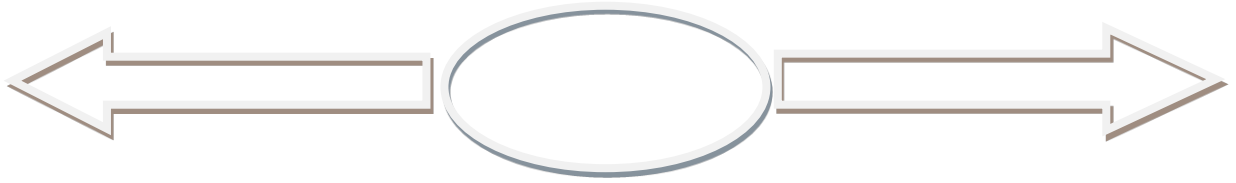




قناة الفلاح للرياضيات



الفصل الدراسي الأول

مذكرة الفلاح

الصف الحادي عشر علمي



@MOH82FALAH

المحتويات

الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية

- 1-1 الجذور والتعبيرات الجذرية.....
- 1-2 الأسس النسبية.....
- 1-3 حل المعادلات

الوحدة الثانية: الدوال الحقيقية

- 2-1 مجال الدالة
- 2-2 الدوال التربيعية ونمذجتها
- 2-3 الدوال التربيعية والقطوع المكافئة
- 2-4 مقارنة بين صورة معادلة الدالة التربيعية بدلالة إحداثيات رأس المنحنى والصورة العامة.....
- 2-5 المعكوسات ودوال الجذر التربيعي
- 2-6 حل المتباينات

الوحدة الثالثة: كثيرات الحدود

- 3-1 دوال القوى ومعكوساتها
- 3-2 الدوال الحدودية
- 3-3 العوامل الخطية لكثيرات الحدود
- 3-4 قسمة كثيرات الحدود
- 3-5 حل معادلات كثيرات الحدود

الوحدة الرابعة: الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية

- 4-1 استكشاف النماذج الأسية
- 4-2 الدوال الأسية وتمثيلها بيانياً.....
- 4-3 الدوال اللوغاريتمية وتمثيلها بيانياً.....
- 4-4 خواص اللوغاريتمات
- 4-5 المعادلات الأسية واللوغاريتمية
- 4-6 اللوغاريتم الطبيعي

الوحدة الخامسة: المتجهات

- 5-1 المتجه في المستوى
- 5-2 جمع المتجهات وطرحها
- 5-3 الضرب الداخلي

الوحدة السادسة: الجبر المتقطع (الإحصاء)

- 6-1 المجتمع الإحصائي والمعاينة.....
- 6-2 العينات
- 6-3 أساليب عرض البيانات
- 6-4 الانحراف المعياري
- 6-5 القاعدة التجريبية
- 6-6 القيمة المعيارية

الجزور التكعيبيية

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$(\sqrt[3]{x})^3 = \sqrt[3]{x^3} , \forall x \in R$$

مثال (1) ص 13: أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون استخدام الآلة الحاسبة:

$$-0.008 , -\frac{375}{24} , 125 , -27$$

تبسيط الجزور : حتى يكون التعبير الجذري في أبسط صورة يجب مراعاة ما يلي:

- إلا يكون للمجزور عوامل مرفوعة لقوة أكبر من أو تساوي دليل الجذر. مثل $\sqrt{8 a^6 b^7}$
- إلا يكون المقام جذرا. مثل $\frac{5}{\sqrt{2}}$ ليس في أبسط صورة.
- إلا يكون المجذور كسرا. مثل $\sqrt{\frac{4}{7}}$ ليس في أبسط صورة.
- أن يكون دليل الجذر أصغر عدد صحيح موجب ممكن. مثل $\sqrt[10]{32}$ ليس في أبسط صورة.





مثال (2) ص 14: بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية لكل عدد حقيقي x :

1) $\sqrt{4x^6}$

2) $\sqrt[3]{8x^3} + 3x$

3) $\sqrt[3]{-27x^6} + 3x^2$

حاول (2) ص 14: بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية حيث x ، y عدنان حقيقيان:

1) $\sqrt{9x^2y^4}$

2) $\sqrt{x^8y^6}$



جمع وطرح التعبيرات الجذرية:

لجمع التعبيرات الجذرية وطرحها ، يجب أن تكون متشابهة
يكون التعبيران الجذريان متشابهان عندما يكون لهما دليل الجذر نفسه والمجذور نفسه.

مثال + حاول (4) ص 15: أوجد الناتج في أبسط صورة :

1) $3\sqrt{32} - \sqrt{98}$

2) $2\sqrt{75} - \sqrt{48}$

3) $\sqrt{12} + \sqrt{147} - \sqrt{27}$

4) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{72}$



مثال + حاول (4) صد 15: أوجد الناتج في أبسط صورة :

1) $2\sqrt[3]{3} + 5\sqrt[3]{375}$

2) $4\sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{128}$

3) $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}$

4) $\sqrt[3]{320} + \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135}$



ضرب وقسمة الجذور التعبيرية والجذور التكعيبية:

الجذور التكعيبية	الجذور التربيعية
$\forall x, y \in \mathbb{R}$ $\sqrt[3]{x^3} = x$ $(\sqrt[3]{x})^3 = x$ $\sqrt[3]{x \cdot y} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y}$ $\sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}}, y \neq 0$	$\forall x, y \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ $\sqrt{x^2} = x = x$ $(\sqrt{x})^2 = x$ $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}, y \neq 0$

مثال + حاول (5) ص 17: بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية:

1) $\sqrt{72x^3}, x \geq 0$

2) $\sqrt{50x^4}$

3) $\sqrt[3]{80n^5}$

4) $\sqrt[3]{18x^3}$



مثال + حاول (6) ص 18: بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية:

1) $\sqrt{5x^3} \times \sqrt{40x}$, $x \geq 0$

2) $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3 y^2}$, $x \geq 0$

3) $\sqrt[3]{5x^3 y^4} \times \sqrt[3]{64x^2 y^3}$

4) $4\sqrt[3]{x^4 y} \times 3\sqrt[3]{x^2 y}$





مثال + حاول (7) ص 19: بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية:

$$1) \frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}, x > 0$$

$$2) \frac{\sqrt[3]{162x^5}}{\sqrt[3]{3x^2}}, x \neq 0$$

$$3) \frac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}}, x \neq 0$$

$$4) \frac{\sqrt[3]{250x^7y^3}}{\sqrt[3]{2x^2y}}, x \neq 0, y \neq 0$$





كراسة صد 9: بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية:

$$(3 - f) \quad 5\sqrt{216x^2 + 23\sqrt{64x^4}} \quad , \quad x > 0$$

$$(3 - k) \quad \sqrt[3]{256x^4y} \div \sqrt[3]{4x^2y^{10}} \quad , \quad x \neq 0 \quad , \quad y \neq 0$$



تبسيط كسر مقامه يتضمن جذراً:

إذا كان x, y تعبيرين جذريين يمثلان أعداد غير نسبية وكان ناتج ضرب x في y عدداً نسبياً فإن x, y مترافقان.

مثلاً: $\sqrt{2}$ مرافق $\sqrt{2}$ ، مثلاً $(3 + \sqrt{2})$ مرافق $(3 - \sqrt{2})$ ، مثلاً $\sqrt[3]{5}$ مرافق $\sqrt[3]{5^2}$

مثال + حاول (8) صـ 20: اكتب كل كسر بحيث يكون المقام عدداً نسبياً:

$$1) \frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$2) \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$3) \frac{\sqrt{2} - 1}{3 - \sqrt{2}}$$

$$4) \frac{3 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$





مثال + حاول (8) ص 20: اكتب كل كسر بحيث يكون المقام عددا نسبيا:

1) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$

2) $\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$

3) $\frac{5 + \sqrt{5}}{4 - 3\sqrt{5}}$

4) $\frac{4}{3\sqrt{3} - 2}$





كراسة ص 10: (7) أوجد قيمة التعبير : $x^2 - 6$ ، إذا كان $x = \frac{4}{\sqrt{5}-1}$

كراسة ص 10: (8) أوجد قيمة التعبير : $x^2 - x + 1$ ، إذا كان $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$



الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية

الأسس النسبية (2-1)

مثال: بسط كلا مما يلي:

$$1) \left(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}} \right) \div x^{\frac{2}{3}}, \quad x > 0$$

الصورة الجذرية	الصورة الأسية
$\sqrt{25} = \sqrt[2]{25}$	$25^{\frac{1}{2}}$
$\sqrt[3]{27}$	$27^{\frac{1}{3}}$
$\sqrt[4]{64}$	$64^{\frac{1}{4}}$

$$2) \left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}} \right), \quad x \geq 0, \quad y > 0$$

$$3) \left[(\sqrt{x^3 y^3})^{\frac{1}{3}} \right]^{-1}, \quad x, y \in Q$$

$$4) (\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{y^3})^{-12}, \quad x, y \in Q^+$$



كراسة ص 12: (5) بسط كلا مما يلي:

$$f) \frac{x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{4}}}{x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}}, \quad x > 0, y > 0$$

$$i) \left(\frac{\sqrt{9x}}{\sqrt[3]{27x^2}} \right)^{-12}, \quad x > 0$$

كراسة ص 13: (6) أوجد ناتج ما يلي في أبسط صورة:

$$e) \frac{(32)^{\frac{1}{2}} \times (16)^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{64}}$$

$$c) \frac{\sqrt[3]{8^2} \times \sqrt[4]{32}}{8^8 \sqrt{4}}$$



الوحدة الأولى: الأعداد الحقيقية

حل المعادلات (1-3)

كراسة ص 15: (1) أوجد مجموعة حل المعادلة:

$$b) \sqrt{x+3} = 5$$

امتحان سابق: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$2\sqrt{x-3} - 3 = 9$$





مثال (1) ص 31: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$2 + \sqrt{3x - 2} = 6$$

حاول (1) ص 31: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$\sqrt{5x + 4} - 7 = 0$$





كراسة ص 15: (1) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

e) $\sqrt{3 - 4x} - 2 = 0$

حاول (5) ص 34: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$\sqrt{5x} - \sqrt{2x + 9} = 0$$



مثال (4) ص 33: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x - 16} = 0$$

كراسة ص 15: (3) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$f) \sqrt{10x} - 2\sqrt{5x - 25} = 0$$





امتحان سابق: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$\sqrt{x+2} = x$$

كراسة ص 15: (3) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$a) \sqrt{11x+3} - 2x = 0$$



مثال (3) ص 32: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$5 + \sqrt{x - 3} = x$$

حاول (3) ص 33: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$\sqrt{5x - 1} + 3 = x$$





كراسة ص 15: (3) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

c) $\sqrt{-3x - 5} = x + 3$

مثال (2) ص 32: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$2(x - 2)^{\frac{2}{3}} = 50$$





كراسة ص 15: (3) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

j) $2(x-1)^{\frac{4}{3}} + 4 = 36$

امتحان سابق: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$2(x-4)^{\frac{2}{5}} - 8 = 0$



$$(1 - x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$$

حاول (2) ص 32: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$2(x + 3)^{\frac{3}{2}} = 54$$

حاول (2) ص 32: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:





كراسة ص 15: (1) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

d) $(x + 1)^{\frac{3}{2}} - 2 = 25$

كراسة ص 15: (1) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

f) $2(2x + 4)^{\frac{3}{4}} = 16$



حاول (6) صـ 36: (b) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$$

حاول (6) صـ 36: (c) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$$

مثال (7) صـ 36: (c) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$6^{2x-8} = 1$$

حاول (7) صـ 36: (a) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$5^{x^2-4} = 1$$



مثال (7) ص 36: (a) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$3^{x^2-1} = 27$$

حاول (7) ص 36: (c) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$2^{x^2-4} = 32$$

حاول (7) ص 36: (b) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$3^{x^2+5x} = \frac{1}{81}$$

مثال (7) ص 36: (b) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$7^{x^2-3x} = \frac{1}{49}$$



امتحان سابق: أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$6^{x^2-3x} = 1$$

كراسة ص 16: (7) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$f) 5^x = 125 \sqrt{5}$$

كراسة ص 16: (7) أوجد مجموعة الحل للمعادلة:

$$g) (3^x - 27)(2^x - 1) = 0$$



الوحدة الثانية: الدوال الحقيقية

مجال الدالة (2-1)

مجال الدوال :

- 1- مجال الدالة كثيرة الحدود R
- 2- مجال الدالة مطلق x هو R
- 3- مجال الدالة الحدودية النسبية هو R ما عدا أصفار المقام
- 4- مجال الدالة $f(x) = \sqrt[3]{g(x)}$ هو مجال g
- 5- مجال الدالة $f(x) = \sqrt{g(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط $g(x) \geq 0$
- 6- مجال دالة ناتجة عن جمع أو طرح أو ضرب دالتين هو تقاطع مجالي الدالتين
- 7- مجال دالة ناتجة من قسمة دالتين هو (مجال البسط $\cap$ مجال المقام) - أصفار المقام

مثال: أوجد مجال الدوال الآتية:

$$1) f(x) = x^2 + 3x + 1$$

$$2) f(x) = \frac{2x+5}{x-4}$$

$$3) f(x) = \sqrt{3x-7} + 2$$

$$4) f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$$

$$5) f(x) = \sqrt{\frac{x^2-5x}{x}}$$



حاول (2) ص 49: (b) أوجد مجال الدالة :

$$f(x) = x^3 - 4x^2 - 4 + \sqrt{x - 9}$$

مثال (2) ص 48: (a) أوجد مجال الدالة :

$$f(x) = 2x^3 - 4x - \sqrt{2x - 6}$$



$$f(x) = (2x^2 + x) \sqrt{8 - 2x}$$

مثال (2) ص 48: (b) أوجد مجال الدالة :

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{7-5x}}{x+2}$$

امتحان سابق: أوجد مجال الدالة :



$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2-1}$$

مثال (2) ص 48: c أوجد مجال الدالة :

$$f(x) = \frac{4}{\sqrt{-x}}$$

مثال (2) ص 48: d أوجد مجال الدالة :



$$f(x) = \frac{\sqrt{3+x}}{2x+6}$$

امتحان سابق: أوجد مجال الدالة :

$$f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x-3}$$

امتحان سابق: أوجد مجال الدالة :



$$f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{2-x}$$

امتحان سابق: أوجد مجال الدالة :

$$f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x+3}}$$

امتحان سابق: أوجد مجال الدالة :



$$f(x) = \frac{\sqrt{2x-4}}{x^2-9}$$

امتحان سابق: أوجد مجال الدالة :

$$f(x) = \frac{\sqrt{5-x}}{x^2-4}$$

امتحان سابق: أوجد مجال الدالة :



$$f(x) = \frac{\sqrt{-2x+3}}{x-1}$$

كراسة ص 20: (9) أوجد مجال الدالة :

$$f(x) = \frac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$$

حاول (2) ص 49: (c) أوجد مجال الدالة :

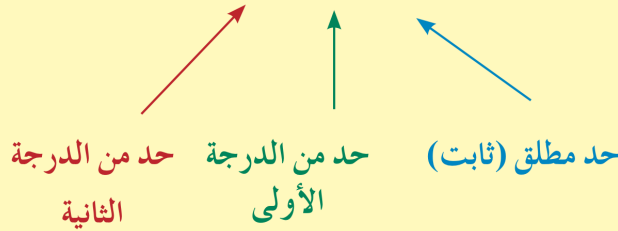


الوحدة الثانية: الدوال الحقيقية

الدوال التربيعية ونمذجتها (2-2)

الصورة العامة للدالة التربيعية هي:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a, b, c \in \mathbb{R}, \quad a \neq 0$$



تمثل الدالة التربيعية بيانياً بمنحنى متمائل حول المستقيم الرأسى الذي يمر برأس المنحنى، ويسمى شكل المنحنى قطعاً مكافئاً «parabola».

والإحداثى السينى لرأس هذا المنحنى $x = -\frac{b}{2a}$ وهو معادلة المستقيم الرأسى الذي يسمى محور التماثل.

تعريف الدالة الخطية:

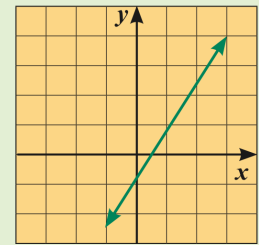
$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = ax + b$$

$$y = ax + b \quad \text{أو}$$

حيث $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$

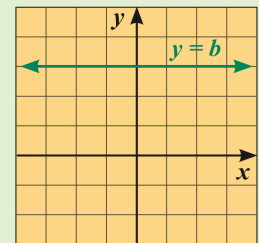
و $b \in \mathbb{R}$ تسمى دالة خطية وبيانها خط مستقيم.



عندما $a = 0$ تكون الدالة

$$y = b$$

مستقيماً أفقياً.



مثال + حاول (1) ص 52: حدد ما إذا ما كانت الدالة خطية أم تربيعية:

$$1) f(x) = 2x(x - 3)$$

$$2) f(x) = (3x - 4)(x + 2)$$

$$3) f(x) = (x - 2)(2x + 1)$$

$$4) f(x) = (2x + 3)^2 - 4x^2 - 7x$$

$$5) f(x) = 3(x^2 - 4x) - 3x^2 + 4$$



الوحدة الثانية: الدوال الحقيقية

الدوال التربيعية والقطوع المكافئة (2-3)

معادلة الدالة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه $(0, 0)$ هي: $y = ax^2$ **مثال + حاول (1) ص 57:** كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل.

اكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ واذكر ما إذا كان بيانه مفتوحاً إلى أعلى أم إلى أسفل.

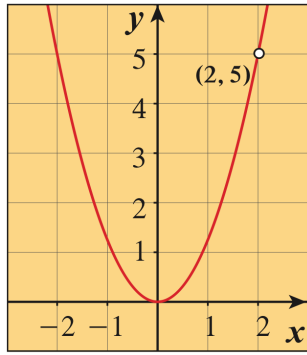
1) $F(-1, 6)$

2) $H(-4, -8)$

3) $E(4, 2)$

4) $D(1, -5)$





حاول (2) ص 59: البيان المقابل يمثل دالة: $y = ax^2$

أوجد معادلة هذه الدالة.

معادلات بعض القطوع المكافئة بدلالة إحداثيات رؤوسها وخواصها

المعادلة في الصورة: $y = a(x - h)^2 + k$, $a \neq 0$, $h, k \in R$

تسمى معادلة القطع المكافئ بدلالة إحداثيات رأسه (h, k)

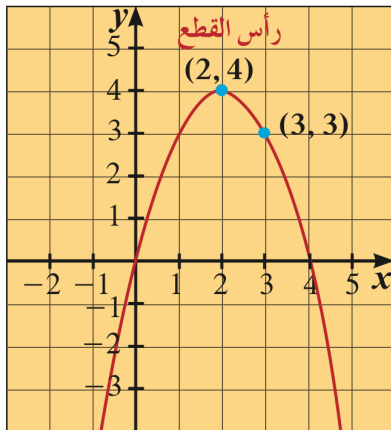
بعض خواص القطوع المكافئة

المعادلة على الصورة: $y = a(x - h)^2 + k$ ، هي دالة مكتوبة بدلالة إحداثيات الرأس، وهذه المعادلة تملك بالمعلومات التالية:

- رأس المنحنى هو النقطة (h, k) ، ومحور التماثل هو الخط: $x = h$
- تكون فتحة القطع المكافئ إلى الأعلى عندما تكون a موجبة، وتكون فتحة القطع المكافئ إلى الأسفل عندما تكون a سالبة.
- إذا كان $|a| < 1$ ، فإن الرسم سوف يكون أوسع من رسم الدالة: $y = x^2$
- إذا كان $|a| > 1$ ، فإن الرسم سوف يكون أضيق من رسم الدالة: $y = x^2$



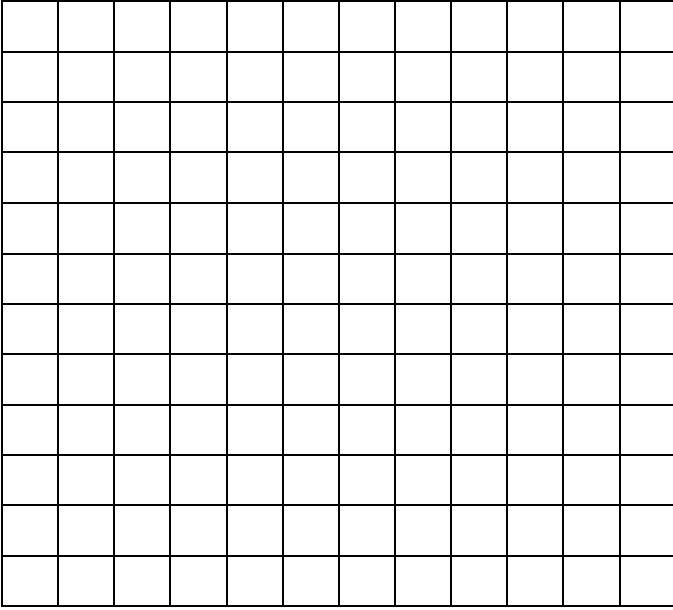
مثال (3) ص 59: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $V(3, 4)$ ويمر بالنقطة $P(5, -4)$



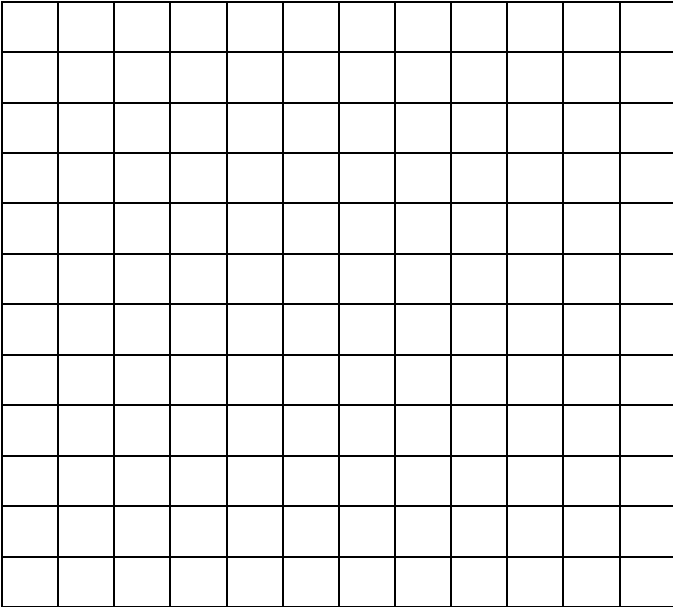
حاول (3) ص 60: أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم المقابل.



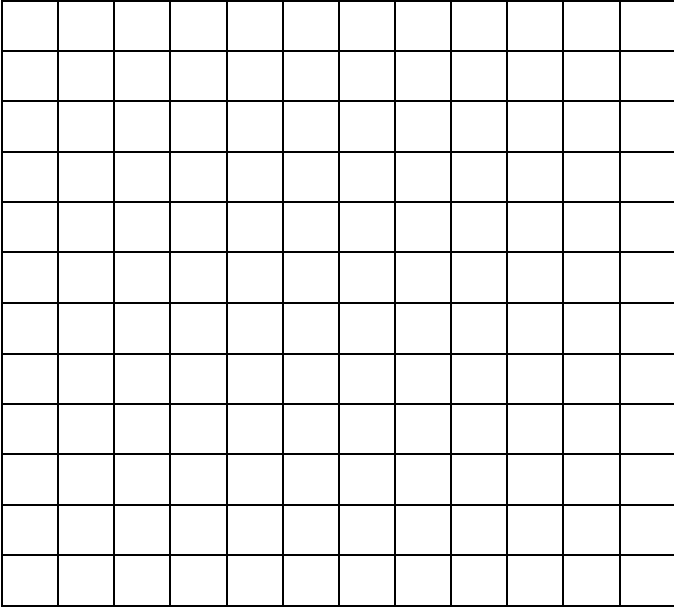
مثال (4) ص 60: ارسم منحنى الدالة: $y = 2(x + 1)^2 - 2$ مستخدماً خواص القطوع المكافئة.



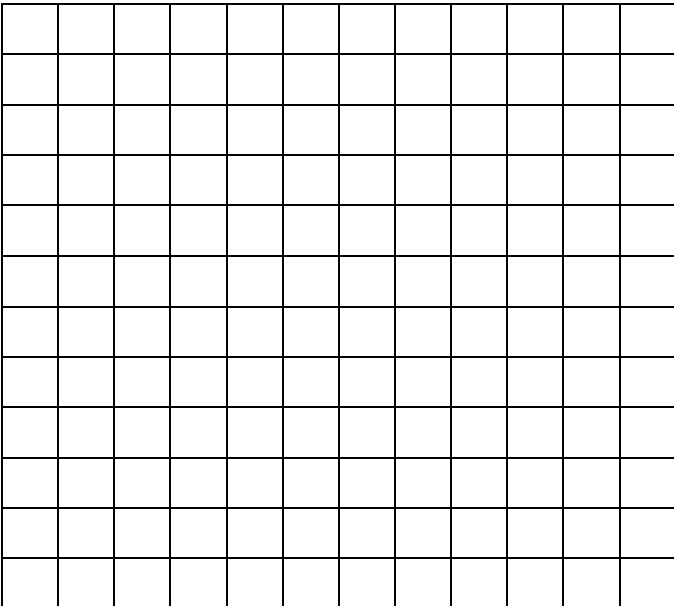
حاول (4) ص 61: ارسم منحنى الدالة: $y = (x + 3)^2 + 1$ مستخدماً خواص القطوع المكافئة.



مثال (5) ص 61: ارسم منحنى الدالة: $y = -0.5(x - 2)^2 + 3$ مستخدماً خواص القطوع المكافئة.



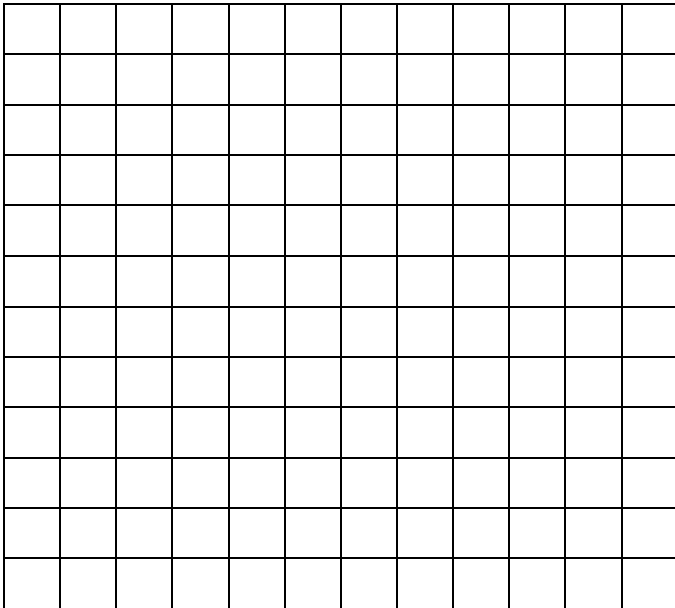
حاول (5) ص 61: ارسم منحنى الدالة: $y = -2(x - 3)^2 - 1$ مستخدماً خواص القطوع المكافئة.



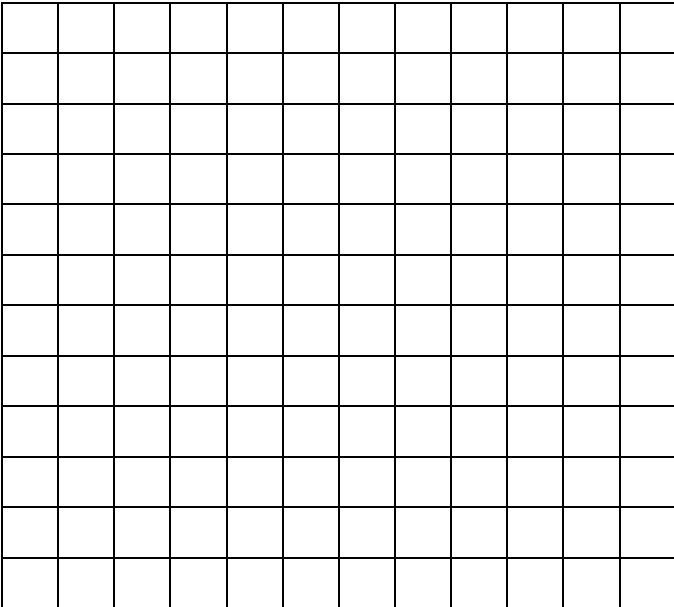
إذا كانت النقطة (a, b) تنتمي إلى بيان دالة فإن النقطة (b, a) تنتمي إلى بيان معكوس هذه الدالة. ولكي ترسم معكوس الدالة بيانيًا اعكس الترتيب لكل زوج مرتب ينتمي لبيان الدالة.

معكوس الدالة الخطية هو دالة خطية أيضًا.

مثال (1) ص 71: ارسم بيان الدالة $y = \frac{x-4}{2}$ ومعكوسها ثم اكتب معادلة المعكوس.



حاول (1) ص 71: ارسم الدالة $y = -3x + 5$ ومعكوسها، ثم اكتب معادلة المعكوس.



طريقة أخرى لإيجاد معكوس الدالة جبريًا وهي التبدل بين متغيرات الدالة y, x ثم الحل بالنسبة إلى y .
إذا كانت الدالة تستخدم الرمز $f(x)$ عوّض عن $f(x)$ بـ y .

مثال (2) ص 72: أوجد معكوس الدالة $y = 5x - 4$

حاول (2) ص 72: (a) أوجد معكوس الدالة $y = \frac{2x-1}{3}$

حاول (2) ص 72: (b) أوجد معكوس الدالة $y = 2(x + 1) - 3$

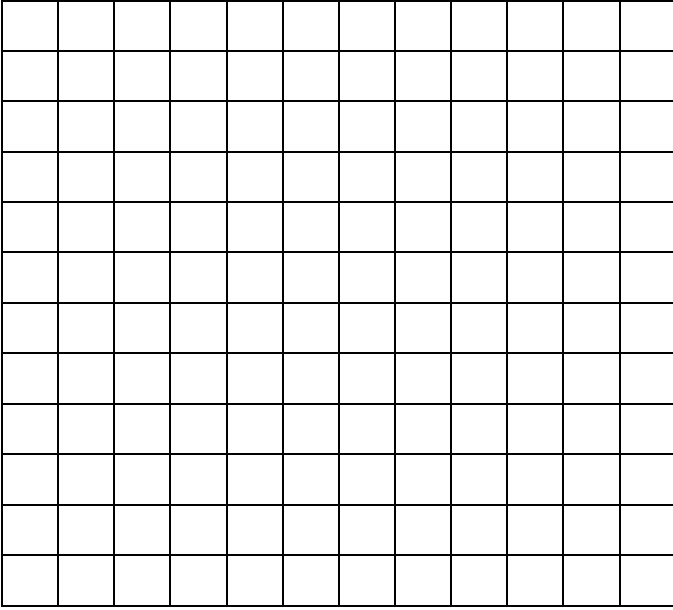


مثال (3) ص 72: أوجد معكوس الدالة $f(x) = x^2 + 3$

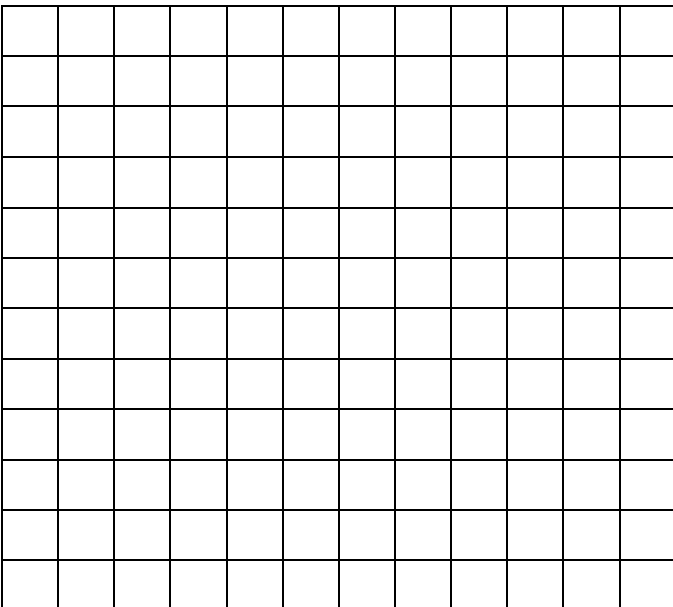
حاول (3) ص 73: أوجد معكوس الدالة $f(x) = (x + 3)^2 - 4$



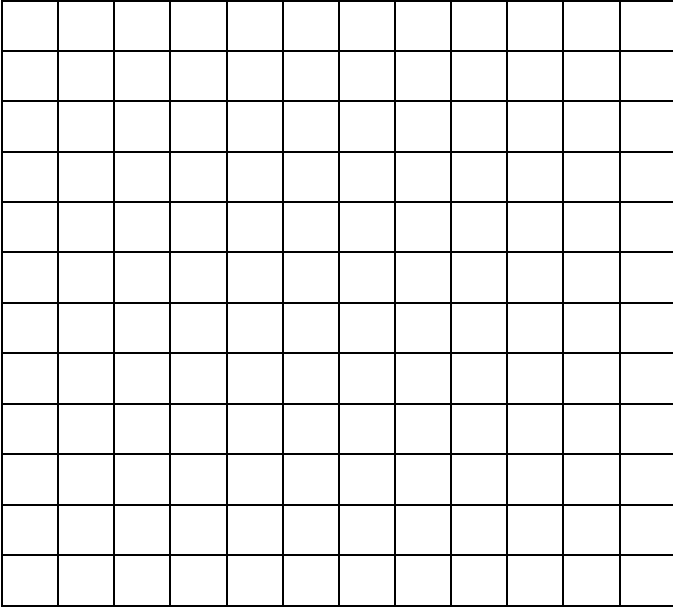
مثال (4) ص 73: ارسم الدالة: $y = \sqrt{x-4} - 2$ ، وعين المجال والمدى للدالة.



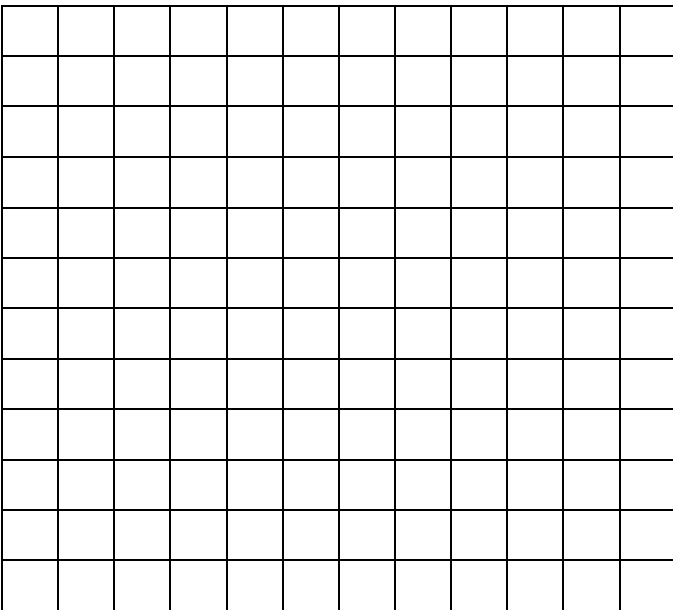
حاول (4) ص 74: ارسم الدالة: $y = \sqrt{x-2} + 1$ ، وعين المجال والمدى للدالة.



كراسة ص 30: (14) ارسم الدالة: $y = -\sqrt{x+3} - 2$ ، وعين المجال والمدى للدالة.



كراسة ص 30: (12) ارسم الدالة: $y = -\sqrt{x} + 2$ ، وعين المجال والمدى للدالة.





مثال (1) ص 75: أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 - x - 6 < 0$





حاول (1) صد 76: أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 + 4x + 3 \leq 0$





امتحان سابق: أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 - 7x - 3 \leq 5$





كراسة ص 32: (1) f أوجد مجموعة حل المتباينة: $21 + 4x \geq x^2$





كراسة ص 32: (1) (b) أوجد مجموعة حل المتباينة: $2x^2 - 3x - 5 \geq 0$





كراسة ص 32: (1) a أوجد مجموعة حل المتباينة: $(x - 3)(2x + 5) < 0$





ملاحظة: عند ضرب طرفي متباينة في عدد سالب نعكس علاقة الترتيب

مثال (2) ص 76: أوجد مجموعة حل المتباينة: $-x^2 + 7x - 10 \leq 0$





حاول (2) صد 77: أوجد مجموعة حل المتباينة: $-2x^2 + 5x - 3 \geq 0$



مثال (4) ص 79: a أوجد مجال الدالة: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$





مثال (4) ص 79: b أوجد مجال الدالة: $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$





حاول (4) صـ 80: a أوجد مجال الدالة: $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$





حاول (4) صـ 80: (b) أوجد مجال الدالة: $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$





امتحان سابق: أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x+1}{x-3} \leq 0$





امتحان سابق: أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{2x+6}{x+2} \leq 0$





مثال (5) ص 81: أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x+7}{x+2} \geq 2$





حاول (5) صد 81: أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$





مثال (6) ص 82: أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-5x+3}{x+4} < 3$





حاول (6) صـ 82: أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$





مثال (7) ص 83: أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-5x+6}{x-3} > 0$

حاول (7) ص 83: أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-49}{x+7} \leq 0$



تكون دوال القوى على الشكل:

$$y = ax^n, \quad a \neq 0, \quad n \in \mathbb{Z}^+$$

الدوال الزوجية والدوال الفردية Even Functions and Odd Functions

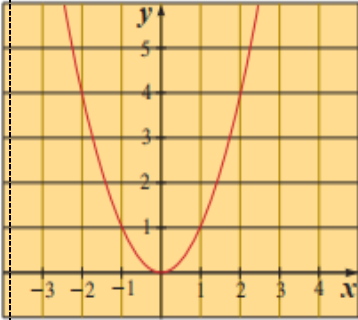
تعريف

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة زوجية إذا وفقط إذا كان:

$$1 \quad \forall x \in D, \quad -x \in D$$

$$2 \quad f(-x) = f(x)$$

في مستوى الإحداثيات، المحور الصادي هو محور تماثل (تناظر) لبيان كل دالة زوجية. فمثلاً: $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2, h(x) = x^4$ ، هما دالتان زوجيتان مجال كل منهما $\mathbb{R}$.



تعريف

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة فردية

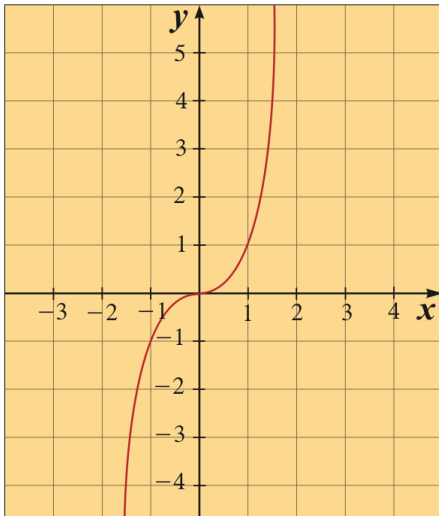
إذا وفقط إذا كان:

$$1 \quad \forall x \in D, \quad -x \in D$$

$$2 \quad f(-x) = -f(x)$$

في مستوى الإحداثيات نقطة الأصل هي نقطة تماثل (تناظر) لبيان كل دالة فردية.

فمثلاً: $\forall x \in \mathbb{R}$ ، الدالة: $f(x) = x^3$ هي دالة فردية.



مثال + حاول (3) صد 93: بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية

1) $f(x) = 2x^7$

2) $f(x) = x^5$

3) $f(x) = x$

4) $f(x) = -x^8$

5) $f(x) = 2x^4$

6) $f(x) = 4$

7) $f(x) = (x + 2)^2$

8) $f(x) = (x + 3)^3$





حاول (5) صد 95: أوجد معكوس الدالة: $y = 5x^3$

مثال (5) صد 95: أوجد معكوس الدالة: $y = 2x^4$



مثال (6) صد 96: أوجد معكوس الدالة: $f(x) = \sqrt{x+2}$

حاول (6) صد 96: أوجد معكوس الدالة: $f(x) = \sqrt{x-4}$

امتحان سابق: أوجد معكوس الدالة: $y = \sqrt[5]{x+3}$



الدوال الحدودية (2-3)

الوحدة الثالثة: كثيرات الحدود

تعريف الدالة الحدودية (كثيرة الحدود)

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

حيث n عدد صحيح غير سالب.

$a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_0$ أعداداً حقيقية

دالة كثيرة حدود

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 2x - 5$$

المعامل
الرئيسي

حد
تكعيبي

حد
تربيعي

حد
خطي

حد
ثابت

مثال + حاول (1) ص 98: اكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعاً للدرجة وعدد الحدود

1) $-7x + 5x^4$

2) $6 - 2x^5$

3) $4x - 6x + 5$

4) $5x^3 - (4x^2 + 5x^3) + 2x^2$

5) $3x^3 + x^2 - (4x + 2x^3)$

6) $(2l - 5)(l^2 - 1)$



الوحدة الثالثة: كثيرات الحدود

العوامل الخطية لكثيرات الحدود (3-3)

مثال (1) ص 102: اكتب التعبير: $(x + 1)(x + 2)(x + 5)$ في شكل كثيرة حدود في الصورة العامة.

حاول (1) ص 102: اكتب التعبير: $(x + 1)(x + 1)(x - 2)$ في شكل كثيرة حدود في الصورة العامة.



مثال (2) ص 103: حل كثيرة الحدود: $2x^3 + 10x^2 + 12x$ إلى عوامل ثم تحقق.

حاول (2) ص 103: حل كثيرة الحدود: $12x^3 - 12x^2 + 3x$ إلى عوامل ثم تحقق.



نظرية العامل

المقدار $(x - a)$ هو عامل خطي لكثيرة الحدود $\Leftrightarrow a$ صفر من أصفار كثيرة الحدود.

ويعني أنه إذا كان $(x - a)$ عاملاً خطياً لكثيرة الحدود فإن a صفر من أصفار دالة كثيرة الحدود والعكس صحيح.

فمثلاً $(x - 5)$ عامل خطي لكثيرة الحدود $\Leftrightarrow 5$ صفر لها.

مثال (5) ص 106: اكتب دالة كثيرة حدود حيث أصفارها: $3, 3, -2$ في الصورة العامة.

حاول (5) ص 106: (b) اكتب دالة كثيرة حدود حيث أصفارها: $0, -2, -4$ في الصورة العامة.



حاول (5) صد 106: a) اكتب دالة كثيرة حدود حيث أصفارها: 1 , -2 , -4 في الصورة العامة.

حاول (5) صد 106: c) اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث 3 صفر مكرر مرتين و -1 صفر بسيط.





الوحدة الثالثة: كثيرات الحدود

قسمة كثيرات الحدود (3-4)

مثال (1) صـ 107: (a) اقسم $x^2 + 6x + 8$ على $(x + 4)$

مثال (1) صـ 107: (b) اقسم $x^2 + 3x - 12$ على $(x - 2)$

حاول (1) صـ 108: (a) اقسم $x^2 + 5x + 6$ على $(x + 2)$

حاول (1) صـ 108: (b) اقسم $2x^2 - 19x + 24$ على $(x - 8)$





مثال (2) ص 109: تحقق ما إذا كان $(x + 4)$ عامل من عوامل كل كثيرة حدود باستخدام القسمة المطولة

1) $x^3 + 3x^2 - 6x - 7$

2) $x^3 + 64$





حاول (2) صد 109: تحقق ما إذا كان كل مقسوم عليه هو من عوامل المقسوم.

1) $(x^3 + 4x^2 + x - 6) \div (x + 2)$

2) $(x^3 - x + 1) \div (x + 1)$



مثال (3) ص 111: استخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ على $(x + 2)$ ثم أوجد باقي العوامل.

حاول (3) ص 111: استخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ على $(x + 2)$



مثال (4) ص 112: استخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 + 2x^2 + x - 5$ على $(x + 3)$

حاول (4) ص 112: استخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 + 4x^2 + x - 6$ على $(x + 1)$



نظرية الباقي

إذا قسمت كثيرة الحدود $f(x)$ من الدرجة $n \geq 1$ على $(x - a)$ حيث a ثابت، فإن باقي القسمة هو $f(a)$

مثال (7) ص 115: باستخدام نظرية الباقي أوجد باقي قسمة $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4x + 12$ على $(x + 4)$ ثم تحقق باستخدام القسمة التركيبية.

حاول (7) ص 115: باستخدام نظرية الباقي أوجد باقي قسمة $f(x) = 2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 60$ على $(x + 4)$ ثم تحقق باستخدام القسمة التركيبية.



امتحان سابق: باستخدام نظرية الباقي أثبت أن $(x + 2)$ عامل من عوامل $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ ثم أوجد باقي العوامل.

امتحان سابق: باستخدام نظرية الباقي أوجد باقي قسمة $f(x) = x^3 + 15x - 9$ على $(x - 3)$ ثم تحقق باستخدام القسمة التركيبية.



الوحدة الثالثة: كثيرات الحدود

حل معادلات كثيرات الحدود (3-5)

مثال (1) ص 117: أوجد مجموعة حل المعادلة $3x^3 + 6x^2 - 9x = 0$ بالتحليل ثم تحقق من صحة الحل.

حاول (1) ص 117: أوجد مجموعة حل المعادلة $4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$ بالتحليل ثم تحقق من صحة الحل.



مثال (2) ص 117: أوجد مجموعة حل المعادلة: $2x^3 - 4x^2 = 10x$

حاول (2) ص 118: a) أوجد مجموعة حل المعادلة: $2x^3 = 3x - 5x^2$





حاول (2) ص 118: (b) أوجد مجموعة حل المعادلة: $x^3 - x^2 - 3x = 0$

مثال (3) ص 118: (a) أوجد مجموعة حل المعادلة: $x^3 + 3x^2 = x + 3$



مثال (3) ص 118: b) أوجد مجموعة حل المعادلة: $x^3 - 3x = 6 - 2x^2$

حاول (3) ص 118: أوجد مجموعة حل المعادلة: $x^3 + 3x^2 - 4x = 8$





كراسة ص 49 (16) أوجد مجموعة حل المعادلة التالية باستخدام الأصفار النسبية الممكنة: $x^3 - 7x + 6 = 0$



**حاول (4) صد 121: a)**

أوجد مجموعة حل المعادلة التالية باستخدام الأصفار النسبية الممكنة: $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$



مثال (4) ص 120:

(a) أوجد مجموعة حل المعادلة التالية باستخدام الأصفار النسبية الممكنة: $x^3 - 4x^2 + 3 = 0$





مثال (4) ص 120: (b) أوجد مجموعة حل المعادلة التالية باستخدام الأعداد النسبية الممكنة:

$$x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x = 2$$





حاول (4) ص 121: 2) أوجد مجموعة حل المعادلة التالية باستخدام الأصفار النسبية الممكنة:

$$x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x = 18$$



الدالة:

$$y = ab^x$$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

(عدد ثابت)

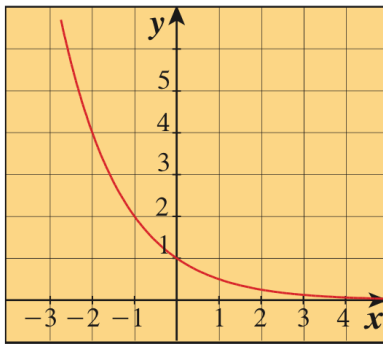
$$a \in \mathbb{R}^*$$

(الأساس)

$$b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

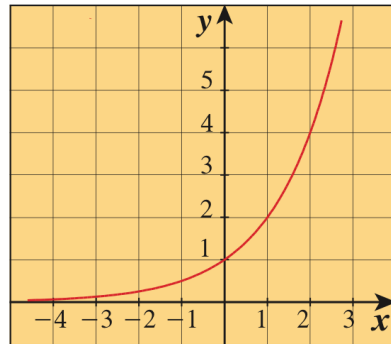
تسمى دالة أسية.

تضاؤل أسّي



عندما تكون $0 < b < 1$ ، فإن الدالة تمثل تضاؤلاً أسياً، وتكون b هي عامل التضاؤل.

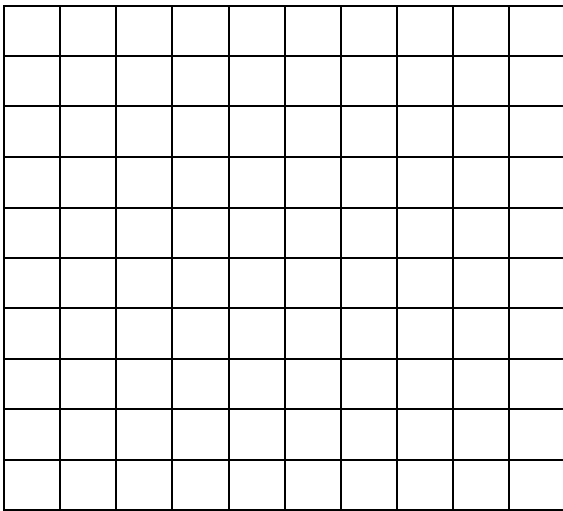
نمو أسّي



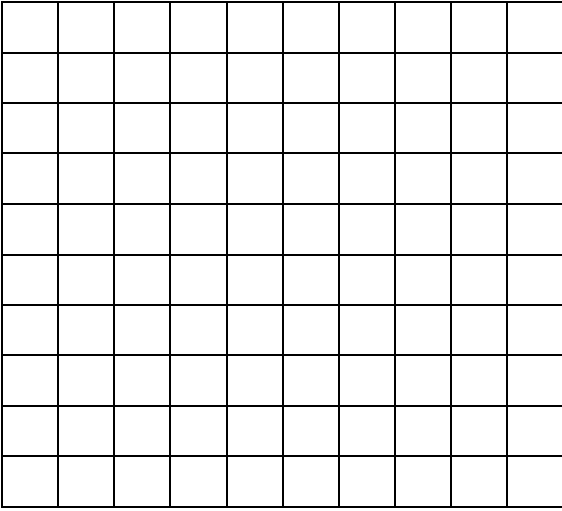
عندما تكون $b > 1$ ، فإن الدالة تمثل نمواً أسياً، وتكون b هي عامل النمو.

مثال (1) ص 127: مثل بيانيا الدالة: $y = 2^x$. ثم بين ما إذا كانت الدالة تمثل نمواً أسياً أو تضاؤلاً أسياً

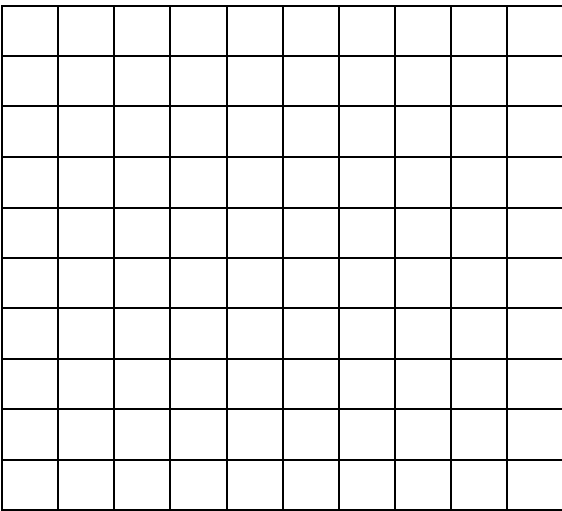
وحدد العامل.



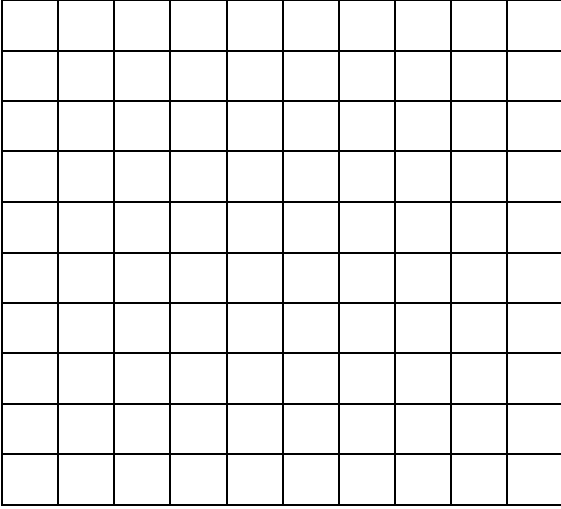
حاول (1) صد 127: b) مثل بيانيا الدالة: $y = 3^x$. ثم بين ما إذا كانت الدالة تمثل نمواً أسياً أو تضاولاً أسياً وحدد العامل.



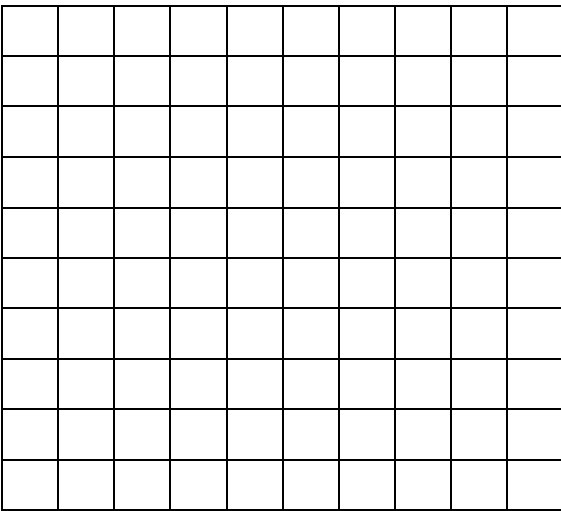
حاول (1) صد 127: a) مثل بيانيا الدالة: $y = 4(2)^x$. ثم بين ما إذا كانت الدالة تمثل نمواً أسياً أو تضاولاً أسياً وحدد العامل.



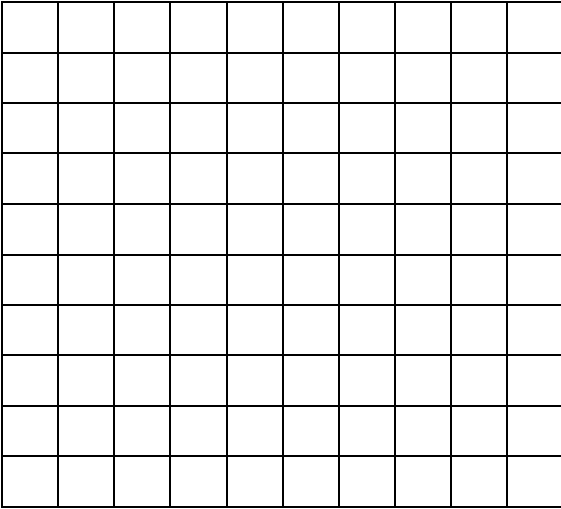
مثال (2) ص 127: مثل بيانيا الدالة: $y = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^x$. ثم بين ما إذا كانت الدالة تمثل نمواً أسياً أو تضالواً أسياً وحدد العامل.



حاول (2) ص 128: a) مثل بيانيا الدالة: $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. ثم بين ما إذا كانت الدالة تمثل نمواً أسياً أو تضالواً أسياً وحدد العامل.



حاول (2) ص 128: b مثل بيانيا الدالة: $y = 2(0.1)^x$. ثم بين ما إذا كانت الدالة تمثل نمواً أسياً أو تضالواً أسياً وحدد العامل.



مثال (4) ص 129: اكتب دالة أسية: $y = a b^x$ يمر بيانها بالنقطتين: $P(2, 4)$ ، $Q(3, 16)$





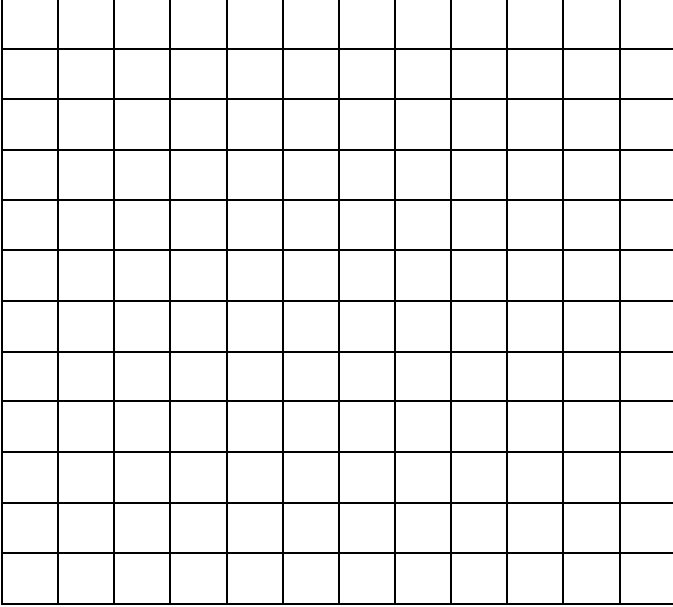
حاول (4) ص 129: اكتب دالة أسية: $y = a b^x$ يمر ببيانها بالنقطتين: $S(3, 16)$ ، $H(2, 4)$



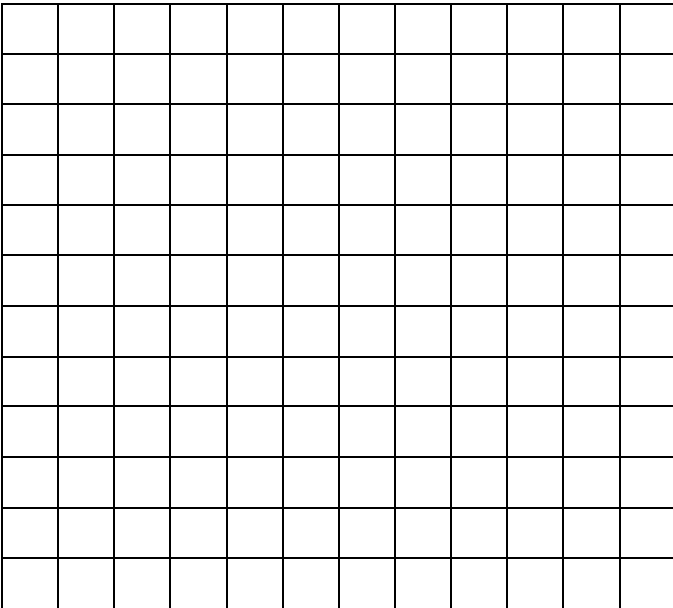
الوحدة الرابعة الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية

الدوال الأسية وتمثيلها بيانياً (2-4)

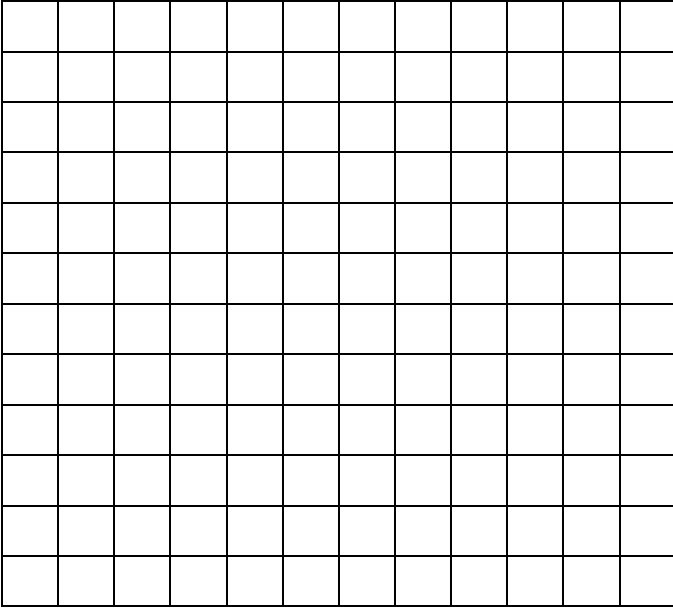
مثال (1) ص 133: مثل بيانياً كلاً من: $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = 3^x$ في نفس المستوي الإحداثي.



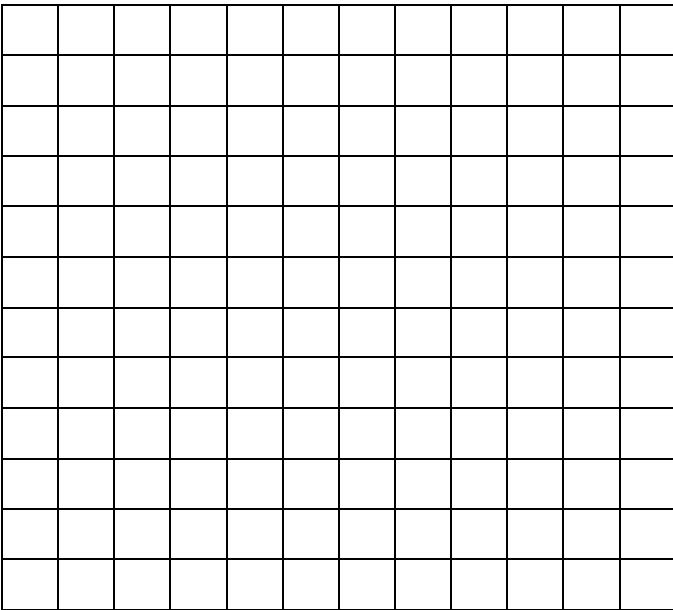
حاول (1) ص 133: مثل بيانياً كلاً من: $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$, $y = 5^x$ في نفس المستوي الإحداثي.



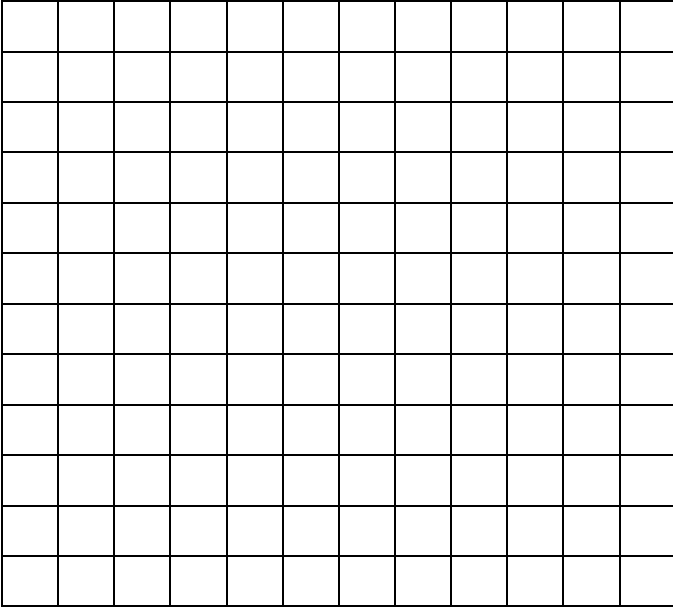
مثال (2) ص 134: مثل بيانياً كلاً من: $y = -\frac{1}{2}(2)^x$, $y = \frac{1}{2}(2)^x$ في نفس المستوي الإحداثي.



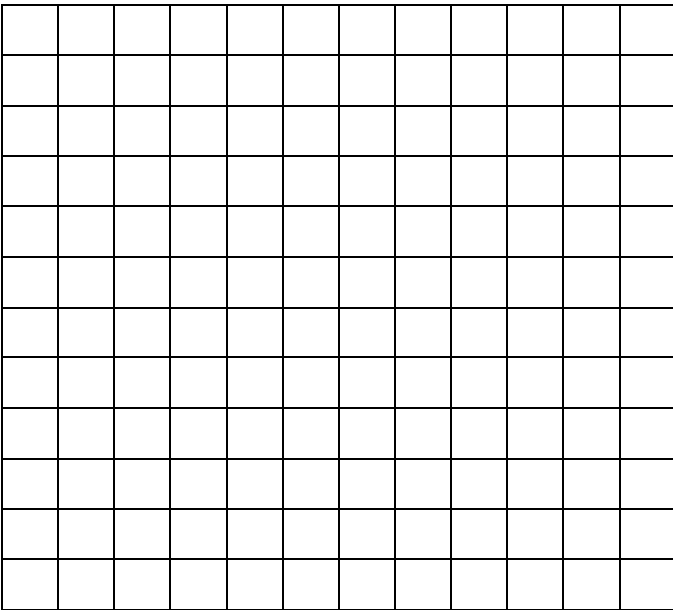
حاول (2) ص 134: مثل بيانياً كلاً من: $y = 4(2)^x$, $y = -4(2)^x$ في نفس المستوي الإحداثي.



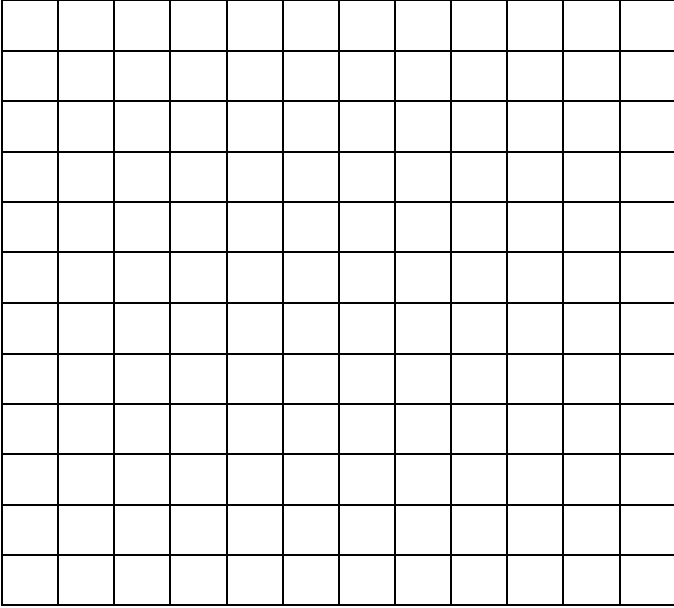
امتحان سابق: مثل بيانياً الدالة $y = 2^{x-1} + 2$ مستخدماً دالة المرجع



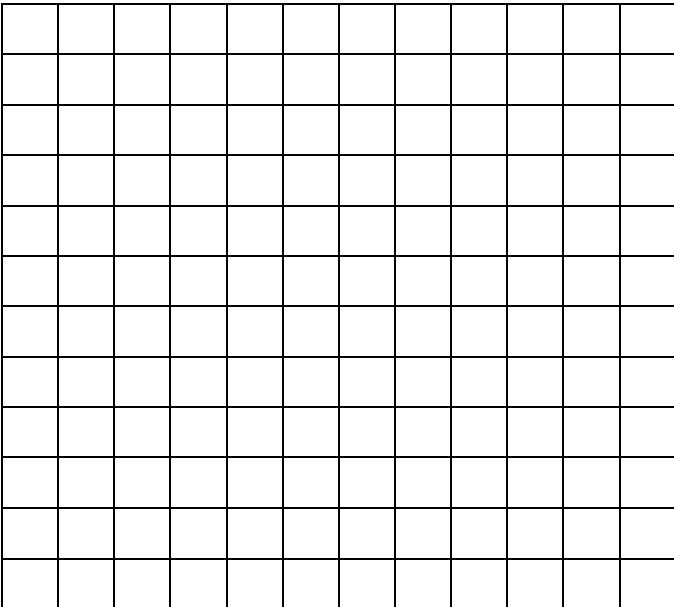
امتحان سابق: مستخدماً دالة المرجع مثل بيانياً الدالة: $y = (3)^{x-3} + 1$



امتحان سابق: مثل بيانيا الدالة: $y_1 = 2^x$ ومنها مثل بيانيا الدالة: $y_2 = (2)^{x+3} - 2$



مثال (3) ص 134: مثل بيانيا الدالة: $y_1 = 8 \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ومنها مثل بيانيا الدالة: $y_2 = 8 \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} + 3$



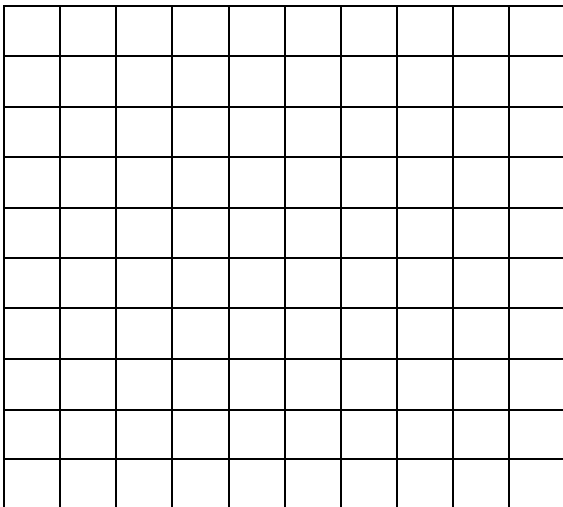
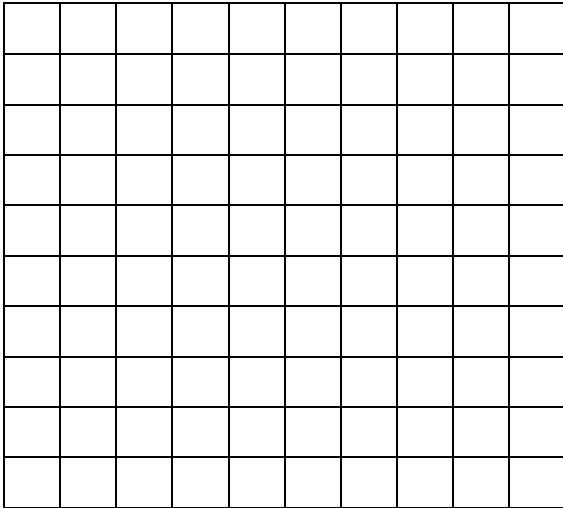
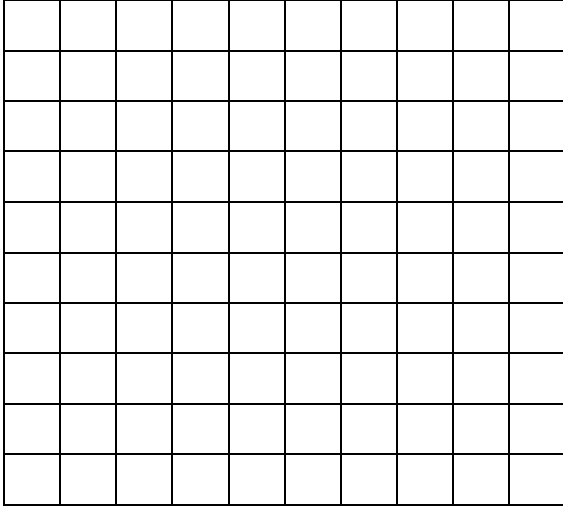


حاول (3) صد 135: مثل كل دالة مما يلي وذلك بانسحاب لبيان دالة المرجع: $y = 2(3)^x$

1) $y_1 = 2(3)^{x+1}1$

2) $y_2 = 2(3)^x - 4$

3) $y_3 = 2(3)^{x-3} + 1$



الدوال اللوغاريتمية وتمثيلها بيانيا (4-3)

الوحدة الرابعة: الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية

تعريف

$$\forall y \in \mathbb{R}^+ , b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

$$y = b^x \iff \log_b y = x$$

يتعين عدد حقيقي x بحيث يكون:

أكمل الجدول التالي:

الصورة الأسية	الصورة اللوغاريتمية
$7^2 = 49$	$\log_7 49 = 2$
$10^3 = 1000$	$\log_{10} \dots = \dots$
$3^5 = 243$	$\log_3 \dots = \dots$
$4^{\dots} = \dots$	$\log_4 2 = \frac{1}{2}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$	
$\dots$	$\log_5 \frac{1}{25} = -2$
$12^0 = 1$	$\dots$

مثال + حاول (2) ص 140: أوجد قيمة كل لوغاريتم مما يلي:

1) $\log_8 16$

2) $\log_{10} 100$

3) $\log_9 27$

4) $\log_{64} \frac{1}{32}$





تعريف: الدالة اللوغاريتمية

$$\forall x > 0, b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \log_b x$$

فإن الدالة:

تسمى دالة لوغاريتمية أساسها b **مثال (4) ص 141:** أوجد مجال تعريف كل من الدوال التالية:

1) $y = \log_5(6x)$

2) $f(x) = \log(3 - x)$

3) $g(x) = \log_2(x^2)$

4) $h(x) = 4 \log_3(5 - 3x)$





حاول (4) ص 141: أوجد مجال تعريف كل من الدوال التالية:

1) $y = 2 + \log_5(x - 2)$

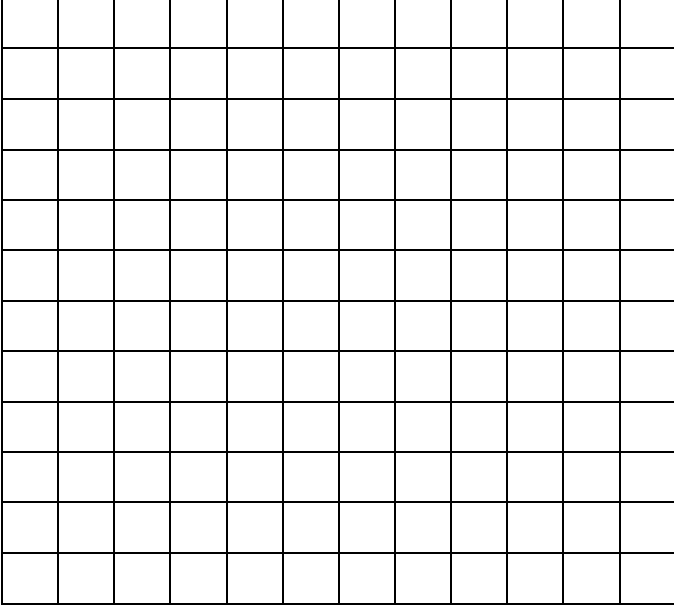
2) $f(x) = \log_4(x^2 + 1)$

3) $g(x) = \log_7(1 - x)$

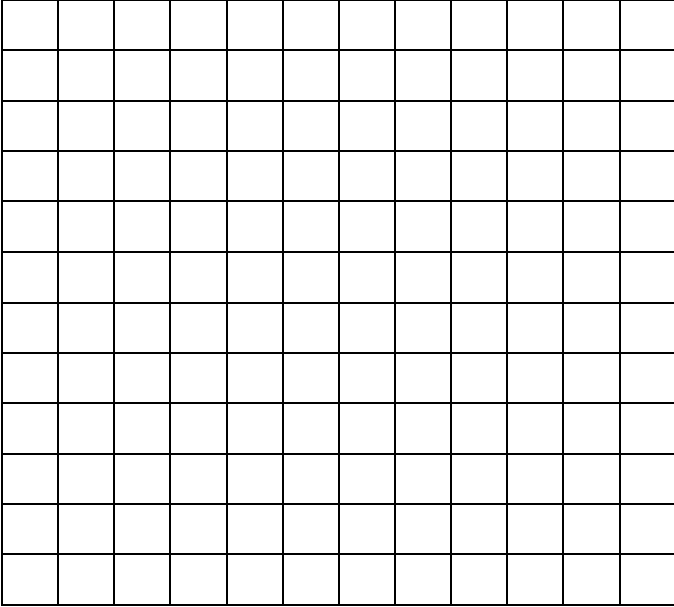
4) $h(x) = \log_8(x) - 2$



مثال (5) ص 142: استخدم خواص الانعكاس لرسم بيان الدالة: $y = \log_2 x$ ومعكوسها.

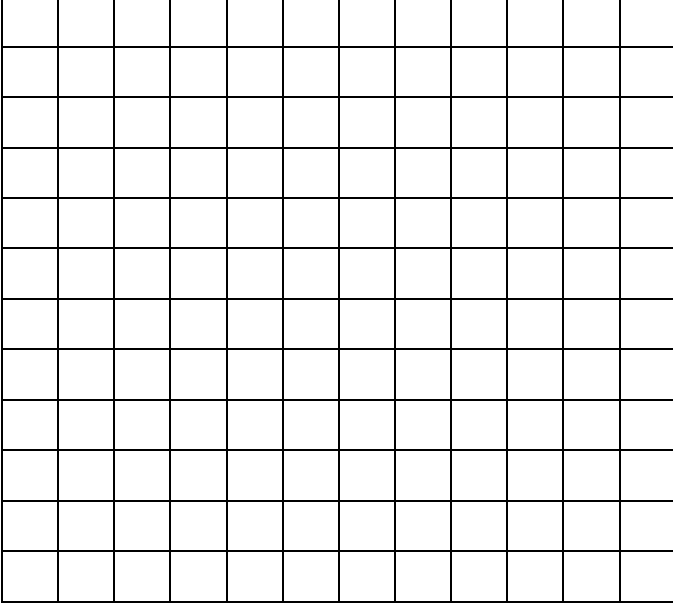


حاول (5) ص 143: استخدم خواص الانعكاس لرسم بيان الدالة: $y = \log_3 x$ ومعكوسها.

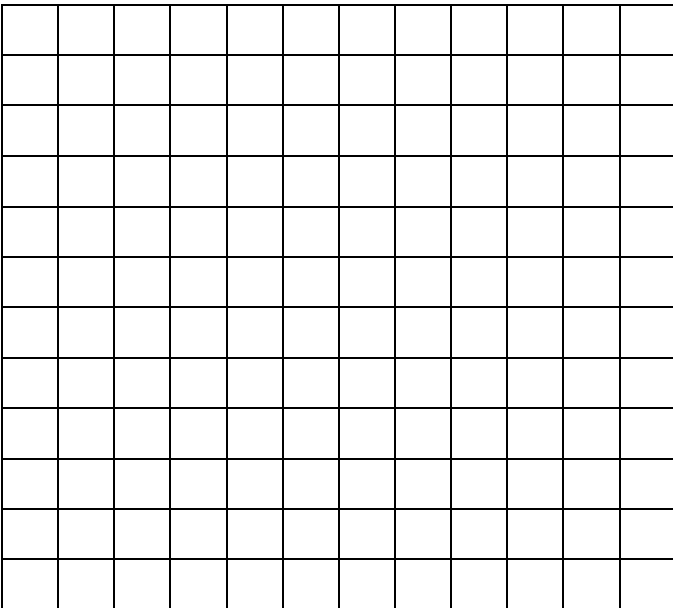


التمثيل البياني للدالة: $y = \log_b(x - h) + k$ هو انسحاب لبيان دالة المرجع: $y = \log_b x$ ، h وحدة أفقيًا، k وحدة رأسيًا.

مثال (6) ص 143: ارسم بيان الدالة: $y = \log_6(x + 2) - 3$ مستخدماً دالة المرجع.



حاول (6) ص 143: ارسم بيان الدالة: $y = \log_3(x - 3) + 1$ مستخدماً دالة المرجع.





خواص اللوغاريتمات (4-4)

الوحدة الرابعة: الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية

خواص اللوغاريتمات: $\forall m, n, b \in R^+, b \neq 1$

$$1) \log_b m + \log_b n = \log_b m n \quad (\text{الجمع يتحول إلى ضرب})$$

$$2) \log_b m - \log_b n = \log_b \frac{m}{n} \quad (\text{الطرح يتحول إلى قسمة})$$

$$3) \log_b m^k = k \log_b m, \quad k \in R$$

$$\log_b 1 = 0, \log_b b = 1, \log_b b^m = m$$

$$\forall a, b \in R^*, m \in R^* - \{1\}$$

$$\log_m a = \log_m b \Leftrightarrow a = b$$

مثال (1) + حاول صد 145: أعد كتابة كل مقدار لوغاريتمي مما يلي بصورة لوغاريتم واحد:

$$1) \log_2 8 - \log_2 4 \quad 2) 3 \log_b x + \log_b y \quad 3) 3 \log_5 2 + \log_5 4 - \log_5 16$$

$$4) \log_5 2 + \log_5 6 \quad 5) 3 \log_b 4 - 3 \log_b 2 \quad 6) 4 \log_3 2 - \log_3 5 + \log_3 10$$





مثال (2) ص 145: أوجد مفكوك كل لوغاريتم مما يلي حيث x, y عدنان حقيقيان موجبان.

1) $\log_5 \frac{x}{y}$

2) $\log (3x^4)$

3) $\log \sqrt{\frac{25}{x}}$

حاول (2) ص 146: أوجد مفكوك كل لوغاريتم مما يلي حيث a, b, c أعداد حقيقية موجبة.

1) $\log_2 7b$

2) $\log \left(\frac{c}{3}\right)^2$

3) $\log_7 (a^3 b^4)$





الوحدة الرابعة: الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية

المعادلات الأسية واللوغاريتمية (4-5)

$$\forall a, b \in \mathbb{R}^+, m \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$$

$$a = b \Leftrightarrow \log_m a = \log_m b$$

$$7^{3x} = 20$$

مثال (1) ص 150: حل المعادلة التالية، ثم تحقق:

مثال (2) ص 151: حل كلاً من المعادلات التالية:

$$1) x^{\frac{2}{3}}, \quad x > 0$$

$$2) \sqrt{m^5} = 32, \quad m > 0$$





حاول (2) صد 152: حل كلاً من المعادلات التالية:

1) $t^{\frac{7}{2}}$, $t > 0$

2) $\sqrt[3]{u^4} - 5 = 11$, $u > 0$





قاعدة تغيير الأساس :

$$\forall m, b, c \in R^+, \quad b \neq 1, c \neq 1 \quad \log_b m = \frac{\log_c m}{\log_c b}$$

مثال (3) ص 152:

استخدم قاعدة تغيير الأساس لإيجاد قيمة $\log_3 15$ ثم حول $\log_3 15$ إلى لوغاريتم للأساس 2

حاول (1) ص 153: أوجد قيمة $\log_3 400$ ثم حولها إلى لوغاريتم للأساس 8





حاول (4) ص 153: استخدم قاعدة تغيير الأساس لحل المعادلة: $7^{5x} = 3000$

مثال (4) ص 153: حل المعادلة: $2^{3x} = 172$





حل معادلات لوغاريتمية

مثال (5) صد 155: حل المعادلة:

$$\log(3x + 1) = 5$$

حاول (5) صد 155: حل المعادلة:

$$\log(7 - 2x) = -1$$





$$2\log x - \log 3 = 2$$

مثال (6) ص 155: حل المعادلة:

$$\log 6 - \log 3x = -2$$

حاول (6) ص 156: حل المعادلة:





$$\log x - \log(x - 1) = 1$$

امتحان سابق: حل المعادلة:

كراسة صد 65: (18) أوجد مجموعة حل المعادلة: $\log(2x) + \log(x - 3) = \log 8$, $x \in (3, \infty)$





امتحان سابق: أوجد مجموعة حل المعادلة: $\log(x) + \log(x - 3) = \log 4, x \in (3, \infty)$

حاول (7) صد 157: (a) أوجد مجموعة حل المعادلة: $\log x^2 - \log(x^2 - x) = 1, x \in (1, \infty)$



**مثال (7) ص 156: (b)**

أوجد مجموعة حل المعادلة: $\log_2 (x - 1) - \log_2 (x + 3) = \log_2 \left(\frac{1}{x}\right)$, $x \in (1, \infty)$

حاول (7) ص 157: (b) أوجد مجموعة حل المعادلة:

$$\log_4 (x + 6) - \log_4 12 = \log_4 2 - \log_4 (x - 4) \quad , x \in (4, \infty)$$



امتحان سابق: أوجد مجموعة حل المعادلة: $\log x^2 - \log 3 = 2, x \in (0, \infty)$

مثال (7) ص 156: (c) أوجد مجموعة حل المعادلة: $\log_{x+1} 32 = 1, x \in (0, \infty)$





$$\log (3x) - \log (x + 20) = -\log 2$$

كراسة صد 65: (19) أوجد مجموعة حل المعادلة:

$$\log_{(2x-1)} 64 = 2$$

كراسة صد 65: (20) أوجد مجموعة حل المعادلة:





الوحدة الرابعة: الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية

اللوغاريتم الطبيعي (4-6)

مثال (1) ص 159: استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل: $8e^{2x} = 20$ **حاول (1) ص 159:** استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل: $e^{4(x+1)} = 32$ 



كراسة صد 67: (17) استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل: $2 e^{(3x-2)} + 4 = 16$

امتحان سابق: استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل: $9 e^{2x} - 3 = 24$

حاول (4) صد 161: (a) استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل: $e^{x+1} = 30$





حاول (3) صد 160: (a) استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل: $e^{\frac{2x}{5}} + 7.2 = 9.1$

مثال (4) صد 161: استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل: $7e^{2x} + 2.5 = 13$





حاول (4) صد 161: (b) استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل المعادلة: $2^{2x-3} + 4 = 7$

مثال (3) صد 160: حل المعادلة: $\ln (3x + 5) = 4$





امتحان سابق: حل المعادلة: $\ln(4x - 1) = 5$

حاول (3) صد 160: (b) حل المعادلة: $5 + \ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 7$



كراسة صد 67: (25) حل المعادلة:

$$\frac{1}{2} \ln x + \ln 2 - \ln 3 = 3, \quad x \in (0, \infty)$$

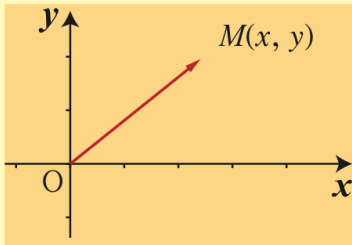
كراسة صد 67: (28) حل المعادلة:

$$\ln (5x - 3)^{\frac{1}{3}} = 2, \quad x \in \left(\frac{3}{5}, \infty\right)$$



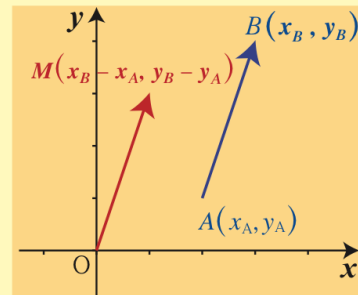
Position Vector

متجه الموضع



تعريف

القطعة الموجهة $\overrightarrow{OM}$ التي بدايتها نقطة الأصل ونهايتها $M(x, y)$ تسمى «متجه الموضع» ويمثلها الزوج المرتب (x, y)



تعريف

$\overrightarrow{AB}$ قطعة موجهة في المستوى الإحداثي

حيث $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$

متجه الموضع لهذه القطعة هو القطعة الموجهة $\overrightarrow{OM}$

حيث $M(x_B - x_A, y_B - y_A)$

مثال (1) ص 169: ليكن: $A(2, -1)$, $B(7, 3)$, $C(4, 2)$, $M(3, -2)$

(1) عين الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لكل من: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$

(2) إذا كان متجه الموضع $\overrightarrow{OM}$ يمثل القطعة الموجهة $\overrightarrow{AE}$ ، فأوجد إحداثيات E





حاول (1) صد 169: ليكن: $A(1, -3), B(2, 2), C(2, 3), D(-2, -1)$

- (1) عين الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لكل من: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}$
- (2) متجه الموضع $\overrightarrow{DC}$ يمثل القطعة الموجهة $\overrightarrow{KD}$ ، فأوجد إحداثيات K



مثال (2) ص 171: إذا كانت $K(-2, 3)$, $L(2, -4)$, $P(0, 3)$ فأوجد مركبات كل من المتجهات التالية: $\langle \overrightarrow{KL} \rangle$, $\langle \overrightarrow{PK} \rangle$, $\langle \overrightarrow{LP} \rangle$

حاول (2) ص 171: إذا كانت $F(5, 13)$, $E(3, 11)$, $D(-2, -7)$ فأوجد مركبات كل من المتجهات التالية: $\langle \overrightarrow{EF} \rangle$, $\langle \overrightarrow{ED} \rangle$, $\langle \overrightarrow{DE} \rangle$

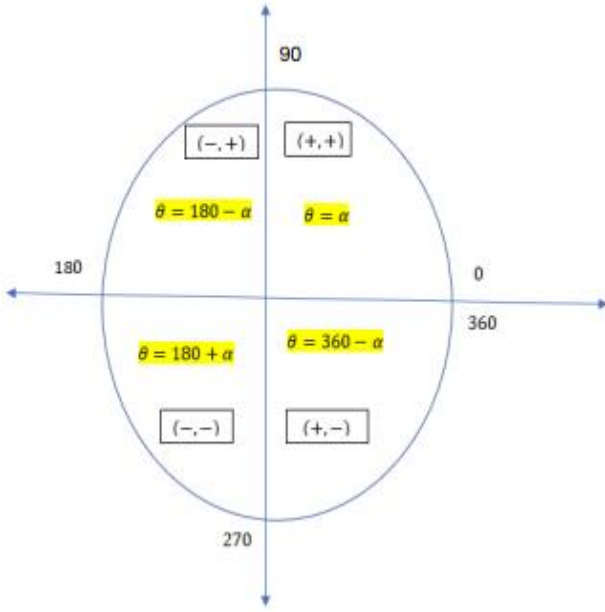


$$\|\vec{U}\| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \vec{U} = \langle x, y \rangle \text{ المتجه } \vec{U} \text{ طوله (معياره)}$$

إذا كان معياره يساوي الوحدة يسمى متجه وحدة

زاوية الأسناد α :

$$\alpha = \tan^{-1} \left| \frac{y}{x} \right|$$



مثال (3) ص 172: لكل من المتجهات ارسم متجه الموضع ثم أوجد طول (معيار) المتجه وقياس الزاوية θ التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

1) $\vec{u} = \langle 2, 3 \rangle$

2) $\vec{v} = \langle -\sqrt{2}, 2 \rangle$



مثال (3) ص 172: لكل من المتجهات ارسم متجه الموضع ثم أوجد طول (معيار) المتجه وقياس الزاوية θ التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

1) $\vec{u} = \langle 1, -3 \rangle$

2) $\vec{v} = \langle -3, -1 \rangle$





حاول (3) صد 173: لكل من المتجهات ارسم متجه الموضع ثم أوجد طول (معيار) المتجه وقياس الزاوية θ التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

1) $\vec{u} = \langle 2, 2 \rangle$

2) $\vec{v} = \langle -1, -2 \rangle$



حاول (3) صد 173: لكل من المتجهات ارسم متجه الموضع ثم أوجد طول (معيار) المتجه وقياس الزاوية θ التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

1) $\vec{u} = \langle -2, 3 \rangle$

2) $\vec{v} = \langle 1, -4 \rangle$



امتحان سابق: إذا كان المتجه $\vec{t} = \langle -1, -3 \rangle$ أوجد:

(1) طول المتجه $\vec{t}$ (2) قياس الزاوية θ التي يصنعها المتجه $\vec{t}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.



متجه الوحدة

تعريف

المتجه $\vec{U} = \langle x, y \rangle$ هو متجه وحدة إذا كان معياره يساوي الوحدة أي أن:

$$\|\vec{U}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$$

فمثلاً $\langle 1, 0 \rangle$ ، $\langle 0, 1 \rangle$ ، $\langle -1, 0 \rangle$ ، $\langle \frac{4}{5}, \frac{3}{5} \rangle$ هي متجهات وحدة.

مثال (4) ص 175: إذا كان $\vec{u} = \langle \frac{2}{\sqrt{5}}, y \rangle$ فأوجد قيمة y . بحيث يصبح $\vec{u}$ متجه وحدة.

حاول (4) ص 175: إذا كان $\vec{v} = \langle x, \frac{12}{13} \rangle$. أوجد قيمة x بحيث يصبح $\vec{v}$ متجه وحدة.



تساوي متجهين

$$\vec{A} = \langle x_A, y_A \rangle, \vec{B} = \langle x_B, y_B \rangle \quad \text{ليكن:}$$

$$\vec{A} = \vec{B} \iff x_A = x_B, y_A = y_B$$

مثال (5) ص 175: إذا كانت $O(0, 0)$, $P(3, 4)$, $R(-4, 2)$, $S(-1, 6)$ في المستوي الإحداثي

$$\langle \overrightarrow{RS} \rangle = \langle \overrightarrow{OP} \rangle \quad \text{فأثبت أن:}$$

حاول (5) ص 175: إذا كانت $A(0, 1)$, $B(1, 3)$, $C(3, 6)$, $D(4, 8)$ في المستوي الإحداثي

$$\langle \overrightarrow{AB} \rangle = \langle \overrightarrow{CD} \rangle \quad \text{فأثبت أن:}$$



مثال (6) ص 176: ليكن المتجهان $\vec{A} = \langle 2x + 1, 3y - 1 \rangle$, $\vec{B} = \langle 3, 2 \rangle$

حيث x, y عدنان حقيقيان. أوجد قيمتا x, y اللتين تحققان $\vec{A} = \vec{B}$

حاول (6) ص 176: ليكن المتجهان $\vec{A} = \langle -2x + 3, 4y - 1 \rangle$, $\vec{B} = \langle -1, 3 \rangle$,

حيث x, y عدنان حقيقيان. أوجد قيمتا x, y اللتين تحققان $\vec{A} = \vec{B}$





خواص

- 1 يكون للمتجهين غير الصفريين $\langle \overrightarrow{AB} \rangle$, $\langle \overrightarrow{CD} \rangle$ الاتجاه نفسه إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي موجب k يحقق $\langle \overrightarrow{AB} \rangle = k \langle \overrightarrow{CD} \rangle$
- 2 يكون للمتجهين غير الصفريين $\langle \overrightarrow{AB} \rangle$, $\langle \overrightarrow{CD} \rangle$ اتجاهين متعاكسين إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي سالب k يحقق $\langle \overrightarrow{AB} \rangle = k \langle \overrightarrow{CD} \rangle$
- 3 تكون النقاط A, B, C على استقامة واحدة إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي غير صفري k يحقق $\langle \overrightarrow{AB} \rangle = k \langle \overrightarrow{AC} \rangle$

مثال (8) صد 178: إذا كان $\vec{A} = \langle -1, 2 \rangle$ فأوجد: 1) $2\vec{A}$ 2) $-\vec{A}$ 3) $0.5\vec{A}$

حاول (8) صد 178: إذا كان $\vec{B} = \langle 3, -2 \rangle$ فأوجد: 1) $3\vec{B}$ 2) $-5\vec{B}$ 3) $\frac{3}{2}\vec{B}$



مثال (9) ص 178: باستخدام خواص المتجهات أثبت أن النقاط $A(2, 3)$, $B(-2, 5)$, $C(10, -1)$ على استقامة واحدة

حاول (9) ص 179: باستخدام خواص المتجهات أثبت أن النقاط $K(0, -1)$, $L(2, 3)$, $C(-2, -5)$ على استقامة واحدة



جمع المتجهات وطرحها (5-2)

الوحدة الخامسة المتجهات

لأي ثلاث نقاط في المستوى تسمى العلاقة: $\langle \overrightarrow{LM} \rangle + \langle \overrightarrow{MN} \rangle = \langle \overrightarrow{LN} \rangle$ علاقة شال.

Properties of Adding Vectors in the Plane

خواص عملية جمع المتجهات في المستوى

لأي ثلاثة متجهات $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ في المستوى

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

■ خاصية الإبدال في جمع المتجهات

$$\vec{A} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{A} = \vec{A}$$

■ خاصية العنصر المحايد $\vec{0}$

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$

■ خاصية التجميع في جمع المتجهات

$$\vec{A} + (-\vec{A}) = (-\vec{A}) + \vec{A} = \vec{0}$$

■ خاصية المعكوس الجمعي

$$\vec{A} + \vec{C} = \vec{B} + \vec{C} \Rightarrow \vec{A} = \vec{B}$$

■ خاصية الحذف

$$K(\vec{A} + \vec{B}) = K\vec{A} + K\vec{B}$$

■ خاصية التوزيع مع عدد حقيقي غير الصفر

مثال (3) ص 182: ABC مثلث. أوجد:

$$1) \vec{L} = \langle \overrightarrow{AC} \rangle + \langle \overrightarrow{BA} \rangle + \langle \overrightarrow{CB} \rangle$$

$$2) \vec{K} = \langle \overrightarrow{AB} \rangle + \langle \overrightarrow{CA} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle + \langle \overrightarrow{AB} \rangle$$





حاول (3) ص 182: $ABCD$ مضلع. أوجد:

$$1) \langle \overrightarrow{AB} \rangle + \langle \overrightarrow{CD} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle \quad 2) \langle \overrightarrow{AD} \rangle + \langle \overrightarrow{CA} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle + \langle \overrightarrow{DB} \rangle$$

مثال (5) ص 184: ABC مثلث. أثبت أن $\langle \overrightarrow{AB} \rangle - \langle \overrightarrow{AC} \rangle = \langle \overrightarrow{CB} \rangle$

حاول (5) ص 184: $ABCD$ مضلع في المستوي. أوجد:

$$1) \langle \overrightarrow{AB} \rangle + \langle \overrightarrow{CD} \rangle - \langle \overrightarrow{AD} \rangle - \langle \overrightarrow{CB} \rangle \quad 2) \langle \overrightarrow{AB} \rangle - \langle \overrightarrow{AC} \rangle + \langle \overrightarrow{BC} \rangle + \langle \overrightarrow{AD} \rangle$$



إذا كان $\vec{A} = \langle x_A, y_A \rangle, \vec{B} = \langle x_B, y_B \rangle$ فإن:

$$\vec{A} = \vec{B} \Leftrightarrow x_A = x_B, y_A = y_B$$

$$\vec{AB} = \langle x_B - x_A, y_B - y_A \rangle$$

$$\vec{A} + \vec{B} = \langle x_A + x_B, y_A + y_B \rangle$$

$$\vec{A} - \vec{B} = \langle x_A - x_B, y_A - y_B \rangle$$

مثال (4) ص 183: إذا كان $\vec{A} = \langle 2, 3 \rangle, \vec{B} = \langle -1, 5 \rangle$ فأوجد: 1) $\vec{A} + \vec{B}$ 2) $2\vec{A} + 3\vec{B}$

حاول (4) ص 183: إذا كان $\vec{A} = \langle 4, -2 \rangle, \vec{B} = \langle -7, 5 \rangle$ فأوجد: 1) $\vec{A} + \vec{B}$ 2) $3\vec{A} + 5\vec{B}$





مثال (6) ص 184: إذا كان $\vec{A} = \langle 5, 12 \rangle$, $\vec{B} = \langle 11, 7 \rangle$ فأوجد: 1) $\vec{A} - \vec{B}$ 2) $4\vec{A} - 6\vec{B}$

حاول (6) ص 184: إذا كان $\vec{A} = \langle -3, 0 \rangle$, $\vec{B} = \langle 5, -9 \rangle$ فأوجد: 1) $\vec{A} - \vec{B}$ 2) $-3\vec{A} + 4\vec{B}$





امتحان سابق: إذا كان $\vec{A} = \langle 2, 3 \rangle$, $\vec{B} = \langle -1, 2 \rangle$ فأوجد:

1) $2\vec{A} + 3\vec{B}$

2) $\vec{A} \cdot \vec{B}$

3) $\|\vec{A}\|$

حاول (8) صد 186: إذا كانت $A(3, 4)$, $B(-2, 5)$, $C(-4, -1)$ اكتب كلا من المتجهات $\langle \vec{OA} \rangle$, $\langle \vec{OB} \rangle$, $\langle \vec{OC} \rangle$ بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين $\vec{i}$, $\vec{j}$



الضرب الداخلي (3-5)

الوحدة الخامسة المتجهات

Scalar Product

الضرب الداخلي لمتجهين

في المستوى الإحداثي لأي متجهين غير صفريين $\vec{A}$, $\vec{B}$

ناتج الضرب الداخلي لهما ويرمز له بالرمز $\vec{A} \cdot \vec{B}$ يساوي ناتج ضرب طولي المتجهين في جيب تمام قياس الزاوية المحددة بهما.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| \times \|\vec{B}\| \times \cos(\vec{A}, \vec{B}) , \quad 0^\circ \leq m(\vec{A}, \vec{B}) \leq 180^\circ \text{ أي أن:}$$

مثال (1) ص 187: إذا كان $\vec{u} = \langle 3, 0 \rangle$, $\vec{v} = \langle 3, 3 \rangle$ فأوجد $\vec{u} \cdot \vec{v}$

حاول (1) ص 187: إذا كان $\vec{u} = \langle 0, 2 \rangle$, $\vec{v} = \langle 2, 2 \rangle$ فأوجد $\vec{u} \cdot \vec{v}$



قانون: إذا كان $\vec{A} = \langle x_A, y_A \rangle$, $\vec{B} = \langle x_B, y_B \rangle$ فإن:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B$$

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = \|\vec{A}\|^2$$

حيث $\vec{A} \neq 0$, $\vec{B} \neq 0$

$$\vec{A} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \Leftrightarrow x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B = 0$$

مثال (3) ص 189: إذا كانت $A(-2, -3)$, $B(1, 1)$, $C(-3, -1)$ هي رؤوس المثلث ABC .

(1) اكتب كلا من المتجهين $\langle \vec{CA} \rangle$, $\langle \vec{CB} \rangle$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{i}$, $\vec{j}$

(2) أوجد قيمة $\langle \vec{CA} \rangle \cdot \langle \vec{CB} \rangle$. (3) أثبت أن المثلث ABC قائم في $\hat{C}$



حاول (3) صد 189: إذا كانت $A(6, -1)$, $B(3, 2)$, $C(2, 1)$

(1) اكتب كلا من المتجهين $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{i}$, $\vec{j}$

(2) أوجد قيمة $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

(3) أثبت أن المثلث ABC قائم في $\hat{B}$





مثال (4) صـ 189: إذا كان $\vec{A} = \langle -2, 3 \rangle$, $\vec{B} = \langle 1, y \rangle$ وكان $\vec{A} \perp \vec{B}$ أوجد قيمة y

حاول (4) صـ 189: إذا كان $\vec{A} = \langle 3, -1 \rangle$, $\vec{B} = \langle x, -2 \rangle$ وكان $\vec{A} \perp \vec{B}$ أوجد قيمة x





امتحان سابق: لنأخذ $\vec{u} = \langle x, 4 \rangle$, $\vec{v} = \langle 2, -3 \rangle$.

- (1) أوجد قيمة x بحيث يكون $\vec{u}$ متعامد مع $\vec{v}$
- (2) أوجد قيمة x بحيث يكون $\|\vec{u}\| = 5$ units



$$\vec{A} \parallel \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} = k\vec{B} \Leftrightarrow x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A = 0$$

مثال (5) ص 190: (a) أثبت أن $\vec{A} \parallel \vec{B}$ حيث $\vec{A} = \langle -7, 5 \rangle$, $\vec{B} = \langle 14, -10 \rangle$

حاول (5) ص 190: (a) أثبت أن $\vec{A} \parallel \vec{B}$ حيث $\vec{A} = \langle 3, -2 \rangle$, $\vec{B} = \langle 6, -4 \rangle$

مثال (5) ص 190: (b) إذا كان $\vec{A} \parallel \vec{B}$ حيث $\vec{A} = \langle 6, -8 \rangle$, $\vec{B} = \langle 2, y \rangle$ أوجد قيمة y



حاول (5) صـ 190: (b) إذا كان $\vec{A} \parallel \vec{B}$ حيث $\vec{B} = \langle x, \frac{4}{5} \rangle$, $\vec{A} = \langle \frac{7}{3}, \frac{2}{3} \rangle$ أوجد قيمة x

امتحان سابق: إذا كان $\vec{B} = \langle 6, y \rangle$, $\vec{A} = \langle 3, -2 \rangle$

(1) أوجد قيمة y بحيث $\vec{A} \perp \vec{B}$ (2) أوجد قيمة y بحيث $\vec{A} \parallel \vec{B}$



خواص الضرب الداخلي

$\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ ثلاثة متجهات غير صفريّة في المستوى، k عدد حقيقي.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

■ خاصية الإبدال

$$\vec{A} \cdot (k \vec{B}) = (k \vec{A}) \cdot \vec{B} = k(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

■ خاصية التجميع مع عدد حقيقي غير صفري

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \pm \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} \pm \vec{A} \cdot \vec{C}$$

■ خاصية توزيع الضرب الداخلي على جمع

المتجهات أو طرحها

مثال (6) ص 191: $\vec{A}, \vec{B}$ متجهان في المستوى، حيث $\vec{A} \cdot \vec{B} = -3$ ، $\|\vec{B}\| = 2$ ، $\|\vec{A}\| = 3$
أوجد قيمة $(\vec{A} + 2\vec{B}) \cdot (4\vec{A} - 3\vec{B})$

حاول (6) ص 191: $\vec{A}, \vec{B}$ متجهان في المستوى، حيث $\vec{A} \cdot \vec{B} = 5$ ، $\|\vec{B}\| = 4$ ، $\|\vec{A}\| = 3$
أوجد قيمة $(-\vec{A} + 3\vec{B}) \cdot (3\vec{A} - 2\vec{B})$





قياس الزاوية بين متجهين

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|} = \frac{x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B}{\sqrt{x_A^2 + y_A^2} \sqrt{x_B^2 + y_B^2}}$$

$$0^\circ \leq m(\vec{A}, \vec{B}) \leq 180^\circ \text{ حيث}$$

مثال (7) صـ 192: إذا كان $\vec{A} \cdot \vec{B} = 15$, $\|\vec{B}\| = 6$, $\|\vec{A}\| = 5$ فأوجد قياس الزاوية $(\vec{A}, \vec{B})$

حاول (7) صـ 192: إذا كان $\vec{A} \cdot \vec{B} = -3\sqrt{3}$, $\|\vec{B}\| = 2$, $\|\vec{A}\| = 3$ فأوجد قياس الزاوية $(\vec{A}, \vec{B})$





امتحان سابق: $\vec{A}, \vec{B}$ متجهان في المستوي ، حيث $\vec{A} \cdot \vec{B} = -3$ ، $\|\vec{B}\| = 2$ ، $\|\vec{A}\| = 3$

(1) أوجد قيمة $(\vec{A} + 2\vec{B}) \cdot (4\vec{A} - 3\vec{B})$

(2) أوجد قياس الزاوية $(\vec{A}, \vec{B})$





مثال (8) ص 193: أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين: $\vec{A} = \langle 2, 2\sqrt{3} \rangle$, $\vec{B} = \langle -4, 4\sqrt{3} \rangle$

امتحان سابق: إذا كان $\vec{A} = \langle 3, -1 \rangle$, $\vec{B} = \langle 6, 3 \rangle$ فأوجد:

(1) $2\vec{A} + 3\vec{B}$

(2) قياس الزاوية المحددة بالمتجهين $(\vec{A}, \vec{B})$





امتحان سابق: إذا كان $\vec{A} = \langle -3, 4 \rangle$, $\vec{B} = \langle 0, 3 \rangle$ فأوجد:

(1) $2\vec{A} - \vec{B}$

(2) قياس الزاوية المحددة بالمتجهين $(\vec{A}, \vec{B})$





امتحان سابق: إذا كان $\vec{u} = \langle 0, 2 \rangle$, $\vec{v} = \langle 2, 2 \rangle$ فأوجد:

1) $\|\vec{u}\|$

2) $\|\vec{v}\|$

3) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

4) قياس الزاوية المحددة بالمتجهين $(\vec{u}, \vec{v})$



الوحدة السادسة: الجبر المتقطع (الإحصاء)

المجتمع الإحصائي والمعاينة (1-6)

مثال (1) ص 198: في كل من المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منته أو غير منته) ووحدة الدراسة.

- (1) طلاب الصف الحادي عشر في مدارس دولة الكويت
- (2) الطيور على سطح الأرض

حاول (1) ص 199: في كل من المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منته أو غير منته) ووحدة الدراسة.

- (1) لاعبو فرق كرة السلة في دولة الكويت.
- (2) مجتمع الأسماك في مياه الخليج العربي.

مثال (2) ص 199: هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية أم لا؟ اذكر السبب.

- (1) دراسة كمية الدهون الموجودة في الدم.
- (2) دراسة نسبة عدد الطلاب الذين لون عيونهم أزرق إلى عدد طلاب صفك.

حاول (2) ص 200: اكتب مثلاً يبين:

- (1) دراسة في مجتمع إحصائي يمكن استخدام الحصر الشامل فيها.
- (2) دراسة في مجتمع إحصائي لا يمكن استخدام الحصر الشامل فيها.



المعينة

أنواع البيانات

يمكن تصنيف البيانات إلى نوعين: كمية وكيفية كما يبين الجدول التالي:

أنواع البيانات	الصفات	أمثلة
بيانات كيفية	اسمية	لون العيون - لون الشعر
	مرتبة	المستوى العلمي - الدرجات التقديرية
بيانات كمية	متقطعة	عدد طلاب الفصل - نقاط مباراة كرة السلة
	مستمرة	أطوال القامات - الأوزان - درجات الحرارة

مثال + حاول (3) ص 200: حدد نوع البيانات لكل مما يلي:

- (1) عدد أهداف الدوري العام لكرة القدم في أحد المواسم.
- (2) ترتيب الدول بحسب المدايات التي حصلت عليها في دورة من دورات الألعاب الأولمبية.
- (3) لون سيارات معلمي مدرسة ما.
- (4) عدد أعضاء فريق كرة القدم.
- (5) الوظيفة (ضابط ، محاسب ، محام ، تاجر مدرس ، ...)
- (6) أطوال قامات طلاب الصف الحادي عشر.
- (7) تقديرات الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية في جامعة الكويت.

Ways To Collect Data

طرق جمع البيانات

عند جمع البيانات يمكن استخدام طرائق متنوعة وذلك بحسب ما هو متوفر وما هو أسهل وهي:

- المشاهدة والملاحظة
- الاستبانة
- البريد العادي أو البريد الإلكتروني
- الهاتف المنزلي أو الهاتف النقال
- المقابلة الشخصية
- الوثائق والسجلات
- الأبحاث التاريخية والأرشفة
- قواعد البيانات
- مواقع التواصل الاجتماعي



الوحدة السادسة: الجبر المتقطع (الإحصاء)

العينات (2-6)

العينة العشوائية البسيطة

مثال (1) ص 203: عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفا مرقمين من 1 إلى 90 . يراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف السادس والعمود الرابع.

حاول (1) ص 203: عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفا مرقمين من 1 إلى 90 . يراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف العاشر والعمود الخامس.



العينة العشوائية الطبقية

$$\frac{m}{n} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \text{كسر المعاينة}$$

$$\text{حجم العينة من كل طبقة} = \text{كسر المعاينة} \times \text{حجم الطبقة المناظرة}$$

مثال (2) ص 203: لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في إحدى المؤسسات، تم سحب عينة **طبقيّة** مكونة من 80 فراداً من أصل 1600 موظف موزعين كما يبين الجدول التالي:

إداريون	تقنيون وفنيون	عمال ومستخدمون	المجموع
100	300	1200	1600

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟



حاول (2) ص 204: لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف، تم سحب عينة **طبقيّة** مكونة من 7 أفراد من 35 موظفا كما يبين الجدول التالي:

المجموع	مستخدمون	محاسبون ومدققون	مدراء أقسام
35	5	20	10

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟



مثال (3) ص 204: في إحدى المؤسسات يوجد 100 إداري مرقمين من 100 إلى 199 ،
200 مهندس مرقمين من 200 إلى 399 ، 600 عامل مرقمين من 400 إلى 999.
المطلوب سحب عينة عشوائية **طبقيّة** مكونة من 18 فردا لدراسة كفاءة العاملين في هذه المؤسسة
باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف الرابع والعمود الرابع.



حاول (3) صد 205: في إحدى المستشفيات يوجد 80 إداري مرقمين من 1 إلى 80 ،
140 طبيباً مرقمين من 81 إلى 220 ، 240 ممرضاً مرقمين من 221 إلى 460.
40 عاملاً مرقمين من 461 إلى 500 . المطلوب سحب عينة عشوائية **طبقية** مكونة من 25 فرداً
لدراسة كفاءة العاملين وذلك بتكوين عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية



العينة العشوائية المنتظمة:

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$$

مثال (4) ص 206: في أحد المصانع حيث عدد العمال 900 مرقمين من 1 إلى 900 . أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 15 ، باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود العاشر.

حاول (4) ص 206: في أحد المصانع حيث عدد العمال 900 مرقمين من 1 إلى 900 . أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 10 ، باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن عشروالعمود السابع.



مثال (5) ص 207: يبلغ عدد طلاب إحدى مدارس الكويت 700 طالب مرقمين من 1 إلى 700 .
أراد مدير المدرسة إرسال 10 طلاب لحضور ندوة حول حماية الحيوانات المهددة بالانقراض.
المطلوب سحب عينة عشوائية **منتظمة** حجمها 10 باستخدام جدول الأعداد العشوائية
ابتداءً من الصف الثاني والعشرون والعمود الثالث.

حاول (5) ص 207: يبلغ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس 140 طالبا
مرقمين من 1 إلى 140 .المطلوب سحب عينة عشوائية **منتظمة** حجمها 7 لزيارة دور المسنين وتقديم
الهدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد باستخدام جدول الأعداد العشوائية
ابتداءً من الصف السادس والعمود التاسع.



الوحدة السادسة: الجبر المتقطع (الإحصاء)

القاعدة التجريبية (5-6)

مثال (1) ص 218: إذا كان المتوسط الحسابي لأرباح إحدى الشركات الصغيرة 350 ديناراً والانحراف المعياري 110 والمنحنى التكراري لأرباح هذه الشركة هو على شكل الجرس (توزيع طبيعي).

- (1) طبق القاعدة التجريبية.
- (2) هل وصلت أرباح الشركة إلى 690 ديناراً؟ فسر ذلك.

حاول (1) ص 218: لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها 475 ديناراً بانحراف معياري 115 ديناراً.

- (1) طبق القاعدة التجريبية.
- (2) هل وصلت أرباح الشركة إلى 750 ديناراً؟ فسر ذلك.



مثال (2) ص 219: يعلن مصنع لإنتاج البطاريات المستخدمة في السيارات أن متوسط عمر البطارية من النوع (A) هو 60 شهراً بانحراف معياري 10 أشهر على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر البطاريات يقترب كثيراً من التوزيع الطبيعي.

(1) طبق القاعدة التجريبية.

(2) أوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (A) التي يزيد عمرها عن 50 شهراً بفرض أن ما يعلنه المصنع صحيحاً

(3) أوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (A) التي يقل عمرها عن 40 شهراً بفرض أن ما يعلنه المصنع صحيحاً



حاول (2) صد 219: يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من

النوع (A) هو $700h$ بانحراف معياري $100h$

على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيراً من التوزيع الطبيعي.

(1) طبق القاعدة التجريبية.

(2) أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يزيد عمرها عن $500h$

(3) أوجد النسبة المئوية للبطاريات من النوع (A) التي يقل عمرها عن $400h$



$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

القيمة المعيارية = $\frac{\text{قيمة المفردة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}}$

مثال (1) ص 220: في أحد الاختبارات نال أحد الطلاب درجة 16 من 20 في مادة الرياضيات حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 5 ونال أيضا 16 من 20 في مادة الكيمياء حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 4. ما القيمة المعيارية للدرجة 16 مقارنة مع درجات كل مادة ؟ أيهما أفضل؟

حاول (1) ص 221: جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء 15 حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 3.8 وفي مادة الكيمياء 15 حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 7.8 ما القيمة المعيارية للدرجة 15 مقارنة مع درجات كل مادة ؟ أيهما أفضل



مثال (2) ص 221: في نتيجة العام الدراسي حصلت الطالبة موزي على 64 درجة في مادة اللغة العربية حيث المتوسط الحسابي 69 والانحراف المعياري 8 . وحصلت على 48 درجة في مادة الجغرافيا حيث المتوسط الحسابي 56 والانحراف المعياري 10 . في أي المادتين كانت موزي أفضل؟

حاول (2) ص 221: يسكن خالد في المدينة A حيث إن طول قامته 180 cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 174 cm مع انحراف معياري 12 cm . أما صالح فيسكن في المدينة B حيث إن طول قامته 172 cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 165 cm مع انحراف معياري 15 cm . أي منهما أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة؟

