حل مذكرة القصير

الرياضيات

الصف العاشر

الفصل الدراسي الأول

"لا تبحث عن الحل الأسرع ... بل عن الفهم الذي لا يُنسى"

للحصول على المذكرة المحلولة اشترك في قناتي اليوتيوب والتيليجرام وسيصلك كل ما هو جديد

YouTube
اضغط هنا
للاشتراك في قناة اليوتيوب

اضغط هنا
للانضمام لجروب التيليجرام

1-2 حل معادلة القيمة المطلقة

معادلات القيمة المطلقة

مفهوم أساسي « حل معادلات القيمة المطلقة »

لحل المعادلة $|ax+b|=c$ حيث $c\geq 0$

نحل المعادلتين المرتبطتين بها وهما : $ax+b=-c$ أو $ax+b=c$

حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=c \ , c\geq 0$

تعلمنا فيما سبق أن حل معادلة القيمة المطلقة :

1 $\|x\|=A$	2 $\|x\|=0$	3 $\|x\|=A$
إذا كان $A>0$ ، فإن للمعادلة حلان هما: $x=A \quad or \quad x=-A$ $S=\{-A \ , A\}$	إذا كان $A=0$ ، فإن للمعادلة حل وحيد وهو: $x=0$ $S=\{0\}$	إذا كان $A<0$ ، فإن للمعادلة ليس لها حل: $S=\emptyset$

خواص القيمة المطلقة

لكل $a, b\in R$ فإن :

1. $|a|\geq 0$
2. $|a+b|\leq|a|+|b|$
3. $|a\,.b|=|a|.|b|$
4. $|x-a|=|a-x|$
5. $\frac{|a|}{|b|}=|\frac{a}{b}| \quad , b\neq 0$
6. $|x|=|-x|$
7. $|a|^2=a^2$
8. $\sqrt{x^2}=|x|$ لأي عدد حقيقي x يكون

أولاً : حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=|cx+d|$

مثال (1) أوجد مجموعة حل المعادلة: $|x-2|=|2x-1|$

*** الحل الأول (باستخدام خواص القيمة المطلقة)**

نعلم أن $|a|=|b| \Leftrightarrow a=\pm b$

∴ أي أن أحد المقدارين = ± المقدار الآخر

$\because |x-2|=|2x-1|$

$\therefore x-2=+(2x-1) \quad or \quad x-2=-(2x-1)$

$x-2=2x-1 \qquad x-2=-2x+1$

$x-2x=2-1 \qquad x+2x=2+1$

$-x=1 \qquad 3x=3$

$x=-1 \qquad x=1$

$\therefore S.S.=\{-1 \ , 1\}$

مثال (1) أوجد مجموعة حل المعادلة: $|x-2| = |2x-1|$

* الحل الآخر (بتربيع الطرفين)

بتربيع الطرفين $\because |x-2|=|2x-1|$

بفك التربيع $\therefore (|x-2|)^2=(|2x-1|)^2$

جعل المعادلة صفرية $x^2-4x+4=4x^2-4x+1$

بجمع الحدود المتشابهة $4x^2-4x+1-x^2+4x-4=0$

نحلل $3x^2-3=0$

$3(x^2-1)=0$

بقسمة الطرفين على 3 $3(x-1)(x+1)=0$

خواص الضرب في الأعداد الحقيقية $x-1=0 \quad or \quad x+1=0$

$x=1 \qquad x=-1$

$\therefore S.S.=\{-1\ ,1\ \}$

تحقق من فهمك (1)

أوجد مجموعة حل المعادلة : $|x-1|=|x+2|$

نعلم أن $|a|=|b| \Leftrightarrow a=\pm b$

∴ أي أن أحد المقدارين = ± المقدار الآخر

$x-1=-(x+2) \quad or \quad \therefore x-1=+(x+2)$

$x-1=-x-2 \qquad x-1=x+2$

$x+x=-2+1 \qquad x-x=2+1$

$2x=-1 \qquad 0=3$

$x=\frac{-1}{2}$ عبارة خاطئة لا يوجد حل

$\therefore S.S.=\{\frac{-1}{2}\}$

مثال (2) أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي:

ⓐ $|x+4|=|x-3|$ ⓑ $|2y+1|=|3y+4|$

الحل:

ⓐ $|x+4|=|x-3|$

باستخدام خواص القيمة المطلقة

نعلم أن $|a|=|b| \Leftrightarrow a=\pm b$

$\because |x+4|=|x-3|$

$\therefore x+4=x-3 \quad or \quad x+4=-(x-3)$

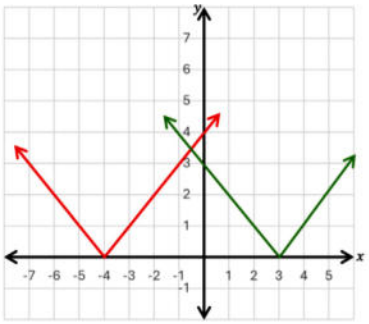
$x-x=-4-3$ | $x+4=-x+3$

$0x=-7$ | $x+x=-4+3$

عبارة خاطئة | $2x=-1$

لا يوجد حل | $x=\frac{-1}{2}$

$\therefore S.S.=\{\frac{-1}{2}\}$



ⓐ $|2y+1|=|3y+4|$

بتربيع الطرفين

$\because (|2y+1|)^2=(|3y+4|)^2$

$4y^2+4y+1=9y^2+24y+16$

$9y^2+24y+16-4y^2-4y-1=0$

$5y^2+20y+15=0$

$5(y^2+4y+3)=0$

$5(y+1)(y+3)=0 \qquad (\div 5)$

$5\neq 0 \quad or \quad y+1=0 \quad or \quad y+3=0$

$y=-1 \qquad y=-3$

$\therefore S.S.=\{-1\ ,-3\}$

تحقق من فهمك (2)

أوجد مجموعة حل كلّ معادلة من المعادلات التالية:

a $|y-4|=|2y-5|$

$y-4=2y-5$ or $y-4=-(2y-5)$

$y-2y=-5+4$ $\quad$ $y-4=-2y+5$

$-y=-1$ $\quad$ $y+2y=5+4$

$y=1$ $\quad$ $3y=9$

$y=3$

$\therefore S.S.=\{1,3\}$

b $|2x-3|=|x+1|$

$2x-3=x+1$ or $2x-3=-(x+1)$

$2x-x=1+3$ $\quad$ $2x-3=-x-1$

$x=4$ $\quad$ $2x+x=-1+3$

$3x=2$

$x=\frac{2}{3}$

$\therefore S.S.=\{4,\frac{2}{3}\}$

c $|3y+1|=|y-2|$

$3y+1=y-2$ or $3y+1=-(y-2)$

$3y-y=-2-1$ $\quad$ $3y+1=-y+2$

$2y=-3$ $\quad$ $3y+y=2-1$

$y=-\frac{3}{2}$ $\quad$ $4y=1$

$y=\frac{1}{4}$

$\therefore S.S.=\{-\frac{3}{2},\frac{1}{4}\}$

d $|x-4|=|2x-5|$

$x-4=2x-5$ or $x-4=-(2x-5)$

$x-2x=-5+4$ $\quad$ $x-4=-2x+5$

$-x=-1$ $\quad$ $x+2x=5+4$

$x=1$ $\quad$ $3x=9$

$x=3$

$\therefore S.S.=\{1,3\}$

ثانيًا: حل المعادلة على الصورة $|ax+b|=cx+d$

مثال (3) أوجد مجموعة حل المعادلة: $|x-3|=3x-1$

الحل:

∵ القيمة المطلقة دائما غير سالبة

∴ يجب أن يكون $3x-1\geq 0$ وهذا ما نسميه شرط الحل

$3x\geq 1$

$x\geq \frac{1}{3}$ $\quad\therefore x\in[\frac{1}{3},\infty)$

∴ نقبل كل قيم x التي أكبر من أو تساوي $\frac{1}{3}$

أي أن مجموعة التعويض هي $[\frac{1}{3},\infty)$ ويكون :

$x-3=-(3x-1)$	or	$x-3=+(3x-1)$
$x-3=-3x+1$		$x-3=3x-1$
$x+3x=3+1$		$x-3x=3-1$
$4x=4$		$-2x=2$
$x=1$		$x=-1$
$1\in[\frac{1}{3},\infty)$		$-1\notin[\frac{1}{3},\infty)$
$\therefore x=1$ حلاً للمعادلة		$\therefore x=-1$ ليس حلاً للمعادلة

$\therefore S.S.=\{\ 1\ \}$

تحقق من فهمك (3)

أوجد مجموعة حل كلّ معادلة من المعادلات التالية:

a $|2x-1|=x+2$

شرط الحل:

$x+2\geq 0$

$x\geq -2$

$\therefore x\in[-2,\infty)$

$2x-1=-x-2$	or	$2x-1=x+2$
$2x+x=-2+1$		$2x-x=1+2$
$3x=-1$		$x=3\in[-2,\infty)$
$x=-\frac{1}{3}\in[-2,\infty)$		

$\therefore S.S.=\{3,-\frac{1}{3}\}$

b $|2x+5|=x+5$

شرط الحل:

$x+5\geq 0$

$x\geq -5$

$\therefore x\in[-5,\infty)$

$2x+5=-x-5$	or	$2x+5=x+5$
$2x+x=-5-5$		$2x-x=5-5$
$3x=-10$		$x=0\in[-5,\infty)$
$x=-\frac{10}{3}\in[-2,\infty)$		

$\therefore S.S.=\{0,-\frac{10}{3}\}$

مثال (4) أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

ⓐ $|4x+2|=1-2x$ ⓑ $|x+4|+2x+3=0$

الحل:

ⓐ $|4x+2|=1-2x$

$|4x+2|=1-2x$

∴ نوجد شرط الحل:

$1-2x\geq 0$

$-2x\geq -1$

$x\leq \frac{-1}{-2}$

$x\leq \frac{1}{2}$ $\quad\therefore\ x\in(-\infty\ ,\ \frac{1}{2}\ ]$

$4x+2=1-2x$

$4x+2x=1-2$

$6x=-1$

$\therefore\ x=\frac{-1}{6}$

$x=\frac{-1}{6}\ ,\ \frac{-1}{6}\in\left(-\infty\ ,\ \frac{1}{2}\ \right]$

or

$4x+2=-1+2x$

$4x-2x=-1-2$

$2x=-3$

$\therefore\ x=\frac{-3}{2}$

$x=\frac{-3}{2}\ ,\ \frac{-3}{2}\in\left(-\infty\ ,\ \frac{1}{2}\ \right]$

$\therefore\ S.S.=\left\{\ \frac{-1}{6}\ ,\ \frac{-3}{2}\ \right\}$

ⓑ $|x+4|\ +\ 2x\ +\ 3\ =\ 0$

$|x+4|=-2x-3$

∴ نوجد شرط الحل:

$-2x-3\geq 0$

$\therefore -2x\geq 3$

$x\leq \frac{-3}{2}$ $\quad\therefore x\in(-\infty\ ,\ \frac{-3}{2}\ ]$

$\therefore x+4=-2x-3$

$x+2x=-4-3$

$3x=-7$

نتحقق من شرط الحل

$x=\frac{-7}{3}\ ,=\frac{-7}{3}\in\left(-\infty,\ \frac{-3}{2}\ \right)$

or

$x+4=2x+3$

$x-2x=-4+3$

$x=1$

نتحقق من شرط الحل

$x=1\quad ,1\notin\left(-\infty,\ \frac{-3}{2}\ \right)$

$\therefore\ S.S.=\left\{\ \frac{-7}{3}\ \right\}$

تحقق من فهمك (4)

- أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $|2\ell-3| = 4\ell-1$

شرط الحل:

$$4\ell-1 \geq 0$$
$$4\ell \geq 1$$
$$\ell \geq \frac{1}{4}$$
$$\therefore \ell \in [\frac{1}{4},\infty)$$

$2\ell-3 = 4\ell-1$ *or* $2\ell-3 = -(4\ell-1)$

$2\ell-4\ell = -1+3$ $\quad$ $2\ell-3 = -4\ell+1$

$-2\ell = 2$ $\quad$ $2\ell+4\ell = 1+3$

$\ell = -1 \notin [\frac{1}{4},\infty)$ $\quad$ $6\ell = 4$

$$\ell = \frac{2}{3} \in [\frac{1}{4},\infty)$$

$$\therefore S.S. = \{\frac{2}{3}\}$$

---

b $|3x-1|+4x-13 = 0$

$$|3x-1| = -4x+13$$

شرط الحل:

$$-4x+13 \geq 0$$
$$-4x \geq -13$$
$$x \leq \frac{13}{4}$$
$$\therefore x \in (-\infty,\frac{13}{4}]$$

$3x-1 = 13-4x$ *or* $3x-1 = -13+4x$

$3x+4x = 13+1$ $\quad$ $3x-4x = -13+1$

$7x = 14$ $\quad$ $-x = -12$

$x = 2 \in (-\infty,\frac{13}{4}]$ $\quad$ $x = 12 \notin (-\infty,\frac{13}{4}]$

$$\therefore S.S = \{2\}$$

البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1-7) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

(1) حل المعادلة $|2x-1|=x+3$ هو

ⓐ $x=1$ ⓑ $x=2$ ⓒ $x=-1$ ⓓ $x=-2/3$

المعادلة تعني إما $2x-1=x+3$ (ومنه $x=4$) أو $2x-1=-(x+3)$ (ومنه $3x=-2$ أي $x=-2/3$)

(إذن لا يوجد حل).

(2) حل المعادلة $|x+2|=x+2$ هو

ⓐ $x=-2$ ⓑ $x\in(-2,\infty)$ ⓒ $x\in[-2,\infty)$ ⓓ $\varnothing$

تتساوى القيمة المطلقة مع ما بداخلها إذا كان المقدار أكبر من أو يساوي الصفر. بالتالي

$x+2\geq 0$ مما يعني أن $x\geq -2$. أو نقدر نقول أن الحل هو مجموعة التعويض أو شرط الحل

(3) حل المعادلة $|x-3|=|x+1|$ هو

ⓐ $x=\pm 1$ ⓑ $x=-1$ ⓒ $x=1$ ⓓ $x=2$

إما أن يكون $x-3=x+1$ (وهذا مستحيل)، أو $x-3=-(x+1)$. بحل المعادلة الثانية نجد

$2x=2$ ومنها $x=1$.

(4) مجموعة حل المعادلة $|x-3|=|3-x|$ هي

ⓐ $\{3\}$ ⓑ $\{-3,3\}$ ⓒ $\mathbb{R}$ ⓓ $\varnothing$

هذه المعادلة تمثل متطابقة رياضية صحيحة دائماً لأن $|a|=|-a|$ لأي عدد حقيقي. لذا فالحل

يشمل جميع الأعداد الحقيقية.

(5) حل المعادلة $|x-4|=|4-x|$ هو

ⓐ $x=-4$ ⓑ $x=4$ ⓒ $\mathbb{R}$ ⓓ لا يوجد حل

هذه متطابقة صحيحة دائماً؛ لأن القيمة المطلقة لأي مقدار تساوي القيمة المطلقة لمعكوسه

الجمعي ($|a|=|-a|$). لذا الحل هو كل الأعداد الحقيقية $\Re$.

(6) حل المعادلة $|2x-3|=|x+3|$ هو

ⓐ $x=0,\ x=6$ ⓑ $x=-5,\ x=0$ ⓒ $x=5,\ x=6$ ⓓ $x=\pm 6$

المعادلة تعني إما $2x-3=x+3$ ومنه $x=6$ ، أو أن يكون $2x-3=-(x+3)$ ومنه $3x=0$ أي

$x=0$.

مجموعة حل المعادلة $|x-2|+x=2$ هي (7)

ⓐ $\varnothing$ ⓑ $(-\infty, 2)$ ⓒ $(-\infty, 2]$ ⓓ $\{2\}$

نعيد ترتيب المعادلة لتصبح $|x-2|=2-x$ أي $|x-2|=-(x-2)$. هذا يتحقق فقط عندما يكون ما بداخل القيمة المطلقة سالباً أو صفراً، أي $x-2 \leq 0$ ومنها $x \leq 2$.

مهارات تفكير عليا

(3) اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كانت مجموعة حل المعادلة $|x-a|=b$ هي $\{5,11\}$ فإن $(a,b)=$

ⓐ $(-8,3)$ ⓑ $(-3,8)$ ⓒ $(8,3)$ ⓓ $(3,8)$

القيمة a تمثل نقطة المنتصف بين الحلين: $(11+5)/2=8$. والقيمة b هي المسافة من المنتصف لأي من الحلين: $11-8=3$. إذن الزوج هو $(8, 3)$.

حل آخر

حلا معادلة القيمة المطلقة هما $x=a-b$ ، $x=a+b$

إذن

$$a-b=5$$
$$a+b=11$$

بجمع المعادلتين نحصل على

$$2a=16$$
$$a=8$$

وبالتعويض $8+b=11$

$$b=3$$

1-3 حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد "جبرياً وبيانياً"

مفاهيم أساسية:

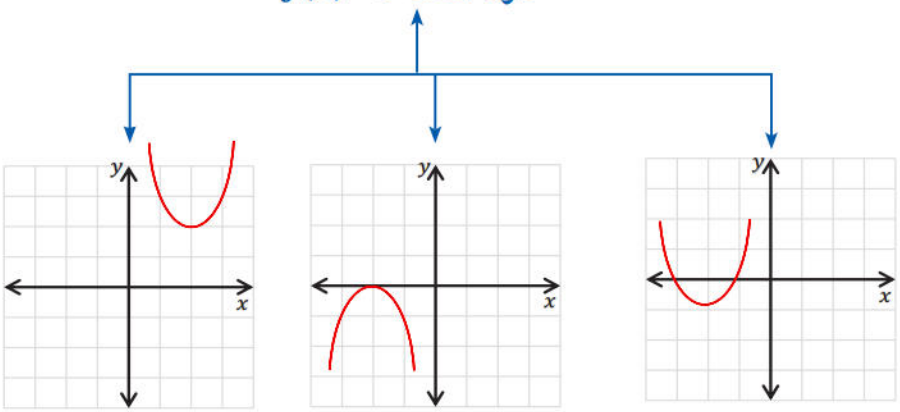
1. الدالة الثابتة : $f(x)=c \quad ,c\in\mathbb{R}$ (دالة من الدرجة الصفرية)
وتمثيلها البياني يكون خط مستقيم أفقي يوازي محور السينات ويقطع محور الصادات عند القيمة c .
2. الدالة الخطية: $a,b\in\mathbb{R} \quad ,a\neq 0 \quad f(x)=ax+b$
(دالة من الدرجة الأولى) وتمثيلها البياني على شكل خط مستقيم.
3. الدالة التربيعية : $a,b,c\in\mathbb{R} \quad ,a\neq 0 \quad f(x)=ax^2+bx+c$ (دالة من الدرجة الثانية) تمثل قطع مكافئ مفتوحًا للأعلى إذا كانت $a>0$ ، ومفتوحًا للأسفل إذا كانت $a<0$

* حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (المعادلة التربيعية) بيانيًّا:

لحل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (المعادلة التربيعية) بيانياً نتبع الخطوات التالية:

1. **ضع المعادلة على الصورة:** $ax^2+bx+c=0$
2. **أفرض أن :** $f(x)=ax^2+bx+c$ **، ثم ارسم منحنى الدالة** f
3. **عين نقاط تقاطع منحنى الدالة** f **مع محور السينات فتكون الاحداثيات السينية لنقاط التقاطع هي:**

حلول المعادلة $f(x)=0$



المنحنى يقطع محور السينات في نقطتين ، يوجد حلان مختلفان للمعادلة في $\mathbb{R}$	المنحنى يقطع محور السينات في نقطة واحد، يوجد حلان حقيقيان متساويان للمعادلة في $\mathbb{R}$	المنحنى لا يقطع محور السينات، لا يوجد حل للمعادلة في $\mathbb{R}$
عدد الحلول = 2	عدد الحلول = 1 مكرر	عدد الحلول = 0

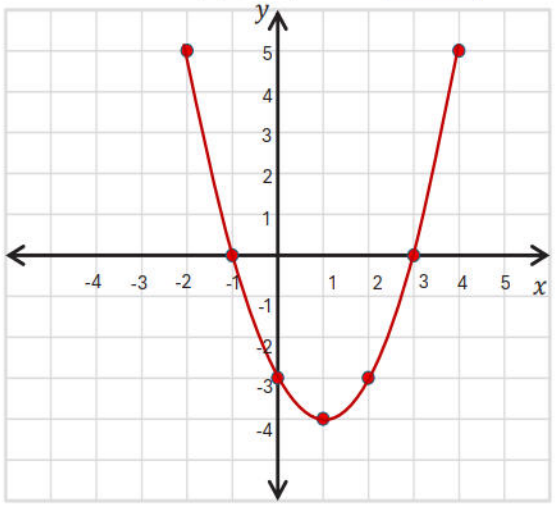
مثال (1) أوجد بيانيًّا مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$ مستعينًا بالفترة الموضحة:

ⓐ $x^2-2x-3=0$, $[-2,4]$

نفرض أن $f(x)=x^2-2x-3$

نكون جدول القيم

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	5	0	-3	-4	-3	0	5



من الرسم :

نلاحظ أن الإحداثيات السينية

لنقاط تقاطع المنحنى مع

محور السينات هي $x=-1$

$x=3$, وبالتالي:

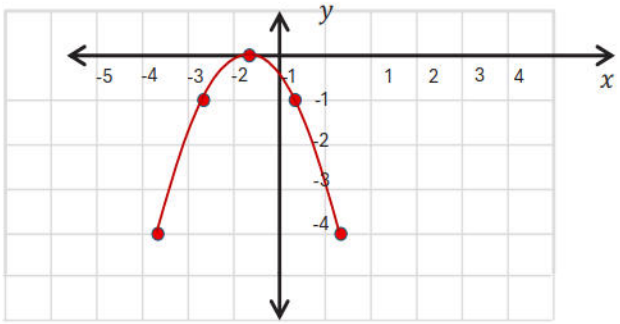
فإن مجموعة الحل هي $S.S.=\{-1,3\}$

ⓑ $-x^2-4x-4=0$, $[-4,0]$

نفرض أن $f(x)=-x^2-4x-4$

نكون جدول القيم

x	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$	-4	-1	0	-1	-4



من الرسم :

نلاحظ أن الإحداثيات السينية

لنقاط تقاطع المنحنى مع

محور السينات هي $x=-2$ وبالتالي:

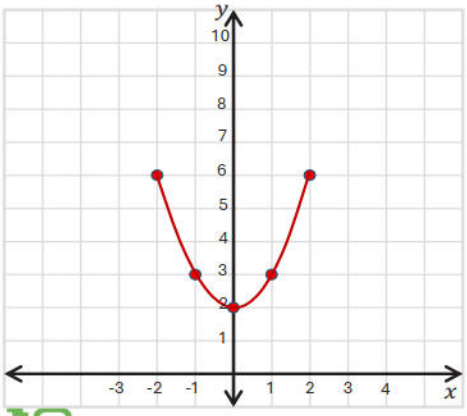
فإن مجموعة الحل هي $S.S.=\{-2\}$

ⓒ $x^2+2=0$, $[-2,2]$

نفرض أن $f(x)=x^2+2$

نكون جدول

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	6	3	2	3	6



من الرسم :

نلاحظ أن المنحنى لا يقطع

محور السينات نهائيًّا وبالتالي:

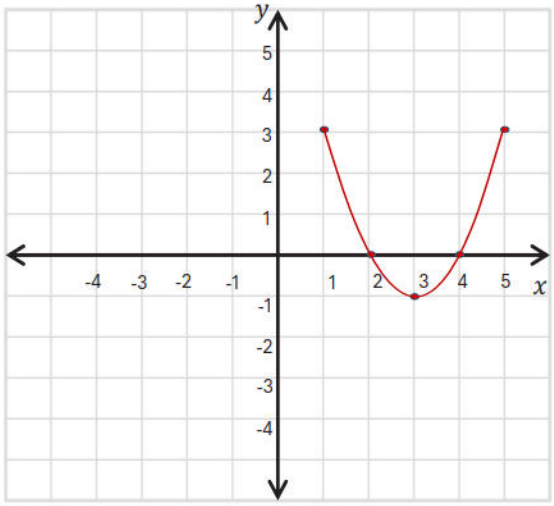
فإن مجموعة حل المعادلة هي

$S.S.=\varnothing$

تحقق من فهمك (1)

أوجد بيانيًّا مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$ مستعينًا بالفترة الموضحة :

a $x^2-6x+8=0$,$[1,5]$



نفرض أن $f(x)=x^2-6x+8$

نكون جدول القيم

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	3	0	-1	0	3

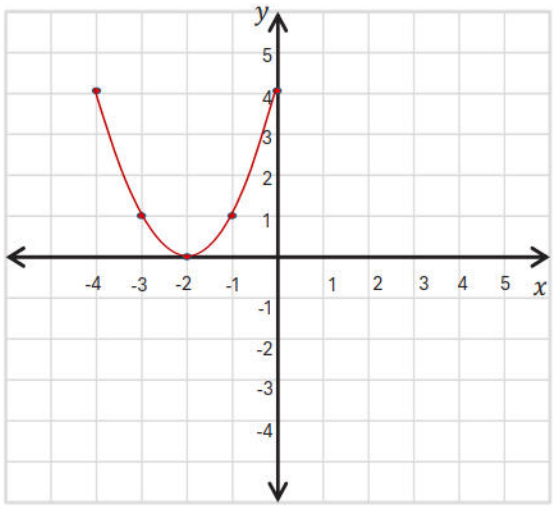
من الرسم :

نلاحظ أن الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات هي $x=2, x=4$, وبالتالي:

فإن مجموعة الحل هي $S.S.=\{2,4\}$

---

b $x^2+4x+4=0$,$[-4,0]$



نفرض أن $f(x)=x^2+4x+4$

نكون جدول القيم

x	−4	−3	−2	−1	0
$f(x)$	4	1	0	1	4

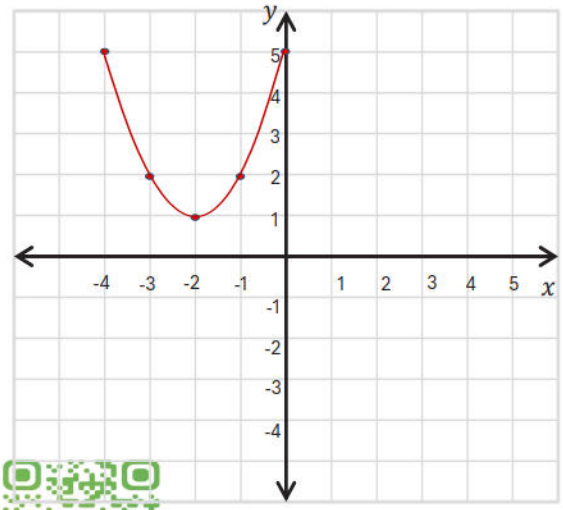
من الرسم :

نلاحظ أن الإحداثيات السينية لنقاط تقاطع المنحنى مع محور السينات هي $x=-2$, وبالتالي:

فإن مجموعة الحل هي $S.S.=\{-2\}$

---

c $x^2+4x+5=0$,$[-4,0]$



نفرض أن $f(x)=x^2+4x+5$

نكون جدول القيم

x	−4	−3	−2	−1	0
$f(x)$	5	2	1	2	5

من الرسم :

نلاحظ أن المنحنى لا يقطع محور السينات نهائيًّا وبالتالي:

فإن مجموعة حل المعادلة هي $S.S.=\varnothing$

القانون العام لحل المعادلات التربيعية في متغير واحد وهو:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\quad,\quad b^2-4ac\geq 0\quad,\quad a,b,c\in\mathbb{R}\quad,\quad a\neq 0$$

يُسمى المقدار b^2-4ac مميّز المعادلة التربيعية ، ويرمز له بالرمز Δ ويقرأ (دلتا) ، والمميّز هو الذي يميّز نوع الجذرين ويحدد عدد الحلول الحقيقية للمعادلة بدون حلها ، أي أن

$$\Delta=b^2-4ac$$

- $\Delta>0$ فإن للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان — عدد الحلول = 2
- $\Delta=0$ فإن للمعادلة جذران حقيقيان متساويان — عدد الحلول = 1 (مكرر)
- $\Delta<0$ فإنه لا يوجد للمعادلة جذور حقيقية — عدد الحلول = 0

مثال (2)

حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة من المعادلات التالية بدون حل المعادلة:

(a) $4x^2-4x-3=0$ (b) $2x^2-4x+2=0$ (c) $x^2+2x+3=0$

الحل:

(c) $x^2+2x+3=0$

نوجد a,b,c: $a=1$, $b=2$, $c=3$

المميز $\Delta=b^2-4ac=(2)^2-4(1)(3)=-8$

$\therefore\Delta<0$

$\therefore$ عدد الحلول = 0

(b) $2x^2-4x+2=0$

نوجد a,b,c: $a=2$, $b=-4$, $c=2$

المميز $\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4(2)(2)=0$

$\therefore\Delta=0$

$\therefore$ عدد الحلول = 1 (مكرر)

(a) $4x^2-4x-3=0$

نوجد a,b,c: $a=4$, $b=-4$, $c=-3$

المميز $\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4(4)(-3)=64$

$\therefore\Delta>0$

$\therefore$ عدد الحلول = 2

تحقق من فهمك (2)

حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة من المعادلات التالية بدون حل المعادلة:

(c) $3x^2-2x+2=0$

$a=3, b=-2, c=2$

$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4(3)(2)=-20<0$

$\therefore$ عدد الحلول = 0

(b) $x^2-10x+25=0$

$a=1, b=-10, c=25$

$\Delta=b^2-4ac=(-10)^2-4(1)(25)=0$

$\therefore$ عدد الحلول = 1 (مكرر)

(a) $2x^2-7x-4=0$

$a=2, b=-7, c=-4$

$\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4(2)(-4)=81>0$

$\therefore$ عدد الحلول = 2

(d) $x^2=15$

$x^2-15=0$

$a=1, b=0, c=-15$

$\Delta=b^2-4ac$

$=(0)^2-4(1)(-15)=60>0$

∴ عدد الحلول = 2

(e) $x^2-x=0$

a = 1 , b = -1 , c = 0

Δ = b² - 4ac

=(-1)² - 4(1)(0) = 1 > 0

∴ عدد الحلول = 2

(f) $2x^2-8x+8=0$

a = 2 , b = -8 , c = 8

Δ = b² - 4ac

=(-8)² - 4(2)(8)

= 64 - 64 = 0

∴ عدد الحلول = 1 (مكرر)

مثال (3) أوجد مجموعة حل المعادلات التالية باستخدام القانون :

(a) $x^2-x-5=0$ (b) $x^2-8=0$

(c) $x^2=x+1$ (d) $x^2-6x+9=0$

الحل:

(a) $x^2-x-5=0$

$a=1, b=-1, c=-5$ — 1 . نوجد قيم a, b, c

$\therefore \Delta=b^2-4ac$ — 2 . نوجد المميز Δ

$=(-1)^2-4(1)(-5)=21$

$\therefore \Delta>0$ — 3 . نحدد نوع الجذرين

∴ للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما:

4 . نوجد الجذرين باستخدام القانون $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{21}}{(2)(1)}$

$x=\frac{1+\sqrt{21}}{2}$ or $x=\frac{1-\sqrt{21}}{2}$

$\therefore$ S.S. $=\left\{\frac{1+\sqrt{21}}{2}, \frac{1-\sqrt{21}}{2}\right\}$

(b) $x^2-8=0$

$\because x^2-8=0$

$a=1, b=0, c=-8$ — 1 . نوجد قيم a, b, c

$\therefore \Delta=b^2-4ac$ — 2 . نوجد المميز Δ

$=(0)^2-4(1)(-8)=32$ — 3 . نحدد نوع الجذرين

$\therefore \Delta>0$ ∴ للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما :

4 . نوجد الجذرين باستخدام القانون $x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x=\frac{-(0)\pm\sqrt{32}}{(2)(1)}$

$x=\frac{\sqrt{32}}{2}=2\sqrt{2}$ or $x=\frac{-\sqrt{32}}{2}=-2\sqrt{2}$

$\therefore$ S.S. $=\{2\sqrt{2}, -2\sqrt{2}\}$

HOSSAMBAYOUMI199

ⓒ $x^2=x+1$

1 . نضع المعادلة في الصورة العامة فتصبح
$x^2-x-1=0$

2 . نوجد قيم a,b,c
$a=1\ ,b=-1\ ,c=-1$

3 . نوجد المميز Δ
$\therefore \Delta=b^2-4ac$
$=(-1)^2-4(1)(-1)=5$

4 . نحدد نوع الجذرين
$\therefore \Delta>0$
∴ للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما :

5 . نوجد الجذرين باستخدام القانون
$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{5}}{(2)(1)}$

$x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ or $x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

$\therefore S.S.=\left\{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\ ,\ \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right\}$

ⓓ $x^2-6x+9=0$

1 . نوجد قيم a,b,c
$a=1\ ,b=-6\ ,c=9$

2 . نوجد المميز Δ
$\therefore \Delta=b^2-4ac$
$=(-6)^2-4(1)(9)=0$

3 . نحدد نوع الجذرين
$\therefore \Delta=0$
∴ للمعادلة حلان حقيقيان متساويان هما :

4 . نوجد الجذرين باستخدام القانون
$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{0}}{(2)(1)} \Longrightarrow x=\dfrac{6}{2}=3$

$\therefore S.S.=\{3\}$

تحقق من فهمك (3)

أوجد مجموعة حل المعادلات التالية باستخدام القانون :

ⓐ $x^2-4x+2=0$

1 . نوجد قيم a,b,c
$a=1\ ,b=-4\ ,c=2$

2 . نوجد المميز Δ
$\therefore \Delta=b^2-4ac$
$=(-4)^2-4(1)(2)=8$

3 . نحدد نوع الجذرين
$\therefore \Delta>0$

4 . نحدد نوع الجذرين
∴ للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما :
$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

5 . نوجد الجذرين باستخدام القانون
$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{8}}{(2)(1)}$

$x=\dfrac{4+2\sqrt{2}}{2}$ or $x=\dfrac{4-2\sqrt{2}}{2}$

$\therefore S.S.=\left\{2+\sqrt{2}\ ,\ 2-\sqrt{2}\right\}$

ⓑ $4x^2-5x+1=0$

1 . نوجد قيم a,b,c
$a=4\ ,b=-5\ ,c=1$

2 . نوجد المميز Δ
$\therefore \Delta=b^2-4ac$
$=(-5)^2-4(4)(1)=9$

3 . نحدد نوع الجذرين
$\therefore \Delta>0$

4 . نحدد نوع الجذرين
∴ للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما :
$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

5 . نوجد الجذرين باستخدام القانون
$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{9}}{(2)(4)}$

$x=\dfrac{5+3}{8}$ or $x=\dfrac{5-3}{8}$

$\therefore S.S.=\left\{1\ ,\ \dfrac{1}{4}\right\}$

(d) $x^2-6x+8=0$

1 . نوجد قيم a,b,c : $a=1\ ,b=-6\ ,c=8$

2 . نوجد المميز Δ : $\therefore \Delta=b^2-4ac$

3 . نحدد نوع الجذرين : $=(-6)^2-4(1)(8)=4$

4 . نحدد نوع الجذرين : $\therefore \Delta>0$

$\therefore$ للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما :

5 . نوجد الجذرين باستخدام القانون $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{4}}{(2)(1)}$$

$$x=\frac{6+2}{2} \quad or \quad x=\frac{6-2}{2}$$

$$\therefore S.S.=\{4\ ,\ 2\}$$

(c) $x^2-2x+1=0$

1 . نوجد قيم a,b,c : $a=1\ ,b=-2\ ,c=1$

2 . نوجد المميز Δ : $\therefore \Delta=b^2-4ac$

3 . نحدد نوع الجذرين : $=(-2)^2-4(1)(1)=0$

$\therefore$ للمعادلة حلان حقيقيان متساويان هما : $\therefore \Delta=0$

4 . نوجد الجذرين باستخدام القانون $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{0}}{(2)(1)} \Longrightarrow x=\frac{2}{2}=1$$

$$\therefore S.S.=\{1\}$$

مثال (4) حل المعادلة التالية باستخدام القانون : $x^2-3x=0$

الحل:

1 . الصورة العامة للمعادلة : $x^2-3x=0$

2 . نوجد قيم a,b,c : $a=1\ ,b=-3\ ,c=0$

3 . نوجد المميز Δ : $\therefore \Delta=b^2-4ac$

4 . نحدد نوع الجذرين : $=(-3)^2-4(1)(0)=9$

$\therefore$ للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما : $\therefore \Delta>0$

5 . نوجد الجذرين باستخدام القانون $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$\therefore$ حل المعادلة:

$$x=\frac{3+\sqrt{9}}{2} \quad or \quad x=\frac{3-\sqrt{9}}{2}$$

$$x=3 \quad or \quad x=0$$

تحقق من فهمك (4)

حل المعادلتين التاليتين باستخدام القانون .

(a) $x^2+7x+10=0$

$a=1, b=7, c=10$

$\Delta=b^2-4ac$

$=(7)^2-4(1)(10)=9>0$

للمعادلة حلان "جذران" حقيقيان مختلفان

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(7)\pm\sqrt{9}}{2(1)}$$

$x=-2 \quad or \quad x=-5$

$\therefore S.S=\{-2,-5\}$

(b) $2x^2-5x-52=0$

$a=2, b=-5, c=-52$

$\Delta=b^2-4ac$

$=(-5)^2-4(2)(-52)=441>0$

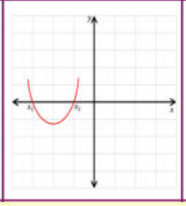
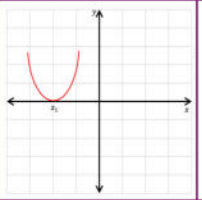
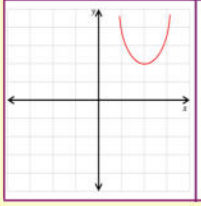
للمعادلة حلان "جذران" حقيقيان مختلفان

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-5)\pm\sqrt{441}}{2(2)}$$

$$x=\frac{13}{2} \quad or \quad x=-4$$

$$\therefore S.S=\left\{\frac{13}{2},-4\right\}$$

تعميم:
للدالة التربيعية $ax^2+bx+c=0$ حيث $a,b,c\in\mathbb{R}$ $a\neq 0$

المميز	$b^2-4ac>0$ موجب	$b^2-4ac=0$ صفر	$b^2-4ac<0$ سالب
عدد الحلول	حلان حقيقيان مختلفان	حلان حقيقيان متساويان	لا يوجد حلول حقيقية
التمثيل البياني			

مثال (5) عددان فرديان متتاليان مجموع مربعيهما 34 فما العددان؟

الحل: نفرض أن العدد الفردي الأول $=x$

$\therefore$ العدد الفردي الثاني $=x+2$

$\because$ مجموع مربعي العددين $=34$

$$(x)^2+(x+2)^2=34$$
$$x^2+x^2+4x+4-34=0$$
$$2x^2+4x-30=0$$
$$2(x^2+2x-15)=0$$

بالتحليل $\therefore\ x^2+2x-15=0$, $2\neq 0$

$$(x-3)(x+5)=0$$

$x-3=0$ or $x+5=0$

$\therefore\ x=3$ or $x=-5$

العدد الفردي الأول 3 — العدد الفردي الأول -5

العدد الفردي الثاني 5 — العدد الفردي الثاني -3

$\therefore$ العددان الفرديان هما 3, 5 أو -5 و -3

تحقق من فهمك (5)

(a) أوجد عددين زوجيين متتاليين مجموع مربعيهما 100

ليكن العدد الزوجي الأول x بالتالي العدد الزوجي الثاني $x+2$

$$x^2+(x+2)^2=100$$
$$x^2+x^2+4x+4=100$$
$$2x^2+4x-96=0$$
$$a=2, b=4, c=-96$$
$$\Delta=b^2-4ac=(4)^2-4(2)(-96)=784>0$$

للمعادلة حلان "جذران" حقيقيان مختلفان

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(4)\pm\sqrt{784}}{2(2)}$$
$$x=-8\ ,\ x=6$$

العدد الزوجي الأول 6
العدد الزوجي الثاني 8
أو
العدد الزوجي الأول -8
العدد الزوجي الثاني -6

تحقق من فهمك (5)

(b) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار $3cm$ ومساحته $40cm^2$

ليكن عرض المستطيل x سم، بالتالي طوله $x+3$ سم.

المساحة = الطول × العرض = $40cm^2$

$$x(x+3)=40$$
$$x^2+3x-40=0$$
$$a=1, b=3, c=-40$$
$$\Delta=b^2-4ac=(3)^2-4(1)(-40)=169>0$$

للمعادلة حلان "جذران" حقيقيان مختلفان

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(3)\pm\sqrt{169}}{2(1)}$$
$$x=-8 \ (\text{مرفوض}) \ ، \ x=5$$

∴ عرض المستطيل = 5 سم
وطوله 5 + 3 = 8 سم

البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1–3) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة :

(1) جذرا المعادلة $x^2-5x+6=0$ هما جذران حقيقيان متساويان (a) (b)

نحسب المميز: $\Delta = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1$. بما أن المميز أكبر من صفر، فالمعادلة لها جذران حقيقيان مختلفان، وليس متساويين. (أو باستخدام الآلة الحاسبة) العبارة خاطئة

(2) المعادلة $x^2-4x+4=0$ لها جذران حقيقيان متساويان (a) (b)

نحسب المميز: $\Delta = (-4)^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = 0$. بما أن المميز صفر، فالمعادلة لها جذر حقيقي واحد مكرر (متساويان). (أو باستخدام الآلة الحاسبة) العبارة صحيحة

(3) جذرا المعادلة $x^2+9=0$ هما 3 ، 3− (a) (b)

المعادلة $x^2 + 9 = 0$ تعني $x^2 = -9$ ، وهذه المعادلة ليس لها حلول في مجموعة الأعداد الحقيقية.

الجذور 3 و 3- هي للمعادلة $x^2 - 9 = 0$. (أو باستخدام الآلة الحاسبة) العبارة خاطئة

■ في البنود من (1–7) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) المعادلة $x^2-6x+9=0$

(b) لها جذران حقيقيان متساويان (a) لها جذران حقيقيان مختلفان

(d) ليس أيًّا مما سبق (c) ليس لها جذور حقيقية

نحسب المميز: $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(1)(9) = 36 - 36 = 0$. بما أن المميز صفر، فالمعادلة لها جذر حقيقي واحد مكرر (متساويان). (أو باستخدام الآلة الحاسبة)

(2) المعادلة $x^2+4x+5=0$

(b) لها جذران حقيقيان متساويان (a) لها جذران حقيقيان مختلفان

(d) ليس أيًّا مما سبق (c) ليس لها جذور حقيقية

حساب المميز: $\Delta = 4^2 - 4(1)(5) = 16 - 20 = -4$. المميز سالب، لذا لا توجد للمعادلة أي جذور حقيقية. (أو باستخدام الآلة الحاسبة)

(3) جذرا المعادلة $x^2-3x-4=0$ هما:

(d) 1,3− (c) 2,2− (b) 1,4 (a) 1,4−

بتحليل المعادلة إلى العوامل نحصل على $(x-4)(x+1)=0$ ، وبالتالي الجذور هي $x=4$ أو $x=-1$. (أو باستخدام الآلة الحاسبة)

(4) حل المعادلة $x^2=9$ هو:

(a) 3 (b) -3 (c) ± 3 (d) لا يوجد حل

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين ينتج قيمتان، واحدة موجبة والأخرى سالبة: $x = \pm 3$.

(أو باستخدام الآلة الحاسبة)

(5) جذرا المعادلة $2x^2-7x+3=0$ هما:

(a) $\frac{1}{2}$,3 (b) 1,3 (c) 2, 3 (d) 1, $\frac{3}{2}$

بتحليل المقدار $(2x-1)(x-3)=0$ ، نحصل على الجذور $x=3$ و $x=1/2$.

(أو باستخدام الآلة الحاسبة)

(6) حل المعادلة $x^2-25=0$ هو:

(a) 5 (b) -5 (c) ± 5 (d) لا يوجد حل

بنقل الحد المطلق للطرف الآخر $x^2=25$ ، وبأخذ الجذر التربيعي نحصل على $x=\pm 5$.

(أو باستخدام الآلة الحاسبة)

(7) المعادلة التي مجموع جذريها يساوي 5 فيما يلي:

(a) $(x+1)(x+4)=0$ (b) $x(x-5)=0$

(c) $(x-1)(x+6)=0$ (d) $(x-5)(x+1)=0$

جذرا المعادلة في الخيار (b) هما 0 و 5 ، ومجموعهما $5=5+0$. الخيارات الأخرى تعطي مجاميع مختلفة.

مهارات تفكير عليا

■ اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة:

(1) إذا كانت المعادلة $x^2-6x-k=0$ لها جذران حقيقيان متساويان فإن قيمة k هي 3

(a) (b)

لكي يكون الجذران متساويين يجب أن يكون المميز صفراً:

$(-6)^2 - 4(1)(-k) = 0 \rightarrow 36 + 4k = 0 \rightarrow k = -9$ وليس 3. العبارة خاطئة

HOSSAMBAYOUMI199

■ في البنود من (1 – 5) اختر الإجابة الصحيحة:

(2) إذا كانت المعادلة $x^2-kx+4=0$ ليس لها جذور حقيقية فإن k تحقق:

(a) $k^2>16$ (b) $k^2=16$ (c) $k^2<16$ (d) $k>16$

لكي لا يكون للمعادلة جذور حقيقية، يجب أن يكون المميز سالباً: $\Delta = (-k)^2 - 4(1)(4) < 0$

مما يعني $k^2 - 16 < 0$ أي $k^2 < 16$.

(3) مجموعة حل المعادلة $x^2=2-|x|$ هي:

(a) $\{1,-1\}$ (b) $\{2,-2\}$ (c) $\{1,-2\}$ (d) $\{-1,2\}$

بجعل المعادلة $x^2 + |x| - 2 = 0$ وتحليلها: $(|x|+2)(|x|-1) = 0$، نرفض الحل السالب $|x|=-2$

، ونقبل $|x|=1$ ، ومنه $x = \pm 1$.

(4) مجموعة حل المعادلة $x^2-2|x|=8$ هي:

(a) $\{2,-2\}$ (b) $\{4,-4\}$ (c) $\{2,4\}$ (d) $\varnothing$

بجعل المعادلة $|x|^2 - 2|x| - 8 = 0$ وتحليلها: $(|x|-4)(|x|+2)=0$. نرفض $|x|=-2$ ، ونقبل

$|x|=4$ ومنها $x = \pm 4$. (أو باستخدام الآلة الحاسبة)

(5) إذا كانت $|x|>x$ ، $x^2+2x-3=0$ فإن $2x+4$ تساوي:

(a) -2 (b) 2 (c) 6 (d) 8

بتحليل المعادلة إلى عواملها نحصل على: $(x + 3)(x - 1) = 0$ إذن $x = 1$ أو $x = -3$ حيث $|x| > x$

إذن، القيمة المقبولة التي تحقق الشرط هي $x = -3$ إذن $2x + 4 = 2(-3) + 4 = -6 + 4 = -2$

1-5 حل متباينة من الدرجة الثانية

أولًا: حل المتباينة من الدرجة الثانية باستخدام التحليل

«خواص المتباينات في الأعداد الحقيقية» :

1 . عندما : $a.b\geq 0$ فإن : $a\geq 0\ ,b\geq 0$ or $a\leq 0\ ,b\leq 0$

2 . عندما : $a.b\leq 0$ فإن : $a\leq 0\ ,b\geq 0$ or $a\geq 0\ ,b\leq 0$

مثال (1) حِل كلًا من المتباينات التالية جبريًا ومثل الحل على خط الأعداد :

الحل:

(a) $x^2-2x-8\geq 0$

1 . نضع المتباينة على الصورة $ax^2-bx+c\geq 0$

$x^2-2x-8\geq 0$

2 . نحلل

$(x+2)(x-4)\geq 0$

3 . باستخدام خواص المتباينات

$x+2\leq 0$ و $x-4\leq 0$ **or** $x+2\geq 0$ و $x-4\geq 0$

$x\leq -2$ و $x\leq 4$ | $x\geq -2$ و $x\geq 4$

$\therefore S_1=(-\infty,-2]$

$\therefore S_2=[4,\infty)$

$\therefore S=(-\infty,-2]\cup[4,\infty)$

4. مثل على خط الأعداد

$\therefore S=S_1\cup S_2=(-\infty,-2]\cup[4,\infty)=\mathbb{R}-(-2,4)$

(b) $x^2-2x-8\leq 0$

1 . نضع المتباينة على الصورة $ax^2-bx+c\leq 0$

$x^2-2x-8\leq 0$

2 . نحلل

$(x+2)(x-4)\leq 0$

3 . باستخدام خواص المتباينات

$x+2\geq 0$ و $x-4\leq 0$ or $x+2\leq 0$ و $x-4\geq 0$

$x\geq -2$ و $x\leq 4$ | $x\leq -2$ و $x\geq 4$

$\therefore S_1=[-2,4]$

$\therefore S_2=\varnothing$

$\therefore S=[-2,4]\cup\varnothing$

4. مثل على خط الأعداد

$\therefore S=S_1\cup S_2=[-2,4]\cup\varnothing=[-2,4]$

HOSSAMBAYOUMI199

ملحوظة:

حل المتباينة: $x^2 - 2x - 8 > 0$ هو

$S = (-\infty, -2) \cup (4, \infty) = \mathbb{R} - [-2, 4]$

حل المتباينة: $x^2 - 2x - 8 < 0$ هو $S = (-2, 4)$

تحقق من فهمك (1)

حِل كلًّا من المتباينات التالية جبريًا ومثل الحل على خط الأعداد :

ⓐ $x^2+x-12\leq 0$

1 . نضع المتباينة على الصورة $ax^2 + bx + c \leq 0$

$x^2 + x - 12 \leq 0$

2 . نحلل

$(x + 4)(x - 3) \leq 0$

3 . باستخدام خواص المتباينات

$x - 3 \geq 0$ و $x + 4 \leq 0$

$x \geq 3$ و $x \leq -4$

$\therefore S_2 = \emptyset$

or

$x - 3 \leq 0$ و $x + 4 \geq 0$

$x \leq 3$ و $x \geq -4$

$\therefore S_1 = [-4, 3]$

$\therefore S = [-4, 3] \cup \emptyset$

4 . مثل على خط الأعداد

$\therefore S = S_1 \cup S_2 = [-4, 3] \cup \emptyset = [-4, 3]$

ⓑ $x^2+4x-5\geq 0$

1 . نضع المتباينة على الصورة $ax^2 + bx + c \geq 0$

$x^2 + 4x - 5 \geq 0$

2 . نحلل

$(x + 5)(x - 1) \geq 0$

3 . باستخدام خواص المتباينات

$x - 1 \geq 0$ و $x + 5 \geq 0$

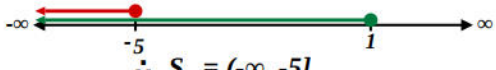
$x \geq 1$ و $x \geq -5$

$\therefore S_2 = [1, \infty)$

or

$x - 1 \leq 0$ و $x + 5 \leq 0$

$x \leq 1$ و $x \leq -5$



$\therefore S_1 = (-\infty, -5]$

$\therefore S = (-\infty, -5] \cup [1, \infty)$

4 . مثل على خط الأعداد

$\therefore S = S_1 \cup S_2 = (-\infty, -5] \cup [1, \infty) = \mathbb{R} - (-5, 1)$

ⓒ $x^2-x-6<0$

1 . نضع المتباينة على الصورة $ax^2 + bx + c < 0$

$x^2 - x - 6 < 0$

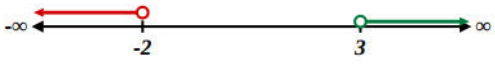
2 . نحلل

$(x + 2)(x - 3) < 0$

3 . باستخدام خواص المتباينات

$x - 3 > 0$ و $x + 2 < 0$

$x > 3$ و $x < -2$



$\therefore S_2 = \emptyset$

or

$x - 3 < 0$ و $x + 2 > 0$

$x < 3$ و $x > -2$

$\therefore S_1 = (-2, 3)$

$\therefore S = (-2, 3) \cup \emptyset$

4 . مثل على خط الأعداد

$\therefore S = S_1 \cup S_2 = (-2, 3) \cup \emptyset = (-2, 3)$

ⓓ $(x-3)(2x+5)<0$

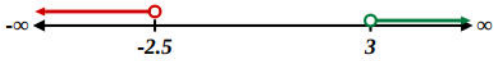
1 . المتباينة محللة جاهزة: $(2x+5)(x-3)<0$

$x-3=0 \ , x=3$ ، $2x+5=0 \ , x=-5/2=-2.5$

2 . باستخدام خواص المتباينات

$x-3>0$ و $2x+5<0$ | or | $x-3<0$ و $2x+5>0$

$x>3$ و $x<-2.5$ | | $x<3$ و $x>-2.5$



$\therefore S_2=\varnothing$

$\therefore S_1=(-5/2,3)$

$\therefore S=(-5/2,3)\cup\varnothing$

3 . مثل على خط الأعداد

$\therefore S=S_1\cup S_2=(-5/2,3)\cup\varnothing=(-5/2,3)$

.....

ⓔ $x^2-2x+1>0$

1 . نضع المتباينة على الصورة $ax^2+bx+c>0$

$x^2-2x+1>0$

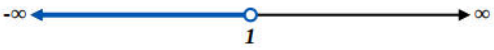
2 . نحلل (مربع كامل)

$(x-1)(x-1)>0 \&implies; (x-1)^2>0$

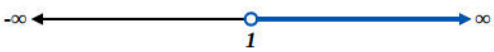
3 . باستخدام خواص المتباينات

$x-1<0$ و $x-1<0$ | or | $x-1>0$ و $x-1>0$

$x<1$ | | $x>1$



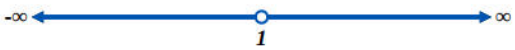
$\therefore S_2=(-\infty,1)$



$\therefore S_1=(1,\infty)$

$\therefore S=(-\infty,1)\cup(1,\infty)$

4 . مثل على خط الأعداد



$\therefore S=S_1\cup S_2=(-\infty,1)\cup(1,\infty)=\mathbb{R}-\{1\}$

.....

ⓕ $x^2+6x+9<0$

1 . نضع المتباينة على الصورة $ax^2+bx+c<0$

$x^2+6x+9<0$

2 . نحلل (مربع كامل)

$(x+3)(x+3)<0 \&implies; (x+3)^2<0$

3 . باستخدام خواص المتباينات وطبيعة المربع الكامل

$x+3>0$ و $x+3<0$ | or | $x+3<0$ و $x+3>0$

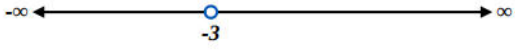
$x>-3$ و $x<-3$ | | $x<-3$ و $x>-3$

$\therefore S_2=\varnothing$

$\therefore S_1=\varnothing$

$\therefore S=\varnothing\cup\varnothing=\varnothing$

4 . مثل على خط الأعداد



$\therefore S=S_1\cup S_2=\varnothing$ (المجموعة الخالية، لا يوجد حل في $\mathbb{R}$)

HOSSAMBAYOUMI199

ثانيًا: حل المتباينة من الدرجة الثانية بدراسة الإشارة

هناك طرق عديدة لحل متباينة من الدرجة الثانية تعرضنا على طريقة توظيف خواص التباين والآن سنتعرف معًا على حل المتباينة من الدرجة الثانية بالبحث عن إشارة المقدار الثلاثي ax^2+bx+c بإيجاد مجموعة جميع الأعداد الحقيقية x التي تجعل المقدار سالبًا أو موجبًا ، **لنتعرف أولاً على دراسة مقدار من الدرجة الأولى :**

مثال (2) ادرس إشارة كل من : (b) $g(x)=-3x+6$ (a) $f(x)=2x-8$

الحل:

(a) $f(x)=2x-8$

1 . نضع $f(x)=0$ $\quad 2x-8=0$

2 . نحل المعادلة $\quad 2x=8$

$\therefore x=4$

3 . اختبر $f(x)$ باختيار قيم مختلفة للمتغير x في كل فترة من الفترات

عندما $x<4$	عندما $x>4$
فمثلاً $f(1)=2(1)-8=-4$ فإن $f(x)<0$	فمثلاً $f(5)=2(5)-8=2$ فإن $f(x)>0$

1 قيمة اختيارية — 5 قيمة اختيارية

(b) $g(x)=-3x+6$

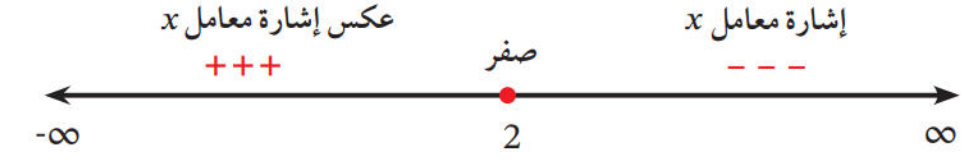
1 . نضع $g(x)=0$ $\quad -3x+6=0$

2 . نحل المعادلة $\quad -3x=-6$

$\therefore x=2$

2 . اختبر $g(x)$ باختيار قيم مختلفة للمتغير x في كل فترة من الفترات

عندما $x<2$	عندما $x>2$
فمثلاً $g(1)=-3(1)+6=3$ فإن $g(x)>0$	فمثلاً $g(3)=-3(3)+6=-3$ فإن $g(x)<0$



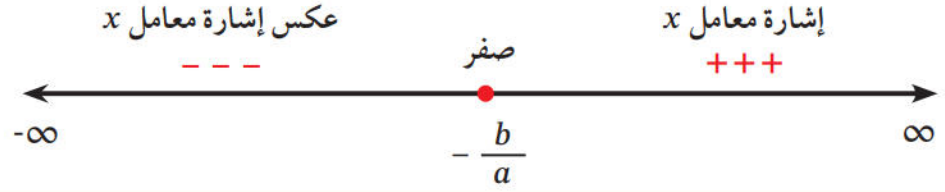
قاعدة هامة

لدراسة إشارة $g(x)=ax+b \quad ,a\neq 0$ نتبع التالي :

1. نضع $g(x)=0 \Longleftarrow ax+b=0 \Longleftarrow x=-\frac{b}{a}$

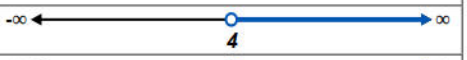
2. نحدد العدد $x=-\frac{b}{a}$ على خط الأعداد

3. تكون إشارة $g(x)$:
   - مماثلة للإشارة a على يمين العدد $-\frac{b}{a}$
   - ومخالفة للإشارة a على يسار العدد $-\frac{b}{a}$



تحقق من فهمك (2)

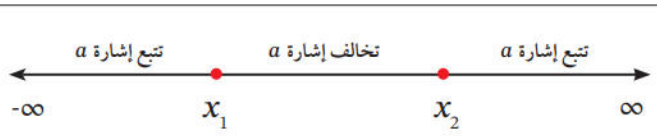
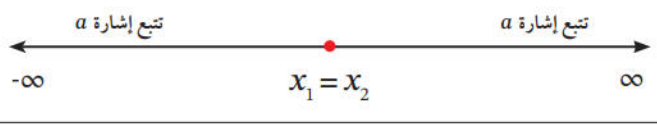
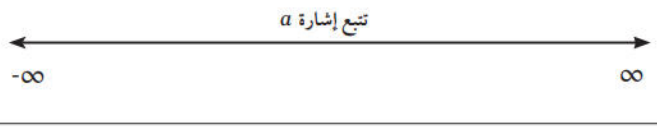
من السؤال السابق أكمل الجدول التالي وحدد الفترات التي تعبر عن حل المتباينات في كل مما يلي :

$f(x)$	المتباينة	الفترة	التمثيل على خط الأعداد
$f(x)$	$x^2-4\leq 0$	$(-\infty, 4]$	
$f(x)$	$x^2-4>0$	$(4, \infty)$	
$f(x)$	$x^2-4\geq 0$	$[4, \infty)$	

قاعدة هامة

لدراسة إشارة $f(x)=ax^2+bx+c \quad ,a\neq 0$ نتبع التالي :

1. نوجد المعادلة المناظرة: $f(x)=0$
2. نوجد قيم x التي تجعل $f(x)=0$ إما بالتحليل أو باستخدام المميز عندما يصعب التحليل
3. لدينا ثلاثة احتمالات:

للمعادلة $f(x)=0$ حلان حقيقيان مختلفان $x_1<x_2$	$\Delta>0$	
للمعادلة $f(x)=0$ حلان حقيقيان متساويان $x_1=x_2$	$\Delta=0$	
ليس للمعادلة $f(x)=0$ جذور حقيقية	$\Delta<0$	

مثال (3) حل كلاً من المتباينات التالية :

(a) $x^2-2x-8\leq 0$ (b) $x^2-x\leq 5$

(c) $x^2-10x+25>0$ (d) $-3x^2+4x-2\geq 0$

الحل:

(a) $x^2-2x-8\leq 0$

1 . نضع $f(x)=x^2-2x-8$

2 . نضع $f(x)=0$

3 . حل المعادلة $x^2-2x-8=0$

$(x-4)(x+2)=0$

$x=4 \quad or \quad x=-2$

∴ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

4 . دراسة الإشارة:

نلاحظ أن $f(x)\leq 0$ عندما $-2\leq x\leq 4$

5 . ∴ مجموعة حل المتباينة هي : $S=[-2\ ,4]$

(b) $x^2-x\leq 5$

1 . نضع $f(x)=x^2-x-5$

2 . نضع $f(x)=0$

3 . نحل المعادلة التربيعية باستخدام القانون

$a=1 \quad , \quad b=-1 \quad , \quad c=-5$

$\Delta=b^2-4ac$

$=(-1)^2-4(1)(-5)$

$\Delta=1+20=21>0$

∴ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان هما :

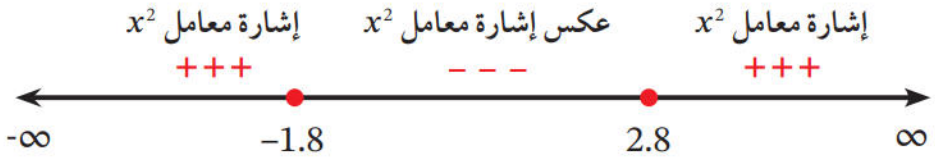
$\therefore x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ or $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$=\dfrac{1+\sqrt{21}}{2}$ $=\dfrac{1-\sqrt{21}}{2}$

$x_1\approx 2.8$ $x_2\approx -1.8$

4 . دراسة الإشارة:

$a=1>0$



نلاحظ عندما $a>0$ فإن إشارة الدالة موجبة أطراف الجذرين وسالبة بينهما .

5 . ∴ مجموعة حل المتباينة : $f(x)\leq 0$

هي $S=\left[\frac{1-\sqrt{21}}{2}\ ,\ \frac{1+\sqrt{21}}{2}\right]$

ⓒ $x^2-10x+25>0$

1 . نضع $f(x)=x^2-10x+25$

2 . نضع $f(x)=0$

3 . نحل المعادلة التربيعية باستخدام القانون

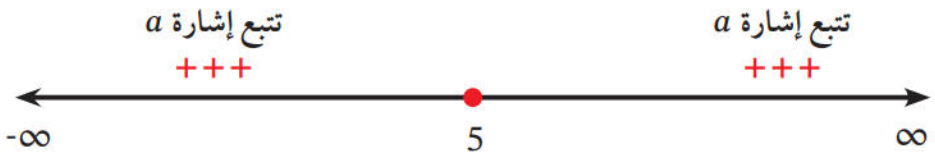
$a=1$ $\quad b=-10$ $\quad c=25$

$$\Delta=b^2-4ac$$
$$=(-10)^2-4(1)(25)$$
$$\Delta=100-100=0$$

∴ للمعادلة جذران حقيقيان متساويان هما :

$$\therefore\ x_1=x_2$$
$$=\frac{-b}{2a}$$
$$=\frac{-(-10)}{2(1)}$$
$$=\frac{10}{2}$$
$$=5$$

4 . دراسة الإشارة:



أي إن $x^2-10x+25$ موجب دائمًا لكل قيم $x\in\mathbb{R}$ ماعدا $x=5$

5 . ∴ مجموعة حل المتباينة

$S=\mathbb{R}/\{5\}$

ⓓ $-3x^2+4x-2\geq 0$

1 . نضع $f(x)=-3x^2+4x-2$

2 . نضع $f(x)=0$

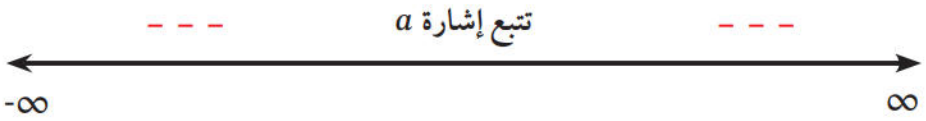
3 . نحل المعادلة التربيعية باستخدام القانون

$a=-3 \qquad b=4 \qquad c=-2$

$$\Delta=b^2-4ac$$
$$=(4)^2-4(-3)(-2)$$
$$\Delta=16-24$$
$$=-8<0$$

∴ المعادلة ليس لها جذر حقيقي

4 . دراسة الإشارة للمقدار ثابتة على طول خط الأعداد كما هو في الشكل التالي:



بما أن الدالة لا تقطع محور x فإن إشارتها ثابته و تعتمد على إشارة a

5 . حل المتباينة: $-3x^2+4x-2\geq 0$

هي: $\therefore S=\varnothing$

لحل المتباينة التربيعية بصورها المختلفة التي على الصورة $a\neq 0$ ، $ax^2+bx+c\geq 0$ يجب ملاحظة إشارة $a\neq 0$, $f(x)=ax^2+bx+c$ لايجاد قيمة Δ

تحقق من فهمك (3)

حِل كل من المتباينات التالية جبريًا ومثل الحل على خط الأعداد :

ⓐ $2x^2+3x-2<0$

نضع . $f(x)=2x^2+3x-2$

نضع . $f(x)=0$

. نحل المعادلة التربيعية باستخدام القانون

$$2x^2+3x-2=0$$

$$a=2, b=3, c=-2$$

$$\Delta=b^2-4ac$$

$=(3)^2-4(2)(-2)=25>0$ ← للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3\pm\sqrt{25}}{2(2)}$$

$$x=\frac{1}{2} \ , \ x=-2$$

$$S=\left(-2,\frac{1}{2}\right)$$

ⓑ $-x^2-x+6>0$

$f(x) = -x^2 - x + 6$ نضع .

$f(x)=0$ نضع .

نحل المعادلة التربيعية باستخدام القانون .

$-x^2 - x + 6 = 0$

$a = -1, b = -1, c = 6$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-1)^2 - 4(-1)(6) = 25 > 0$ ← للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-1) 1 \pm \sqrt{25}}{2(-1)}$

$x = -3 \ , \ x = 2$

$S = (-3 \ , 2)$

ⓒ $x^2-6x+9\geq 0$

$f(x) = x^2 - 6x + 9 = 0$ نضع .

$f(x)=0$ نضع .

نحل المعادلة التربيعية باستخدام القانون .

$x^2 - 6x + 9 = 0$

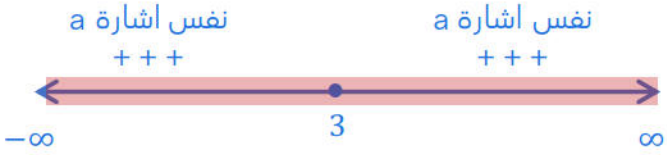
$a = 1, b = -6, c = 9$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-6)^2 - 4(1)(9) = 0$ ← للمعادلة جذر حقيقي واحد مكرر

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{0}}{2(1)} = 3$

$S = \mathbb{R}$



حالة خاصة : حل المتباينة من الدرجة الثانية باستخدام القيمة المطلقة

خاصية

إذا كان a , b عددين حقيقين موجبين فإن: $a \leq b \iff a^2 \leq b^2$

ملحوظة:

عند حل المتباينة $x^2<0$ فإننا نلاحظ أنه لايوجد أي عدد حقيقي بحيث يكون مربعه أصغر من الصفر.

أي إن المتباينة $x^2<0$ ليس لها أي حل ، وبالتالي فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي المجموعة الخالية $\varnothing$.

وبالمقابل فإن المتباينة $x^2 \geq 0$ صحيحة لأي عدد حقيقي و بالتالي فإن مجموعة حل هذه المتباينة هي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.

بصفة عامة : إذا كان a,b,c أعداداً حقيقية بحيث $a \neq 0, c<0$ فإن :

1 . مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2<c$ هي المجموعة الخالية $\varnothing$

2 . مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2>c$ هي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

3 . مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2<0$ هي $\varnothing$

مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2>0$ هي $\mathbb{R}-\left\{\frac{-b}{a}\right\}$

ملحوظة:

المتباينة	مجموعة الحل
$x^2<0$	$\varnothing$
$x^2 \leq 0$	$\{0\}$
$x^2 \geq 0$	$\mathbb{R}$
$x^2>0$	$\mathbb{R}-\{0\}$

مثال (4) أوجد مجموعة حل المتباينة ومثّل الحل على خط الأعداد :

(a) $2x^2+5 \geq 23$ (b) $(5x+7)^2+3<2$

الحل:

(a) $2x^2+5 \geq 23$

$2x^2 \geq 18$ بإضافة (-5) لطرفين المتباينة

$\left(\frac{1}{2}\right).2x^2 \geq \left(\frac{1}{2}\right)18$ بضرب طرفي المتباينة بـ $\frac{1}{2}$

$x^2 \geq 9$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$|x| \geq 3$ من خواص القيمة المطلقة

$x \geq 3 \quad or \quad x \leq -3$

$\therefore S.S. = (-\infty,-3] \cup [3,\infty)$

$= \mathbb{R} \setminus (-3,3)$

(b) $(5x+7)^2+3<2$

حسب الخاصية التالية :

$(5x+7)^2+3+(-3)<2+(-3)$

$(5x+7)^2<-1$

$\therefore S.S.=\varnothing$

تحقق من فهمك (4)

أوجد مجموعة حل المتباينة ومثِّل الحل على خط الأعداد :

(a) $3x^2-4\leq 8$

$3x^2-4+4\leq 8+4$

$3x^2\leq 12$

$\left(\frac{1}{3}\right).3x^2\leq\left(\frac{1}{3}\right).12$

$x^2\leq 4$

$|x|\leq 2$

$-2\leq x\leq 2$

$\therefore S.S.=[-2,2]$

(b) $(4x-3)^2+2>-3$

$(4x-3)^2+2+(-2)>-3+(-2)$

$(4x-3)^2>-5$

مجموعة حل المتباينة $(ax+b)^2>c$

هي مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

$\therefore S.S.=\mathbb{R}$

(c) $(2-3x)^2<1$

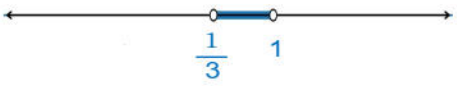
$|(2-3x)|<1$

$-1<2-3x<1$

$(-2)+-1<-3x<1+(-2)$

$-3<-3x<-1$

$1>x>\frac{1}{3}$



$\therefore S.S.=(\frac{1}{3},1)$

(d) $(2x+1)^2-3\geq 1$

$(2x+1)^2-3+3\geq 1+3$

$(2x+1)^2\geq 4$

$|2x+1|\geq 2$

$2x+1\geq 2$ **or** $2x+1\leq -2$

$2x\geq 1$ $\quad$ $2x\leq -3$

$x\geq\frac{1}{2}$ $\quad$ $x\leq-\frac{3}{2}$

$\therefore S.S.=(-\infty,-\frac{3}{2}]\cup[\frac{1}{2},\infty)$

$=\mathbb{R}\setminus(-\frac{3}{2},\frac{1}{2})$

البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1-5) اختر الإجابة الصحيحة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+2)(x-5)>0$ هي:

(a) $(-2,5)$ (b) $[-2,5]$

(c) $(-\infty,-2)\cup(5,\infty)$ (d) $\mathbb{R}$

جذرا المعادلة هما -2 و 5. وبما أن معامل x^2 موجب، فإن المقدار يكون موجباً (أكبر من الصفر) خارج الفترة بين الجذرين.

(2) مجموعة حل المتباينة $x^2-2x<0$ هي:

(a) $(0,2)$ (b) $[-\infty,0]$

(c) $(2,\infty)$ (d) $[0,2]$

جذرا المعادلة المرافقة هما 0 و 2. المتباينة تكون سالبة (أقل من صفر) في الفترة المفتوحة بين الجذرين، أي $(0, 2)$.

(3) مجموعة حل المتباينة $x^2+6x+9\leq 0$ هي:

(a) $(-\infty,-3]\cup[3,\infty)$ (b) $\{-3\}$

(c) $[-3,3]$ (d) $\mathbb{R}$

المتباينة تكافئ $(x+3)^2 \leq 0$. وبما أن المربع لا يمكن أن يكون سالباً، فالحل الوحيد هو عندما يساوي صفراً، أي $x=-3$.

(4) أي مما يلي ليس حلاً للمتباينة $4x^2-4x-5>0$

(a) 60 (b) -20 (c) 2 (d) 0

بالتعويض بـ $x=0$ ينتج $0 > -5$ وهي عبارة خاطئة، وبالتالي العدد 0 ليس حلاً للمتباينة.

(5) أي من المتباينات التالية حلها نفس حل المتباينة $-2x^2+5x-3>0$:

(a) $x^2-5>2x^2$ (b) $-x^2-x>x^2-4x$

(c) $2x^2+3<5x$ (d) $x^2-3x>2x-x^2$

بتبسيط المتباينة الأصلية ونقل الحدود بعكس الإشارة تصبح $2x^2-5x+3 < 0$ ، والتي تكافئ $2x^2+3 < 5x$.

2-1 التناسب

النسبة : هي مقارنة بين كميتين من النوع نفسه ولهما نفس وحدة القياس ويمكن التعبير عن النسبة بصورة a إلى b ، وتكتب $a:b$ أو $\frac{a}{b}$

التناسب: هو تساوي نسبتين أو أكثر.

إذا كان : $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$
وكانت $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$
فإن a,b,c,d تسمى أعدادًا متناسبة

ملحوظة :

إذا كان a,b,c,d أعداد متناسبة فإن $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ حيث $a,b,c,d \in R^*$

خواص التناسب

خاصية (1): « الضرب التقاطعي »

إذا كان : $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$ وكان $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$
فإن : $a.d=c.b$
أي إن : حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين وتسمى هذه الخاصة «قاعدة الضرب التقاطعي»

مثال (1) إذا كانت : $2,x,4,6$ أعدادًا متناسبة ، أوجد قيمة: x

الحل: $\because$ $2,x,4,6$ أعداد متناسبة

$\therefore \frac{2}{x}=\frac{4}{6}$

خاصية الضرب التقاطعي

$4x=12$

بالضرب بالنظير الضربي للعدد 4

$x=3$

تحقق من فهمك (1)

إذا كانت : $3,5,6,x$ أعدادا متناسبة ، أوجد قيمة x

$\because$ $3,5,6,x$ أعداد متناسبة

$\therefore \frac{3}{5}=\frac{6}{x}$

خاصية الضرب التقاطعي

$3x=30$

بالضرب بالنظير الضربي للعدد 3

$x=10$

مثال (2) أوجد الرابع المتناسب للأعداد : $1,3,9, \ldots$

الحل: نفرض أن الرابع للمتناسب هو x

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{9}{x}$$

$$x=(3)(9)$$

$$x=27$$

تحقق من فهمك (2)

أوجد الثالث المتناسب للأعداد : $4,7, \ldots .. ,35$

نفرض أن الثالث المتناسب هو x

$$\frac{4}{7} = \frac{x}{35}$$

$$7x = 4\times35$$

$$x = \frac{4\times35}{7}$$

$$x = 20$$

مثال (3) أوجد العدد الذي إذا طُرح من حدّي النسبة $\frac{7}{9}$ أصبحت $\frac{4}{5}$

الحل: نفرض أن العدد x

$$\therefore \frac{7-x}{9-x} = \frac{4}{5}$$

بالضرب التقاطعي

$$4(9-x)=5(7-x)$$

$$36-4x=35-5x$$

بتوزيع الضرب على الطرح
بتجميع الحدود الجبرية المتشابهة

$$-4x+5x=35-36$$

$$x=-1$$

تحقق من فهمك (3)

أوجد العدد الذي إذا طُرح من حدّي النسبة $\frac{5}{6}$ أصبحت $\frac{9}{4}$

نفرض أن العدد x

$$\therefore \frac{5-x}{6-x} = \frac{9}{4}$$

بالضرب التقاطعي

$$9(6-x)=4(5-x)$$

$$54-9x=20-4x$$

بتوزيع الضرب على الطرح

بتجميع الحدود الجبرية المتشابهة

$$-9x+4x=20-54$$

$$-5x=-34$$

$$x=\frac{34}{5}=6.8$$

مثال (4) إذا كان $(5x-1):(x+4)=4:5$ أوجد قيمة x

الحل:

$\frac{5x-1}{x+4}=\frac{4}{5}$ بالضرب التقاطعي

$5(5x-1)=4(x+4)$ بتوزيع الضرب على الطرح والجمع

$25x-5=4x+16$

$25x-4x=16+5$ بتجميع الحدود الجبرية المتشابهة

$21x=21$

$x=1$

تحقق من فهمك (4)

أوجد قيمة x إذا كان : $(2x+3):(3x-5)=3:4$

$\frac{2x+3}{3x-5}=\frac{3}{4}$ بالضرب التقاطعي

$4(2x+3)=3(3x-5)$ بتوزيع الضرب على الطرح والجمع

$8x+12=9x-15$

$8x-9x=-12-15$ بتجميع الحدود الجبرية المتشابهة

$-x=-27$

$x=27$

خاصية (2): " عكس الخاصية 1 "

إذا كان : $a,b,c,d\in\mathbb{R}^*$ وكان $a.d=b.c$

فإن : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

مثال (5) إذا كان $5a=4b$ فأوجد $\frac{a}{b}$ حيث $a,b\in\mathbb{R}^*$

الحل:

$\because 5a=4b$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{4}{5}$

تحقق من فهمك (5)

إذا كان : $2a=7b$ ، فأوجد $\frac{a}{b}$

$\because 2a=7b$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{7}{2}$

HOSSAMBAYOUMI199

خاصية (3): إذا كان : $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$ وكان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

فإن :

خواص التناسب

(1) $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

(2) $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

(3) $\frac{c}{a} = \frac{d}{b}$

مثال (6) أوجد $\frac{x}{y}$ في كل مما يلي حيث : $y \neq 0 \ , \ x \neq 0$

(a) $3x = 4y$

(b) $\frac{2x+y}{5x-3y} = \frac{1}{2}$

الحل:

(a) $3x = 4y$

$\because 3x = 4y$

$\therefore \frac{x}{y} = \frac{4}{3}$

(b) $\frac{2x+y}{5x-3y} = \frac{1}{2}$

بالضرب التقاطعي $5x-3y = 2(2x+y)$

فصل المتغيرات $5x-3y = 4x+2y$

$5x-4x = 2y+3y$

$x = 5y$

$\frac{x}{y} = \frac{5}{1}$

$x:y = 5:1$

تحقق من فهمك (6)

أوجد $\frac{x}{y}$ في كل مما يلي حيث : $y \neq 0 \ , \ x \neq 0$

(a) $5x = 7y$

$5x = 7y$

$\frac{x}{y} = \frac{7}{5}$

(b) $\frac{5x-2y}{5x+2y} = \frac{1}{4}$

بالضرب التقاطعي $4(5x-2y) = 1(5x+2y)$

فصل المتغيرات $20x - 8y = 5x + 2y$

$20x - 5x = 8y + 2y$

$15x = 10y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

خاصية (4): إذا كان : $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$ وكان $k \in \mathbb{R}^*$

حيث k عدد ثابت $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$

فإن $a = bk, \ c = dk$

مثال (7) إذا كان : $\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$ أوجد $\frac{2a+5b}{3b+2a}$

الحل:

نفرض أن : $a=3k \quad ,b=4k$

$$, \quad k\neq 0$$

$$\therefore \frac{2a+5b}{3b+2a}=\frac{2(3k)+5(4k)}{3(4k)+2(3k)}$$

استخدام خاصية 4

$$=\frac{6k+20k}{12k+6k}$$ تجميع الحدود الجبرية

$$=\frac{26k}{18k}=\frac{13}{9}$$ المتشابهة بسطاً ومقاماً

*** الحل الآخر:**

$$\therefore \frac{2a+5b}{3b+2a}$$

$$=\frac{\frac{2a}{b}+\frac{5b}{b}}{\frac{3b}{b}+\frac{2a}{b}}$$ بقسمة كلّ من البسط والمقام على b

$$=\frac{2\left(\frac{3}{4}\right)+5}{3+2\left(\frac{3}{4}\right)}$$ بالتعويض بقيمة $\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$

$$=\frac{\frac{3}{2}+5}{3+\frac{3}{2}}=\frac{\frac{13}{2}}{\frac{9}{2}}=\frac{13}{9}$$

تحقق من فهمك (7)

إذا كان : $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ ، فأوجد القيمة العددية للمقدار : $\frac{2x+3y}{5x+2y}$

نفرض أن : $x=2k \quad ,y=3k$

$$, \quad k\neq 0$$

$$\therefore \frac{2x+3y}{5x+2y}=\frac{2(2k)+3(3k)}{5(2k)+2(3k)}$$

استخدام خاصية 4

$$=\frac{4k+9k}{10k+6k}$$ تجميع الحدود الجبرية

$$=\frac{13k}{16k}$$ المتشابهة بسطاً ومقاماً

$$=\frac{13}{16}$$

خاصية (4): إذا كان : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{\ell}{s}=\ldots$ وكانت $k_1,k_2,k_3,\ldots\in\mathbb{R}^*$

فإن: إحدى النسب $=\frac{ak_1+ck_2+\ell k_3+\ldots}{bk_1+dk_2+sk_3+\ldots}$

مثال (8) إذا كانت الأعداد $5,6,3$ متناسبة مع a,b,c ، أوجد قيمة المقدار : $\frac{a+2b+c}{3a+b+c}$

الحل:

∵ الأعداد $5,6,3$ متناسبة مع a,b,c ، $\therefore \frac{a}{5}=\frac{b}{6}=\frac{c}{3}$

بضرب حدي النسبة الثانية في 2 ، وجمع المقدمات والتوالي للنسب الثلاث

$$\frac{a+2b+c}{5+12+3} = \text{إحدى النسب}$$

$$\frac{a+2b+c}{20} = \text{إحدى النسب} \quad \Rightarrow (1)$$

بضرب حدي النسبة الأولى في 3 ، وجمع المقدمات والتوالي للنسب الثلاث

$$\frac{3a+b+c}{15+6+3} = \text{إحدى النسب}$$

$$\frac{3a+b+c}{24} = \text{إحدى النسب} \quad \Rightarrow (2)$$

$$\therefore \frac{a+2b+c}{20}=\frac{3a+b+c}{24} = \text{إحدى النسب}$$

$$\frac{a+2b+c}{3a+b+c}=\frac{20}{24}=\frac{5}{6}$$

*** الحل الآخر: (باستخدام خاصية 4)**

نفرض أن : $\frac{a}{5}=\frac{b}{6}=\frac{c}{3}=k \quad , k\neq 0$

$$\therefore a=5k \quad , b=6k \quad , c=3k$$

$$\frac{a+2b+c}{3a+b+c}$$

$$\frac{5k+2(6k)+3k}{3(5k)+6k+3k} = \frac{5k+12k+3k}{15k+6k+3k}$$

$$\frac{20k}{24k}=\frac{20}{24}=\frac{5}{6}$$

تحقق من فهمك (8)

إذا كان : $\frac{a}{2}=\frac{b}{7}=\frac{c}{5}$ ، أوجد : $\frac{a+2b}{3b+c}$ (بطريقتين مختلفتين).

نفرض أن

$$\frac{a}{2}=\frac{b}{7}=\frac{c}{5}=k\ ,k\neq 0 \quad \Rightarrow a=2k \quad ,b=7k \quad ,c=5k$$

$$\frac{a+2b}{3b+c}=\frac{2k+2(7k)}{3(7k)+5k}$$

$$=\frac{2k+14k}{21k+5k}=\frac{16k}{26k}=\frac{16}{26}=\frac{8}{13}$$

حل آخر

$$\frac{a}{2}=\frac{b}{7}=\frac{c}{5}$$

بضرب حدي النسبة الثانية في2

$$\frac{a+2b}{2+14}=\text{إحدى النسب}$$

$$\frac{a+2b}{16}=\text{إحدى النسب} \Rightarrow (1)$$

حدي النسبة الثانية في3

$$\frac{3b+c}{21+5}=\text{إحدى النسب}$$

$$\frac{3b+c}{26}=\text{إحدى النسب} \Rightarrow (2)$$

$$\therefore \frac{a+2b}{16}=\frac{3b+c}{26}=\text{إحدى النسب}$$

$$\frac{a+2b}{3b+c}=\frac{16}{26}=\frac{8}{13}$$

أسئلة المقال

إذا كانت الأعداد 3,5,11 متناسبة مع $a\ ,b\ ,c$ أوجد القيمة العددية للمقدار : $\frac{a+3b}{5b+c}$

بما أن الأعداد 3,5,11 متناسبة مع:a,b,c

$$\frac{a}{3}=\frac{b}{5}=\frac{c}{11}=k \ : \ k\neq 0 \Rightarrow \quad a=3k \quad ,b=5k \quad ,c=11k$$

بالتعويض

$$\frac{a+3b}{5b+c}=\frac{3k+3(5k)}{5(5k)+11k}$$

$$=\frac{3k+15k}{25k+11k}$$

$$=\frac{18k}{36k}=\frac{1}{2}$$

التناسب المتسلسل (الهندسي)

تعريف:

الكميات : a,b,c في تناسب متسلسل إذا وفقط إذا كان :

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c} \quad \text{أو} \quad b^2=ac$$

ويسمى : a الأول المتناسب ، b الوسط المتناسب ، c الثالث المتناسب

حيث : $b=\pm\sqrt{a.c}$

ملحوظة : a,c إما أن يكونا موجبين معًا أو سالبين معًا

$$\text{الأول المتناسب} = \frac{\text{مربع الوسط المتناسب}}{\text{الثالث المتناسب}} \quad ، \quad \text{الثالث المتناسب} = \frac{\text{مربع الوسط المتناسب}}{\text{الأول المتناسب}}$$

مثال (9) أوجد الوسط المتناسب بين العددين $9,16$

الحل: نفرض أن b هو الوسط المتناسب بين العددين $16, 9$

$$b=\pm\sqrt{(9)(16)}$$
$$=\pm\sqrt{144}=\pm12$$

تحقق من فهمك (9)

أوجد الوسط المتناسب بين العددين $-27, -3$

نفرض أن b هو الوسط المتناسب بين العددين $-27, -3$

$$b=\pm\sqrt{(-3)(-27)}$$
$$=\pm\sqrt{81}=\pm9$$

إذا كان $a,b,c,d \in \mathbb{R}^*$, k عدد ثابت لا يساوي الصفر وكان :

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=k$$

فإن : $a=dk^3$, $b=dk^2$, $c=dk$

مثال (10) إذا كان : a,b,c في تناسب متسلسل أثبت أن : $\frac{2a+3b}{2b+3c}=\frac{a}{b}$

الحل: $\because a,b,c$ في تناسب متسلسل فإن

$$\therefore \frac{a}{b}=\frac{b}{c}=k \qquad \therefore b=ck \ , \ a=ck^2$$

بالتعويض

$$\text{الطرف الأيسر} \quad =L.H.S=\frac{2a+3b}{2b+3c}=\frac{2ck^2+3ck}{2ck+3c}=\frac{ck(2k+3)}{c(2k+3)}=k \longrightarrow (1)$$

$$\text{الطرف الأيمن} \quad =R.H.S=\frac{a}{b}=\frac{ck^2}{ck}=k \longrightarrow (2)$$

من (1) , (2) ينتج أن : $\frac{2a+3b}{2b+3c}=\frac{a}{b}$

تحقق من فهمك (10)

إذا كان : a,b,c في تناسب متسلسل أثبت أن : $\frac{a+3b}{b+3c}=\frac{a-2b}{b-2c}$

حيث المقام $\neq$ صفر

$\because a,b,c$ في تناسب متسلسل فإن

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{b}{c}=k \qquad \therefore b=ck\ ,\ a=ck^2$

بالتعويض

الطرف الأيسر $=L.H.S=\frac{a+3b}{b+3c}=\frac{ck^2+3ck}{ck+3c}=\frac{ck(k+3)}{c(k+3)}=k \longrightarrow (1)$

الطرف الأيمن $=R.H.S=\frac{a-2b}{b-2c}=\frac{ck^2-2ck}{ck-2c}=\frac{ck(k-2)}{c(k-2)}=k \longrightarrow (2)$

من (1), (2) ينتج أن : $\frac{a+3b}{b+3c}=\frac{a-2b}{b-2c}$

مثال (11) إذا كان : $\frac{2a+3b}{2b+3c}=\frac{a+2b}{b+2c}$ أثبت أن : b وسط متناسب بين a,c

الحل:

$$\frac{2a+3b}{2b+3c}=\frac{a+2b}{b+2c}$$

بالضرب التقاطعي

$$(2a+3b)(b+2c)=(a+2b)(2b+3c)$$

$$2ab+4ac+3b^2+6bc=2ab+3ac+4b^2+6bc$$

بالتبسيط وجمع الحدود الجبرية المتشابهة

$$4ac-3ac=4b^2-3b^2$$

$$ac=b^2$$

$\therefore b$ وسط متناسب بين a,c

تحقق من فهمك (11)

إذا كان : $\frac{a+b}{b+c}=\frac{a}{b}$ أثبت أن b وسط بين a,c

$$\frac{a+b}{b+c}=\frac{a}{b}$$

بالضرب التقاطعي

$$(a+b)(b)=(a)(b+c)$$

$$ab+b^2=ab+ac$$

$$b^2=ac$$

$\therefore b$ وسط متناسب بين a,c

تعميم: الكميات: $a,b,c,d,...$ في تناسب متسلسل إذا وفقط إذا كان: $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}=...$

البنود الموضوعية:

■ في البنود (1-4) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة :

(1) إذا كان $\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$ فإن $ab=3\times4$ (a) (b)

الضرب التقاطعي الصحيح يعطي $4a = 3b$ ، وليس حاصل ضرب البسطين والمقامين.

العبارة خاطئة

(2) إذا كان $\frac{x}{3}=\frac{14}{23}$ فإن $x=\frac{23}{42}$ (a) (b)

قيمة x الصحيحة هي $(3 \times 14) / 23 = 42/23$ ، وليس مقلوبها. العبارة خاطئة

(3) إذا كان $\frac{x-7}{7}=\frac{1}{8}$ فإن $x=\frac{63}{8}$ (a) (b)

بحل التناسب: $8(x-7)=7 \rightarrow 8x-56=7 \rightarrow 8x=63 \rightarrow x=63/8$. العبارة صحيحة.

(4) زوج النسب التالي: $\frac{4}{5}=\frac{9}{12}$ لا يكون تناسباً (a) (b)

النسبة الأولى تبسط إلى $3/4\ (0.75)$ والثانية $4/5\ (0.8)$. القيمتان غير متساويتين فلا تمثلان تناسباً. أو بالضرب التقاطعي العبارة خاطئة

■ في البنود (1-5) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) إذا كانت $4x, 2b, 3x, a$ في تناسب فإن $\frac{a}{b}$ تساوي :

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$ (c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

من ترتيب التناسب: $a / 3x = 2b / 4x$. من خواص التناسب (مقدم على مقدم = تالي على تالي)

نجد أن $a/b = 3 / 2$.

(2) إذا كان $\frac{x}{y}=7$ فإن $x+7y$ تساوي:

(a) $7x$ (b) $8x$ (c) $2x$ (d) $10x$

بما أن $x/y=7$ فإن $y = x/7$. بالتعويض في المقدار $x + 7(x/7) = x + x = 2x$.

(3) إذا كان $2x-5y=0$ فإن $\frac{x}{y}$ تساوي:

(a) $\frac{5}{2}$ (b) $\frac{2}{5}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

بإضافة $5y$ للطرفين نحصل على $2x=5y$. وبقسمة الطرفين على $2y$ ينتج أن $x/y = 5/2$.

(4) إذا كان $\frac{x}{2y} = \frac{3}{5}$ فإن $\frac{x+2y}{2x-y}$ تساوي:

(a) $\frac{15}{9}$ (b) $\frac{16}{7}$ (c) $\frac{7}{16}$ (d) $\frac{9}{15}$

نفرض $x=3k$ و $2y=5k$ (إذن $y=2.5k$). بالتعويض: $(3k+5k)/(6k-2.5k) = 8k/3.5k = 16/7$.

(5) إذا كان $20, x, 32$ في تناسب متسلسل فإن x تساوي :

(a) $\pm 2\sqrt{10}$ (b) $\pm 4\sqrt{10}$ (c) $\pm 8\sqrt{10}$ (d) $\pm \frac{1}{8\sqrt{10}}$

في التناسب المتسلسل $20 / x = x / 32 \rightarrow x^2 = 640$. بأخذ الجذر التربيعي للطرفين نحصل على

$x = \pm\sqrt{640} = \pm 8\sqrt{10}$.

2-3 تشابه المثلثات

من خواص التكبير أنه يحافظ على قياسات الزوايا :

(1) قياسات الزوايا المتناظرة في المثلثين متساوية

من خواص التكبير أنه يحافظ على تناسب أطوال الأضلاع :

$$\therefore \frac{AB}{LM}=\frac{AC}{LN}=\frac{BC}{MN}=\frac{2}{1}$$ (معامل التكبير)

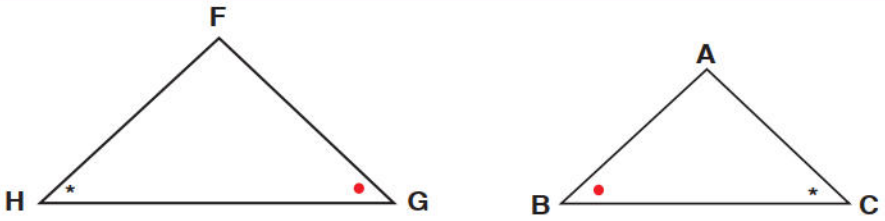
(2) أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة

(1، 2) هذان الشرطان أساسيّان لتشابه أي مضلعين.

ونكتفي بشرط واحد لإثبات تشابه مثلثين حيث إن تشابه المثلثات يعتبر حالة خاصة من تشابه المضلعات .

نظرية (1)

يتشابه المثلثان إذا تطابقت زاويتان في أحد المثلثين مع زاويتين في المثلث الآخر.



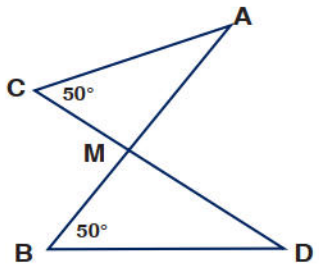
$$m(\hat{H})=m(\hat{C})$$
$$m(\hat{G})=m(\hat{B})$$
$$\Delta FGH \sim \Delta ABC$$

وينتج من التشابه أن :

$$\frac{FG}{AB}=\frac{GH}{BC}=\frac{FH}{AC}$$

مثال (1)

في الشكل المقابل :



$m(\hat{C})=m(\hat{B})=50°$

أثبت أن: $\Delta DBM \sim \Delta ACM$

الحل: ΔDBM , ΔACM فيهما :

$m(\hat{C})=m(\hat{B})=50°$ معطى ⟵ (1)

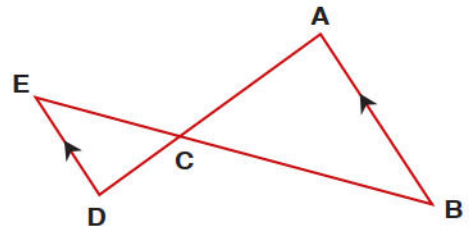
$m(C\hat{M}A)=m(B\hat{M}D)$ بالتقابل بالرأس ⟵ (2)

من (1) ، (2) ينتج أن :

$$\Delta DBM \sim \Delta ACM$$

تحقق من فهمك (1)

في الشكل المقابل :
$\overline{DE}//\overline{BA}$ أثبت أن المثلثين DEC , ABC
متشابهان ثم اكتب عبارة التشابه



ΔDCE , ΔACB فيهما :

$m(\hat{E})=m(\hat{B})$ بالتبادل والتوازي ⟶ (1)

$m(\hat{D})=m(\hat{A})$ بالتبادل والتوازي

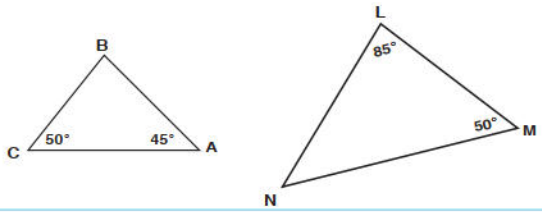
$m(D\hat{C}E)=m(A\hat{C}B)$ بالتقابل بالرأس ⟶ (2)

من (1) ، (2) ينتج أن :

$\Delta DEC \sim \Delta ABC$

مثال (2)

في الشكل المقابل :
$m(\hat{A})=45°$, $m(\hat{C})=50°$
$m(\hat{L})=85°$, $m(\hat{M})=50°$
أثبت أن: $\Delta ABC \sim \Delta NLM$



الحل: ΔABC , ΔNML فيهما :

$m(\hat{M})=m(\hat{C})=50°$ ⟶ (1)

$m(\hat{B})=180°-(50°+45°)=85°$

$m(\hat{L})=m(\hat{B})=85°$ ⟶ (2)

من (1) ، (2) ينتج أن :

$\Delta ABC \sim \Delta NML$

تحقق من فهمك (2)

المثلث ABC قائم الزاوية في A فيه $m(\hat{B})=55°$ ، والمثلث NLM قائم الزاوية في L فيه $m(\hat{M})=35°$ ، أثبت أن المثلثين متشابهان .

لدينا:

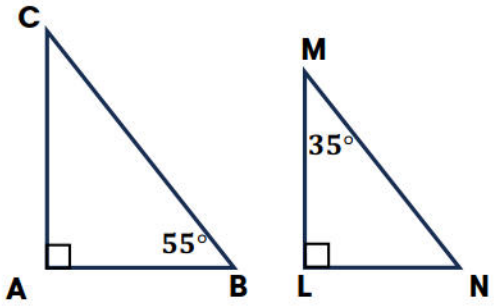
$m(\hat{A})=m(\hat{L})=90°$ ⟶ (1)

$m(\hat{C})=180°-(90°+55°)=35°$

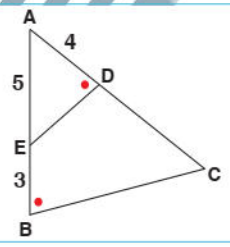
$m(\hat{M})=m(\hat{C})=35°$ ⟶ (2)

من(2)،(1) وحسب النظرية (1) نجد أن

$\Delta ABC \sim \Delta LNM$



مثال (3) في الشكل المقابل :



1. أثبت أن: $\Delta ACB \sim \Delta AED$
2. أوجد طول $\overline{DC}$

الحل: ΔACB , ΔAED فيهما :

$\hat{A}$ ⟶ (1) زاوية مشتركة

$m(\hat{D})=m(\hat{B})$ ⟶ (2) معطى

$\Delta ACB \sim \Delta AED$

$$\therefore \frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE}=\frac{AC}{AE}$$

$$\frac{AC}{AE}=\frac{AB}{AD}$$

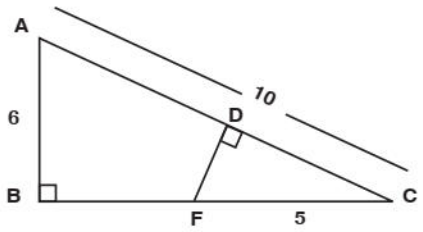
$$\frac{AC}{5}=\frac{8}{4}$$

$$AC=\frac{8 \times 5}{4} \longrightarrow AC = 10$$

$$DC = 10-4=6$$

تحقق من فهمك (3)

في الشكل المقابل :



(1) أثبت أن المثلثين ABC , FDC متشابهان

(2) أوجد طول $\overline{FD}$

ΔABC , ΔFDC فيهما :

$\hat{C}$ ⟶ (1) زاوية مشتركة

$m(C\hat{D}F)=m(\hat{B})=90°$ ⟶ (2) معطى

$\Delta ABC \sim \Delta FDC$

$$\therefore \frac{AB}{FD}=\frac{BC}{DC}=\frac{AC}{FC}$$

$$\frac{AB}{FD}=\frac{AC}{FC}$$

$$\frac{6}{FD}=\frac{10}{5}$$

$$FD=\frac{6 \times 5}{10}$$

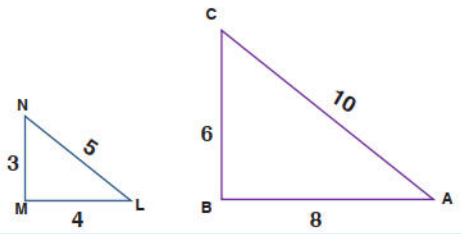
$$FD = 3$$

نظرية (2)

يتشابه المثلثان إذا تناسب أطوال أضلاعهما المتناظرة .

مثال (4)

في الشكل المقابل :
أثبت أن المثلثين ABC, LMN متشابهان.



الحل: ΔLMN , ΔABC وفيهما :

$$\frac{LM}{AB} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \longrightarrow (1)$$

$$\frac{LN}{AC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \longrightarrow (2)$$

$$\frac{MN}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \longrightarrow (3)$$

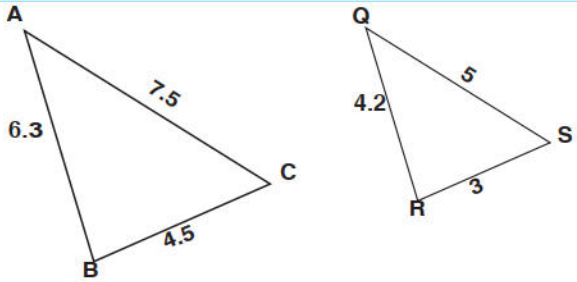
من 1 ، 2 ، 3 ينتج أن :

$$\frac{LM}{AB} = \frac{LN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \Delta ABC \sim \Delta LMN$$

تحقق من فهمك (4)

a **في الشكل المقابل :**
أثبت أن المثلثين ABC, QRS متشابهان.



ΔQRS , ΔABC وفيهما :

$$\frac{QR}{AB} = \frac{4.2}{6.3} = \frac{2}{3} \longrightarrow (1)$$

$$\frac{QS}{AC} = \frac{5}{7.5} = \frac{2}{3} \longrightarrow (2)$$

$$\frac{RS}{BC} = \frac{3}{4.5} = \frac{2}{3} \longrightarrow (3)$$

من 1 ، 2 ، 3 ينتج أن :

$$\frac{QR}{AB} = \frac{QS}{AC} = \frac{RS}{BC} = \frac{2}{3}$$

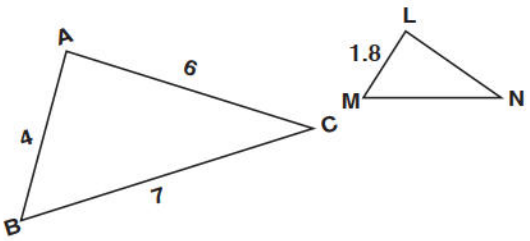
$$\therefore \Delta ABC \sim \Delta QRS$$

تحقق من فهمك (4)

b في الشكل المقابل :

المثلثان ABC, LMN متشابهان.

أوجد طول كل من $\overline{LN}$, $\overline{MN}$



∵ المثلثان ABC, LMN متشابهان.

∴ ينتج من التشابه أن :

$$\frac{LM}{AB} = \frac{LN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{1.8}{4} = \frac{LN}{6} = \frac{MN}{7}$$

باستخدام الضرب التقاطعي

$$\frac{1.8}{4} = \frac{LN}{6}$$

$$LN = \frac{6 \times 1.8}{4} = 2.7$$

وبالمثل

$$\frac{1.8}{4} = \frac{MN}{7}$$

$$MN = \frac{7 \times 1.8}{4} = 3.15$$

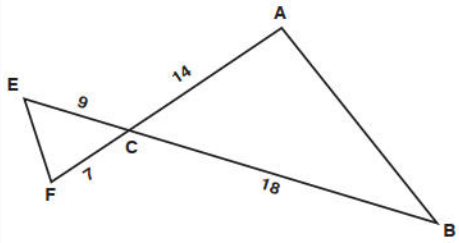
نظرية (3)

يتشابه المثلثان إذا طابقت زاوية في أحدهما زاوية في المثلث الآخر، وتناسب طولا الضلعين المحددين لهاتين الزاويتين .

مثال (5) في الشكل المقابل :

أثبت أن المثلثين ABC , EFC متشابهان.

ثم اكتب عبارة التشابه .



الحل: المثلثان ΔABC , ΔEFC فيهما :

∵ $m(E\hat{C}F) = m(B\hat{C}A)$ ⟶ (1)

∵ $\frac{FC}{AC} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

∵ $\frac{EC}{BC} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$

∴ $\frac{FC}{AC} = \frac{EC}{BC}$ ⟶ (2)

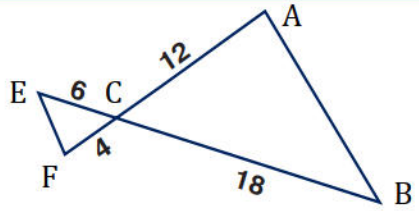
من (1) , (2) ينتج أن : $\Delta ABC \sim \Delta EFC$

HOSSAMBAYOUMI199

تحقق من فهمك (5)

في الشكل المقابل :

أثبت أن المثلثين متشابهان .



المثلثان ABC Δ , EFC Δ فيهما:

بالتقابل بالرأس. $m(E\hat{C}F) = m(B\hat{C}A) \longrightarrow (1)$

$$\frac{FC}{AC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{EC}{BC} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{FC}{AC} = \frac{EC}{BC} \longrightarrow (2)$$

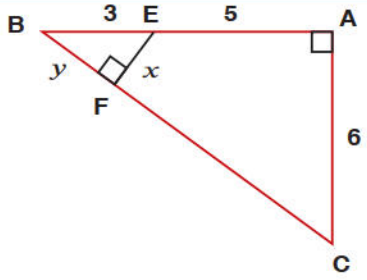
من(2)،(1) ينتج أن $\Delta EFC \sim \Delta ABC$

مثال (6)

في الشكل المقابل :

أثبت أن المثلثين BFE , BAC متشابهان.

ثم أوجد كلا من x, y



الحل: المثلثان ΔBFE , ΔBAC فيهما :

زاوية مشتركة $\hat{B} \longrightarrow (1)$

معطى $m(B\hat{F}E) = m(B\hat{A}C) = 90° \longrightarrow (2)$

من (1) , (2) ينتج أن : $\Delta BFE \sim \Delta BAC$

في ΔABC القائم في A $(BC)^2 = (AC)^2 + (BA)^2$

$$= (6)^2 + (8)^2 = 100$$

$$BC = \sqrt{100} \qquad \therefore BC = 10$$

$$\frac{BF}{BA} = \frac{FE}{AC} = \frac{BE}{BC}$$

$$\frac{y}{8} = \frac{x}{6} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{3}{10} \longrightarrow x = \frac{3 \times 6}{10}$$

$$\therefore x = 1.8\ cm$$

$$\frac{y}{8} = \frac{3}{10} \longrightarrow y = \frac{3 \times 8}{10}$$

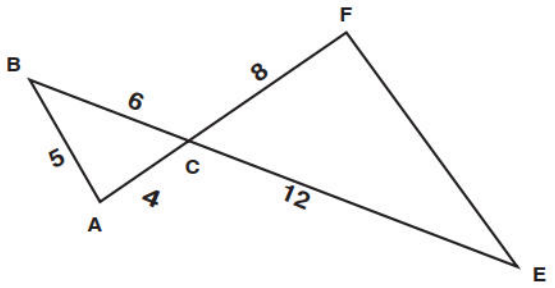
$$\therefore y = 2.4\ cm$$

تحقق من فهمك (6)

في الشكل المرسوم :

(a) أثبت أن $\Delta FEC \sim \Delta ABC$

(b) أوجد $\overline{EF}$



المثلثان ΔABC , ΔFEC فيهما :

$m(F\hat{C}E)=m(A\hat{C}B)$ بالتقابل بالرأس $\longrightarrow$ (1)

$\because \dfrac{AC}{FC}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$

$\because \dfrac{BC}{EC}=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \dfrac{AC}{FC}=\dfrac{BC}{EC}=\dfrac{1}{2}$ $\longrightarrow$ (2)

من (1) , (2) ينتج أن :

$\Delta FEC \sim \Delta ABC$

$\therefore \dfrac{AC}{FC}=\dfrac{BC}{EC}=\dfrac{AB}{FE}=\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{5}{FE}=\dfrac{1}{2}$

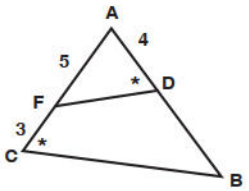
$FE=\dfrac{5 \times 2}{1}$

$FE=10$

البنود الموضوعية:

■ في البنود (3-1) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة :

(1) في الشكل المقابل :
طول $(\overline{BD})$ يساوي 6

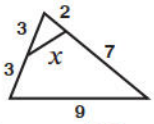


(a) (b)

من تشابه المثلثين : $BD=6 \rightarrow BD+4=10 \rightarrow BD+4=(5\times8)/4 \rightarrow 4/8=5/(BD+4)$.

العبارة صحيحة

(2) في الشكل المقابل :
x يساوي 2

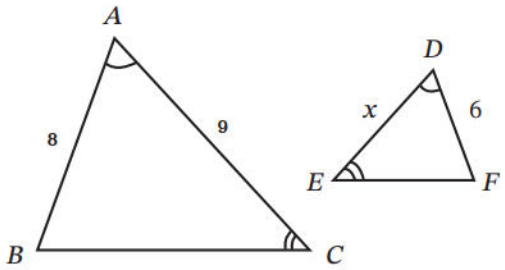


(a) (b)

من تشابه المثلثين : $x=3 \rightarrow x/9=1/3 \rightarrow 3/9=2/6=1/3$. العبارة خاطئة

■ في البنود (5-1) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) في الشكل المرسوم قيمة x بوحدات الطول تساوي :

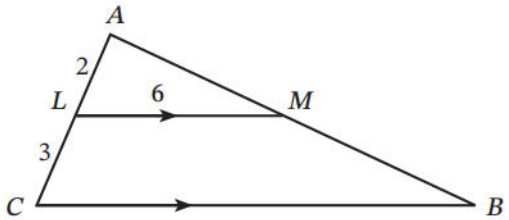


(a) 6 (b) $5\frac{1}{3}$
(c) 7 (d) 6.75

من تشابه المثلثين $\Delta ABC \sim \Delta DFE$ ، نجد أن $AB/DF=AC/DE$

إذن $X=(9\times6)/8=6.75 \rightarrow 8/6=9/X$.

(2) في الشكل المقابل :
$(\overline{LM})//(\overline{BC})$, $AL=2cm$, $LC=3cm$
$LM=6cm$, فإن BC تساوي:



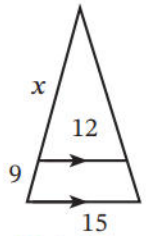
(a) 9 cm (b) 12 cm
(c) 15 cm (d) 10 cm

من تشابه المثلثين $\Delta ACB \sim \Delta ALM$ ، نجد أن $AL/AC=LM/CB$.

$AC=AL+LC=2+3=5$. إذن $BC=(5\times6)/2=15\ cm \rightarrow 6/BC=2/5$.

HOSSAMBAYOUMI199

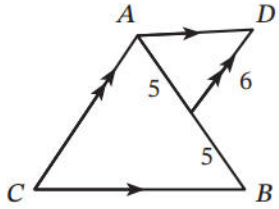
(3) في الشكل المقابل : قيمة x تساوي :



(a) 12 (b) 24
(c) 36 (d) 48

من التشابه وتناسب الأضلاع : $X \,/\, X+9=12 \,/\, 15 \rightarrow 15X=12X+108 \rightarrow 3X=108 \rightarrow X=36$.

(4) في الشكل المقابل : طول $\overline{AC}$ تساوي :



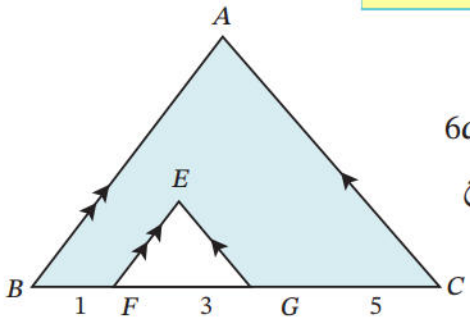
(a) 6 (b) 9
(c) 12 (d) 15

من التشابه وتناسب الأضلاع: $6 \,/\, AC=5 \,/\, 10 \rightarrow AC=(6\times10)/5 \rightarrow AC=12$

مهارات تفكير عليا

■ **اختر الإجابة الصحيحة :**

(1) في الشكل المقابل إذا كان مساحة المثلث EFG تساوي $6cm^2$ فإن مساحة المنطقة المظللة بالشكل تساوي بالسنتميتر المربع



(a) 27 (b) 36
(c) 48 (d) 54

نسبة التشابه بين قاعدة المثلث الصغير والكبير هي $3/9 = 1/3$. نسبة المساحتين $1/9$ ، فمساحة الكبير $1/9 = 6/x$ ، $6\times9=54$ والمظللة $54-6=48$.

HOSSAMBAYOUMI199