqrt[٧]{٠,٠٠٦٤}$ .....

.....

ب $\sqrt{\frac{٨١}{١٠٠}}$ .....

.....

ج $\sqrt[٣]{٢\frac{١٠}{٢٧}}$ .....

.....

٦ يريد جاسم صناعة عطر في المنزل ، وذلك بخلط $\frac{١}{٢}$ ٩ جرامات من العطر المركَّز ، و ٣٩,٨ جرامًا من الكحول الأبيض، و ٠,٤٥ جرام من الصندل للتثبيت.



أ ما كمّية الجرامات التي استخدمها في صناعة العطر ؟

.....

.....

ب إذا كان جاسم يريد عمل $\frac{٣}{٤}$ الكمّية ، فما الكمّية اللازمة من الجرامات التي يحتاج إليها ؟

.....

.....

٧ خزّان ماء على شكل مكعّب ، حجمه ١٢٥ مترًا مكعّبًا . أوجِد طول حرفه .

.....

ثانيًا : البنود الموضوعية

في البنود (١ - ٤) ظلِّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ $\frac{٧}{١٠}$ هو المعكوس الضربي للعدد $١\frac{٣}{٧}$	[أ]	[ب]
٢ ٠,٥ + (- ٠,١٥) = ٠,٢	[أ]	[ب]
٣ $٠,\overline{٦} = ٠,٦$	[أ]	[ب]
٤ $\frac{-٧}{١٥} - (\frac{-٣}{١٥}) = \frac{-١٠}{١٥}$	[أ]	[ب]

في البنود (٥ - ١٠) لكلّ بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الإجابة الصحيحة :

٥ ناتج $\frac{٢}{٥} \times \frac{٥}{٧} \times \frac{٧}{٩}$ يساوي :

[أ] $\frac{٢}{٩}$ [ب] $\frac{٥}{٩}$ [ج] $\frac{٧}{٩}$ [د] $\frac{٥}{٧}$

٦ $\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٤} =$

أ $\frac{١}{٨}$ ب ٢ ج ٨ د $\frac{١}{٢}$

٧ $\sqrt{٩٠٠} =$

أ ٣٠٠ ب ٣ ج ٣٠ د ٩٠

٨ $\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} =$

أ $\frac{١}{٨}$ ب $\frac{٣}{٢}$ ج $\frac{٣}{٨}$ د $\frac{٩}{٤}$

٩ العددان الصحيحان المتتاليان اللذان يقع بينهما $\sqrt{٧}$ هما :

أ ٦ ، ٨ ب ٣ ، ٤ ج ٢ ، ٣ د ١ ، ٢

١٠ الأعداد المرتَّبة ترتيبًا تصاعديًّا هي :

أ $-\frac{١}{٩}$ ، $-\frac{٢}{٣}$ ، ٠ ، ٠,٧

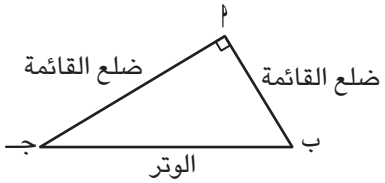
ب $-\frac{٢}{٣}$ ، $-\frac{١}{٩}$ ، ٠ ، ٠,٧

ج ٠,٧ ، ٠ ، $-\frac{٢}{٣}$ ، $-\frac{١}{٩}$

د ٠ ، ٠,٧ ، $-\frac{٢}{٣}$ ، $-\frac{١}{٩}$

١ - ٣ نظرية فيثاغورث وعكسها

نظرية فيثاغورث في المثلّث القائم الزاوية يكون مربّع طول الوتر مساوِيًا لمجموع مربّعَي طولَي الضلعَين الآخرَين .



Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ⇐ (ب جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢}

دورك الآن (١)

إذا كانت المدينة (ب) تقع شرق المدينة (أ) بمسافة ١٥ كم ، وكانت المدينة (جـ) تقع شمال المدينة (أ) بحيث تبعد عن المدينة (ب) مسافة ٢٥ كم ، فأوجِد المسافة بين المدينتَين (أ) ، (جـ) .



المعطَيات : .....

المطلوب : .....

البرهان : ∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في .....

∴ (.....)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (.....)^{٢}

..... = (أ جـ)^{٢} + ...

(أ جـ)^{٢} = ... - ..... = ... (بأخذ الجذر التربيعي للطرفَين)

∴ أ جـ = $\sqrt{\text{.....}}$ = ...

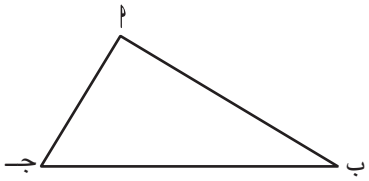
∴ المسافة بين المدينتَين (أ) ، (جـ) هي ..... كم

عكس نظرية فيثاغورث إذا كان مربّع طول الضلع الأطول في مثلّث مساوِيًا لمجموع مربّعَي طولَي الضلعَين الآخرَين ، فإنّ هذا المثلّث قائم الزاوية وتكون الزاوية القائمة هي المقابلة للضلع الأطول

بالرموز :

إذا كان (ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢} + (أ ب)^{٢} ، فإنّ :

Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ .

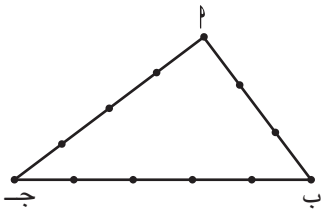


لأيّ مثلث أ ب جـ حيث $\overline{\text{أ جـ}}$ الضلع الأكبر طولًا يكون :

- (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} ⟺ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب .
- (أ جـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} ⟺ Δ أ ب جـ حادّ الزوايا .
- (أ جـ)^{٢} < (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} ⟺ Δ أ ب جـ منفرج الزاوية في ب .

دورك الآن (٢)

إستخدم المصريون القدامى أحبالًا ذات عقد تكوّن مثلّثًا تبلغ أطوال أضلاعه بوحدات الطول ٣ ، ٤ ، ٥ على التوالي ، لمساعدتهم على تشكيل الزوايا القائمة في أثناء بناء الأهرامات . وضِّح كيف يعمل هذا النظام .



مربّع طول الضلع الأطول (ب جـ)^{٢} = (.....)^{٢} = ...



مجموع مربّعَي طولَي الضلعَين الآخرَين :

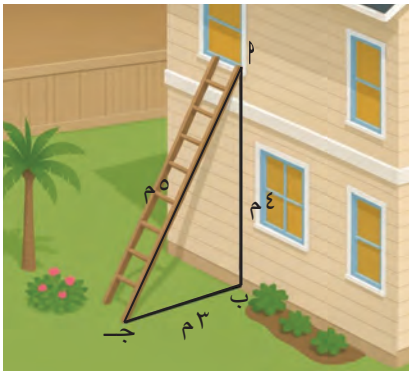
(.....)^{٢} + (.....)^{٢} = ... + ... = ...

نلاحظ أنّ : (ب جـ)^{٢} = (.....)^{٢} + (.....)^{٢}

∴ النظام يكوّن مثلّثًا .....

دورك الآن (٣)

سلّم طوله ٥ أمتار يرتكز على حائط رأسي ، بحيث تبعد قمّته عن سطح الأرض بمقدار ٤ أمتار ، وتبعد قاعدة السلّم عن الحائط ٣ أمتار .



أثبِت أنّ Δ أ ب جـ قائم الزاوية .

المعطَيات : .....

المطلوب : .....

البرهان : باستخدام عكس نظرية فيثاغورث

(.....)^{٢} = (٥)^{٢} = ...

(أ ب)^{٢} + (.....)^{٢} = (.....)^{٢} + (.....)^{٢} = ...

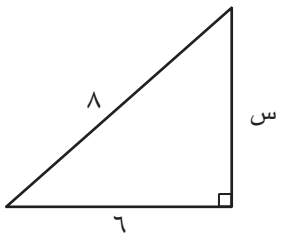
∵ (٥)^{٢} ..... (٤)^{٢} + (٣)^{٢}

∴ Δ أ ب جـ .....

تمارين ذاتية :

١ أوجِد قيمة المجهول في كلّ ممّا يلي :

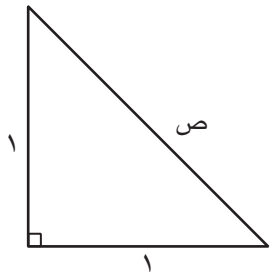
(أ)



.....

.....

(ب)



.....

.....

٢ في كلّ ممّا يلي ، حدِّد نوع المثلّث بالنسبة إلى زواياه :

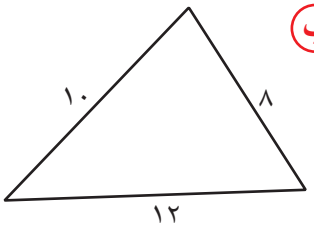
(أ)



.....

.....

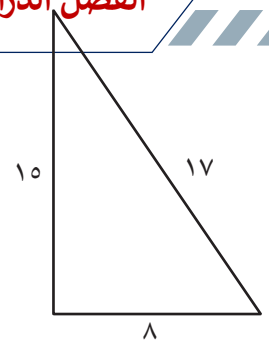
(ب)



.....

.....

(ج)



.....

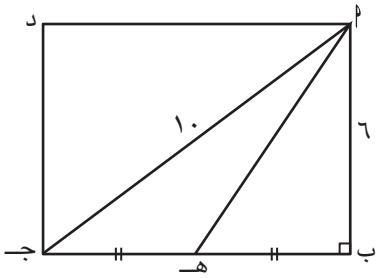
.....

٣ ا ب جـ د مستطيل فيه :

ا جـ = ١٠ وحدات طول ، ا ب = ٦ وحدات طول ،

هـ منتصف ب جـ . أوجِد بالبرهان طول كلّ من :

ب جـ ، ب هـ ، ا هـ .



.....

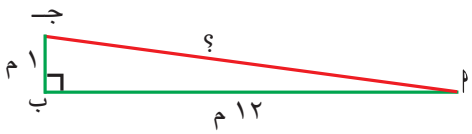
.....

.....

.....

٤ تحرص جميع مؤسسات الدولة إلى توفير مسار آمن ومناسب لذوي الهمم وفق معايير الأمن والسلامة العالمية . ما طول مسار الكرسيّ المتحرّك الموضَّح في الشكل المقابِل بالأمتار ؟





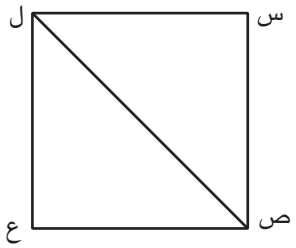
.....

.....

.....

٥ تبلغ مساحة فناء مربّع الشكل ٨١ وحدة مربّعة ،ويتضمّن ممرًّا قطريًّا .

(أ) أوجِد طول ضلع الفناء .



.....

.....

.....

(ب) أوجِد طول الممرّ القطري .

.....

.....

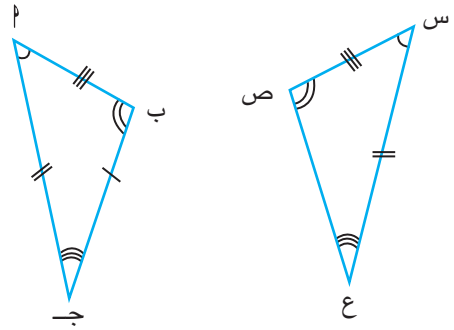
٢ - ٣ التطابق

يتطابق مضلّعان إذا و فقط إذا كان :
- أضلاعهما المتناظرة متطابقة .
- زواياهما المتناظرة متطابقة .

إذا تطابق مثلّثان ، فإنّ :
- أضلاعهما المتناظرة متطابقة .
- زواياهما المتناظرة متطابقة .

تُكتب عبارة التطابق بحيث تظهر الرؤوس المتناظرة بالترتيب نفسه ، ففي الرسم أدناه نكتب :

Δ أ ب جـ $\cong$ Δ س ص ع .



Δ أ ب جـ $\cong$ Δ س ص ع

الرأس أ يناظر الرأس س
الرأس ب يناظر الرأس ص
الرأس جـ يناظر الرأس ع

دورك الآن

في الشكل المقابِل Δ أ ب جـ $\cong$ Δ د هـ و .

أكمِل ما يلي حسب المعطَيات بالرسم :

(أ) $\hat{أ} \cong$ .....

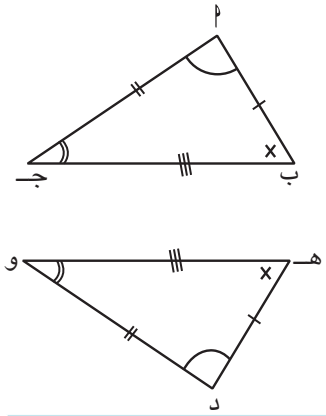
(ب) $\hat{جـ} \cong$ .....

(ج) $\hat{هـ} \cong$ .....

(د) $\overline{ب جـ} \cong$ .....

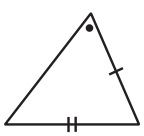
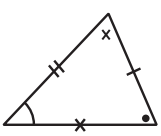
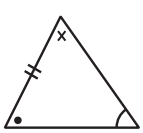
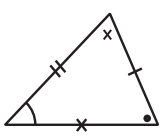
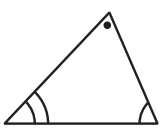
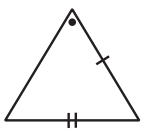
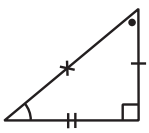
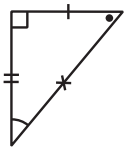
(هـ) ..... $\cong \overline{د هـ}$

(و) $\overline{أ جـ} \cong$ .....



تمارين ذاتية :

١ في الجدول التالي ، حدِّد المثلّثَين المتطابقَين :

المثلّث / المجموعة	الأوّل	الثاني	الثالث	الرابع	المثلّثان المتطابقان
١					.....
٢					.....

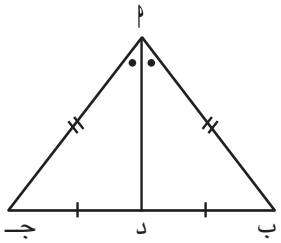
٢ إذا كان Δ أ ب جـ ≅ Δ س ص ع ، فحدِّد العناصر المتطابقة فيهما .

.....

.....

.....

٣ في الشكل المقابِل : Δ أ ب جـ وبحسب المعطَيات على الرسم ، أكمِل ما يلي :



أ $\overline{أب}$ ≅ .....

ب ..... ≅ $\overline{جـ د}$

ج ..... (ضلع مشترَك)

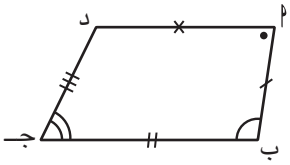
د ب $\hat{أ}$ د ≅ .....

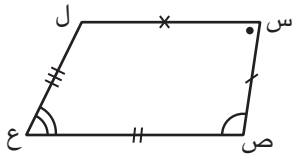
هـ ..... ≅ $\hat{جـ}$

و أ $\hat{د}$ ب ≅ ..... السبب : .....

ز Δ أ د ب ≅ .....

٤ من الشكلَين أ ب جـ د ، س ص ع ل ، أكمِل ما يلي حسب المعطَيات على الرسم :





أ $\hat{أ}$ ≅ .....

ب ..... ≅ $\hat{ص}$

ج $\hat{د}$ ≅ .....

د ..... ≅ $\hat{ع}$

هـ $\overline{أب}$ ≅ .....

و ..... ≅ $\overline{ل ع}$

ز $\overline{د أ}$ ≅ .....

ح ..... ≅ .....

ط المضلع ..... ≅ المضلع .....

٣ - ٣ تطابق مثلّثين بثلاثة أضلاع

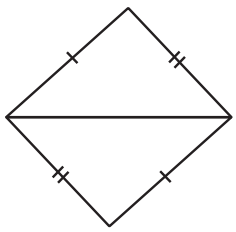
يتطابق المثلّثان إذا تطابق كلّ ضلع في أحدهما مع نظيره في المثلّث الآخر .

يُعبَّر عن ذلك (ضلع ، ضلع ، ضلع) ويُرمز إليها (ض . ض . ض)

دورك الآن

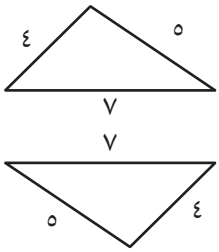
هل المثلّثان في كلّ من الأشكال الآتية متطابقان ؟ ولماذا ؟

(أ)



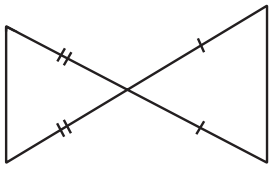
.....

(ب)



.....

(ج)

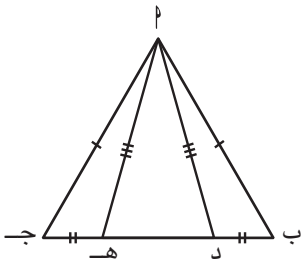


.....

تمارين ذاتية :

١ في الشكل المقابل :

$\overline{أب} \cong \overline{أجـ}$ ، $\overline{أد} \cong \overline{أهـ}$ ، $\overline{ب د} \cong \overline{جـ هـ}$



أثبِت أنّ :

(١) Δ أب د $\cong \Delta$ أجـ هـ

(٢) ب $\hat{أ}$ د $\cong$ جـ $\hat{أ}$ هـ

.....

.....

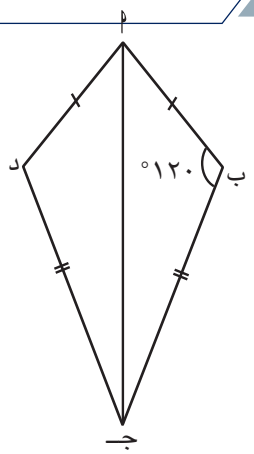
.....

.....

.....

٢ الشكل المقابِل أ ب جـ د شكل رباعي فيه

أ ب = أ د ، ب جـ = د جـ ، ق (أ $\hat{ب}$ جـ) = ١٢٠°



أثبِت أنّ :

(١) Δ أ ب جـ ≅ Δ أ د جـ

(٢) ق (أ $\hat{د}$ جـ) = ١٢٠°

(٣) $\overline{أ جـ}$ منصِّف (ب $\hat{أ}$ د)

.....

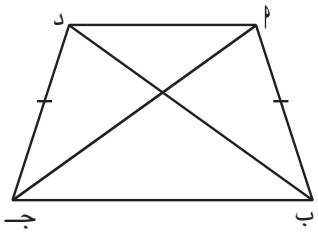
.....

.....

.....

.....

٣ أ ب جـ د شبه منحرِف متطابق الضلعَين .



أثبِت أنّ : Δ أ ب جـ ≅ Δ د جـ ب .

(علمًا بأنّ قطرَي شبه المنحرِف المتطابق الضلعَين متطابقان) .

.....

.....

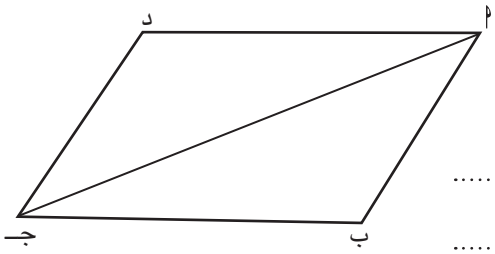
.....

.....

.....

.....

٤ متوازي أضلاع أ ب جـ د ، $\overline{أ جـ}$ قطر فيه .



أثبِت أنّ : Δ أ ب جـ ≅ Δ جـ د أ .

.....

.....

.....

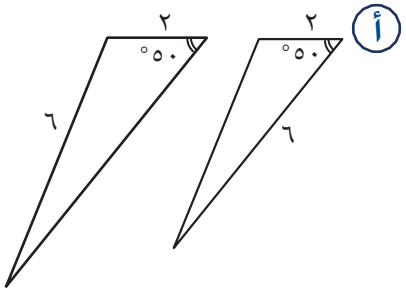
.....

٣ - ٤ تطابق مثلّثَين بضلعَين والزاوية المحدَّدة بهما

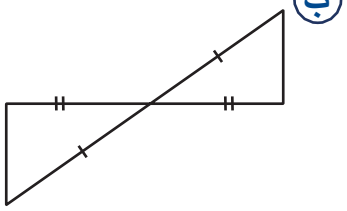
يتطابق المثلّثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحدَّدة بهما في أحد المثلّثَين مع نظائرها في المثلّث الآخر . يُعبَّر عن ذلك (ضلع ، زاوية ، ضلع) ويُرمز إليها (ض . ز . ض) .

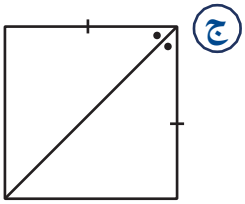
دورك الآن (١)

هل المثلّثان في الأشكال الآتية متطابقان ؟

أ) 

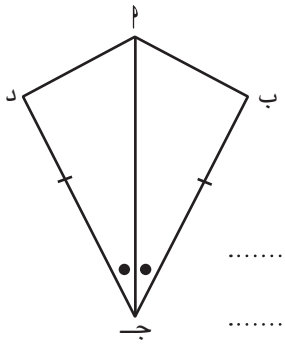
.....

ب) 
.....

ج) 
.....

تمارين ذاتية :

١ في الشكل المجاور : ق (∠ أ جـ ب) = ق (∠ أ جـ د) ، $\overline{ب جـ} \cong \overline{د جـ}$



أ) أثبِت أنّ : Δ أ ب جـ ≅ Δ أ د جـ .

ب) برهِن أنّ : ∠ أ ب جـ ≅ ∠ أ د جـ .

.....

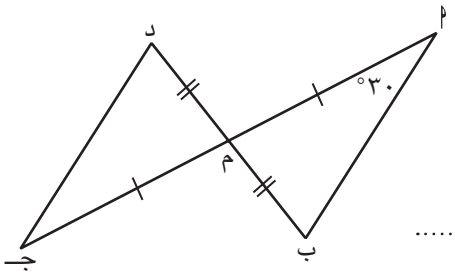
.....

.....

.....

.....

٢ من خلال المعطَيات على الشكل المقابِل .



أ) أثبِت أنّ: Δ أ م ب ≅ Δ جـ م د .

ب) أوجِد ق (∠ جـ) .

.....

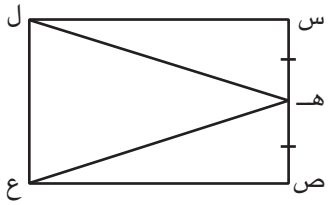
.....

.....

.....

.....

٣ في الشكل المقابِل : س ص ع ل مستطيل ، هـ منتصف س ص .
أثبِت أنّ : هـ ل = هـ ع .



.....

.....

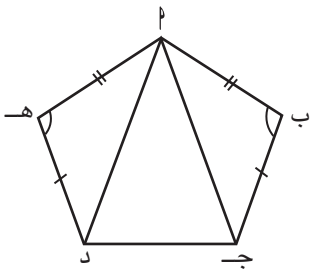
.....

.....

.....

.....

٤ من خلال المعطَيات الموضَّحة على الشكل المقابِل ،
أثبِت أنّ : المثلّث أ جـ د متطابق الضلعَين .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

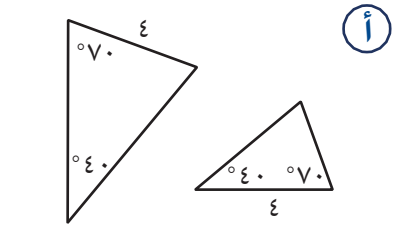
٣ - ٥ تطابق مثلّثَين بزاويتَين وضلع واصل بين رأسَيهما

يتطابق المثلّثان إذا تطابقت زاويتان والضلع الواصل بين رأسَيهما في أحد المثلّثَين مع نظائرهما في المثلّث الآخر ، ويُعبَّر عن ذلك (زاوية ، ضلع ، زاوية) ، ويُرمز إليها (ز . ض . ز)

دورك الآن (١)

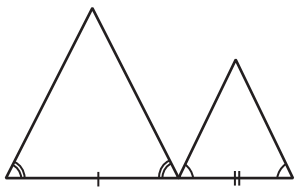
هل المثلّثان في كلّ من (أ) ، (ب) ، (ج) متطابقان ؟ فسِّر ذلك .

(أ)



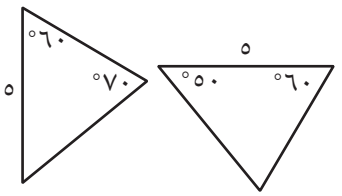
.....

(ب)



.....

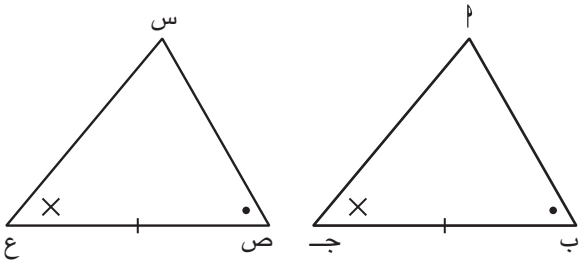
(ج)



.....

دورك الآن (٢)

من المعطَيات الموضَّحة في الرسم ، أكمِل كلًّا ممّا يلي :



في Δ أ ب جـ ، Δ .....

(أ) ق ($\hat{ب}$) = ...

(ب) ق ($\hat{ع}$) = ...

(ج) ب جـ = ...

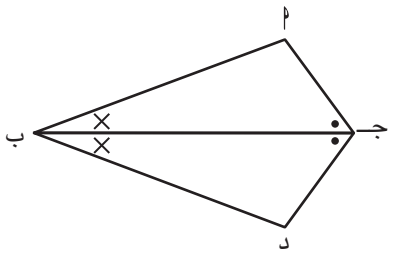
∴ يتطابق المثلّثان (..... ، ..... ، .....)

ينتج من التطابق أنّ ق ($\hat{أ}$) = ... ،

..... ≅ $\overline{س ص}$ ، $\overline{أ جـ}$ ≅ .....

تمارين ذاتية :

١ في الشكل المقابِل ، ليكن $\overline{جـ ب}$ منصِّف الزاويتَين جـ ، ب



(١) أثبِت أنّ : Δ أ جـ ب ≅ Δ د جـ ب .

(٢) برهِن أنّ : أ جـ = د جـ .

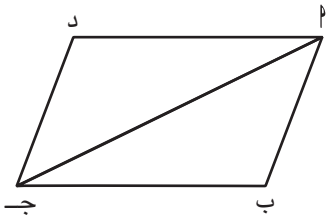
.....

.....

.....

.....

٢ أ ب جـ د متوازي أضلاع . وظِّف حالة التطابق (زاويتان وضلع واصل بين رأسَيهما) لإثبات تطابق Δ أ ب جـ ، Δ جـ د أ .



.....

.....

.....

.....

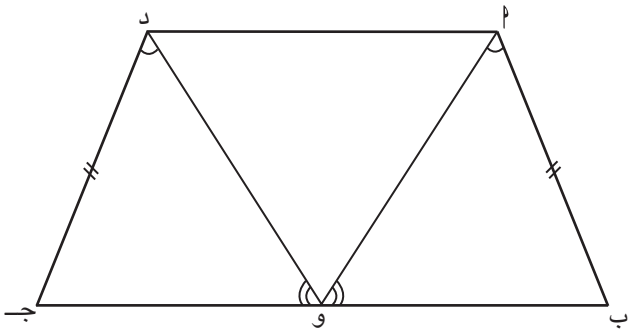
.....

٣ من الشكل المقابِل : (ب $\hat{أ}$ و) ≅ (جـ $\hat{د}$ و) ، $\overline{أ ب}$ ≅ $\overline{د جـ}$ ،
(أ $\hat{و}$ ب) ≅ (د $\hat{و}$ جـ)

أثبِت أنّ :

(١) Δ أ ب و ≅ د جـ و

(٢) و منتصف $\overline{ب جـ}$.



.....

.....

.....

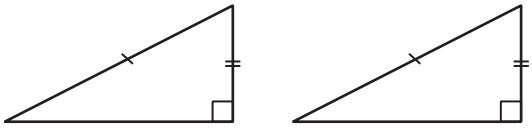
.....

.....



٣ - ٦ تطابق مثلّثَين قائمَي الزاوية

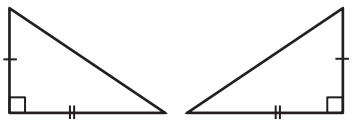
يتطابق مثلّثان قائما الزاوية إذا تطابق وتر وضلع في أحدهما مع نظائرهما في المثلّث الآخر ، ويُعبَّر عن ذلك (زاوية قائمة ، وتر ، ضلع) ويُرمز إليها (∠ . و . ض)



دورك الآن (١)

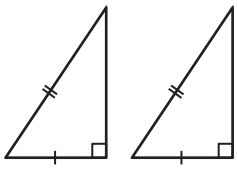
في كلّ من الأشكال الآتية المثلّثان متطابقان ، حدِّد حالة التطابق :

أ



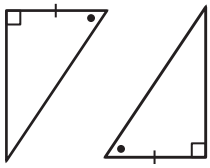
....

ب



....

ج

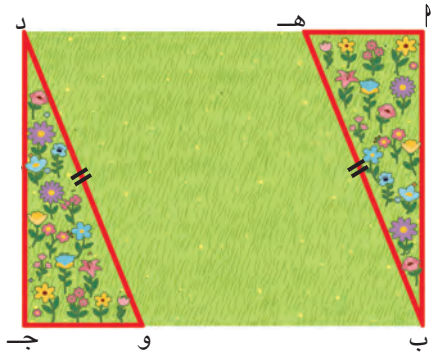


....

دورك الآن (٢)

في الشكل المقابِل مخطّط لحديقة على شكل مستطيل ، يُراد زراعة أزهار في حوضَين على شكل مثلّثَين .

أثبِت أنّ حوضَي الأزهار متطابقان ، موظِّفًا المعطَيات الموجودة على الرسم .



أكمِل كلًّا ممّا يلي :

المعطَيات :

△ أ ب جـ د ..... ، ..... ≅ .....

المطلوب :

إثبات أنّ : ..... ≅ .....

البرهان :

في △ أ ب هـ ، △ جـ د و :

(١) ق ($\hat{أ}$) = ق (.....) = ٩٠° من خواصّ ..... (زواياه الأربع .....)

(٢) $\overline{أ ب}$ ≅ ..... من خواصّ ..... (كلّ ضلعَين متقابلَين .....)

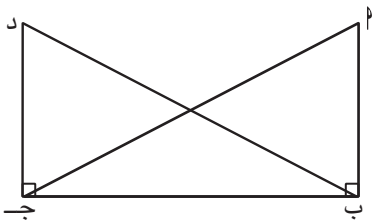
(٣) $\overline{ب هـ}$ ≅ ..... (معطى)

∴ △ أ ب هـ ..... △ جـ د و (.....) وينتج أنّ حوضَي الأزهار متطابقان.

تمارين ذاتية :

١ في الشكل المقابِل : $\overline{أب} \perp \overline{ب جـ}$ ، $\overline{د جـ} \perp \overline{ب جـ}$ ، أ جـ = ب د ،

أثبِت أنّ : ب $\hat{أ}$ جـ ≅ جـ $\hat{د}$ ب .



.....

.....

.....

.....

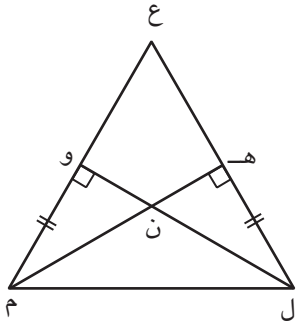
.....

.....

٢ في الشكل المقابِل :

أثبِت أنّ : (أ) Δ ل و م ≅ Δ م هـ ل

(ب) $\overline{ع ل}$ ≅ $\overline{ع م}$



.....

.....

.....

.....

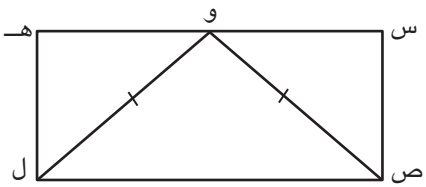
.....

.....

٣ في الشكل المقابِل :

س ص ل هـ مستطيل ، و ص ل مثلّث متطابق الضلعَين .

وظِّف التطابق لإثبات أنّ : و منتصف $\overline{س هـ}$.



.....

.....

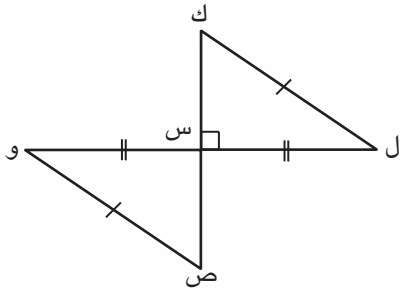
.....

.....

.....

٤ في الشكل المقابِل :

برهِن أنّ : Δ ك ل س ≅ ص و س



.....

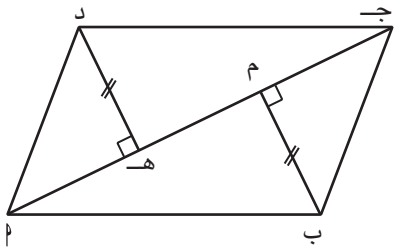
.....

.....

.....

.....

٥ صمّم عبد الكريم لوحة من الفسيفساء كما في الشكل المقابِل ،
وأراد إثبات أنّ : Δ جـ م ب ، Δ أ هـ د متطابقان .
ساعِده على إثبات ذلك .
(علمًا بأنّ الشكل جـ ب أ د متوازي أضلاع)



.....

.....

.....

.....

.....

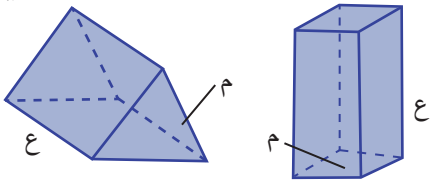
.....

.....

٣ - ٧ حجم المنشور القائم – حجم الأسطوانة الدائرية القائمة

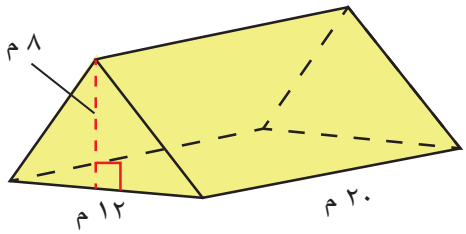
حجم المنشور القائم (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع) .

ح = م × ع



دورك الآن (١)

أوجِد حجم المنشور الثلاثي القائم المبيَّن في الشكل المجاور .



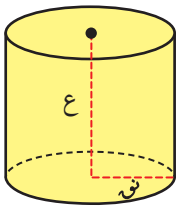
حجم المنشور (ح) = م × ع

= (..... × ..... × .....) × ..... .

= ..... × ..... . = ...

حجم الأسطوانة الدائرية القائمة (ح) = م × ع

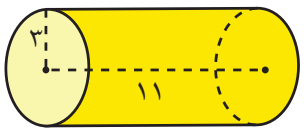
= π نق^{٢} × ع



دورك الآن (٢)

أوجِد حجم كلّ أسطوانة دائرية قائمة في كلّ ممّا يلي :

(أ)



إستخدِم π = ٣,١٤

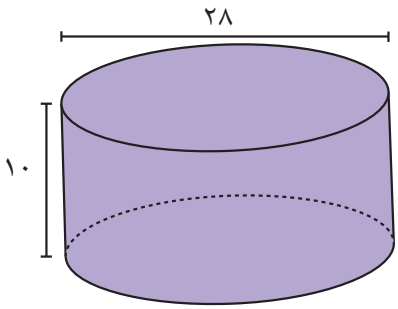
حجم الأسطوانة = م × ع

= π نق^{٢} × ع

= ٣,١٤ × ..... × ..... × ١١

= .....

(ب)



إستخدِم π = ٢٢/٧

حجم الأسطوانة = ... × ع

= .....

= ٢٢/٧ × ١٤ × ..... × .....

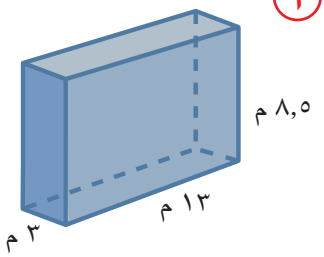
= .....



تمارين ذاتية :

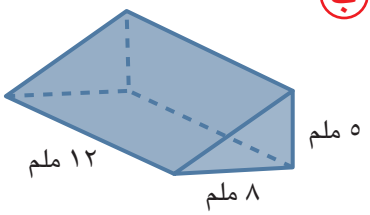
١ أوجِد حجم كلّ منشور قائم ممّا يلي :

(أ)



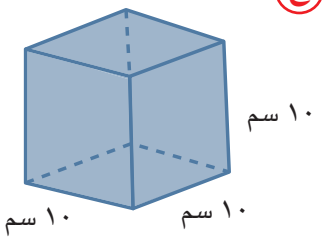
.....
.....
.....

(ب)



.....
.....
.....

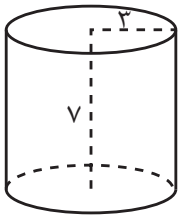
(ج)



.....
.....
.....

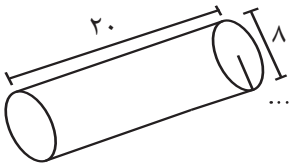
٢ أوجِد حجم كلّ أسطوانة دائرية قائمة ممّا يلي :

(أ) (باعتبار أنّ $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)



.....
.....
.....

(ب) (باعتبار أنّ $\pi = ٣,١٤$)



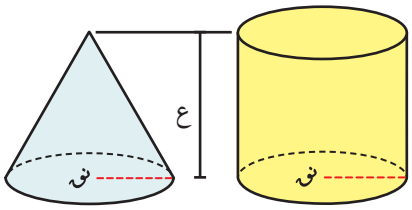
.....
.....
.....

٣ صومعة (مخزن) للغلال على شكل أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ٩ أمتار ، وطول قطر قاعدتها ٤,٢ أمتار
كم عدد الأمتار المكعّبة التي يمكن للصومعة تخزينها ، مقرِّبًا الناتج إلى أقرب م^{٣} ؟ (باعتبار أنّ $\pi = ٣,١٤$)

.....
.....
.....
.....

٣ - ٨ حجم المخروط الدائري القائم

حجم المخروط الدائري القائم هو $\frac{١}{٣}$ حجم الأسطوانة الدائرية القائمة المشتركة معه في القاعدة والارتفاع .

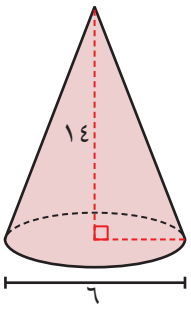


$ح_{مخروط} = \frac{١}{٣} \times (م \times ع) = \frac{١}{٣} \times (\pi \, نق^{٢} \times ع)$ ،

حيث م مساحة القاعدة ، ع الارتفاع .

دورك الآن

أوجِد حجم المخروط الدائري القائم المبيَّن في الشكل المجاور :



(اِجعل $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

حجم المخروط $= \frac{١}{٣} \pi \, نق^{٢} ع$

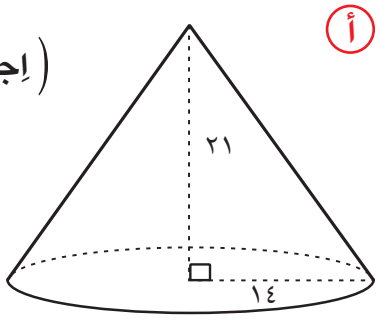
$= \frac{١}{٣} \times$ ..... $\times$ ..... $\times ٣ \times$ .....

= .....

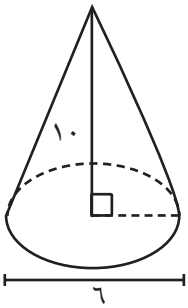
تمارين ذاتية :

١ أوجِد حجم كلّ مخروط دائري قائم ممّا يلي :

(أ) (اِجعل $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)



(ب) (اِجعل $\pi = ٣,١٤$)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢ أوجِد حجم مخروط دائري قائم طول قطر قاعدته ٢٠ سم ، وارتفاعه ٣٠ سم (بدلالة π) .

.....

.....

.....

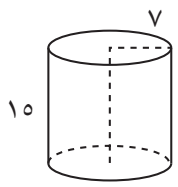
.....

.....

تقويم الوحدة التعليمية الثالثة

أوّلًا : البنود المقالية

١ أوجِد حجم كلّ أسطوانة دائرية قائمة في كلّ ممّا يلي :

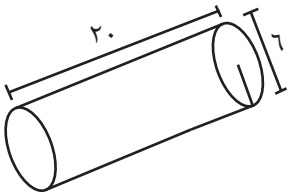
(أ) 

(اِعتبِر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

.....

.....

.....

(ب) 

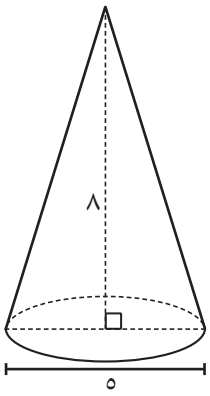
(اِعتبِر $\pi = ٣,١٤$)

.....

.....

.....

٢ أوجِد حجم المخروط الدائري القائم المرسوم أمامك . (اِعتبِر $\pi = ٣,١٤$)



.....

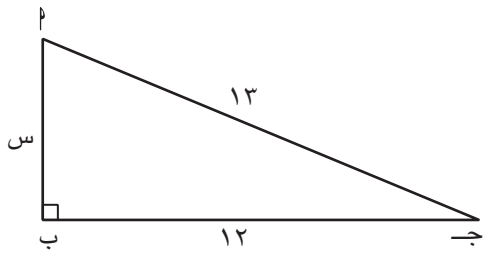
.....

.....

.....

.....

٣ أوجِد طول ضلع القائمة في المثلّث القائم أ ب جـ المرسوم أمامك :



.....

.....

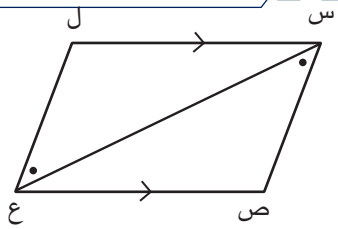
.....

٤ أثبِت أنّ : Δ أ ب جـ قائم الزاوية ، حيث أ ب = ٧ وحدات طول ،
أ جـ = ٢٤ وحدة طول ، ب جـ = ٢٥ وحدة طول .

.....

.....

٥ في الشكل المقابِل ، أثبِت أنّ :



أ) Δ س ص ع ≅ Δ ع ل س

.....

.....

.....

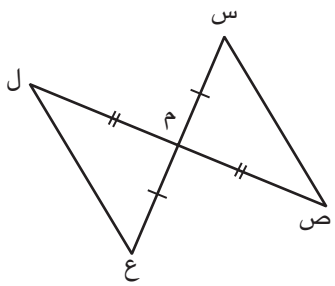
ب) ق (ص̂) = ق (ل̂)

.....

.....

.....

٦ في الشكل المقابِل ، أثبِت أنّ : Δ س م ص ≅ Δ ع م ل



.....

.....

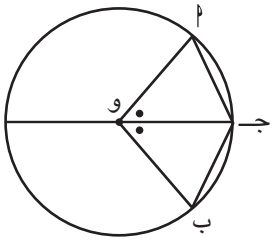
.....

.....

.....

٧ في الشكل المقابِل ، دائرة مركزها و ،

أثبِت أنّ : أ جـ = ب جـ .



.....

.....

.....

.....

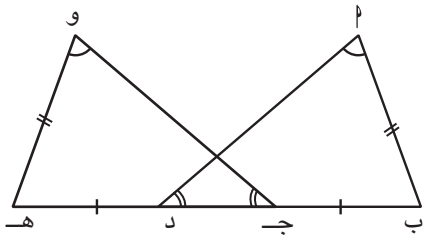
.....

.....

٨ في الشكل المقابِل : $\overline{أب} \cong \overline{وهـ}$ ، $\overline{بجـ} \cong \overline{هـد}$

ق ($\hat{أ}$) = ق ($\hat{و}$) ، ق ($\hat{وجـهـ}$) = ق ($\hat{أدب}$)

أثبِت أنّ : $\overline{أد} \cong \overline{وجـ}$



.....

.....

.....

.....

.....

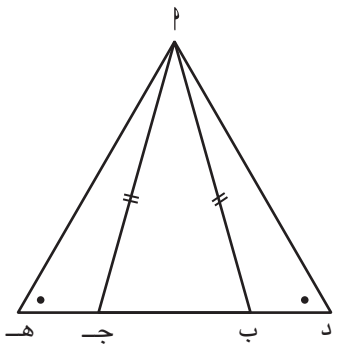
.....

.....

٩ في الشكل المقابِل :

$أب = أجـ$ ، ق ($\hat{أدب}$) = ق ($\hat{أهـجـ}$)

أثبِت أنّ : المثلّثَين أب د ، أجـ هـ متطابقان .



.....

.....

.....

.....

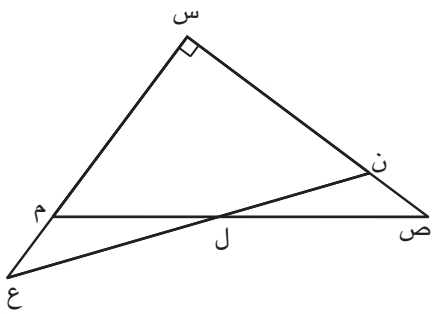
.....

.....

١٠ في الشكل المقابِل : إذا كان س ن = س م ، ن ع = ص م ،

$\overline{س ع} \perp \overline{س ص}$ ،

فأثبِت أنّ : Δ س ص م $\cong$ Δ س ع ن .



.....

.....

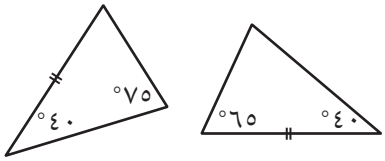
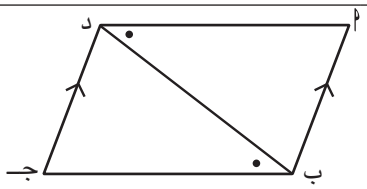
.....

.....

.....

ثانيًا : البنود الموضوعية

في البنود (١- ٤) ظلِّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ المثلّث الذي أطوال أضلاعه ٣ وحدات طول ، ٦ وحدات طول ، ٥ وحدات طول مثلّث قائم الزاوية .	أ	ب
٢ إذا كان حجم أسطوانة دائرية قائمة يساوي ٩٩ وحدة مكعّبة ، فإنّ حجم المخروط المشترَك معها بالقاعدة والارتفاع يساوي ٣٣ وحدة مكعّبة .	أ	ب
٣ المثلّثان في الشكل المقابِل متطابقان . 	أ	ب
٤ في الشكل المقابِل : $\overline{أب} \cong \overline{جـ د}$. 	أ	ب

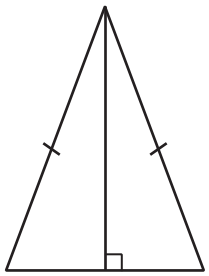
في البنود (٥- ١٠) لكلّ بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الإجابة الصحيحة .

٥ مخروط دائري قائم مساحة قاعدته ٣٣ سم^{٢} وارتفاعه ١٠ سم يكون حجمه :

أ ٣٣٠ سم^{٣} ب ١١٠ سم^{٣}

ج ١١٠٠ سم^{٣} د ١١,١ سم^{٣}

٦ في الشكل المقابِل ، يتطابق المثلّثان بـ :



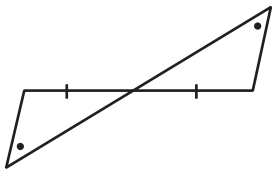
أ (ض . ض . ض) فقط

ب (ض . ز . ض) فقط

ج (ز . ض . ز) فقط

د جميع ما سبق

٧ في الشكل المقابِل ، يتطابق المثلّثان بـ :



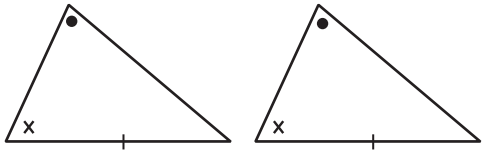
أ (ض . ض . ض)

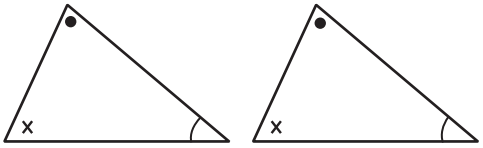
ب (ض . ز . ض)

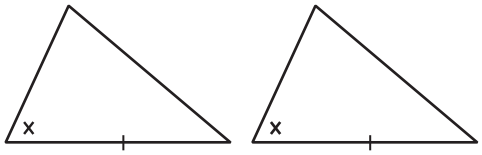
ج (ز . ض . ز)

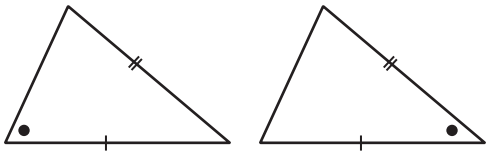
د (◺ . و . ض)

٨ المثلّثان المتطابقان فيما يلي هما :

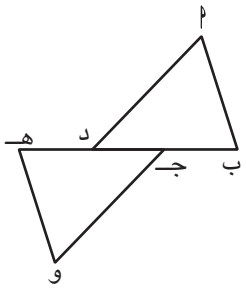
أ


ب


ج


د


٩ في الشكل المقابِل ، إذا كان Δ أ ب د ≅ Δ و هـ جـ ، فإنّ :



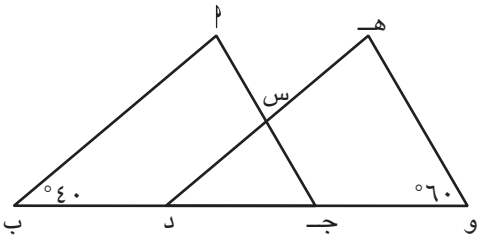
أ ب جـ = د هـ

ب (أ) ≅ (هـ)

ج ب جـ = جـ د

د ق (أ د جـ) = ق (جـ هـ و)

١٠ في الشكل المقابِل : المثلّثان أ ب جـ ، هـ د و متطابقان .
فإنّ قياس (هـ س جـ) =



أ ١٢٠°
ب ٦٠°
ج ١٤٠°
د ١٠٠°

١ – ٤ حلّ التناسب (طردي – عكسي)

التناسب : هو تساوي نسبتَين أو أكثر.

دورك الآن (١)

حل التناسب .

(أ) $\frac{٥}{٢} = \frac{٢}{س}$

$س = \frac{٢ \times ٢}{٥}$

$س = \frac{.....}{.....}$

(ب) $\frac{١٠,٥}{٠,٥} = \frac{س}{٤}$

$س = \frac{..... \times ١٠,٥}{٠,٥}$

$س = ...$

(ج) $\frac{٦}{١ - ب} = \frac{١}{٢}$

$\frac{٢ \times ٦}{.....} = (١ - ب)$

$..... = ١ - ب$

$ب = ... + ١$

$ب = ...$

التناسب الطردي : الكمّية ص تتغيّر طرديًّا بتغيّر الكمّية س إذا كانت $\frac{ص}{س}$ = عددًا ثابتًا .

ويكون :

١ ص = عددًا ثابتًا × س

٢ $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_١}{س_٢}$

٣ كلّ زيادة في س يقابلها زيادة في ص ، كذلك كلّ نقص في س يقابله نقص في ص بنسبة ثابتة .

دورك الآن (٢)



يستخدم زورق خفر السواحل في جولته اليومية الاعتيادية ما يقارب ١٢ لترًا من الوقود ليسير مسافة ٢٤ كم ، فما المسافة التي يسيرها باستخدام ٢٢ لترًا من الوقود ؟

علمًا بأنّ معدّل الاستهلاك هو نفسه (عند ثبات السرعة) .

.....

.....

.....

.....

التناسب العكسي : الكمّية ص تتغيّر عكسيًّا بتغيّر الكمّية س إذا كانت ص × س = عددًا ثابتًا .

ويكون : ١ ص = عددًا ثابتًا × $\frac{١}{س}$

٢ $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$

٣ كلّ زيادة في س يقابلها نقص في ص وكلّ نقص في س يقابله زيادة في ص بنسبة ثابتة .

تمارين ذاتية :

١ حُلّ التناسبات :

أ $\frac{١٨}{ص} = \frac{٢٧}{٦}$

.....

.....

ب $\frac{س}{٩٠} = \frac{٤,٢}{٣٠}$

.....

.....

ج $\frac{٦}{ل - ١} = \frac{١}{٣}$

.....

.....

٢ قامت إحدى المجموعات في الصفّ الثامن بنشاط عن طريقة صناعة الصابون الرغوي في مختبر العلوم ، حيث كانت نسبة هيدروكسيد البوتاسيوم إلى الزيت ١ : ٥ على الترتيب .
إذا كانت كمّية هيدروكسيد البوتاسيوم ٣٧,٢ مل ، فكم تكون كمّية الزيت في الصابون الرغوي ؟



.....

.....

.....

في التمارين (٣ - ٥) ، حدِّد نوع التناسب ، ثمّ أوجِد المطلوب .



٣ إذا استغرق تحميل ٥ فيديوهات تعليمية ٤٠ دقيقة ، فكم يستغرق تحميل ١٥ فيديو تعليمي بسرعة الإنترنت نفسها علمًا بأنّ جميع الفيديوهات لها المدّة نفسها .

.....

.....

.....





٤ يلزم ١٤ عاملًا لجني محصول الطماطم من مساحة محميّة زراعية في ١٢ ساعة . إذا كانت قدرات العمّال متساوية في الحالتَين فاحسب عدد العمّال اللازم لجني المحصول خلال ٨ ساعات لمساحة المحميّة الزراعية نفسها .

.....

.....

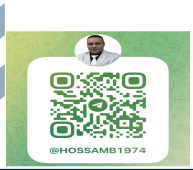
.....

٥ يمتلئ خزّان ماء في ١٢ ساعة بواسطة صنبورَين . إذا تمّ فتح ٣ صنابير بالكفاءة نفسها فكم ساعة يحتاج هذا الخزّان ليمتلئ ؟

.....

.....

.....



٤ ـ ٢ اِستخدام المعادلات لحلّ مسائل تتضمّن نسبًا مئوية

تمارين ذاتية :

١ أوجِد النسبة المئوية التي تمثّل ٣٥ من ٧٥

.....

.....

٢ أوجِد النسبة المئوية التي تمثّل ١٠ من ٤٠

.....

.....

٣ ما العدد الذي يمثّل ٤٥ ٪ من ٨٠ ؟

.....

.....

٤ ما العدد الذي يمثّل ٦٠ ٪ من ١٩٠ ؟

.....

.....

٥ ما العدد الذي ٥٠ ٪ منه هو ٤٠٠ ؟

.....

.....

٦ ١٢ ٪ من عدد ما يُعطي ٩ . فما هو العدد ؟

.....

.....

٧ في إحدى الشركات المتميّزة يمارس ١١٠ موظَّفين الرياضة قبل الذهاب إلى العمل ، ويمثّلون ٥٥ ٪ من عدد موظَّفي الشركة ، فما عدد موظَّفي الشركة ؟

.....

.....

.....

٨ أجرى محلّ للأثاث تخفيضًا بنسبة ٤٠ ٪ على طاولة سعرها الأصلي ٩٠ دينارًا ، فبكم سيبيع الطاولة بعد التخفيض ؟



.....

.....

.....

.....

.....

٤ - ٣ النسبة المئوية التزايدية والنسبة المئوية التناقصية

النسبة المئوية للتغيّر $= \frac{\text{مقدار التغيّر}}{\text{القيمة الأصلية}} \times ١٠٠٪$

التغيّر يكون إمّا بالزيادة أو بالنقصان .

دورك الآن

موظَّف راتبه ١ ٢٠٠ دينارًا . إذا زاد راتبه بنسبة ٥٪ ، فما هو مقدار الزيادة بالدينار ؟ وكم أصبح راتبه بعد الزيادة ؟

.....

.....

.....

دورك الآن (٢)

إذا كان سعر جرام الذهب ٣٠ دينارًا ، ثمّ انخفض بنسبة ٦٪
فما هو مقدار انخفاض سعر جرام الذهب ؟ وكم أصبح سعره بعد الزيادة ؟

.....

.....

.....

تمارين ذاتية :



١ باعت إحدى المكتبات خلال مهرجان هلا فبراير ٦٠٠ كتاب ، ثمّ باعت ٤٥٠ كتابًا في شهر مارس ، بيِّن نوع التغيّر ما إذا كان زيادة أم نقصانًا ، ثمّ أوجِد النسبة المئوية للتغيّر .

.....

.....

.....



٢ معدّل تساقط الأمطار سنويًّا في الكويت خلال شهر فبراير هو ٢٤ مم ، وخلال شهر مارس ٢١ مم . بيِّن نوع التغيّر من زيادة أو نقصان ، ثمّ أوجِد النسبة المئوية للتغيّر في معدّل تساقط الأمطار خلال الشهرَين .

.....

.....

.....



٣ تحوي علبة من الحليب المخصَّصة للدعاية نسبة زيادة مجّانية ٣٠ ٪ عمّا تحويه العلبة الأصلية ، إذا كانت سعة علبة الحليب الأصلية ٤ لترات ، فما السعة الزائدة عن العلبة الأصلية ؟ وما سعة علبة العروض ؟

.....

.....

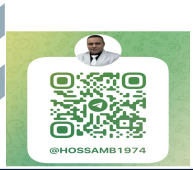
.....

٤ يبلغ عدد سكّان مدينة ما ٨٠ ٠٠٠ نسمة في أحد الأعوام . إذا زاد عددهم بنسبة ١٢٪ في العام التالي ، فكم يصبح عدد السكّان بعد الزيادة ؟

.....

.....

.....



٤ - ٤ الانعكاس – التناظر حول نقطة

وبصورة عامّة :
(س ، ص) ← (بالانعكاس في محور الصادات) (– س ، ص)
وتُكتب : (س ، ص) $\xrightarrow{ع_{س}}$ (– س ، ص)

وبصورة عامّة :
(س ، ص) ← (بالانعكاس في محور السينات) (س ، – ص)
وتُكتب : (س ، ص) $\xrightarrow{ع_{س}}$ (س ، – ص)

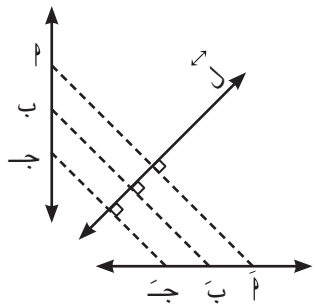
دورك الآن (١)

أكمِل ما يلي من دون رسم:

أ (٤ ، – ٦) $\xrightarrow{ع_{س}}$ .....
ب (٤ ، – ٦) $\xrightarrow{ع_{س}}$ .....
ج (٠ ، ٧) $\xrightarrow{ع_{س}}$ .....
د (٠ ، ٧) $\xrightarrow{ع_{س}}$ .....
هـ (– ٨ ، ٠) $\xrightarrow{ع_{س}}$ .....
و (– ٨ ، ٠) $\xrightarrow{ع_{س}}$ .....
ز (– ٥ ، ٦) $\xrightarrow{ع_{س}}$ .....
ح (– ٥ ، ٦) $\xrightarrow{ع_{س}}$ .....

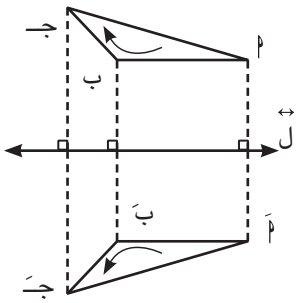
خواصّ الانعكاس في محور

الانعكاس في محور يحافظ على الاستقامة .
الانعكاس في محور يحافظ على البينية .

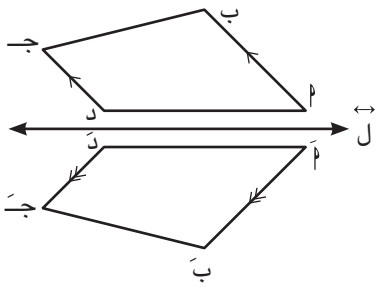


الانعكاس في محور يحافظ على قياس الزوايا .
الانعكاس في محور يحافظ على الأطوال .

الانعكاس في محور يعكس الاتّجاه الدوراني .



الانعكاس في محور يحافظ على التوازي .



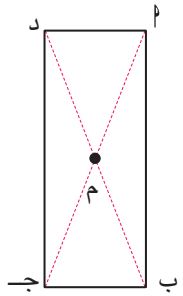
الانعكاس في نقطة مثل م : هو تحويل هندسي يعيّن لكلّ نقطة أ في المستوى صورة أَ $\in \overleftarrow{أَ م}$ بحيث تكون أ م = أَ م . والنقطة الوحيدة التي تقترن بنفسها هي النقطة م التي تُسمّى **مركز الانعكاس** ، حيث **م نقطة صامدة** .

التناظر حول نقطة في المستوى

يُقال لشكل هندسي إنّه متناظر حول نقطة إذا كانت صورته بالانعكاس في هذه النقطة هي الشكل نفسه .

دورك الآن (٢)

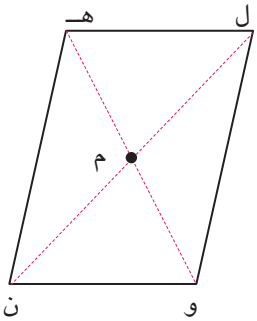
أيّ الأشكال الآتية متناظر حول نقطة ملتقى قطرَيه ؟ وضِّح ذلك .



(مستطيل)

.....

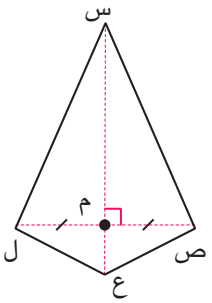
.....



(متوازي أضلاع)

.....

.....



(طائرة ورقية)

.....

.....

الانعكاس في نقطة الأصل في مستوى الإحداثيات

في المستوى الإحداثي الانعكاس في نقطة الأصل هو تحويل هندسي يعيّن لكلّ نقطة في المستوى صورة إحداثيها السيني وإحداثيها الصادي هما المعكوس الجمعي للإحداثي السيني والصادي لهذه النقطة .

عمومًا : الانعكاس في نقطة الأصل (و) : أ (س ، ص) $\xrightarrow{ع_و}$ أَ (- س ، - ص)

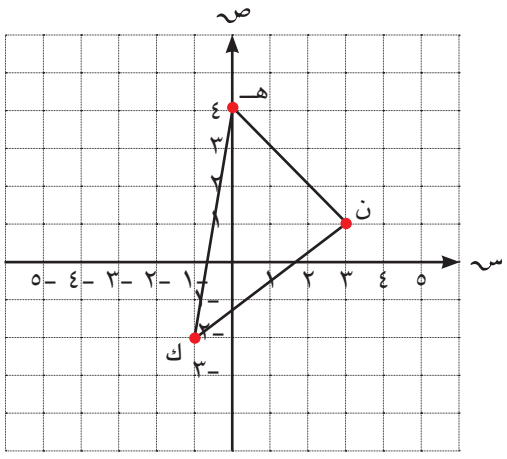
دورك الآن (٣)

إذا كان Δ هـَ كَ نَ هو صورة Δ هـ ك ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت هـ (٠ ، ٤) ، ك (-١ ، -٢) ، ن (٣ ، ١) ، فعيِّن إحداثيات الرؤوس هـَ ، كَ ، نَ ، ثمّ ارسم Δ هـَ كَ نَ في مستوى الإحداثيات .

هـ (..... ، .....) $\xrightarrow{ع_و}$ هـَ (..... ، .....)

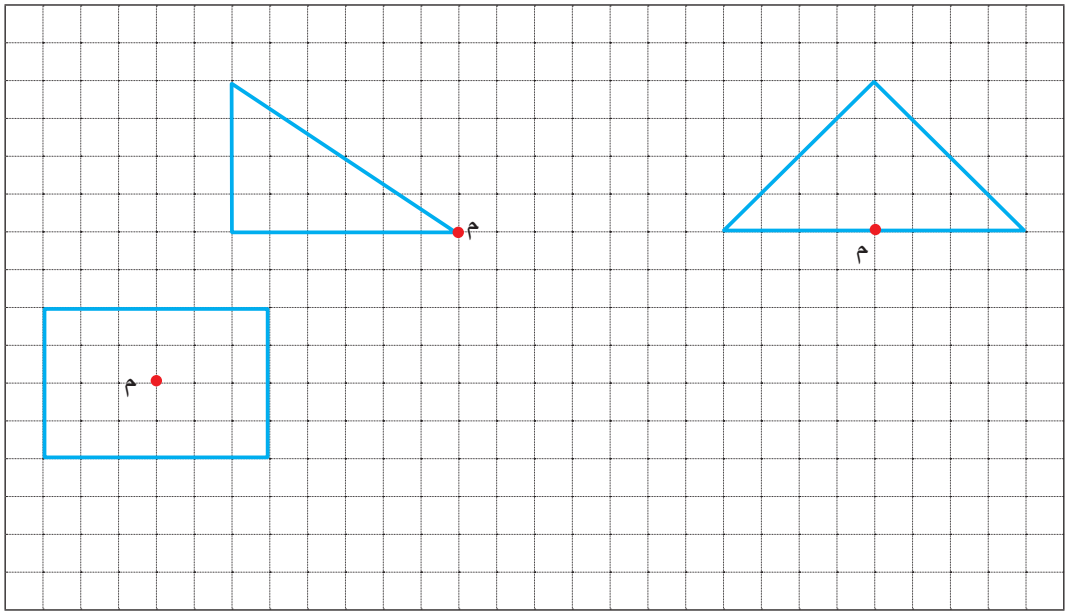
ك (..... ، .....) ← كَ (..... ، .....)

ن (..... ، .....) ← نَ (..... ، .....)

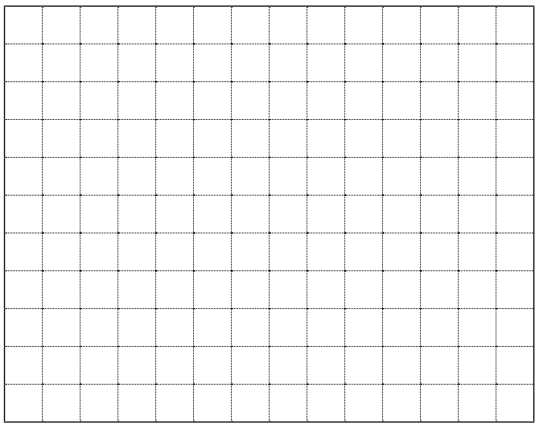


تمارين ذاتية :

١ أُرسم صورة كلّ شكل من الأشكال الآتية بالانعكاس في النقطة م .



٢ إذا كانت م (٠ ، ٣) ، ن (٢ ، ٠) ،
هـ (٤ ، ٤) ، فأوجِد صورة كلّ من
م ، ن ، هـ بالانعكاس في محور الصادات ،
ثمّ ارسم المثلّث م ن هـ وصورته .

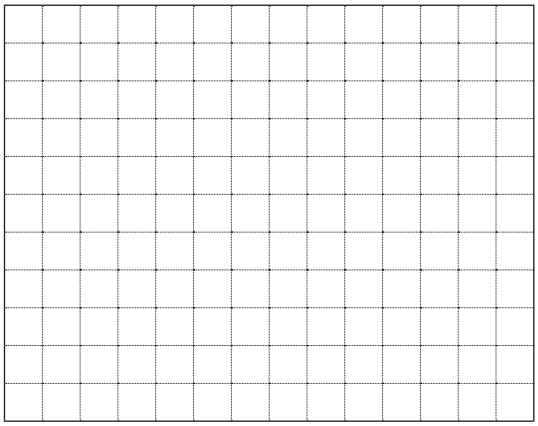


.....

.....

.....

٣ إذا كان Δ أَ بَ جـَ هو صورة
Δ أ ب جـ بالانعكاس في محور السينات ،
وكانت أ (٣ ، ٤) ، ب (٣ ، -٢) ، جـ (-٥ ، -١) ،
فعيِّن إحداثيات الرؤوس أَ ، بَ ، جـَ ،
ثمّ ارسم المثلّثَين في مستوى الإحداثيات .

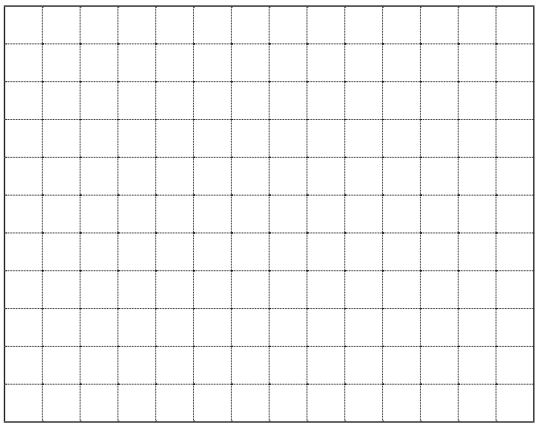


.....

.....

.....



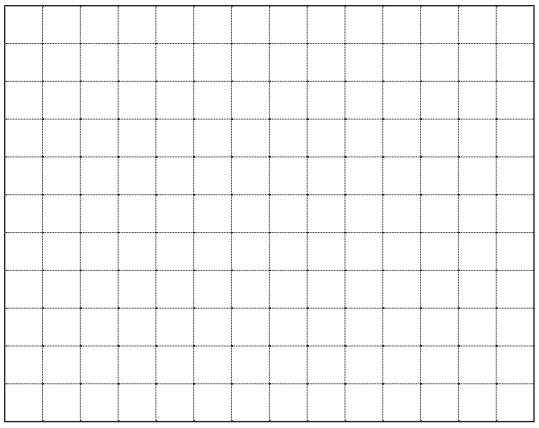


٤ إذا كان Δ و صَ عَ هو صورة Δ و ص ع بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت و (٠ ، ٠) ، صَ (-٢ ، -١) ، عَ (-١ ، ٤) ، فعيِّن إحداثيات الرؤوس و ، ص ، ع ،
ثمّ ارسم المثلّثَين في مستوى الإحداثيات .

.....

.....

.....



٥ إذا كان الشكل الرباعي أَ بَ جـَ دَ هو صورة الشكل الرباعي أ ب جـ د بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت أ (١ ، -١) ، ب (٢ ، ٣) ،
جـ (-٤ ، ٣) ، د (-٥ ، -١) .
فعيِّن إحداثيات الرؤوس أَ ، بَ ، جـَ ، دَ ،
ثمّ ارسم الشكلَين الرباعيَّين في مستوى الإحداثيات .

.....

.....



٤ ـ ٥ الإزاحة في المستوى الإحداثي

الإزاحة هي : تحويل هندسي يسمح لنا بالحصول على صورة أيّ شكل من خلال نقل كلّ نقطة فيه **مسافة ثابتة** على خطّ مستقيم **وفي اتّجاه محدَّد ، ولا تغيّر الإزاحة** من الشكل وقياساته .

النقطة	صورة النقطة تحت تأثير الإزاحة	
(س ، ص)	الإزاحة جهة **اليمين** بمقدار (أ) وحدة (س + أ ، ص)	الإزاحة **إلى أعلى** بمقدار (ب) وحدة (س ، ص + ب)
	الإزاحة جهة **اليسار** بمقدار (أ) وحدة (س ـ أ ، ص)	الإزاحة **إلى أسفل** بمقدار (ب) وحدة (س ، ص ـ ب)

دورك الآن (١)

أوجِد صورة النقطة أ (ـ٣ ، ٥) تحت تأثير إزاحة ٤ وحدات إلى اليمين ، ثمّ وحدتَين ونصف إلى الأسفل .

القاعدة : (س ، ص) ⟵ (س ..... ، ص .....)

أ (ـ٣ ، ٥) ⟵ أَ (ـ ٣ ..... ، ٥ .....)

أ (ـ٣ ، ٥) ⟵ أَ (..... ، .....)

خواصّ الإزاحة في المستوى الإحداثي

فالإزاحة تحافظ على البينية

فالإزاحة تحافظ على الاستقامة

فالإزاحة تحافظ على قياسات الأطوال

فالإزاحة تحافظ على قياس الزوايا

فالإزاحة تحافظ على التوازي

دورك الآن (٢)

أكمِل الجدول الآتي :

القاعدة	(س ، ص) ⟵ (س + ٣ ، ص ـ ٢)			
النقطة	(ـ١ ، ٥)	(ـ ٣ ، ـ ٤)	(..... ، ٠)	(..... ، .....)
الصورة	(..... ، ٢)	(..... ، .....)	(..... ، ـ ٥)	(١ ، ـ١)

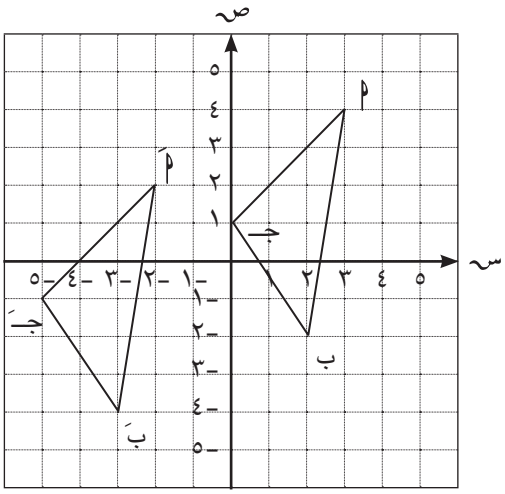


تمارين ذاتية :

١ أوجِد صورة النقطة (١ ، -٢) تحت تأثير إزاحة ٤ وحدات إلى اليمين ووحدتَين إلى الأعلى .

.....

٢ صِف الإزاحة التي تنقل المثلّث أ ب جـ إلى المثلّث أَ بَ جـَ ، ثمّ اكتب القاعدة بصورة رمزية .

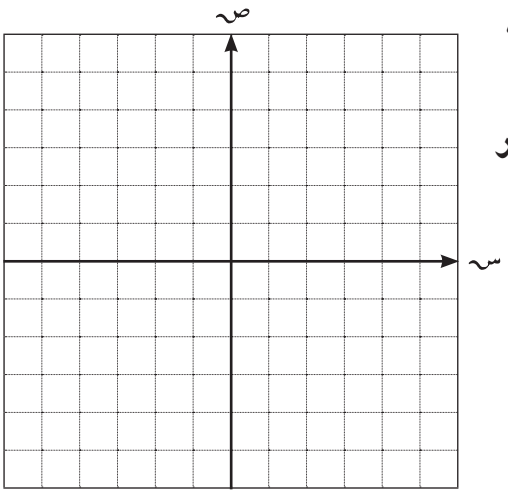


.....

.....

.....

٣ في المستوى الإحداثي ، أُرسم المثلّث أ ب جـ الذي رؤوسه هي أ (-٣ ، -٢) ، ب (١ ، ٣) ، جـ (٤ ، ١) ، ثمّ ارسم صورة المثلّث أ ب جـ تحت تأثير إزاحة وحدتَين إلى اليسار ثمّ وحدة واحدة إلى الأسفل .



٤ إذا كانت مَ (-٤ ، ٢) هي صورة م (٠ ، -١) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي ، فأوجِد القاعدة بصورة رمزية لهذه الإزاحة ، ثمّ تحقَّق من صحّتها .

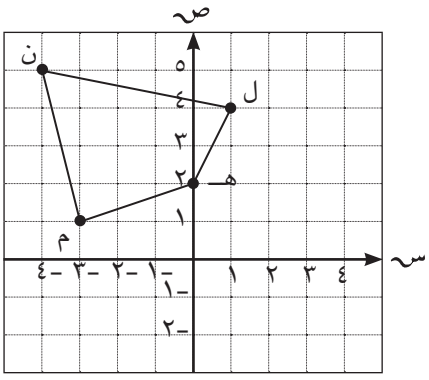
.....

.....

.....

.....

٥ أُرسم صورة الشكل ل هـ م ن بإزاحة حسب القاعدة :
(س ، ص) ⟵ (س + ٣ ، ص - ٢)



.....

.....

تقويم الوحدة التعليمية الرابعة

أوّلًا : البنود المقالية

١ حُلّ التناسب :

أ) $\frac{٤}{٩} = \frac{١٠}{س}$

.....

ب) $\frac{س - ١}{٤} = ١,٧$

.....

.....

٢ تدور آلة طابعة ٢٠ دورة فتطبع ٣٢٠ ورقة ، فكم ورقة تطبع إذا دارت ١٤ دورة ؟

.....

.....

٣ طائرة تطير بسرعة ٤٠٠ كم / ساعة قطعت مسافة بين دولتَين خلال ٥ ساعات . إذا طارت بسرعة ١٠٠٠ كم / ساعة ، فكم ساعة تحتاج لتقطع المسافة نفسها ؟

.....

.....

٤ ما العدد الذي ١٢ ٪ منه هو ٣٦ ؟

.....

٥ بيعت إحدى الساعات بتخفيض ٤٠ ٪ من ثمنها الأصلي ، إذا كان ثمنها بعد التخفيض هو ٥٤ دينارًا ، فما ثمنها الأصلي قبل التخفيض ؟

.....

.....

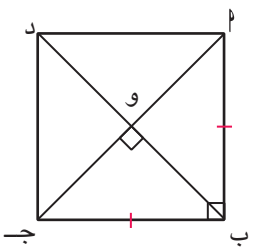
٦ باعت إحدى المكتبات ٢٠٠ كتاب في شهر يونيو ، و١٧٥ كتابًا في شهر يوليو . بيِّن نوع التغيّر من زيادة أو نقصان ، ثمّ أوجِد النسبة المئوية للتغيّر .

.....



٧ أيّ الأشكال الآتية متناظر حول نقطة ملتقى قطرَيه (أقطاره) ؟ ولماذا ؟

(مربّع)

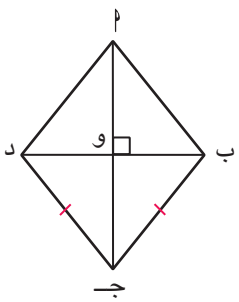


.....

.....

.....

(معيَّن)

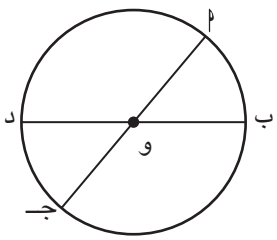


.....

.....

.....

(دائرة)

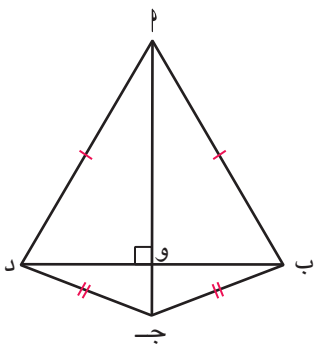


.....

.....

.....

(طائرة ورقية)



.....

.....

.....

٨ أكمِل الجدول الآتي :

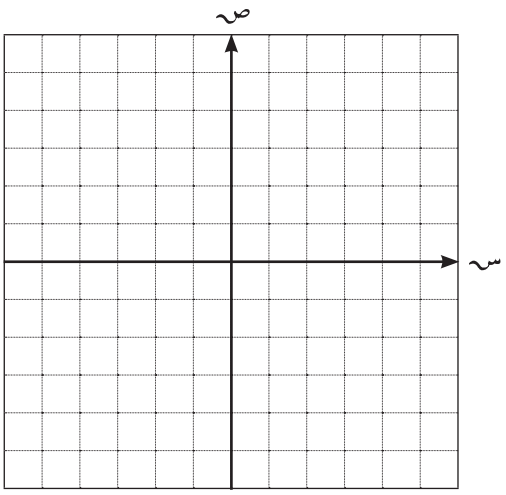
النقطة	صورتها بالانعكاس في المحور السيني	صورتها بالانعكاس في المحور الصادي	صورتها بالانعكاس في نقطة الأصل
أ (٤ ، ٥)	(..... ، .....)	(..... ، .....)	(..... ، .....)
ب (-٢ ، ٧)	(..... ، .....)	(..... ، .....)	(..... ، .....)
جـ (-٥ ، -٦)	(..... ، .....)	(..... ، .....)	(..... ، .....)
د (٠ ، ٩)	(..... ، .....)	(..... ، .....)	(..... ، .....)
هـ (-٥ ، ٠)	(..... ، .....)	(..... ، .....)	(..... ، .....)

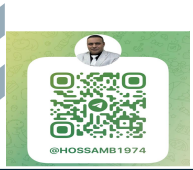
٩ إذا كان المثلّث لَ مَ نَ هو صورة المثلّث ل م ن بالانعكاس في نقطة الأصل (و) ، وكانت ل (٠ ، ٣) ، م (٥ ، ٣) ، ن (-٣ ، -٥) فعيِّن إحداثيات الرؤوس لَ ، مَ ، نَ ، ثمّ ارسم المثلّثَين في مستوى الإحداثيات .

.....

.....

.....

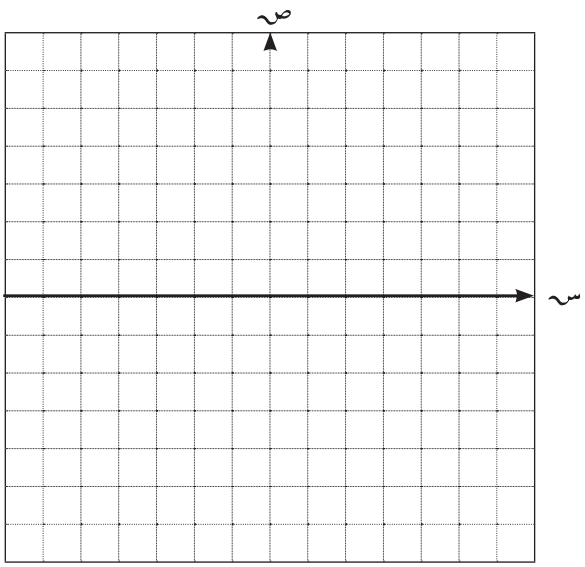




١٠ أكمِل الجدول الآتي :

القاعدة	(س ، ص) ⟵ (س - ٢ ، ص + ٥)				
النقطة	(٤ ، ٢)	(..... ، .....)	(٣ ، ٠)	(..... ، .....)	(١ ، - ١)
الصورة	(..... ، .....)	(- ٨ ، ١٢)	(..... ، .....)	(- ١١ ، - ٣)	(..... ، .....)

١١ مثلّث أ ب جـ رؤوسه هي :
(٣ ، ٢) ، (٠ ، ٣) ، (- ٢ ، - ٢) ،
أوجِد صور رؤوسه بعد الإزاحة تبعًا للقاعدة :
(س ، ص) ⟵ (س - ٤ ، ص + ١) ،
ثمّ ارسم المثلّثَين في مستوى الإحداثيات .



.....

.....

.....

١٢ حصل التأثير بتحويل هندسي على المثلّث أ ب جـ
فكان :
للنقطة أ (٢ ، -٣) صورة هي د (٠ ، -٢) ،
للنقطة ب (١ ، ٤) صورة هي هـ (-١ ، ٥) ،
للنقطة جـ (-٢ ، ١) صورة هي ل (-٤ ، ٢) .

(أ) هل المثلّث د هـ ل هو إزاحة للمثلّث أ ب جـ ؟

.....

.....

.....

(ب) إذا كان كذلك ، فما هي قاعدة هذه الإزاحة ؟ وإذا لم يكن كذلك ، فبيِّن السبب .

.....

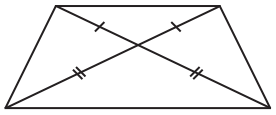
.....

.....



ثانيًا : البنود الموضوعية

في البنود (١-٦) ظلِّل [أ] إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلِّل [ب] إذا كانت العبارة غير صحيحة .

١ إذا كانت سلمى تتقاضى ٢٥,٥٠٠ دينارًا في العمل لمدّة ٥ ساعات ، فإنّ ما تتقاضاه مقابِل ساعة عمل واحدة تساوي ٥,١٠٠ دنانير .	أ	ب
٢ تستهلك سيّارة ٣٠ لترًا من البنزين لتقطع مسافة ١٨٠ كم ، إذا استهلكت ١٦٠ لترًا من البنزين عند قطعها مسافة ٩٦٠ كم ، فإنّ نوع التناسب بين هذه القِيَم هو تناسب عكسي .	أ	ب
٣ إذا قرأ بدر ٢٠٠ صفحة في زمن قدره ٦ ساعات ، فإنّ الزمن الذي يستغرقه لقراءة ٥٠٠ صفحة بالمعدّل نفسه هو ١٥ ساعة .	أ	ب
٤ المربّع متناظر حول نقطة ملتقى قطرَيه .	أ	ب
٥ صورة النقطة أ (٢ ، ٣) بالانعكاس في نقطة الأصل يكافئ إزاحة النقطة أ حسب القاعدة (س - ٤ ، ص - ٦) .	أ	ب
٦ في الشكل المجاوِر ، الشكل متناظر حول نقطة تلاقي قطرَيه . 	أ	ب

في البنود (٧-١٧) لكلّ بند أربعة اختيارات ، واحد فقط منها صحيح ، ظلِّل الإجابة الصحيحة .

٧ سعر لعبة كمبيوتر ٤ دنانير . إذا كانت خدمة التوصيل ٦ ٪ ، فإنّ ثمن التكلفة الكلّية بالدينار يساوي :

أ) ٤ × ٠,٠٦ ب) ٤ + ٠,٠٦
ج) ٤ + ٠,٢٤ د) ٤ × ٠,٢٤

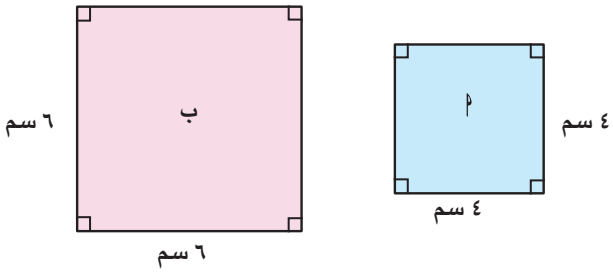
٨ إذا كان $\frac{\text{س}}{٩٠} = \frac{٧٥}{١٥٠}$ ، فإنّ س =

أ) ٤٥ ب) ٤,٥
ج) ٠,٤٥ د) ١٨٠

٩ عدد ما ٣٠ ٪ منه هو ٤٥ ، فإنّ العدد هو :

أ) ١٥ ب) ٧٥
ج) ١٥٠ د) ٢٥٠

١٠ النسبة المئوية للزيادة في مساحة الشكل (ب) عن مساحة الشكل (أ) هي :



أ) ٨٠ ٪ ب) ١٢٥ ٪
ج) ٥٠ ٪ د) ٥٥,٥ ٪

١١ إذا كانت قيمة التذكرة العادية لحضور أمسية شعرية هي ٧ دنانير ، ويُمنح المتعلّمون تخفيضًا قدره ٢٥٪ من ثمن التذكرة ، فإنّ ثمن التذكرة بعد التخفيض :

أ) ٨,٧٥ دنانير ب) ٧ دنانير
ج) ٥,٢٥٠ دنانير د) ١,٧٥٠ دينار

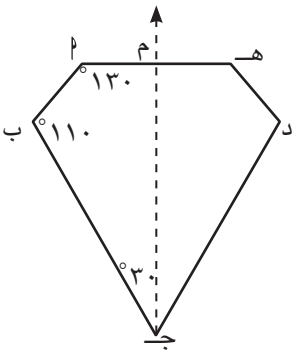
١٢ أجاب أحمد عن ٦٠٪ من أسئلة امتحان إجابة صحيحة وأخطأ في عشرة أسئلة فقط ، فكم كان عدد أسئلة الامتحان ؟

أ ١٥ ب ٢٠
ج ٢٥ د ٣٠

١٣ يقطع متسابق ١٥٪ من مسافة السباق في ٣ دقائق ، فكم سيلزمه ليقطع مسافة السباق ؟

أ ١٥ دقيقة ب ١٨ دقيقة
ج ٢٠ دقيقة د ٣٠ دقيقة

١٤ إذا كان م محور تناظر للشكل المرسوم ،
فإنّ قياس (ب $\hat{جـ}$ د) = ...



أ ٣٠° ب ٥٠°
ج ٦٠° د ٧٠°

١٥ صورة النقطة ع (-٢ ، -٤) بالانعكاس في نقطة الأصل (و) هي :

أ (٢ ، -٤) ب (-٢ ، ٤)
ج (٢ ، ٤) د (٤ ، ٢)

١٦ صورة النقطة هـ (-٤ ، -١) باستخدام قاعدة الإزاحة
(س ، ص) ⟵ (س + ٥ ، ص - ٤) هي :

أ هـَ (١ ، ٣) ب هـَ (١ ، -٥)
ج هـَ (٩ ، -٥) د هـَ (٩ ، ٥)

١٧ إذا كانت مَ (-٥ ، ٩) هي صورة النقطة م (٢ ، ٥) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي ،
فإنّ قاعدة هذه الإزاحة هي :

أ (س ، ص) ⟵ (س + ٧ ، ص - ٤)
ب (س ، ص) ⟵ (س - ٧ ، ص + ٤)
ج (س ، ص) ⟵ (س + ٤ ، ص + ٧)
د (س ، ص) ⟵ (س - ٤ ، ص - ٧)