

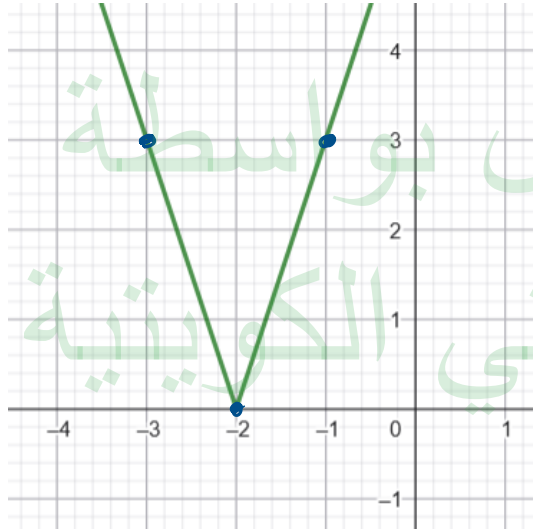
تحقق من فهمك (1)

ارسم بيان الدالة : $f(x) = |3x + 6|$

مجال الدالة هو $\mathbb{R}$

نقطة رأس المنحنى هي $(-2, 0)$

مدى الدالة هو $[0, \infty)$



x	-1	-2	-3
y	3	0	3

تحقق من فهمك (2)

أوجد رأس المنحنى ومعادلة محور التماثل ومدى كل من الدوال التالية
ثم ارسم بيان كل منها

- a $f(x) = |x + 1| + 3$ b $y = -|x + 1|$
c $g(x) = \left| \frac{1}{2}x + 1 \right|$ d $f(x) = 1 - |x - 2|$

a $f(x) = |x + 1| + 3$

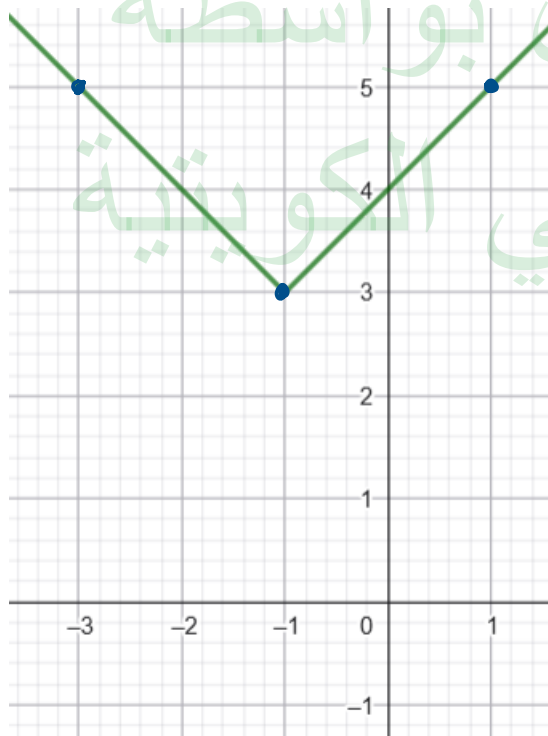
بحالة الدالة هو R

نضع $a = 1$, $b = 1$, $c = 3$

$\therefore$ معادلة التماثل $x = \frac{-b}{a} = \frac{-1}{1} = -1$

$\therefore$ نقطة رأس المنحنى $(\frac{-b}{a}, c) = (-1, 3)$

مدى الدالة $[c, \infty) = [3, \infty)$



x	-3	-1	1
y	5	3	5

b $y = -|x + 1|$

مجال الدالة هو $\mathbb{R}$

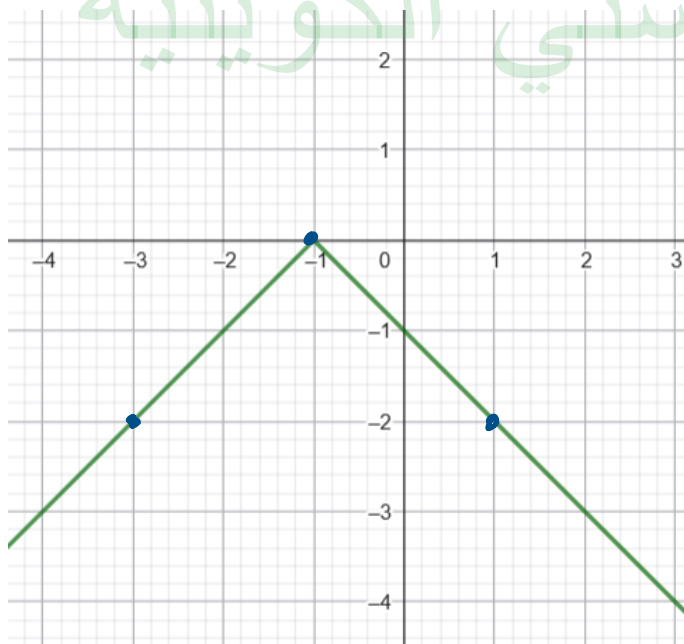
نضع $a = 1$, $b = 1$, $c = 0$

$\therefore$ محور التماثل هو $x = \frac{-b}{a} = -1$

نقطة رأس المنحنى $(\frac{-b}{a}, c) = (-1, 0)$

مدى الدالة $[-\infty, c] = (-\infty, 0]$

x	-3	-1	1
y	-2	0	-2



c $g(x) = \left| \frac{1}{2}x + 1 \right|$

مجال الدالة هو $\mathbb{R}$

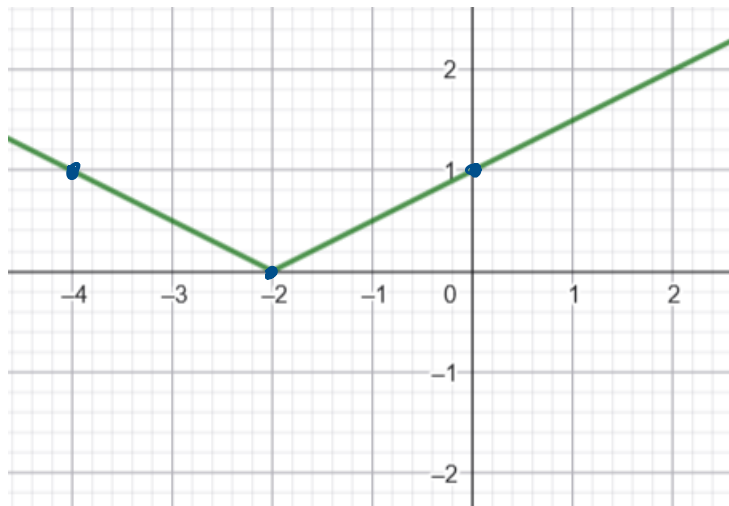
نضع $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = 0$

∴ معادلة محور القائل $x = \frac{-b}{a} = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$

∴ نقطة رأس المثلث $(\frac{-b}{a}, c) = (-2, 0)$

مدى الدالة $[c, \infty) = [0, \infty)$

x	-4	-2	0
y	1	0	1



d $f(x) = 1 - |x - 2|$

مجال الدالة هو R

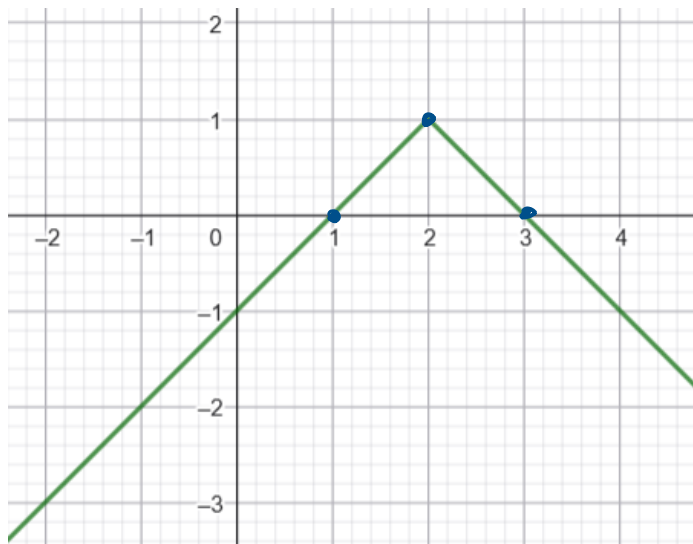
نضع $a = 1$, $b = -2$, $c = 1$

$\therefore$ معادلة محور التماثل $x = \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{1} = 2$

$\therefore$ نقطة رأس المثلث $(\frac{-b}{a}, c) = (2, 1)$

مدى الدالة $(-\infty, c] = (-\infty, 1]$

x	1	2	3
y	0	1	0



تحقق من فهمك (3)

لكل من الدوال التالية حدد مسافة الانسحاب ، ثم ارسم بيان كل منها مستخدماً الإزاحة لبيان الدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

a $f(x) = |x - 3|$

b $y = |x + 2|$

c $f(x) = |x - 3.5|$

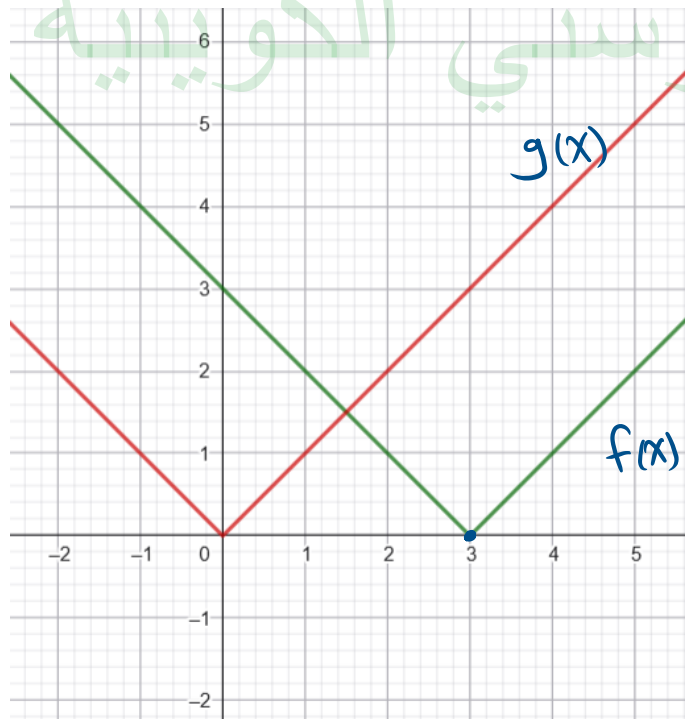
d $y = |x - 1.5|$

a $f(x) = |x - 3|$

نرسم الدالة الأساسية $g(x)$ ثم

نرسم الدالة $f(x)$ بإزاحة مقدارها

3 وحدات جهة اليمين

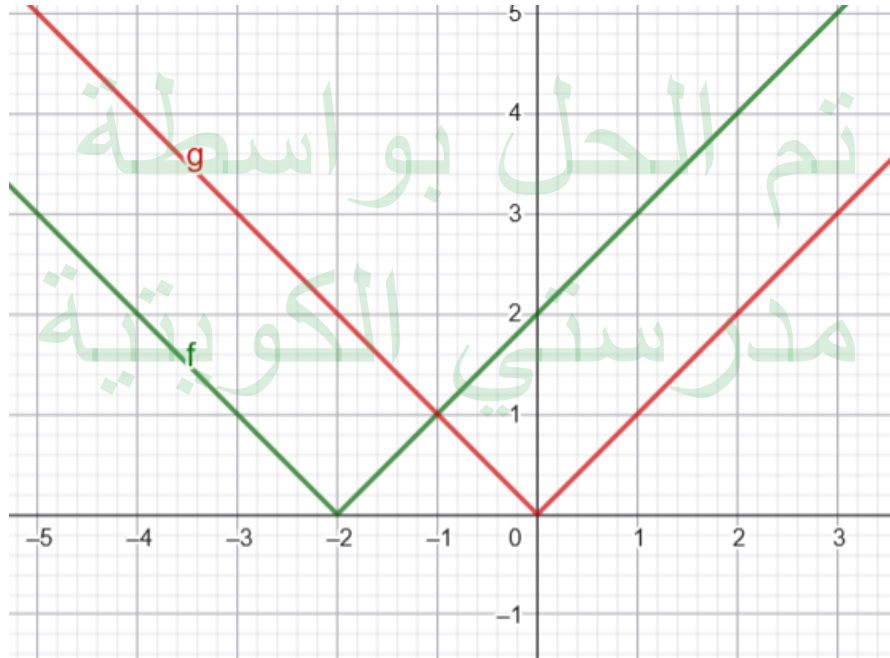


b $y = |x + 2|$

نرسم الدالة الأساسية (x) و g

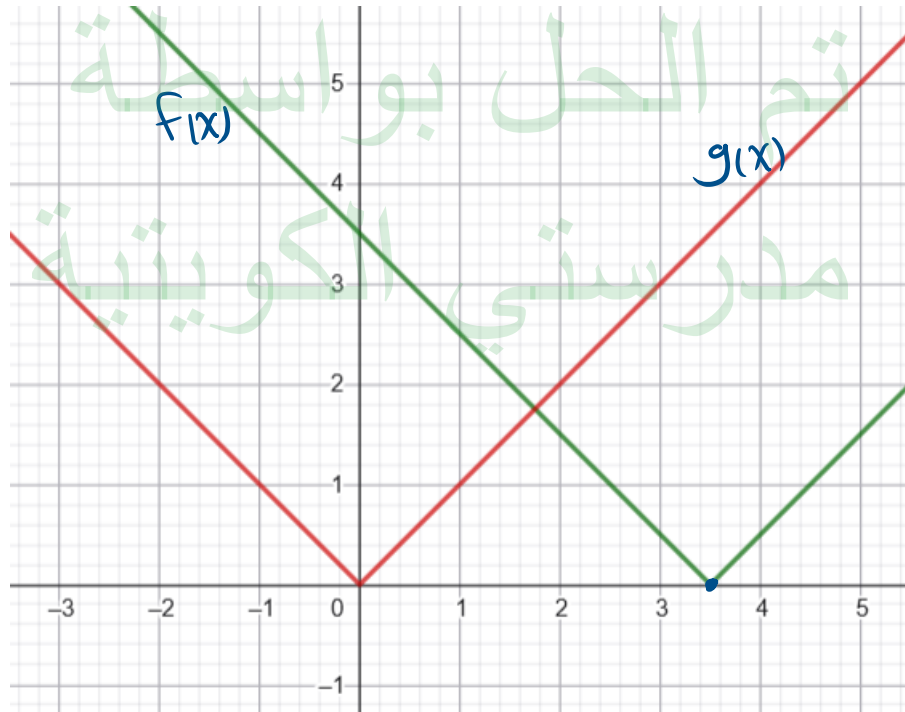
نرسم دالة f بإضافة مقدارها

وحدتين جهة اليسار.



c $f(x) = |x - 3.5|$

نرسم الدالة الأساسية $g(x)$ ثم
نرسم الدالة $f(x)$ بإضافة مقدارها
3.5 جهة اليمين .

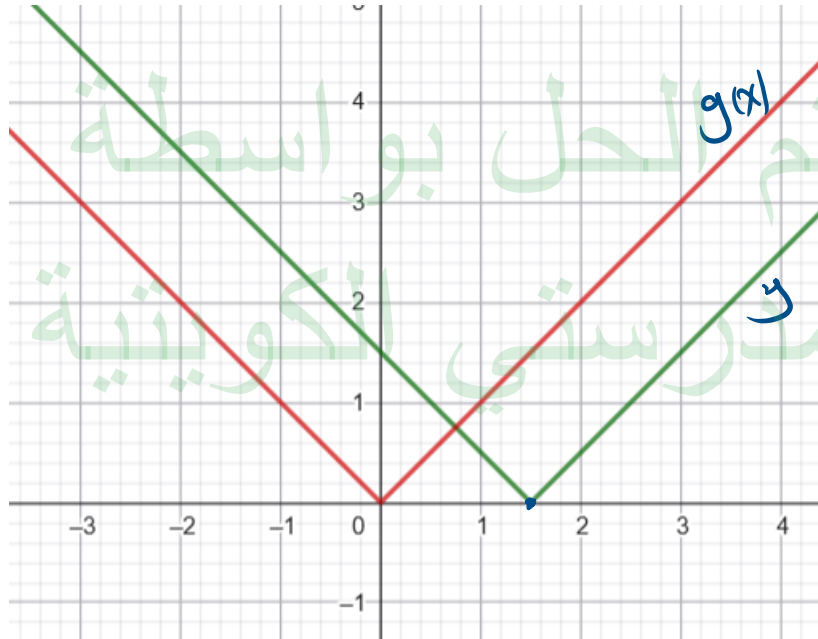


d $y = |x - 1.5|$

نرسم الدالة الأساسية $g(x)$ ونح

نرسم الدالة y بإزاحة مقدارها

1.5 جهة اليمين .



ارسم بيان كلٍّ من الدوال التالية باستخدام التحويلات الهندسية والدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

a $f(x) = |x| + 3$

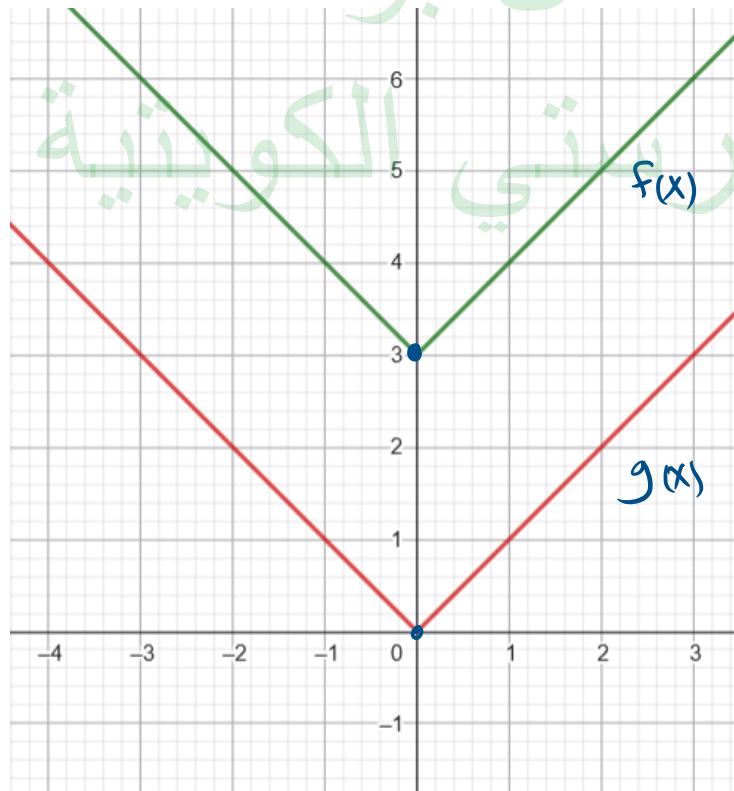
b $y = |x| - 2$

c $f(x) = |x| - 2.5$

d $y = |x| - 1$

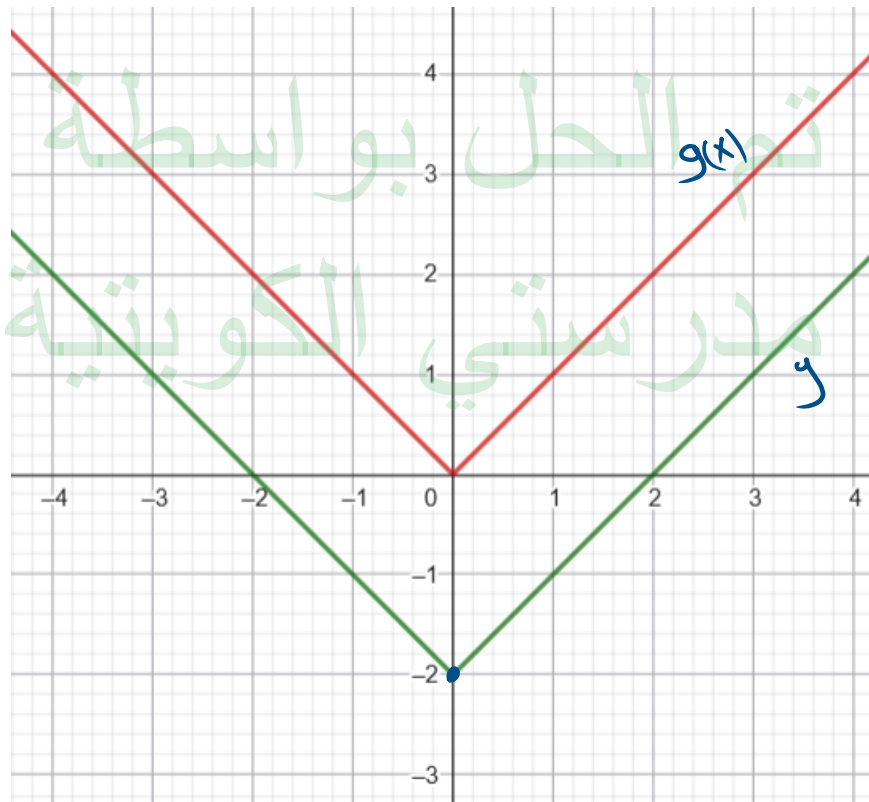
a $f(x) = |x| + 3$

نرسم الدالة الأساسية $g(x)$ ونحم
نرسم الدالة $f(x)$ بإزاحة مقدارها
3 وحدات رأسيًا للأعلى.



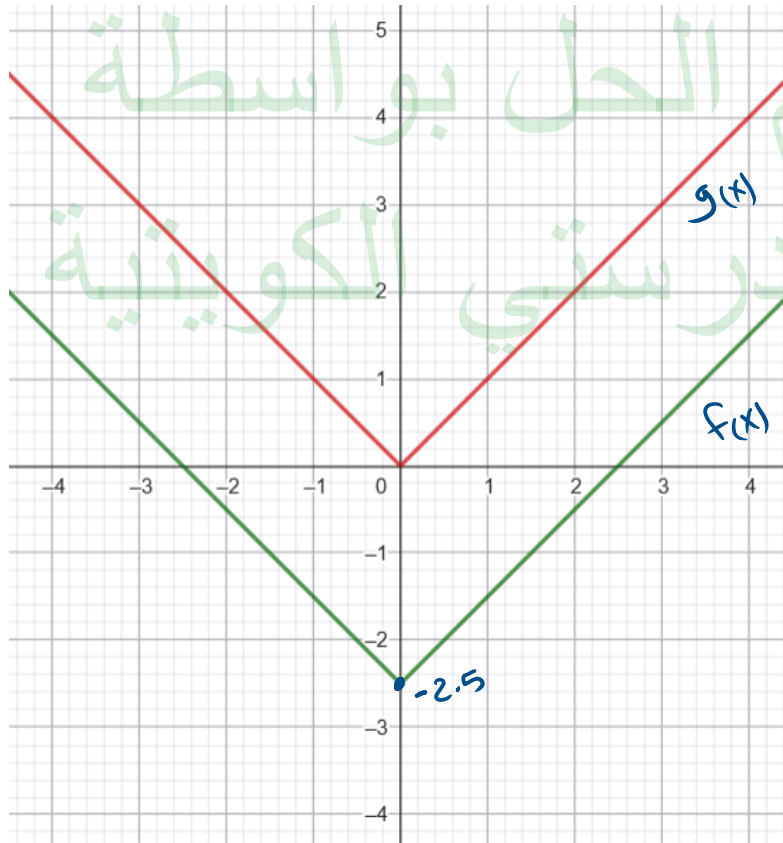
b $y = |x| - 2$

نرسم الدالة الأساسية $g(x)$ ونحم
نرسم الدالة y بإزاحة صفارها
وحدتين رأسيًا للأسفل.



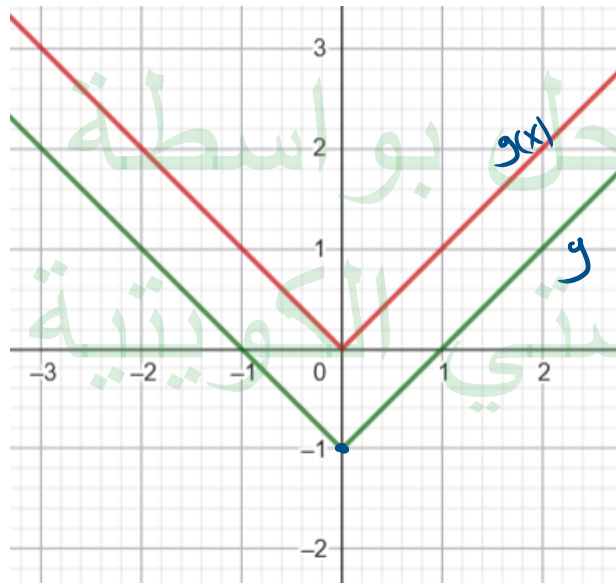
c $f(x) = |x| - 2.5$

نرسم الدالة الأساسية $g(x)$ ثم
نرسم الدالة $f(x)$ بإضافة مقدارها
2.5 وحدات رأسيًا للأسفل.



d $y = |x| - 1$

نرسم الدالة الأساسية $y(x)$ ثم
نرسم الدالة y بإضافة مقدارها
وحدة رأسيًا للأسفل.



ارسم بيان الدوال التالية باستخدام دالة المرجع والإزاحة :

a $f(x) = |x + 3| + 2$

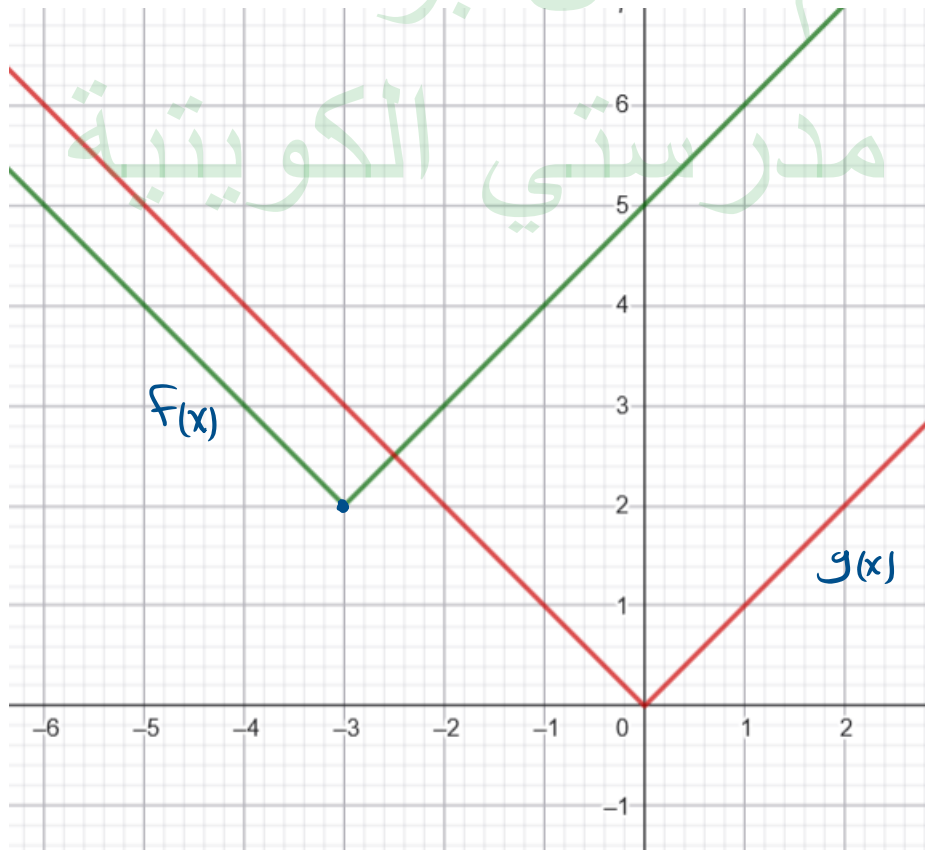
b $y = |x - 2| - 1$

c $f(x) = |x + 2| - 2$

d $y = |x - 1| + 3$

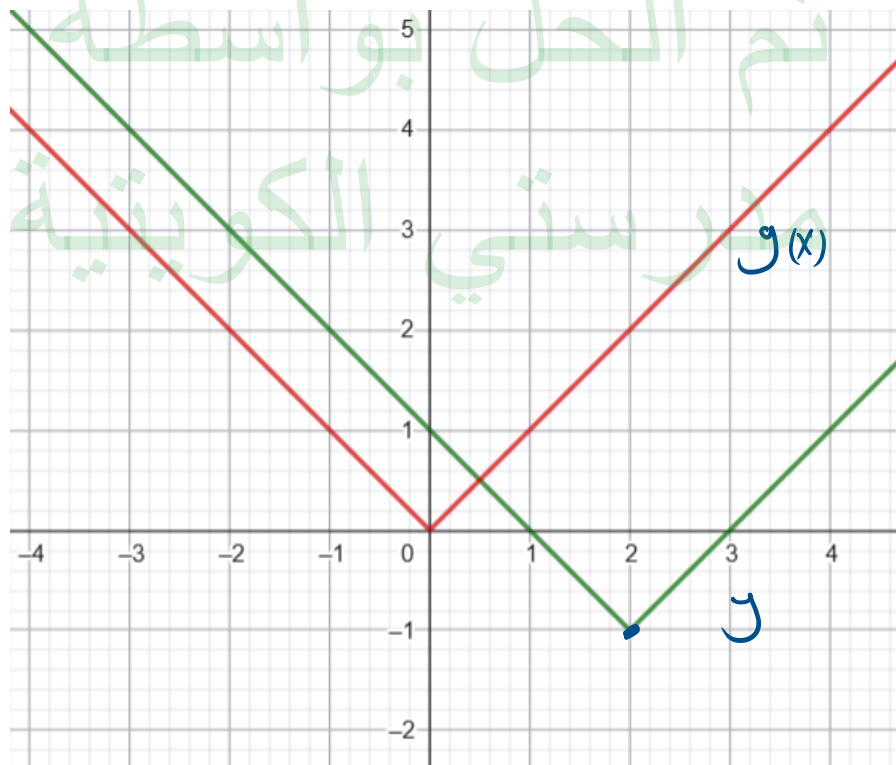
a $f(x) = |x + 3| + 2$

نرسم الدالة الأساسية $g(x)$ ونم
نرسم الدالة $f(x)$ بإزاحة مقدارها 3 وحدات
جهة اليسار، ثم إزاحة وحدتين رأسيًا للأعلى.



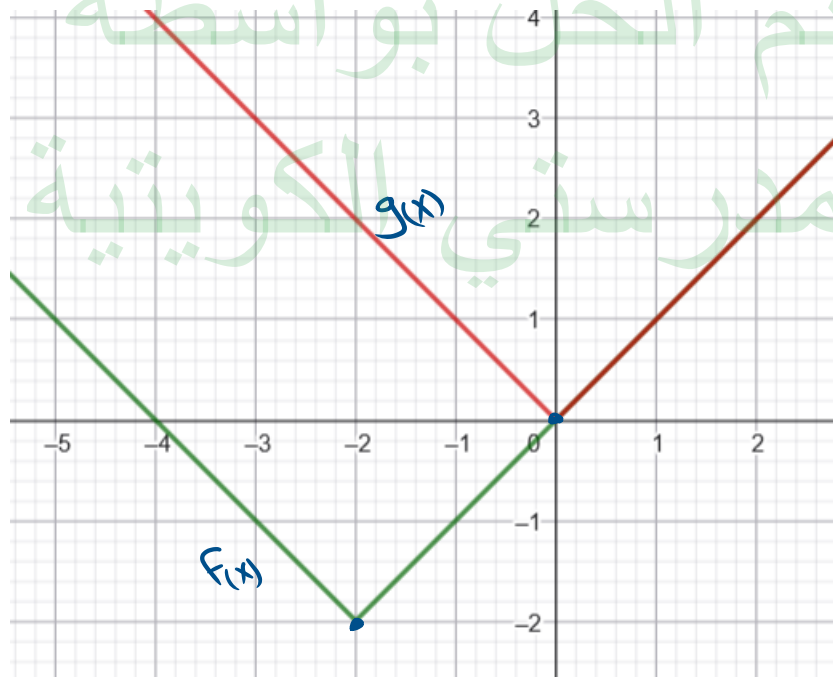
b $y = |x - 2| - 1$

نرسم الدالة الأساسية $y(x)$ ثم
نرسم الدالة y بإزاحة أفقية مقدارها
وحدتين جهة اليمين ، ثم
إزاحة رأسية مقدارها وحدة للأعلى .



c $f(x) = |x + 2| - 2$

نرسم الدالة الأساسية $g(x)$ ثم
نرسم الدالة $f(x)$ بإزاحة أفقية مقدارها
وحدتين جهة اليسار، ثم
إزاحة رأسية مقدارها وحدتين لأعلى.



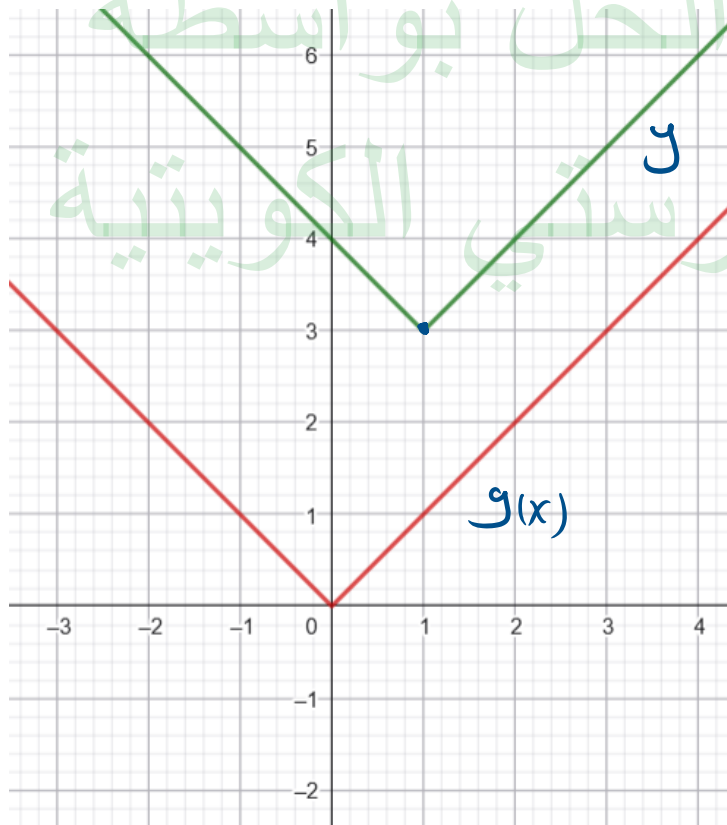
d $y = |x - 1| + 3$

نرسم الدالة الأساسية $g(x)$ و h

نرسم الدالة h بإزاحة أفقية مقدارها

وحدة جهة اليمين ، h

إزاحة رأسية مقدارها 3 وحدات للأعلى .



ارسم بيانيًا كلا من الدوال التالية مستخدمًا بيان منحني الدالة الأساسية $g(x)=|x|$:

a $f(x) = -|x - 2| + 3$

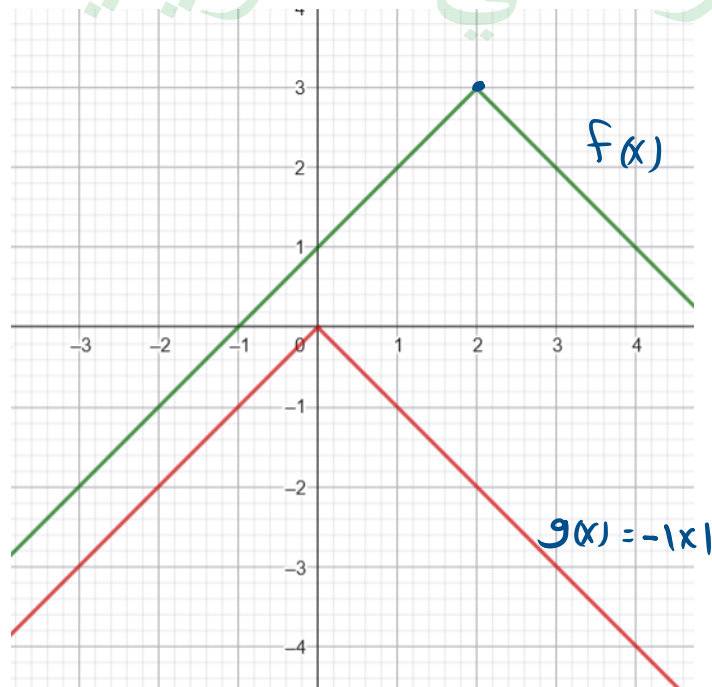
b $f(x) = -|x + 1| - 2$

c $f(x) = -|x - 1| - 1$

d $f(x) = -|x + 2| + 1$

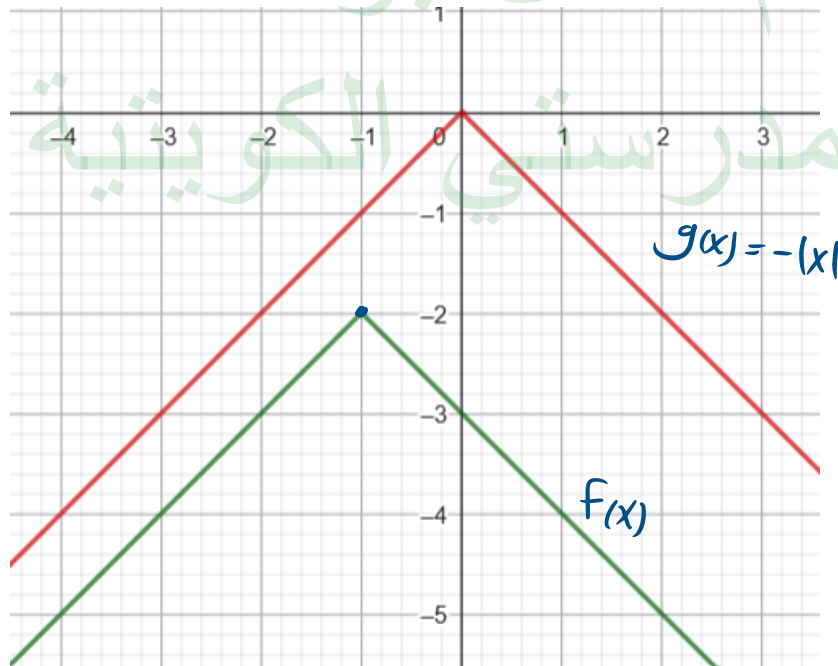
a $f(x) = -|x - 2| + 3$

نرسم انقلاب الدالة الأساسية $g(x)$ ، ثم
نرسم الدالة $f(x)$ بإزاحة أفقية مقدارها
وحدتين جهة اليمين، ثم
إزاحة رأسية مقدارها 3 وحدات للأعلى.



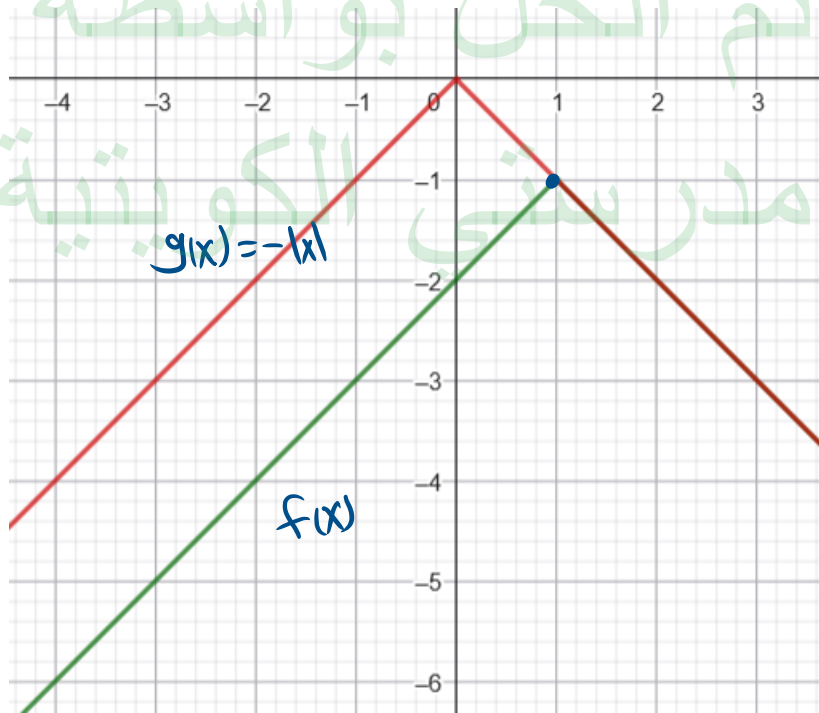
b $f(x) = -|x + 1| - 2$

نرسم انعكاس الدالة الأساسية $g(x)$ ، ثم
نرسم الدالة $f(x)$ بإزاحة أفقية مقدارها
وحدة جهة اليسار ، ثم
إزاحة رأسية مقدارها وحدتين للأسفل .



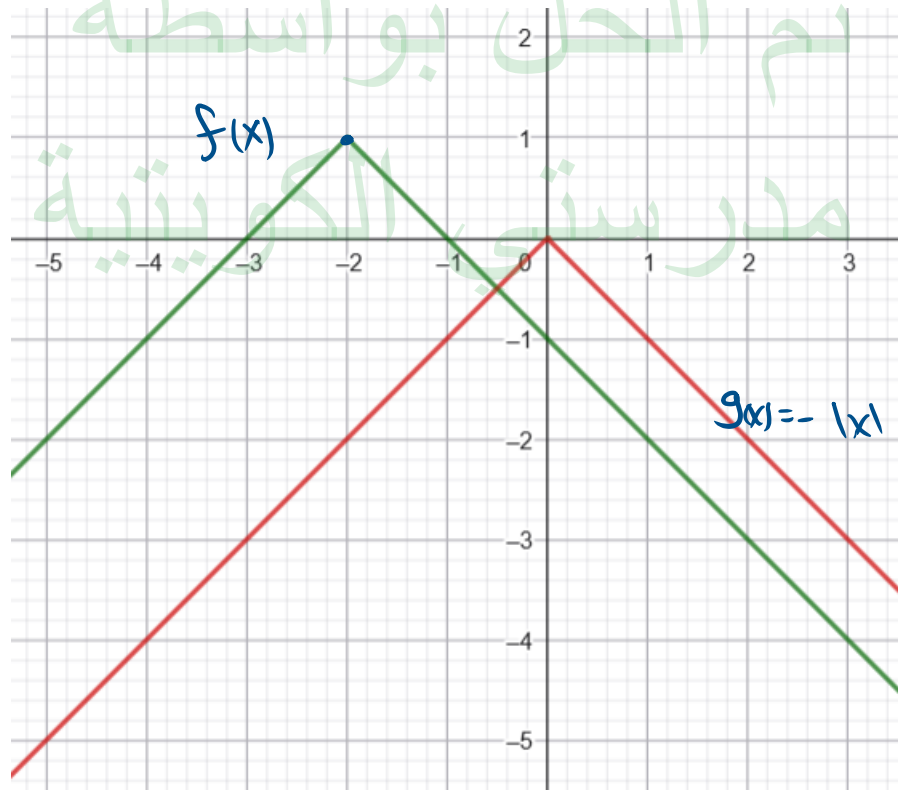
c $f(x) = -|x - 1| - 1$

نرسم انعكاس الدالة الأساسية $g(x)$ ، ثم
نرسم الدالة $f(x)$ بإزاحة أفقية مقدارها
وحدة جهة اليمين ، ثم
إزاحة رأسية مقدارها وحدة للأسفل .



d $f(x) = -|x + 2| + 1$

نرسم انعكاس الدالة الأساسية $g(x)$ ، ثم
نرسم الدالة $f(x)$ بإزاحة أفقية مقدارها
وحدتين جهة اليسار ، ثم
إزاحة رأسية مقدارها وحدة للأعلى .



أولاً - البنود الموضوعية :

■ في البنود من (1-5) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة:

(a) (b)

(1) بيان الدالة $f(x)=|x|$ ينطبق على بيان الدالة $g(x)=x$

(a) (b)

(2) بيان الدالة $f(x)=|x|$ هو انعكاس لبيان الدالة $g(x)=-|x|$ حول

محور السينات

(a) (b)

(3) بيان الدالة $f(x)=|x-4|+2$ يمكن الحصول عليه بانسحاب بيان

الدالة $g(x)=|x|$ في الاتجاه المحدد 4 وحدات جهة اليمين ووحدة واحدة للأعلى

(a) (b)

(4) محور التماثل للدالة $f(x)=|x-3|$ هو $x=3$

(a) (b)

(5) مدى الدالة $f(x)=|x+3|-3$ هو $[-3, \infty)$

■ في البنود من (1-2) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) أي من الدوال التالية رأس مُنحَنَّاها $(-3, 2)$:

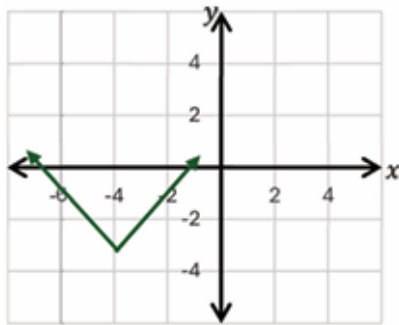
(a) $y=|x+3|+2$

(b) $y=|x-3|+2$

(c) $y=|x+3|-2$

(d) $y=|x-3|-2$

(2) أي من قواعد الدوال التالية تمثل منحنى الدالة المرسوم :



(a) $y=|x-4|-3$

(b) $y=|x-4|+3$

(c) $y=|x+4|+3$

(d) $y=|x+4|-3$

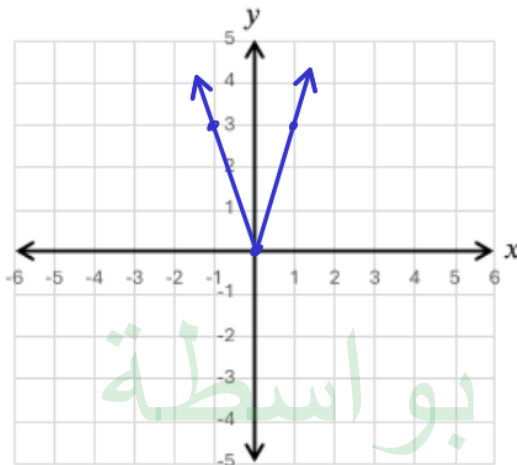
ثانيًا - أسئلة المقال :

(1) مثل بيانيًا فيما يلي كلاً من الدوال التالية ثم حدّد كلاً من مجالها ومداها :

a) $g(x) = |-3x|$

المجال = $\mathbb{R}$

المدا = $[0, \infty)$

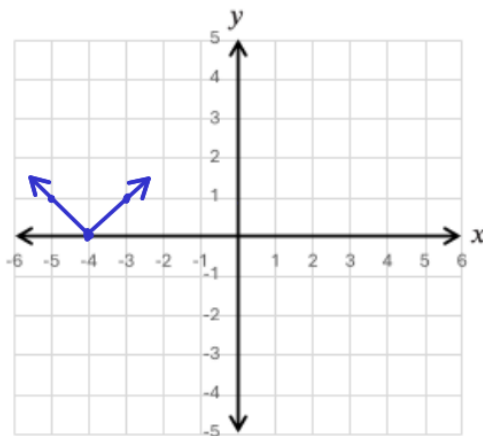


x	-1	0	1
y	3	0	3

b) $h(x) = |x+4|$

المجال = $\mathbb{R}$

المدا = $[0, \infty)$

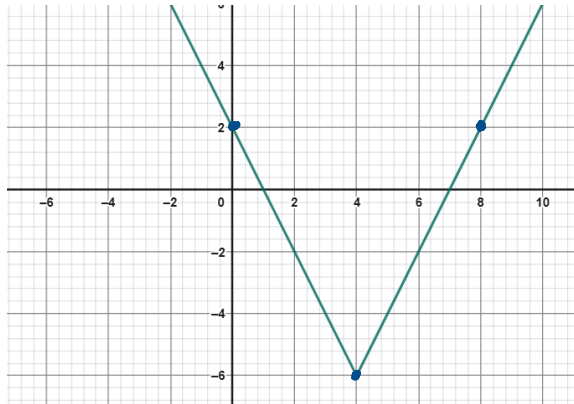


x	-3	-4	-5
y	1	0	1

c) $f(x) = 2|x-4| - 6$

المجال = R

المدى = $[-6, \infty)$



x	0	4	8
y	2	-6	2

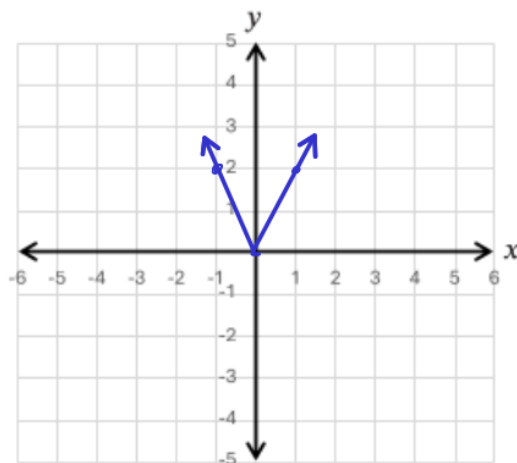
تم الحل بواسطة

مدرستي الكويتية

d) $f(x) = 2|x|$

المجال = R

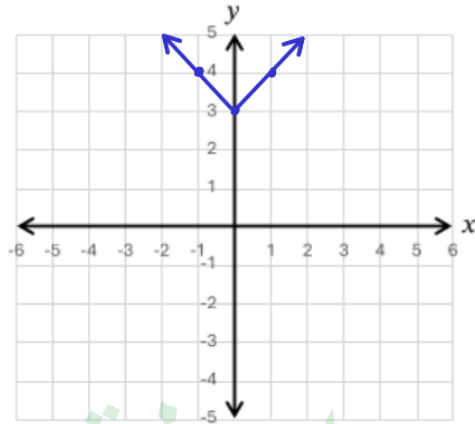
المدى = $[0, \infty)$



x	-1	0	1
y	2	0	2

e) $g(x) = |x| + 3$

المجال R
المدى $[3, \infty)$



x	-1	0	1
y	4	3	4

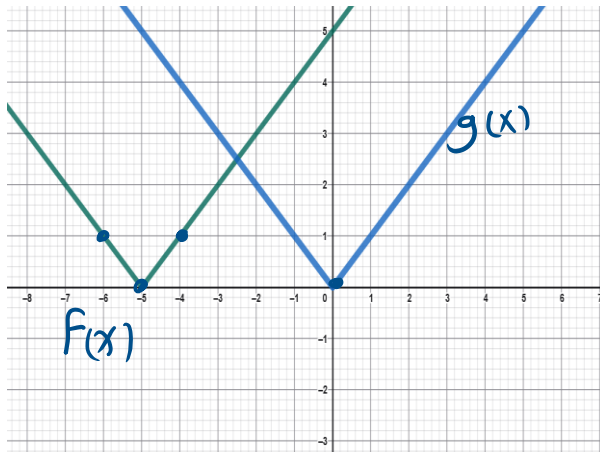
(2) ارسم بيانيًا كلاً من الدوال التالية مستخدماً التحويلات الهندسية للدالة الأساسية $g(x) = |x|$:

a) $f(x) = |x + 5|$

مجال الدالة هو R

لإيجاد الصفر المطلق نضع $f(x) = 0$

$\therefore x + 5 = 0, x = -5$ وهو محور القابل



x	-4	-5	-6
y	1	0	1

نرسم الدالة بإزاحة
مقدارها 5 وحدات
جهة اليسار.

٦٠
 (b) $h(x) = |x-2|$

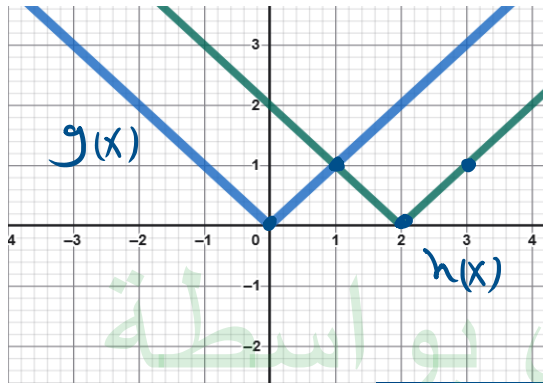
مجال الدالة هو R

يُيجاد الصفر المطلق نضع $f(x) = 0$

$\therefore x - 2 = 0$

$\therefore x = 2$

x	1	2	3
y	1	0	1

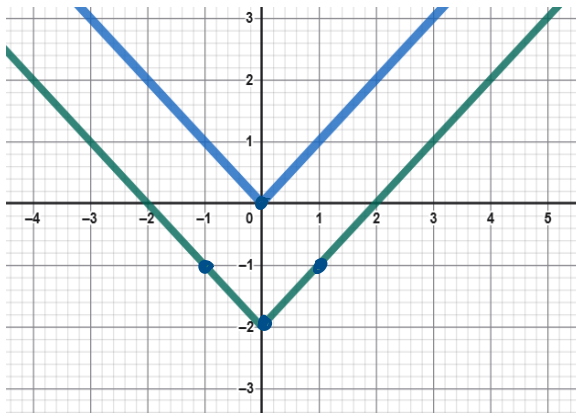


نرسم الدالة $h(x)$ بإزاحة
 مقدارها وحدتين جهة اليمين.

(c) $h(x) = |x| - 2$

مجال الدالة هو R

نلاحظ أن الصفر المطلق هو $x = 0$ وهو محور الحاصل
 ونقطة رأس المنحنى هي $(0, -2)$



x	-1	0	1
y	-1	-2	-1

نرسم الدالة بإزاحة
 مقدارها وحدتين
 إلى الأسفل

مجال الدالة هو $\mathbb{R}$

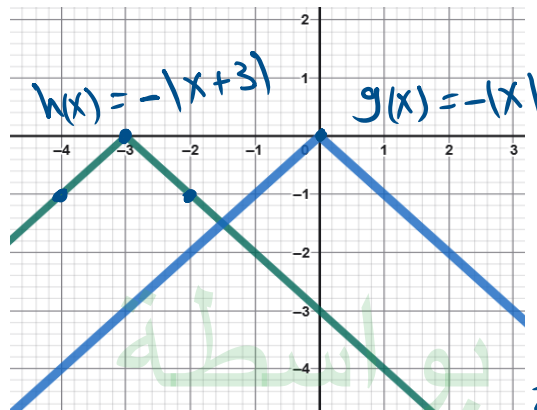
d) $h(x) = -|x+3|$

لإيجاد الصفر المطلق نضع $h(x) = 0$

$$= -(x+3) = 0$$

$$\rightarrow x = -3$$

وهو محور التماثل



x	-2	-3	-4
y	-1	0	-1

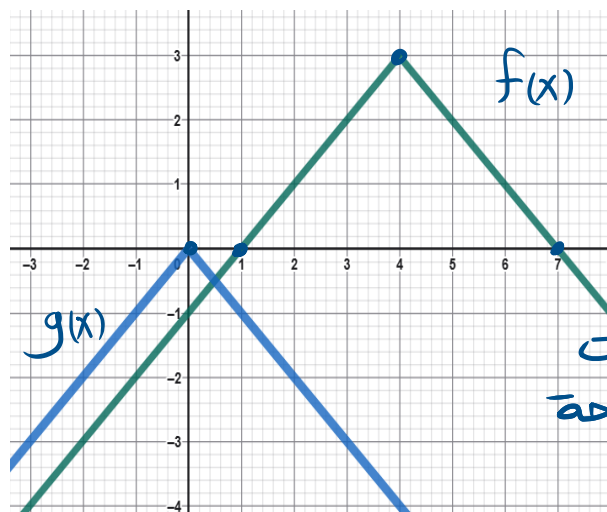
نرسم انعكاس بيان الدالة الأساسية $g(x) = |x|$

ثم نرسم الدالة $h(x)$ بإزاحة مقدارها 3 وحدات جهة اليسار.

e) $f(x) = -|x-4| + 3$

مجال الدالة هو $\mathbb{R}$

رأس فتحن الدالة $f(x)$ هو (4, 3)



نرسم انعكاس بيان الدالة الأساسية $g(x) = |x|$

ثم نرسم الدالة $f(x)$ بإزاحة مقدارها 4 وحدات جهة اليمين، ثم بإزاحة مقدارها 3 وحدات للأعلى.

Ⓕ $f(x) = |1-x| + 2$

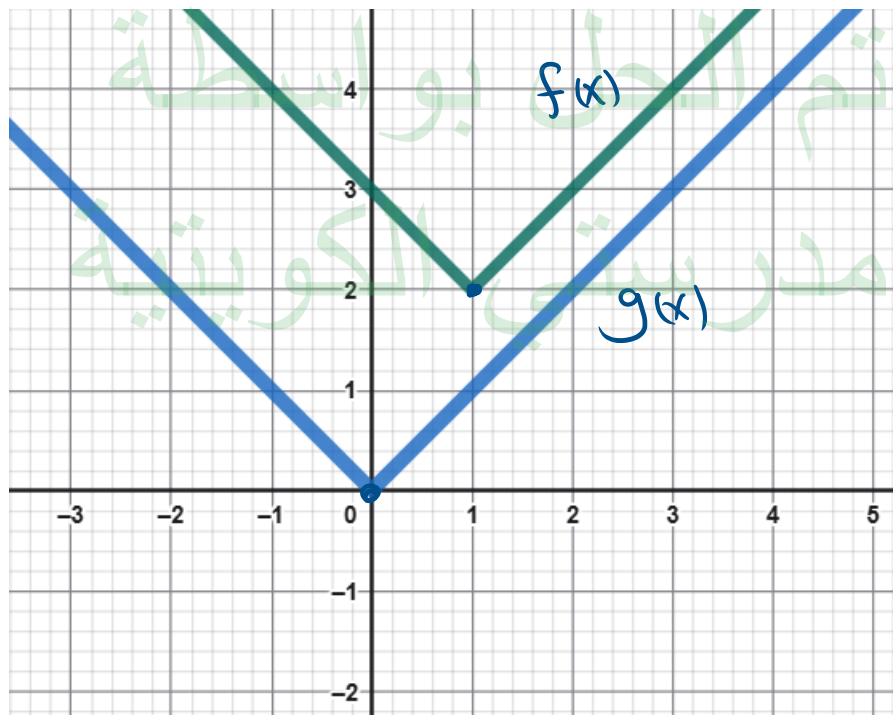
مجال الدالة هو $\mathbb{R}$

رأس المنحنى هو $(1, 2)$

نرسم بيان الدالة الأساسية $g(x) = |x|$ ،

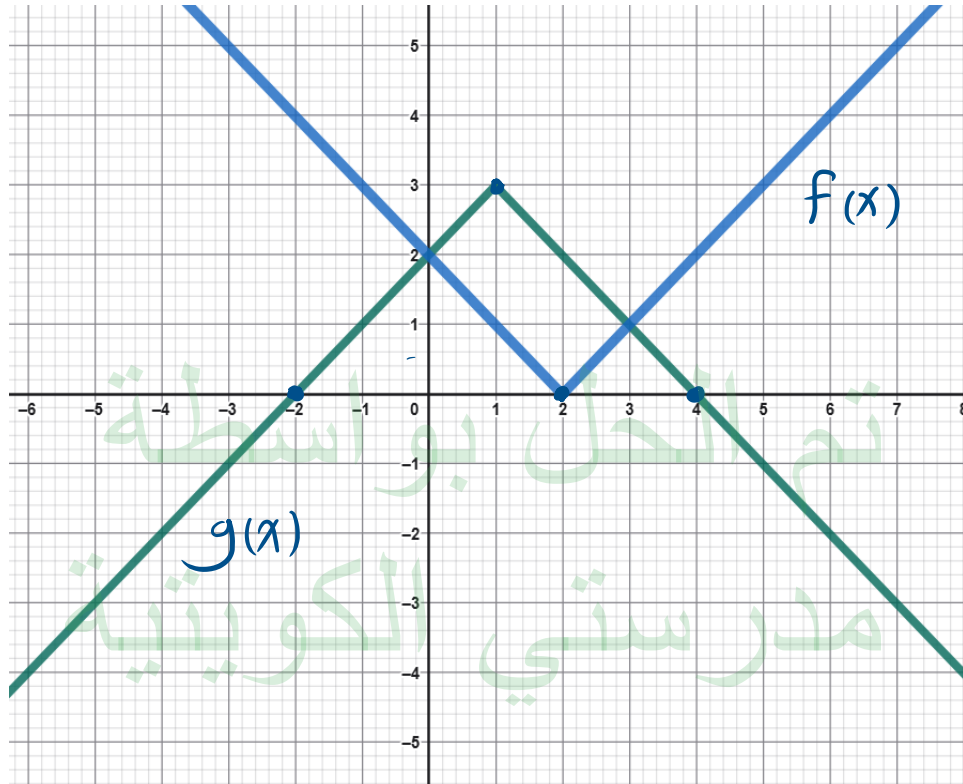
ثم نرسم الدالة $f(x)$ بإزاحة مقدارها وحدة جهة اليمين

ثم بإزاحة مقدارها وحدتين للأعلى .



(3) ارسم بيانيًا كلاً من الدالتين على نفس المستوى الإحداثي ، ثم أوجد الإحداثيات السينية لنقاط تقاطعهما

(a) $f(x)=|x-2|$, $g(x)=-|x-1|+3$



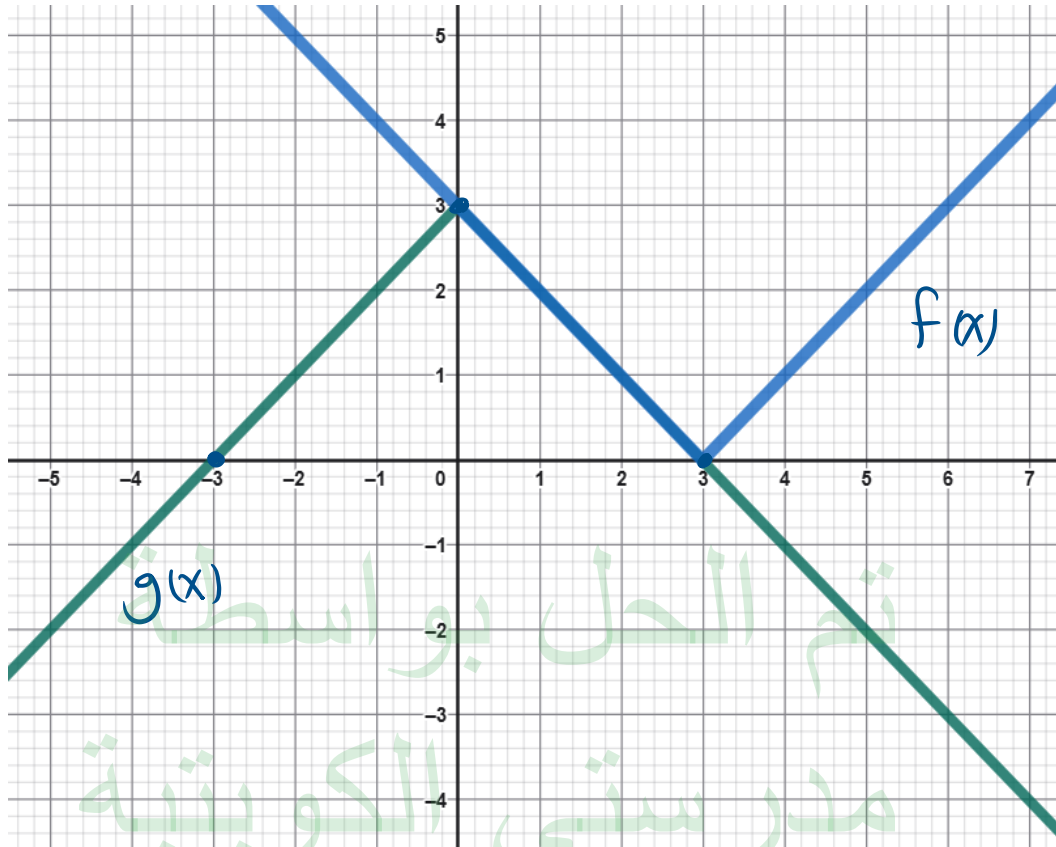
لإيجاد الإحداثيات السينية لنقاط التقاطع

نضع $f(x)=0$ $x-2=0$ $x=2$

$\begin{aligned} -(x-1)+3 &= 0 \text{ أو} \\ -x+1+3 &= 0 \\ -x &= -4 \\ x &= 4 \end{aligned}$	$\begin{aligned} (x-1)+3 &= 0 \text{ أو} \\ x+2 &= 0 \\ x &= -2 \end{aligned}$
---	--

b) $f(x) = |x-3|$

, $g(x) = 3 - |x|$



لإيجاد الأحداثيات الممنعة لنقط التقاطع

$\therefore x - 3 = 0 \therefore x = 3$ نضع $f(x) = 0$

نضع $g(x) = 0$ إما $3 - (-x) = 0$ أو $3 - x = 0$

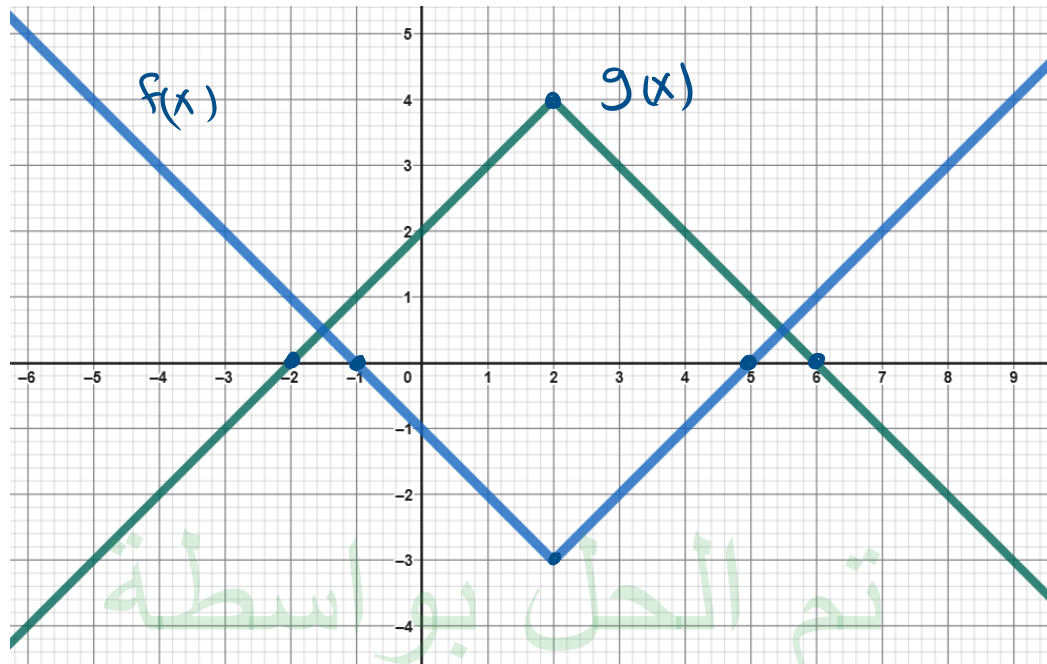
$x = 3$

$3 + x = 0$

$x = -3$

c) $f(x) = |x-2| - 3$

, $g(x) = 4 - |x-2|$



$$\begin{aligned} (x-2) - 3 &= 0 \\ x - 2 - 3 &= 0 \\ x - 5 &= 0 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -(x-2) - 3 &= 0 & \text{نضع } f(x) = 0 \\ -x + 2 - 3 &= 0 \\ -x - 1 &= 0 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 - (x-2) &= 0 \\ 4 - x + 2 &= 0 \\ -x + 6 &= 0 \\ \therefore x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{ونضع } g(x) = 0 \\ 4 - [-(x-2)] &= 0 \\ 4 + (x-2) &= 0 \\ x + 2 &= 0 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

تحقق من فهمك (1) أوجد مجموعة حل المعادلة : $|x-1| = |x+2|$ أحد المقدارين = $\pm$ المقدار الآخر

$$\therefore |x-1| = \pm (x+2)$$

$$\therefore x-1 = x+2 \text{ or } x-1 = -x-2$$

$$x-x = 2+1$$

$$0 = 3$$

مرفوض

$$x+x = -2+1$$

$$2x = -1$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $|y-4|=|2y-5|$

b $|2x-3|=|x+1|$

c $|3y+1|=|y-2|$

d $|x-4|=|2x-5|$

a $|y-4|=|2y-5|$

$$\therefore |a|=|b| \Leftrightarrow a = \pm b$$

$$\therefore |y-4| = \pm(2y-5)$$

$$\therefore y-4 = 2y-5 \quad \text{or} \quad y-4 = -2y+5$$

$$y-2y = 4-5 \quad y+2y = 5+4$$

$$-y = -1$$

$$3y = 9$$

$$\therefore y = 1$$

$$\therefore y = 3$$

$$\therefore S.S. = \{1, 3\}$$

b $|2x-3|=|x+1|$

$$\therefore |a| = |b| \Rightarrow a = \pm b$$

$$\therefore |2x-3| = \pm (x+1)$$

$$\therefore 2x-3 = x+1 \quad \text{or} \quad 2x-3 = -x-1$$

$$2x-x = 1+3$$

$$2x+x = 3-1$$

$$\therefore x = 4$$

$$3x = 2$$

$$\therefore x = \frac{2}{3}$$

$$\therefore S.S. = \left\{ 4, \frac{2}{3} \right\}$$

c $|3y+1|=|y-2|$

$$\therefore |a| = |b| \leftrightarrow a = \pm b$$

$$\therefore |3y+1| = \pm (y-2)$$

$$3y+1 = y-2 \quad \text{or} \quad 3y+1 = -y+2$$

$$3y-y = -1-2$$

$$3y+y = 2-1$$

$$2y = -3$$

$$\therefore y = \frac{-3}{2}$$

$$4y = 1$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left\{ \frac{-3}{2}, \frac{1}{4} \right\}$$

d $|x-4|=|2x-5|$

$$|x-4| = \pm (2x-5)$$

$$\therefore x-4 = 2x-5 \quad \text{or} \quad x-4 = -2x+5$$

$$x-2x = 4-5$$

$$-x = -1$$

$$\therefore x = 1$$

$$x+2x = 4+5$$

$$3x = 9$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{ 1, 3 \}$$

تحقق من فهمك (3)

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $|2x-1|=x+2$

b $|2x+5|=x+5$

a $|2x-1|=x+2$

شرط الحل هو $x+2 \geq 0$

$\therefore x \geq -2 \rightarrow \therefore x \in [-2, \infty)$

$\therefore |2x-1| = \pm(x+2)$

$\therefore 2x-1 = x+2$ or $2x-1 = -x-2$

$2x-x = 1+2$

$x = 3$
تحقق الشرط

$2x+x = 1-2$

$3x = -1$

$x = -\frac{1}{3}$

تحقق الشرط

$\therefore S.S. = \left\{ 3, -\frac{1}{3} \right\}$

b $|2x+5|=x+5$

شرط الحل هو

$$x+5 \geq 0$$

$$\therefore x \geq -5 \rightarrow \therefore x \in [-5, \infty)$$

$$\therefore |2x+5| = \pm(x+5)$$

$$\therefore 2x+5 = x+5 \quad \text{or} \quad 2x+5 = -x-5$$

$$2x-x = 5-5 \quad 2x+x = -5-5$$

$$3x = -10$$

$$x = 0$$

$$\in [-5, \infty)$$

$$x = -\frac{10}{3}$$

$$\in [-5, \infty)$$

$$\therefore S.S. = \left\{ 0, -\frac{10}{3} \right\}$$

- أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $|2\ell-3|=|4\ell-1|$

b $|3x-1|+4x-13=0$

a $|2\ell-3|=|4\ell-1|$

$$\therefore |a| = |b| \leftrightarrow a = \pm b$$

$$\therefore |2\ell-3| = \pm(4\ell-1)$$

$$\therefore 2\ell-3 = 4\ell-1 \text{ or } 2\ell-3 = -4\ell+1$$

$$2\ell-4\ell = 3-1$$

$$2\ell+4\ell = 3+1$$

$$-2\ell = 2$$

$$6\ell = 4$$

$$\therefore \ell = -1$$

$$\ell = \frac{2}{3}$$

$$\therefore S.S. = \left\{-1, \frac{2}{3}\right\}$$

b $|3x-1|+4x-13 = 0$

$$\therefore |3x-1| = -4x+13$$

شرط لظل هو $-4x+13 \geq 0$

$$\therefore -4x \geq -13$$

$$\therefore x \leq \frac{13}{4} \rightarrow x \in (-\infty, \frac{13}{4}]$$

$$\therefore 3x-1 = -4x+13 \text{ or } 3x-1 = -(-4x+13)$$

$$3x+4x = 1+13 \quad 3x-1 = 4x-13$$

$$7x = 14$$

$$\therefore x = 2$$

$$\in (-\infty, \frac{13}{4}]$$

$$3x-4x = 1-13$$

$$-x = -12$$

$$\therefore x = 12$$

لا تحقق الشرط

$$\therefore S.S. = \{2\}$$

أولاً- البنود الموضوعية:

■ في البنود من (1-7) ظلل دائرة الإجابة الصحيحة :

(1) حل المعادلة $|2x-1|=x+3$ هو

- (a) $x=1$ (b) $x=2$ (c) $x=-1$ (d) لا يوجد حل

(2) حل المعادلة $|x+2|=x+2$ هو

- (a) $x=-2$ (b) $x \in (-2, \infty)$ (c) $x \in [-2, \infty)$ (d) $\emptyset$

(3) حل المعادلة $|x-3|=|x+1|$ هو

- (a) $x=\pm 1$ (b) $x=-1$ (c) $x=1$ (d) $x=2$

(4) مجموعة حل المعادلة $|x-3|=|3-x|$ هي

- (a) $\{3\}$ (b) $\{-3, 3\}$ (c) $\mathbb{R}$ (d) $\emptyset$

(5) حل المعادلة $|x-4|=|4-x|$ هو

- (a) $x=-4$ (b) $x=4$ (c) $\mathbb{R}$ (d) لا يوجد حل

(6) حل المعادلة $|2x-3|=|x+3|$ هو

- (a) $x=0, x=6$ (b) $x=-5, x=0$ (c) $x=5, x=6$ (d) $x=\pm 6$

(7) مجموعة حل المعادلة $|x-2|+x=2$ هي

- (a) $\emptyset$ (b) $(-\infty, 2)$ (c) $(-\infty, 2]$ (d) $\{2\}$

ثانيًا - أسئلة المقال:

■ أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

(a) $|x-2| = |x+4|$

الحل
باستخدام خواص القيمة المطلقة
 $|a| = |b| \Rightarrow |a| = \pm |b|$

$$\therefore |x-2| = |x+4|$$

$$\begin{array}{l|l} \therefore x-2 = x+4 & \text{or} \quad x-2 = -x-4 \\ x-x = 2+4 & x+x = +2-4 \\ 0 \neq 6 & 2x = -2 \\ \text{عبارة خاطئة} & x = -1 \end{array}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{-1\}$$

(b) $|x-4| = |x+2|$ باستخدام خواص القيمة المطلقة
 $|a| = |b| \Rightarrow |a| = \pm |b|$

$$\therefore |x-4| = |x+2|$$

$$\begin{array}{l|l} \therefore x-4 = x+2 & \text{or} \quad x-4 = -x-2 \\ x-x \quad 4+2 & x+x = 4-2 \\ 0 \neq 6 & 2x = 2 \\ \text{عبارة خاطئة} & x = 1 \end{array}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{1\}$$

$$\textcircled{c} |4-5x| + |3x+1| = 0$$

باعتبار خواص القيمة المطلقة
 $|a| = |b| \Rightarrow |a| = \pm |b|$

$$\therefore |4-5x| = -|3x+1|$$

$$\begin{array}{lcl} \therefore 4-5x = -(3x+1) & \text{or} & 4-5x = -[-(3x+1)] \\ 4-5x = -3x-1 & & 4-5x = 3x+1 \\ -5x+3x = -1-4 & & -5x-3x = 1-4 \\ -2x = -5 & & -8x = -3 \\ x = \frac{5}{2} & & \therefore x = \frac{3}{8} \end{array}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left\{ \frac{5}{2}, \frac{3}{8} \right\}$$

$$\textcircled{d} |x-3| = 2x-1$$

شرط الظل هو

$$\begin{array}{l} 2x-1 \geq 0 \rightarrow 2x \geq 1 \\ x \geq \frac{1}{2} \rightarrow \therefore x \in \left[\frac{1}{2}, \infty \right) \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \therefore x-3 = 2x-1 & \text{or} & x-3 = -2x+1 \\ x-2x = 3-1 & & x+2x = 3+1 \\ -x = 2 & & 3x = 4 \\ x = -2 & & x = \frac{4}{3} \\ \text{لم يحقق الشرط} & & \in \left[\frac{1}{2}, \infty \right) \end{array}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left\{ \frac{4}{3} \right\}$$

e) $|2y+3|=3y-2$

شرط الحل هو

$$3y-2 \geq 0 \rightarrow 3y \geq 2$$

$$y \geq \frac{2}{3} \rightarrow \therefore y \in [\frac{2}{3}, \infty)$$

$$\therefore 2y+3=3y-2$$

$$2y-3y=-3-2$$

$$-y=-5$$

$$y=5$$

$$\in [\frac{2}{3}, \infty)$$

or

$$2y+3=-3y+2$$

$$2y+3y=-3+2$$

$$5y=-1$$

$$y=-\frac{1}{5}$$

لم يحقق الشرط .

$$\therefore \text{S.S.} = \{5\}$$

f) $|x-1|=5x+10$

شرط الحل هو

$$5x+10 \geq 0 \rightarrow 5x \geq -10$$

$$\therefore x \geq -2 \quad \therefore x \in [-2, \infty)$$

$$\therefore x-1=5x+10$$

$$x-5x=1+10$$

$$-4x=11$$

$$x=-\frac{11}{4}$$

لم يحقق الشرط

or

$$x-1=-5x-10$$

$$x+5x=1-10$$

$$6x=-9$$

$$x=-\frac{3}{2}$$

$$\in [-2, \infty)$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$$

g) $|2i-3|=4i-1$

شرط الحل هو

$$4i-1 \geq 0 \rightarrow 4i \geq 1$$

$$i \geq \frac{1}{4} \therefore i \in [\frac{1}{4}, \infty)$$

$$\therefore 2i-3=4i-1 \quad \text{or} \quad 2i-3=-4i+1$$

$$2i-4i=3-1 \quad \quad \quad 2i+4i=3+1$$

$$-2i=2 \quad \quad \quad 6i=4$$

$$i=-1 \quad \quad \quad i=\frac{2}{3}$$

لم يحقق الشرط $\in [\frac{1}{4}, \infty)$

$\therefore \text{S.S.} = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$

h) $|3y-7|=2y-5$

شرط الحل هو

$$2y-5 \geq 0 \rightarrow 2y \geq 5$$

$$y \geq \frac{5}{2} \therefore y \in [\frac{5}{2}, \infty)$$

$$\therefore 3y-7=2y-5 \quad \text{or} \quad 3y-7=-2y+5$$

$$3y-2y=7-5 \quad \quad \quad 3y+2y=7+5$$

$$y=2 \quad \quad \quad 5y=12$$

لم يحقق الشرط $y=\frac{12}{5}$ لم يحقق الشرط

$\therefore \text{S.S.} = \{ \emptyset \}$

j) $|x+4|+23=17$

$$|x+4| = -6$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l|l} x+4 = -6 & \text{or} \quad x+4 = -(-6) \\ x = -4-6 & x+4 = 6 \\ x = -10 & x = -4+6 \\ & x = 2 \end{array}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{-10, 2\}$$

k) $|2x+6|=x-3$

شرط الظل هو

$$x-3 \geq 0 \rightarrow x \geq 3$$

$$\therefore x \in [3, \infty)$$

$$\begin{array}{l|l} \therefore 2x+6 = x-3 & \text{or} \quad 2x+6 = -x+3 \\ 2x-x = -6-3 & 2x+x = -6+3 \\ x = -9 & 3x = -3 \\ \text{لم يحقق الشرط} & x = -1 \\ & \text{لم يحقق الشرط} \end{array}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{\emptyset\}$$

$$\textcircled{i} \quad \frac{1}{2} |8x-2| = x+2 \quad \times 2)$$

$$\therefore |8x-2| = 2x+4$$

شرط الحل هو

$$2x+4 \geq 0 \rightarrow 2x \geq -4$$

$$x \geq -2 \therefore x \in [-2, \infty)$$

$$\begin{array}{lcl} \therefore 8x-2 = 2x+4 & \text{or} & 8x-2 = -2x-4 \\ 8x-2x = 2+4 & & 8x+2x = 2-4 \\ 6x = 6 & & 10x = -2 \\ x = 1 & & x = -\frac{1}{5} \\ \in [-2, \infty) & & \in [-2, \infty) \end{array}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left\{ 1, -\frac{1}{5} \right\}$$

حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد «جبرياً وبيانياً»
Solving a Quadratic Equation in one Variable Algebraically and Graphically

1-3

تحقق من فهمك (1)

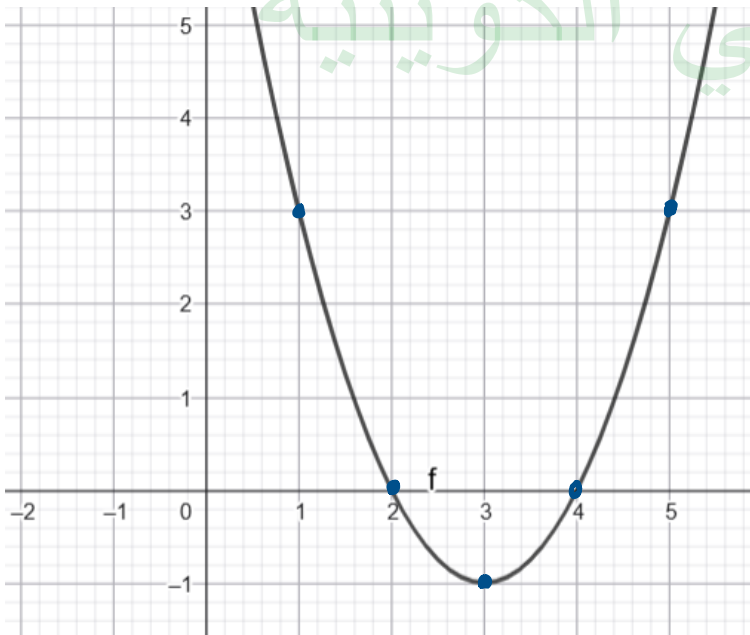
أوجد بيانياً مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية في $\mathbb{R}$ مستعيناً بالفترة الموضحة :

- a $x^2 - 6x + 8 = 0$, $[1, 5]$
b $x^2 + 4x + 4 = 0$, $[-4, 0]$
c $x^2 + 4x + 5 = 0$, $[-4, 0]$

(a) $x^2 - 6x + 8 = 0$, $[1, 5]$

تفرض أن $f(x) = x^2 - 6x + 8$

x	1	2	3	4	5
y	3	0	-1	0	3



∴ الرسم يلاحظ

أن المخطط يقطع محور

الصفات عند :

$x = 2$, $x = 4$

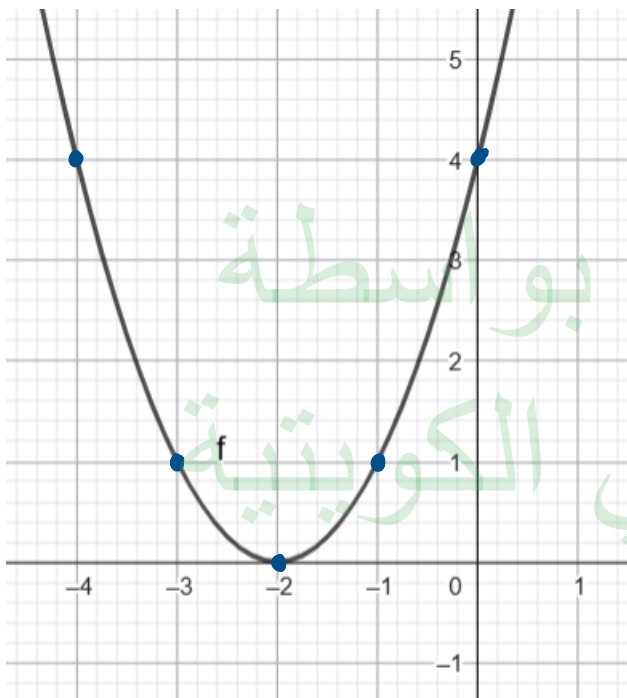
∴ S.S. = $\{2, 4\}$

b $x^2 + 4x + 4 = 0$

$[-4, 0]$

نفرض أن $f(x) = x^2 + 4x + 4$

x	-4	-3	-2	-1	0
y	4	1	0	1	4



من الرسم نلاحظ أن

المقطع يقطع محور
السينات عند

النقطة $(-2, 0)$

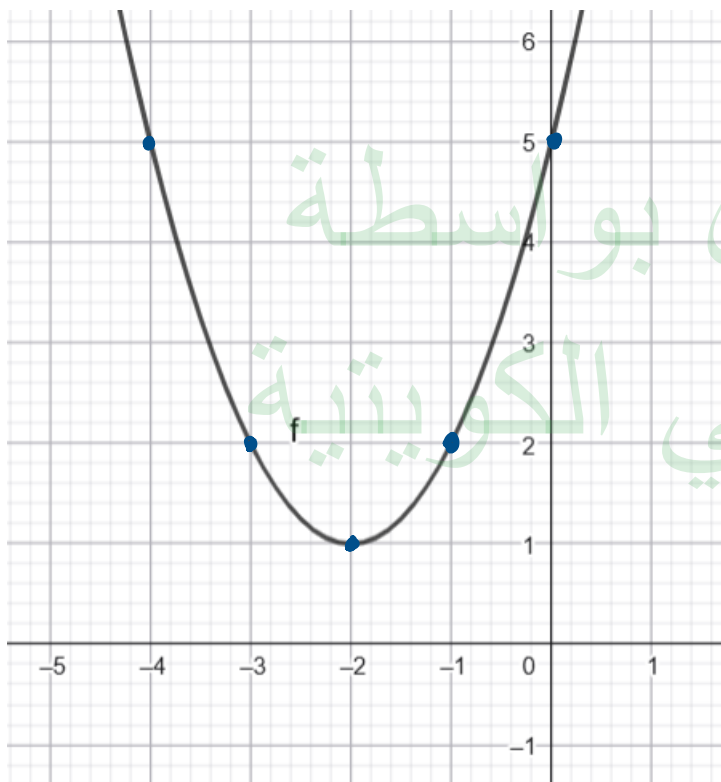
$\therefore S.S. = \{-2\}$

c $x^2 + 4x + 5 = 0$

$[-4, 0]$

تفرض أن $f(x) = x^2 + 4x + 5$

x	-4	-3	-2	-1	0
y	5	2	1	2	5



∴ مع الرسم نلاحظ
أن المنحنى لا يقطع
محور السينات

∴ $S.S. = \{ \emptyset \}$

حدد عدد الحلول الحقيقية لكل معادلة من المعادلات التالية بدون حل المعادلة:

a $2x^2 - 7x - 4 = 0$

b $x^2 - 10x + 25 = 0$

c $3x^2 - 2x + 2 = 0$

d $x^2 = 15$

e $x^2 - x = 0$

f $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$$(a) 2x^2 - 7x - 4 = 0$$

$$a = 2, \quad b = -7, \quad c = -4 \quad \text{نضع}$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4(2)(-4)$$

$$\Delta = 49 + 32 = 81$$

$$\therefore \Delta > 0$$

$$\therefore \text{عدد الحلول} = 2$$

b $x^2 - 10x + 25 = 0$

$$a = 1, b = -10, c = 25$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-10)^2 - 4(1)(25)$$

$$\Delta = 100 - 100 = 0$$

$\therefore$ عدد الحلول = 1 (مكرر)

c $3x^2 - 2x + 2 = 0$

$$a = 3, b = -2, c = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(3)(2)$$

$$\Delta = 4 - 24 = -20$$

$$\therefore \Delta < 0$$

$\therefore$ عدد الحلول = 0

d $x^2=15$

$$x^2 - 15 = 0$$

$$a=1, b=0, c=-15$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (0)^2 - 4(1)(-15) = 60$$

$$\therefore \Delta > 0$$

$\therefore$ عدد الحلول = 2

e $x^2-x=0$

$$a=1, b=-1, c=0$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(0) = 1$$

$$\Delta > 0$$

$\therefore$ عدد الحلول = 2

f $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$$a = 2, b = -8, c = 8$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4(2)(8) = 64 - 64 = 0$$

$$\therefore \Delta = 0$$

$\therefore$ عدد الحلول = 1 (مكرر)

تحقق من فهمك (3)

أوجد مجموعة حل المعادلات التالية باستخدام القانون :

a $x^2 - 4x + 2 = 0$

b $4x^2 - 5x + 1 = 0$

c $x^2 - 2x + 1 = 0$

d $x^2 - 6x + 8 = 0$

(a) $x^2 - 4x + 2 = 0$

$$a = 1, b = -4, c = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(2)$$

$$\therefore \Delta = 16 - 8 = 8$$

∴ للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore S.S. = \{ 2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2} \}$$

b $4x^2 - 5x + 1 = 0$

$$a = 4, b = -5, c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(4)(1)$$

$$\Delta = 25 - 16 = 9$$

$$\therefore \Delta > 0$$

∴ للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2 \times 4}$$

$$x = \frac{5 \pm 3}{8}$$

$$x = \frac{5+3}{8} \quad \text{or} \quad x = \frac{5-3}{8}$$

$$x = \frac{8}{8} = 1 \quad x = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore S.S. = \left\{ 1, \frac{1}{4} \right\}$$

c $x^2 - 2x + 1 = 0$

$$a = 1, b = -2, c = 1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(1)$$

$$\Delta = 4 - 4 = 0$$

∴ للمعادلة حل حقيقي واحد هو :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\therefore x = \frac{-(-2) \pm 0}{2}$$

$$\therefore x = \frac{2}{2} = 1$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{1\}$$

d $x^2 - 6x + 8 = 0$

$$a = 1, \quad b = -6, \quad c = 8$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(8)$$

$$\Delta = 36 - 32 = 4$$

$$\therefore \Delta > 0$$

∴ المعادلة حلاين حقيقيين مختلفان هما ∴

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$\therefore x = \frac{6-2}{2} \quad \text{or} \quad x = \frac{6+2}{2}$$

$$x = \frac{4}{2} = 2$$

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{2, 4\}$$

حل المعادلتين التاليتين باستخدام القانون .

a $x^2 + 7x + 10 = 0$

b $2x^2 - 5x - 52 = 0$

(a) $x^2 + 7x + 10 = 0$

$$a = 1, b = 7, c = 10$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (7)^2 - 4(1)(10) = 49 - 40 = 9$$

$$\therefore \Delta > 0$$

$\therefore$ للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$x = \frac{-7 \pm 3}{2}$$

$$x = \frac{-7-3}{2} \quad \text{or} \quad x = \frac{-7+3}{2}$$

$$x = \frac{-10}{2} = -5$$

$$x = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{-5, -2\}$$

$$b \quad 2x^2 - 5x - 52 = 0$$

$$a = 2, \quad b = -5, \quad c = -52$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(2)(-52)$$

$$\Delta = 25 + 416 = 441$$

$\therefore \Delta > 0$
 للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان هما :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{441}}{2 \times 2} = \frac{5 \pm 21}{4}$$

$$\therefore x = \frac{5-21}{4} \quad \text{or} \quad x = \frac{5+21}{4}$$

$$x = \frac{-16}{4} = -4$$

$$x = \frac{26}{4} = \frac{13}{2}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left\{ -4, \frac{13}{2} \right\}$$

- a أوجد عددين زوجيين متتاليتين مجموع مربعيهما 100
 b مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار 3cm ومساحته 40cm^2
 أوجد بعدي المستطيل .

(a)

نفرض أن العدد الأصغر هو x العدان هما $x, x+2$

$$\therefore x^2 + (x+2)^2 = 100$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 - 100 = 0$$

$$2x^2 + 4x - 96 = 0 \quad (\div 2)$$

$$\therefore x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$\therefore (x+8)(x-6) = 0 \quad \text{بالتحليل}$$

$$\therefore x+8=0 \quad \text{or} \quad x-6=0$$

$$x = -8$$

$$x = 6$$

العدان هما 8, 6 أو -6, -8

b) مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار 3cm ومساحته 40cm^2
أوجد بعدي المستطيل .

نفرض أن طول المستطيل هو x

∴ عرض المستطيل هو $x - 3$

مساحة المستطيل = الطول $\times$ العرض ∴

$$\therefore x(x - 3) = 40$$

$$x^2 - 3x - 40 = 0$$

$$(x - 8)(x + 5) = 0$$

بالتحليل

$$x - 8 = 0 \quad \text{or} \quad x + 5 = 0$$

$$x = 8$$

$$x = -5$$

مرفوض

∴ طول المستطيل هو 8cm

وعرض المستطيل هو $8 - 3 = 5\text{cm}$

أولاً - البنود الموضوعية :

■ في البنود من (1-3) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة :

- (1) جذرا المعادلة $x^2-5x+6=0$ هما جذران حقيقيان متساويان (a) (b)
 (2) المعادلة $x^2-4x+4=0$ لها جذران حقيقيان متساويان (a) (b)
 (3) جذرا المعادلة $x^2+9=0$ هما 3 ، -3 (a) (b)

■ في البنود من (1-7) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) المعادلة $x^2-6x+9=0$

- لها جذران حقيقيان متساويان (b) ليس أيًا مما سبق (d)
 لها جذران حقيقيان مختلفان (a) ليس لها جذور حقيقية (c)
 (2) المعادلة $x^2+4x+5=0$

- لها جذران حقيقيان متساويان (b) ليس أيًا مما سبق (d)
 لها جذران حقيقيان مختلفان (a) ليس لها جذور حقيقية (c)
 (3) جذرا المعادلة $x^2-3x-4=0$ هما:

- (a) -1,4 (b) 1,4 (c) -2,2 (d) -1,3

(4) حل المعادلة $x^2=9$ هو:

- (a) 3 (b) -3 (c) ± 3 (d) لا يوجد حل

(5) جذرا المعادلة $2x^2-7x+3=0$ هما:

- (a) $\frac{1}{2}, 3$ (b) 1,3 (c) 2, 3 (d) 1, $\frac{3}{2}$

(6) حل المعادلة $x^2-25=0$ هو:

- (a) 5 (b) -5 (c) ± 5 (d) لا يوجد حل

(7) المعادلة التي مجموع جذريها يساوي 5 فيما يلي:

- (a) $(x+1)(x+4)=0$ (b) $x(x-5)=0$
 (c) $(x-1)(x+6)=0$ (d) $(x-5)(x+1)=0$

ثانيًا - أسئلة المقال :

(1) أوجد حل كل معادلة من المعادلات التالية باستخدام القانون العام:

(a) $x^2 - 3x - 10 = 0$

$$a = 1 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = -10$$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-3)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-10) \\ &= 9 + 40 = 49\end{aligned}$$

$$\therefore \Delta > 0$$

∴ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان:

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\therefore x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{49}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{3 \pm 7}{2}$$

$$\therefore x = \frac{3+7}{2} \quad \text{or} \quad x = \frac{3-7}{2}$$

$$x = 5$$

$$x = -2$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{-2, 5\}$$

b) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

$a = 2$, $b = -5$, $c = -3$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(2)(-3)$$

$$\Delta = 25 + 24$$

$$\Delta = 49$$

$$\therefore \Delta > 0$$

$\therefore$ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{5 \pm 7}{4}$$

$$\therefore x = \frac{5+7}{4}$$

$$x = \frac{12}{4}$$

$$x = 3$$

or

$$x = \frac{5-7}{4}$$

$$x = \frac{-2}{4}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left\{ -\frac{1}{2}, 3 \right\}$$

$$\textcircled{c} \quad \frac{1}{2}x^2 - 3 = 0$$

$$a = \frac{1}{2} \quad , \quad b = 0 \quad , \quad c = -3$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (0)^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)(-3) \\ &= 0 + 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta > 0$$

$\therefore$ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(0) \pm \sqrt{6}}{2\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$\therefore x = \frac{\pm \sqrt{6}}{1} = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \sqrt{6} \quad \text{or} \quad x = -\sqrt{6}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{ \sqrt{6} , -\sqrt{6} \}$$

d) $3x^2 + x - 2 = 0$

$$a = 3 \quad , \quad b = 1 \quad , \quad c = -2$$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (1)^2 - 4(3)(-2) \\ &= 1 + 24 \\ &= 25\end{aligned}$$

$$\therefore \Delta > 0$$

$\therefore$ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان.

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{-1 \pm 5}{6}$$

$$\therefore x = \frac{-1+5}{6} \quad \text{or} \quad x = \frac{-1-5}{6}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$x = -1$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left\{ \frac{2}{3} \quad , \quad -1 \right\}$$

(2) أوجد نوع الجذرين للمعادلتين التاليتين ثم تحقق باستخدام القانون :

(a) $x^2 - 4x - 5 = 0$

$$a = 1 \quad , \quad b = -4 \quad , \quad c = -5$$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-4)^2 - 4(1)(-5) \\ &= 16 + 20 \\ &= 36\end{aligned}$$

$$\therefore \Delta > 0$$

∴ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot (1)}$$

$$x = \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$x = 2 \pm 3$$

$$\begin{aligned}\therefore x &= 2 + 3 \quad \text{or} \\ x &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x &= 2 - 3 \\ x &= -1\end{aligned}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{-1, 5\}$$

(b) $2x^2 - 4x + 2 = 0$

$$a = 2 \quad , \quad b = -4 \quad , \quad c = 2$$

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-4)^2 - 4(2)(2) \\ &= 16 - 16 \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\therefore \Delta = 0$$

∴ للمعادلة جذران حقيقيان متساويان

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{4}{4} = 1$$

$$\therefore S.S. = \{ 1 \}$$

(3) أوجد حل كل معادلة من المعادلات التالية:

$$\textcircled{a} \quad \frac{1}{2} x(x+6) = 8 \quad *2)$$

$$x(x+6) = 16$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$a = 1 \quad , \quad b = 6 \quad , \quad c = -16$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (6)^2 - 4(1)(-16)$$

$$= 36 + 64$$

$$= 100$$

$$\therefore \Delta > 0$$

$\therefore$ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm 10}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-6+10}{2} \quad \text{or} \quad x = \frac{-6-10}{2}$$

$$x = 2$$

$$x = -8$$

$$\therefore \text{S.S.} = \{2, -8\}$$

$$\textcircled{b} \quad 2x(x+1)=2 \quad \div 2)$$

$$x(x+1) = 1$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$a = 1, \quad b = 1, \quad c = -1$$

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (1)^2 - 4(1)(-1) \\ &= 1 + 4 \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\therefore \Delta > 0$$

∴ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{or} \quad x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left\{ \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right\}$$

(4) ثلاثة أعداد موجبة متتالية مربع أكبرهم يساوي مجموع مربعي العددين الآخرين، أوجد هذه الأعداد.

نفرض أن العدد الأصغر هو x

∴ الأعداد هي $x, x+1, x+2$

$$\therefore (x+2)^2 = (x+1)^2 + x^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2x + 1 + x^2$$

$$-x^2 + 4x + 4 - 2x - 1 = 0$$

$$-x^2 + 2x + 3 = 0 \quad * (-1)$$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\therefore (x-3)(x+1) = 0 \quad \text{بالتحليل}$$

$$x = 3 \quad \text{or} \quad x = -1 \quad \text{مفروض}$$

∴ الأعداد هي $3, 4, 5$

(5) عددان زوجيان متتاليان مجموع مربعيهما يزيد عن حاصل ضربيهما بمقدار 28، فما العددان؟

نفرض أن العدد الأصغر هو x

∴ العددان هما x و $x+2$

$$\therefore x^2 + (x+2)^2 - x(x+2) = 28$$

$$x^2 + x^2 + 4x + 4 - x^2 - 2x - 28 = 0$$

$$\therefore x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\text{بالتحليل} \quad \therefore (x-4)(x+6) = 0$$

$$\therefore x-4=0 \quad \text{or} \quad x+6=0$$
$$x=4 \quad \quad \quad x=-6$$

∴ العددان هما 4 ، 6 أو -6 ، -4

تحقق من فهمك (1) 

إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة $3x^2 + 10x - c = 0$ يساوي $-\frac{8}{3}$ أوجد قيمة c .

$$l \cdot m = \frac{c}{a}$$

$$\therefore \frac{c}{3} = \frac{-8}{3}$$

$$\therefore c = -8$$

تحقق من فهمك (2) 

إذا كان حاصل ضرب جذري المعادلة $ax^2 - 5x + 2 = 0$ يساوي $\frac{3}{2}$ أوجد قيمة a ، ثم حل المعادلة.

$$l \cdot m = \frac{c}{a}$$

$$\therefore \frac{3}{2} = \frac{2}{a} \rightarrow \therefore a = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{4}{3}x^2 - 5x + 2 = 0 \quad (*3)$$

$$\therefore 4x^2 - 15x + 6 = 0$$

$$a = 4, b = -15, c = 6 \quad \text{نضع}$$

$$\Delta = b^2 - 4a$$

$$\Delta = (-15)^2 - 4(4)(6)$$

$$\Delta = 225 - 96 = 129$$

$$\therefore \Delta > 0$$

∴ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان هما:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-15) \pm \sqrt{129}}{2 \times 4}$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{129}}{8}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left\{ \frac{15 + \sqrt{129}}{8}, \frac{15 - \sqrt{129}}{8} \right\}$$

تحقق من فهمك (3)

إذا علمت أن جذري المعادلة $x^2 - 7x + 9 = 0$ هما l, m ، فأوجد قيمة كل من:

(a) $l + m$

(b) $l \cdot m$

(c) $l^2 + m^2$

$$\therefore l + m = \frac{-b}{a} = \frac{-(-7)}{1} = 7$$

$$l \cdot m = \frac{c}{a} = \frac{9}{1} = 9$$

$$l^2 + m^2 = (l + m)^2 - 2l \cdot m$$

$$l^2 + m^2 = (7)^2 - 2(9)$$

$$l^2 + m^2 = 49 - 18 = 31$$

تحقق من فهمك (4)

أوجد المعادلة التربيعية التي جذراها معلومان في الحالات التالية :

(a) 3, 5

(b) $4, \frac{-1}{3}$

(c) 2, -2

(a) 3, 5

$$l = 5, m = 3$$

$$\therefore l + m = 8, l \cdot m = 15$$

$$\therefore x^2 - (l + m)x + l \cdot m = 0$$

$$\therefore x^2 - 8x + 15 = 0$$

b $4, -\frac{1}{3}$, $l = 4$, $m = -\frac{1}{3}$

$$l + m = 3\frac{2}{3} \quad , \quad l \cdot m = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore x^2 - (l+m)x + l \cdot m = 0$$

$$x^2 - 3\frac{2}{3}x - \frac{4}{3} = 0$$

c $2, -2$, $l = 2$, $m = -2$

$$l + m = 0 \quad , \quad l \cdot m = -4$$

$$x^2 - (l+m)x + l \cdot m = 0$$

$$x^2 - (0)x - 4 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

كُون المعادلة التربيعية التي جذراها: $3\sqrt{2}$, $-3\sqrt{2}$

$$l = 3\sqrt{2} \quad , \quad m = -3\sqrt{2}$$

$$l + m = 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 0$$

$$l \cdot m = 3\sqrt{2} \cdot (-3\sqrt{2}) = -18$$

$$\therefore x^2 - (l+m)x + l \cdot m = 0$$

$$x^2 - (0)x - 18 = 0$$

$$\therefore x^2 - 18 = 0$$

إذا كان l, m هما جذرا المعادلة التربيعية $2x^2 + 15x - 8 = 0$ كون المعادلة التربيعية التي جذراها $2l, 2m$

$$2x^2 + 15x - 8 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 8) = 0$$

بالتحليل

$$2x - 1 = 0 \quad \text{or} \quad x + 8 = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \quad \quad x = -8$$

$$\therefore l = \frac{1}{2}, \quad m = -8$$

∴ مجموع جذري المعادلة المطلوبة:

$$2l + 2m = 2(l + m) = 2\left(\frac{1}{2} - 8\right) = -15$$

∴ حاصل ضرب جذري المعادلة المطلوبة:

$$2l \cdot 2m = 4l \cdot m = 4\left(\frac{1}{2} \cdot (-8)\right) = -16$$

$$\therefore x^2 - (2l + 2m)x + 2l \cdot 2m = 0$$

$$x^2 - (-15)x - 16 = 0$$

$$\therefore \text{المعادلة المطلوبة} \rightarrow x^2 + 15x - 16 = 0$$

■ في البنود (1-6) اختر الإجابة الصحيحة:

(1) إذا كان ناتج ضرب جذريّ المعادلة التربيعية $x^2 - 3x + c = 0$ يساوي 2 فإن c يساوي:

- (a) -4 (b) -2 (c) 4 (d) 2

(2) إذا كان مجموع جذريّ المعادلة $x^2 - ax + 6 = 0$ يساوي 5 فإن a يساوي:

- (a) -6 (b) -5 (c) 5 (d) 6

(3) إذا كان أحد جذريّ المعادلة $x^2 - (m+2)x + 3 = 0$ هو معكوسٌ جمعيّ للآخر فإن m تساوي:

- (a) 3 (b) 2 (c) -2 (d) -3

(4) عدداً حقيقيّان مجموعهما 2 و حاصل ضربهما -35 هما:

- (a) 5, 7 (b) -5, -7 (c) -7, 5 (d) 7, -5

(5) حاصل ضرب جذريّ المعادلة $x(2x-3) = 7$ يساوي:

- (a) $-\frac{3}{2}$ (b) $\frac{3}{2}$ (c) $-\frac{7}{2}$ (d) $\frac{7}{2}$

ثانيًا - أسئلة المقال :

(1) كَوّن كلاً من المعادلات التربيعية التالية والتي جذراها:

(a) 2,3

$$\therefore l=2 \quad \text{و} \quad m=3$$

$$\therefore l+m=5 \quad \text{و} \quad l \cdot m=6$$

$$\therefore x^2 - (l+m)x + l \cdot m = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

(b) -5, -7

$$l+m = -5 - 7 = -12$$

$$l \cdot m = (-5) \cdot (-7) = 35$$

$$\therefore x^2 - (l+m)x + l \cdot m = 0$$

$$x^2 - (-12)x + 35 = 0$$

$$\therefore x^2 + 12x + 35 = 0$$

$$\textcircled{c} \quad \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$$

$$l + m = \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = \frac{6+5}{8} = \frac{11}{8}$$

$$l \cdot m = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$$

$$\therefore x^2 - (l+m)x + l \cdot m = 0$$

$$x^2 - \frac{11}{8}x + \frac{15}{32} = 0$$

$$\textcircled{d} \quad 2a, -\frac{1}{2}a$$

$$l + m = 2a - \frac{1}{2}a = \frac{3}{2}a$$

$$l \cdot m = 2a \cdot \left(-\frac{1}{2}a\right) = -a^2$$

$$\therefore x^2 - (l+m)x + l \cdot m = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{2}ax - a^2 = 0$$

(2) كَوْن معادلة الدرجة الثانية التي جذراها متساويان وكل منهما يساوي $-\frac{1}{2}$

$$\therefore l = m = -1 \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore l + m = -\frac{3}{2} - \frac{3}{2} = -3$$

$$l \cdot m = -\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}$$

$$\therefore x^2 - (l+m)x + l \cdot m = 0$$

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 0$$

(3) إذا كان مجموع جذريّ المعادلة $x^2 - 5lx + m = 0$ هو 10 وحاصل ضربهما يساوي 6 فما قيمة كل من l, m ؟ ثم أوجد قيمة الجذرين.

$$\therefore 5l = 10 \rightarrow l = \frac{10}{5} = 2$$

$$\therefore m = 6$$

$$x^2 - 10x + 6 = 0 \quad \text{المعادلة هي}$$

$$a = 1, \quad b = -10, \quad c = 6$$

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{+10 \pm \sqrt{100 - 24}}{2}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{76}}{2} = \frac{10 \pm 2\sqrt{19}}{2}$$

$$\therefore \text{الجذران هما } 5 - \sqrt{19} \text{ , } 5 + \sqrt{19}$$

(4) إذا كان l, m هما جذرا المعادلة $x^2 - 5x - 4 = 0$ فأوجد المعادلة التي جذراها l^2, m^2

$$\therefore l + m = 5 \quad \text{و} \quad l \cdot m = -4$$

$$\begin{aligned} \therefore l^2 + m^2 & \text{ مجموع جذري المعادلة المطلوبة} \\ &= (l + m)^2 - 2l \cdot m \\ &= (5)^2 - 2 \cdot (-4) \\ &= 25 + 8 = 33 \\ \therefore l^2 + m^2 &= 33 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l^2 \cdot m^2 & \text{ حاصل ضرب جذري المعادلة المطلوبة} \\ &= (l \cdot m)^2 \\ &= (-4)^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

$$\therefore l^2 \cdot m^2 = 16$$

$\therefore$ المعادلة المطلوبة هي

$$x^2 - (l^2 + m^2)x + l^2 \cdot m^2 = 0$$

$$x^2 - 33x + 16 = 0$$

(5) إذا كان l, m هما جذري المعادلة $x^2 - 3x + 1 = 0$ ، فأوجد المعادلة التي جذراها $l + m$, $l \cdot m$

$$l + m = 3 \quad \text{و} \quad l \cdot m = 1$$

∴ مجموع جذري المعادلة المطلوبة

$$(l + m) + l \cdot m = 3 + 1 = 4$$

حاصل ضرب جذري المعادلة المطلوبة

$$(l + m) \cdot (l \cdot m) = 3 \cdot (1) = 3$$

∴ المعادلة المطلوبة هي :

$$x^2 - [(l + m) + l \cdot m]x + (l + m) \cdot (l \cdot m) = 0$$

$$\therefore x^2 - 4x + 3 = 0$$

(6) إذا كان l, m هما جذرا المعادلة $x^2 - 7x + 5 = 0$ ، فأوجد المعادلة التي جذراها $\frac{1}{l}, \frac{1}{m}$

$$l + m = 7 \quad , \quad l \cdot m = 5$$

∴ مجموع جذري المعادلة المطلوبة:

$$\begin{aligned} \frac{1}{l} + \frac{1}{m} \\ = \frac{l+m}{l \cdot m} = \frac{7}{5} \end{aligned}$$

حاصل ضرب جذري المعادلة المطلوبة:

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{l} \cdot \frac{1}{m} &= \frac{1}{l \cdot m} \\ &= \frac{1}{5} \end{aligned}$$

∴ المعادلة المطلوبة هي:

$$x^2 - \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{m}\right)x + \frac{1}{l} \cdot \frac{1}{m} = 0$$

$$\therefore x^2 - \frac{7}{5}x + \frac{1}{5} = 0$$

(7) إذا كان ℓ, m هما جذرا المعادلة $x^2 - 4x + 1 = 0$ فما قيمة؟

(a) $\frac{4}{\ell}, \frac{4}{m}$

(b) $\ell - m$

$$a = 1, b = -4, c = 1$$

(1) $\ell + m = 4$ و $\ell \cdot m = 1$

$$\ell - m = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right|$$

$$= \left| \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 1} \right|$$

$$= \left| \sqrt{16 - 4} \right| = \left| \sqrt{12} \right|$$

$$= \left| 2\sqrt{3} \right|$$

$$\ell - m = 2\sqrt{3} \rightarrow (2)$$

بجمع (1) و (2) $\rightarrow \div 2$

$$\therefore 2\ell = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \ell = 2 + \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{\ell} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \quad * 4$$

$$\therefore \frac{4}{\ell} = \frac{4}{2 + \sqrt{3}}$$

$$\therefore 2m = 4 - 2\sqrt{3}$$

$$m = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{m} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \quad * 4$$

$$\therefore \frac{4}{m} = \frac{4}{2 - \sqrt{3}}$$

وبطرح (1) و (2)

(1)
(8) أوجد قيمة k التي تجعل مجموع جذريّ المعادلة $x^2 - (k+2)x + 2 = 0$ يساوي حاصل ضرب جذري
المعادلة $x^2 - 3kx + k^2 = 0$ (2)

مجموع جذري المعادلة (1) = حاصل ضرب جذري المعادلة (2)

$$\therefore k+2 = k^2$$

$$k^2 - k - 2 = 0$$

$$\therefore \text{بالتحليل} (k-2)(k+1) = 0$$

$$\therefore k-2=0 \quad \text{or} \quad k+1=0$$
$$k=2 \quad \quad \quad k=-1$$

قيمة k هي 2 أو -1

تحقق من فهمك (1)

حل كلاً من المتباينات التالية جبرياً ومثل الحل على خط الأعداد :

a $x^2+x-12 \leq 0$

b $x^2+4x-5 \geq 0$

c $x^2-x-6 < 0$

d $(x-3)(2x+5) < 0$

e $x^2-2x+1 > 0$

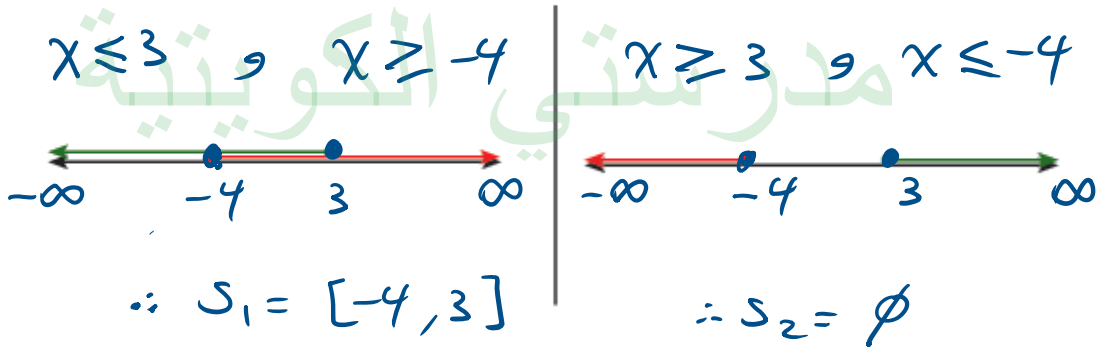
f $x^2+6x+9 < 0$

a $x^2+x-12 \leq 0$

بالتحليل $(x-3)(x+4) \leq 0$

$x-3 \leq 0$ و $x+4 \geq 0$ or $x-3 \geq 0$ و $x+4 \leq 0$

$x \leq 3$ و $x \geq -4$ $x \geq 3$ و $x \leq -4$



$\therefore S = S_1 \cup S_2 = [-4, 3]$

b) $x^2 + 4x - 5 \geq 0$

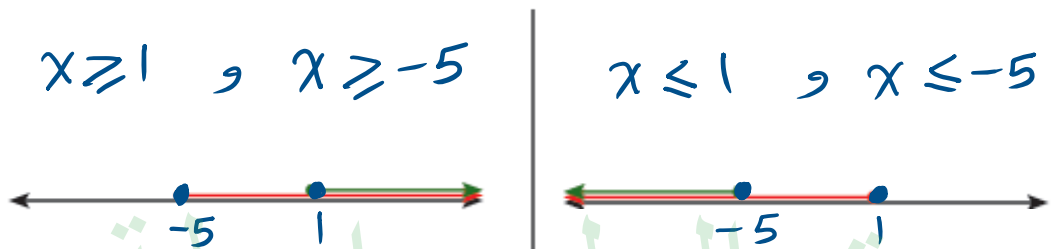
$$(x-1)(x+5) \geq 0$$

بالتحليل

$$\therefore x-1 \geq 0 \text{ و } x+5 \geq 0 \text{ or } x-1 \leq 0 \text{ و } x+5 \leq 0$$

$$x \geq 1 \text{ و } x \geq -5$$

$$x \leq 1 \text{ و } x \leq -5$$



$$S_1 = [1, \infty)$$

$$S_2 = (-\infty, -5]$$



$$\therefore S = S_1 \cup S_2 = [1, \infty) \cup (-\infty, -5]$$

$$\therefore S = \mathbb{R} - (-5, 1)$$

c $x^2 - x - 6 < 0$

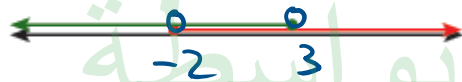
$$(x-3)(x+2) < 0$$

بالتحليل

$$x-3 < 0 \text{ و } x+2 > 0 \text{ or } x-3 > 0 \text{ و } x+2 < 0$$

$$x < 3 \text{ و } x > -2$$

$$x > 3 \text{ و } x < -2$$



$$\therefore S_1 = (-2, 3)$$

$$\therefore S_2 = \emptyset$$



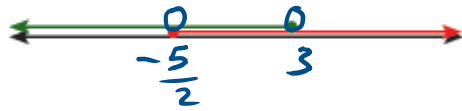
$$\therefore S = S_1 \cup S_2$$

$$\therefore S = (-2, 3)$$

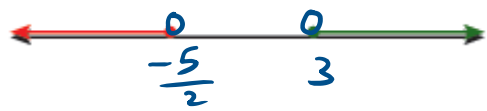
d) $(x-3)(2x+5) < 0$

$$x-3 < 0 \text{ و } 2x+5 > 0 \quad \text{or} \quad x-3 > 0 \text{ و } 2x+5 < 0$$

$$x < 3 \text{ و } x > -\frac{5}{2} \quad \left| \quad x > 3 \text{ و } x < -\frac{5}{2} \right.$$



$$S_1 = \left(-\frac{5}{2}, 3\right)$$



$$S_2 = \emptyset$$



$$\therefore S = S_1 \cup S_2$$

$$\therefore S = \left(-\frac{5}{2}, 3\right)$$

e $x^2 - 2x + 1 > 0$

$$(x-1)(x-1) > 0$$

بالتحليل

$$x-1 > 0 \text{ و } x-1 > 0 \text{ or } x-1 < 0 \text{ و } x-1 < 0$$

$$x > 1 \text{ و } x > 1$$

$$x < 1 \text{ و } x < 1$$



$$S_1 = (1, \infty)$$



$$\therefore S_2 = (-\infty, 1)$$



$$\therefore S = S_1 \cup S_2$$

$$\therefore S = \mathbb{R} - \{1\}$$

f $x^2+6x+9<0$

$$(x+3)(x+3) < 0$$

بالتحليل

$$x+3 < 0 \text{ و } x+3 > 0 \text{ or } x+3 > 0 \text{ و } x+3 < 0$$

$$x < -3 \text{ و } x > -3$$

$$x > -3 \text{ و } x < -3$$



$$\therefore S_1 = \emptyset$$

$$S_2 = \emptyset$$

$$\therefore S = S_1 \cup S_2 = \emptyset$$

تحقق من فهمك (2)



من السؤال السابق أكمل الجدول التالي وحدد الفترات التي تعبر عن حل المتباينات في كل مما يلي :

$f(x)$	المتباينة	الفتره	التمثيل على خط الأعداد
$f(x)$	$x^2-4 \leq 0$	$[-2, 2]$	
$f(x)$	$x^2-4 > 0$	$\mathbb{R} - [-2, 2]$	
$f(x)$	$x^2-4 \geq 0$	$\mathbb{R} - (-2, 2)$	

حل كل من المتباينات التالية جبريًا ومثل الحل على خط الأعداد :

a $2x^2 + 3x - 2 < 0$

b $-x^2 - x + 6 > 0$

c $x^2 - 6x + 9 \geq 0$

a $2x^2 + 3x - 2 < 0$ نضع $2x^2 + 3x - 2 = 0$

$$a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (3)^2 - 4(2)(-2)$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25$$

$$\therefore \Delta > 0$$

 $\therefore$ للمعادلة جذران حقيقيان هما

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$$\therefore x = \frac{-3-5}{4} = -2 \text{ or } x = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore S = (-2, \frac{1}{2})$$



b) $-x^2 - x + 6 > 0$ $\times -1$

$$x^2 + x - 6 < 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0$$

نضع
بالتحليل

$$\therefore x = 2 \quad \text{or} \quad x = -3$$

$$\therefore S = (-3, 2)$$



c) $x^2 - 6x + 9 \geq 0$

$$(x - 3)^2 \geq 0$$

المقارنة دائماً موجبة. جميع قيم x

$$\therefore S = R$$

أوجد مجموعة حل المتباينة ومثل الحل على خط الأعداد :

a $3x^2 - 4 \leq 8$

b $(4x - 3)^2 + 2 > -3$

c $(2 - 3x)^2 < 1$

d $(2x + 1)^2 - 3 \geq 1$

a $3x^2 - 4 \leq 8$

$$3x^2 - 4 - 8 \leq 0$$

$$3x^2 - 12 \leq 0 \quad \div 3$$

$$x^2 - 4 \leq 0$$

$$(x - 2)(x + 2) \leq 0$$

$$\therefore S = [-2, 2]$$

بالتحليل

b $(4x - 3)^2 + 2 > -3$

$$(4x - 3)^2 > -2 - 3$$

$$(4x - 3)^2 > -5$$

$$\therefore S = \mathbb{R}$$

c) $(2-3x)^2 < 1$

$$4 - 12x + 9x^2 - 1 < 0$$

$$3 - 12x + 9x^2 < 0$$

$$\therefore 9x^2 - 12x + 3 < 0 \quad (\div 3)$$

$$3x^2 - 4x + 1 < 0$$

بالتحليل

$$(3x-1)(x-1) < 0$$

$$x = \frac{1}{3}, \quad x = 1$$

$$\therefore S = \left(\frac{1}{3}, 1 \right)$$

d) $(2x+1)^2 - 3 \geq 1$

$$4x^2 + 4x + 1 - 3 - 1 \geq 0$$

$$4x^2 + 4x - 3 \geq 0$$

$$(2x-1)(2x+3) \geq 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \quad \text{or} \quad x = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore S = R - \left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$\begin{array}{r} 2x \quad + \quad 3 \\ 2x \quad - \quad 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x \\ + 3x \\ \hline \end{array}$$

بالتحليل

أجب عن الأسئلة التالية :

- 1 . ما الفرق بين حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد وحل متباينة من الدرجة الثانية في متغير واحد ؟
- 2 . ما علاقة بحث إشارة الدالة التربيعية بحل متباينات الدرجة الثانية في متغير واحد ؟

1. حل المعادلة يكون له قيم محددة للمتغير x
بينما حل المتباينة يكون له فترات محددة أو اتحاد فترات محددة .

2. بحث إشارة الدالة التربيعية يحدد
أين تكون الدالة موجبة أو سالبة بعد
إيجاد الجذور التربيعية للمتباينة .

أولاً - البنود الموضوعية :

■ في البنود من (1-5) اختر الإجابة الصحيحة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+2)(x-5) > 0$ هي:

- (a) $(-2,5)$ (b) $[-2,5]$
 (c) $(-\infty, -2) \cup (5, \infty)$ (d) $\mathbb{R}$

(2) مجموعة حل المتباينة $x^2 - 2x < 0$ هي:

- (a) $(0,2)$ (b) $[-\infty, 0]$
 (c) $(2, \infty)$ (d) $[0, 2]$

(3) مجموعة حل المتباينة $x^2 + 6x + 9 \leq 0$ هي:

- (a) $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$ (b) $\{-3\}$
 (c) $[-3, 3]$ (d) $\mathbb{R}$

(4) أي مما يلي ليس حلاً للمتباينة $4x^2 - 4x - 5 > 0$

- (a) 60 (b) -20 (c) 2 (d) 0

(5) أي من المتباينات التالية حلها نفس حل المتباينة $-2x^2 + 5x - 3 > 0$:

- (a) $x^2 - 5 > 2x^2$ (b) $-x^2 - x > x^2 - 4x$
 (c) $2x^2 + 3 < 5x$ (d) $x^2 - 3x > 2x - x^2$

ثانياً - أسئلة المقال :

(1) أوجد مجموعة حل كل من المتباينات التالية:

(a) $x^2 - 25 > 0$

$$(x - 5)(x + 5) > 0$$

$$\therefore x < -5 \quad \text{or} \quad x > 5$$

$$\therefore \text{S.S.} = \mathbb{R} - [-5, 5]$$

(b) $x^2 - 5x + 6 < 0$

$$(x - 2)(x - 3) < 0$$

$$\therefore x = 2 \quad \text{or} \quad x = 3$$

$$\text{S.S.} = (2, 3)$$

(c) $x^2 - 6x + 9 > 0$

$$(x - 3)^2 > 0$$

$$x = 3$$

$$\text{S.S.} = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$(d) \quad 3x^2 - 6x - 10 < -10$$

$$3x^2 - 6x < 0$$
$$3x(x - 2) < 0$$

$$x = 0 \quad \text{or} \quad x = 2$$

$$S.S. = (0, 2)$$

$$(e) \quad (3x - 7)(2x + 9) \leq 0$$

$$3x - 7 = 0 \quad \text{or} \quad 2x + 9 = 0$$
$$x = \frac{7}{3} \quad \quad \quad x = -\frac{9}{2}$$

$$S.S. = \left[-\frac{9}{2}, \frac{7}{3}\right]$$

$$(f) \quad 2x^2 + 5x - 3 < -10$$

$$2x^2 + 5x + 7 < 0$$

المرباع دأئماً موجبة لجميع قيم x

$$\therefore S.S. = \emptyset$$

$$\textcircled{g} -2x^2 + x + 21 < 0 \rightarrow * (-1)$$

$$2x^2 - x - 21 > 0$$

$$(2x - 7)(x + 3) > 0$$

$$\begin{aligned} \therefore 2x - 7 &= 0 & \text{or} & & x + 3 &= 0 \\ x &= \frac{7}{2} & & & x &= -3 \end{aligned}$$

$$S.S. = R - [-3, \frac{7}{2}]$$

$$\textcircled{h} 3x^2 + x + 7 < 0$$

$$a = 3, \quad b = 1, \quad c = 7$$

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (1)^2 - 4 \times 3 \times 7 \\ &= 1 - 84 \\ &= -83 \end{aligned}$$

$\therefore \Delta < 0$ $\therefore$ المعادلة ليس لها حل

$\therefore$ المتباينة موجبة دائماً لجميع قيم x

$$\therefore S.S. = \emptyset$$

$$(k) \quad x^2 - 6x + 8 < 0$$

$$(x-4)(x-2) < 0 \quad \text{بالتحليل}$$

$$\therefore x-4=0 \quad \text{or} \quad x-2=0$$

$$x=4 \quad \quad \quad x=2$$

$$\therefore \text{S.S.} = (2, 4)$$

$$(l) \quad -2x^2 + 6x + 8 \geq 0$$

$$-2(x^2 - 3x - 4) \geq 0 \quad \div (-2)$$

$$x^2 - 3x - 4 \leq 0$$

$$(x-4)(x+1) \leq 0 \quad \text{بالتحليل}$$

$$\therefore x-4=0 \quad \text{or} \quad x+1=0$$

$$x=4 \quad \quad \quad x=-1$$

$$\text{S.S.} = [-1, 4]$$

$$\textcircled{m} (x-4)(3-x) > 0$$

$$(x-4) \cdot [-(x-3)] > 0$$

$$-(x-4) \cdot (x-3) > 0 \quad * (1)$$

$$(x-4) \cdot (x-3) < 0$$

$$\therefore x-4=0 \quad \text{or} \quad x-3=0$$

$$x=4$$

$$x=3$$

$$\text{S.S.} = (3, 4)$$

$$\textcircled{n} x^2+2x-8 \leq 0$$

$$(x-2)(x+4) \leq 0 \quad \text{بالتحليل}$$

$$\therefore x-2=0 \quad \text{or} \quad x+4=0$$

$$x=2$$

$$x=-4$$

$$\text{S.S.} = [-4, 2]$$

$$\textcircled{o} 9x^2+1 \geq 0$$

ليس لها حلول حقيقية

$\therefore$ المتباينة دائماً موجبة لجميع قيم x

$$\therefore \text{S.S.} = \emptyset$$

$$\textcircled{p} -16x^2 + 24x - 7 > 0 \rightarrow *(-1)$$

$$16x^2 - 24x + 7 < 0$$

$$a = 16, b = -24, c = 7$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= (-24)^2 - 4 \times 16 \times 7$$

$$= 128$$

$$\therefore \Delta > 0$$

$\therefore$ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{+24 \pm \sqrt{128}}{2 \times 16} = \frac{24 \pm 8\sqrt{2}}{32}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{2}}{4}$$

$$\therefore x = \frac{3 - \sqrt{2}}{4} \text{ or } x = \frac{3 + \sqrt{2}}{4}$$

$$\therefore \text{S.S.} = \left(\frac{3 - \sqrt{2}}{4}, \frac{3 + \sqrt{2}}{4} \right)$$

(2) اكتشف الخطأ :

تقول نور: إن المتباينة $-x^2 + 2x - 7 < 0$ لا حلول لها بين الخطأ في حل نور ثم صححه.

$$-x^2 + 2x - 7 < 0 \quad * (-1)$$

$$x^2 - 2x + 7 > 0$$

$$a = 1 \quad , \quad b = -2 \quad , \quad c = 7$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\begin{aligned} &= (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 \\ &= 4 - 28 \\ &= -24 \end{aligned}$$

∴ المعادلة ليس لها حل حقيقي ∴ $\Delta < 0$

∴ المتباينة دائماً موجبة لجميع قيم x

$$\therefore S.S. = R$$

(3) اكتب متباينة تربيعية يكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية .

$$(x+3)^2 > 0$$

تحقق من فهمك (1)

إذا كانت : $3, 5, 6, x$ أعداداً متناسبة ، أوجد قيمة x

∴ $3, 5, 6, x$ أعداد متناسبة

$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{6}{x}$$

$$\therefore x = \frac{5 \times 6}{3} = 10$$

تحقق من فهمك (2)

أوجد الثالث متناسب للأعداد : $4, 7, \dots, 35$

نفرض أن الثالث المتناسب هو x

$$\therefore \frac{4}{7} = \frac{x}{35}$$

$$\therefore x = \frac{4 \times 35}{7} = 20$$

أوجد العدد الذي إذا طُرح من حُدَي النسبة $\frac{5}{6}$ أصبحت $\frac{9}{4}$

تفرق أن العدد هو x

$$\therefore \frac{5-x}{6-x} = \frac{9}{4}$$

$$\therefore 20 - 4x = 54 - 9x$$

$$9x - 4x = 54 - 20$$

$$5x = 34$$

$$\therefore x = \frac{34}{5}$$

تحقق من فهمك (4) 

أوجد قيمة x إذا كان : $(2x+3) : (3x-5) = 3 : 4$

$$\frac{2x+3}{3x-5} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 8x + 12 = 9x - 15$$

$$8x - 9x = -15 - 12$$

$$-x = -27$$

$$\therefore x = 27$$

تحقق من فهمك (5) 

إذا كان : $2a = 7b$ ، فأوجد $\frac{a}{b}$

$$\therefore 2a = 7b$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{7}{2}$$

تحقق من فهمك (6)

أوجد $\frac{x}{y}$ في كل مما يلي حيث : $y \neq 0, x \neq 0$

a $5x = 7y$

b $\frac{5x-2y}{5x+2y} = \frac{1}{4}$

a $5x = 7y$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{7}{5}$$

b $\frac{5x-2y}{5x+2y} = \frac{1}{4}$

$$20x - 8y = 5x + 2y$$

$$20x - 5x = 8y + 2y$$

$$15x = 10y$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

تحقق من فهمك (7) 

إذا كان: $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ، فأوجد القيمة العددية للمقدار: $\frac{2x+3y}{5x+2y}$

نفرض أن $x = 2K$, $y = 3K$

$$\therefore \frac{2(2K) + 3(3K)}{5(2K) + 2(3K)}$$

$$= \frac{4K + 9K}{10K + 6K}$$

$$= \frac{13K}{16K}$$

$$= \frac{13}{16}$$

إذا كان: $\frac{a}{2} = \frac{b}{7} = \frac{c}{5}$ ، أوجد: $\frac{a+2b}{3b+c}$ (بطريقتين مختلفتين).

الطريقة الأولى ←

بضرب حدي النسبة الثانية في 2 و جمعها مع

$$\therefore \frac{a+2b}{2+14} = \frac{a+2b}{16} \quad \text{حدي النسبة الأولى}$$

بضرب حدي النسبة الثانية في 3 و جمعها مع

$$\therefore \frac{3b+c}{21+5} = \frac{3b+c}{26} \quad \text{حدي النسبة الثالثة}$$

$$\therefore \frac{a+2b}{16} = \frac{3b+c}{26} = \text{بإحدى النسب}$$

$$\therefore \frac{a+2b}{3b+c} = \frac{16}{26} = \frac{8}{13}$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{7} = \frac{c}{5} = k \quad \text{الطريقة الثانية ←}$$

$$\therefore a = 2k, \quad b = 7k, \quad c = 5k$$

$$\therefore \frac{a+2b}{3b+c} = \frac{2k+2(7k)}{3(7k)+5k}$$

$$\therefore = \frac{2k+14k}{21k+5k} = \frac{16k}{26k} = \frac{8}{13}$$

نصف أن b هو الوسط المتناسب :

$$\therefore b = \pm \sqrt{ac}$$

$$\therefore b = \pm \sqrt{(-3)(-27)} = \pm \sqrt{81}$$

$$\therefore b = \pm 9$$

إذا كان a, b, c في تناسب متسلسل أثبت أن : $\frac{a+3b}{b+3c} = \frac{a-2b}{b-2c}$ حيث المقام $\neq$ صفر

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k \quad \therefore b = ck, a = ck^2$$

$$L.H.S = \frac{a+3b}{b+3c} = \frac{ck^2+3ck}{ck+3c}$$

$$\therefore L.H.S = \frac{ck(k+3)}{c(k+3)} = \frac{ck}{c} = k \rightarrow (1)$$

$$R.H.S = \frac{a-2b}{b-2c} = \frac{ck^2-2ck}{ck-2c}$$

$$R.H.S = \frac{ck(k-2)}{c(k-2)} = \frac{ck}{c} = k \rightarrow (2)$$

$$\frac{a+3b}{b+3c} = \frac{a-2b}{b-2c} \quad \text{من (1) و (2) نستنتج أن}$$

إذا كان : $\frac{a+b}{b+c} = \frac{a}{b}$ أثبت أن b وسط بين a, c

$$\frac{a+b}{b+c} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore b(a+b) = a(b+c)$$

$$\cancel{ab} + b^2 = \cancel{ab} + bc$$

$$\therefore b^2 = bc$$

$$\therefore b \text{ وسط بين } a, c$$

أولاً - البنود الموضوعية :

■ في البنود (1-4) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت الإجابة خاطئة :

(1) إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ فإن $ab = 3 \times 4$ ☐ (a) ☒ (b)

(2) إذا كان $\frac{x}{3} = \frac{14}{23}$ فإن $x = \frac{23}{42}$ ☐ (a) ☒ (b)

(3) إذا كان $\frac{x-7}{7} = \frac{1}{8}$ فإن $x = \frac{63}{8}$ ☒ (a) ☐ (b)

(4) زوج النسب التالي: $\frac{9}{12} = \frac{4}{5}$ لا يكون تناسباً ☐ (a) ☒ (b)

■ في البنود (1-5) اختر الإجابة الصحيحة :

(1) إذا كانت $a, 3x, 2b, 4x$ في تناسب فإن $\frac{a}{b}$ تساوي :

☒ (a) $\frac{3}{2}$ ☐ (b) $\frac{2}{3}$ ☐ (c) $\frac{4}{3}$ ☐ (d) $\frac{3}{4}$

(2) إذا كان $\frac{x}{y} = 7$ فإن $x + 7y$ تساوي :

☐ (a) $7x$ ☐ (b) $8x$ ☒ (c) $2x$ ☐ (d) $10x$

(3) إذا كان $2x - 5y = 0$ فإن $\frac{x}{y}$ تساوي :

☒ (a) $\frac{5}{2}$ ☐ (b) $\frac{2}{5}$ ☐ (c) $\frac{3}{2}$ ☐ (d) $\frac{2}{3}$

(4) إذا كان $\frac{x}{2y} = \frac{3}{5}$ فإن $\frac{x+2y}{2x-y}$ تساوي :

☐ (a) $\frac{15}{9}$ ☒ (b) $\frac{16}{7}$ ☐ (c) $\frac{7}{16}$ ☐ (d) $\frac{9}{15}$

(5) إذا كان $20, x, 32$ في تناسب متسلسل فإن x تساوي :

☐ (a) $\pm 2\sqrt{10}$ ☐ (b) $\pm 4\sqrt{10}$ ☒ (c) $\pm 8\sqrt{10}$ ☐ (d) $\pm \frac{1}{8\sqrt{10}}$

ثانيًا - أسئلة المقال :

① أوجد الرابع متناسب للأعداد 5 , 7, 10,

نفرض أن الرابع المتناسب هو x

$$\therefore \frac{5}{7} = \frac{10}{x}$$

$$\therefore 5x = 70 \quad \therefore x = \frac{70}{5}$$

$$\therefore x = 14$$

$\therefore$ الرابع المتناسب هو 14

② أوجد الثالث متناسب للأعداد 4 , 6, ..., 9 .

نفرض أن الثالث المتناسب هو x

$$\therefore \frac{4}{6} = \frac{x}{9}$$

$$\therefore 6x = 36$$

$$\therefore x = \frac{36}{6}$$

$$\therefore x = 6$$

$\therefore$ الثالث المتناسب هو 6 .

③ أوجد قيمة x إذا كانت الأعداد $25, 20, 5, x$ متناسبة.

∴ الأعداد $25, 20, 5, x$ متناسبة

$$\therefore \frac{x}{5} = \frac{20}{25}$$

$$\therefore 25x = 100$$

$$\therefore x = \frac{100}{25} = 4$$

④ أوجد العدد الحقيقي الذي إذا أضيف إلى حدي النسبة $\frac{4}{5}$ أصبحت $\frac{2}{3}$.

نفرض أن العدد الحقيقي هو x

$$\therefore \frac{x+4}{x+5} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore 3x+12 = 2x+10$$

$$3x-2x = 10-12$$

$$x = -2$$

العدد الحقيقي هو -2

⑤ أوجد العدد الذي إذا طرح من كل الأعداد 16,10,11,7 بالترتيب نفسه أصبحت متناسبة.

نفرض أن العدد هو x

$$\therefore \frac{16-x}{10-x} = \frac{11-x}{7-x}$$

$$\therefore (16-x) \cdot (7-x) = (11-x) \cdot (10-x)$$

$$112 - 16x - 7x + \cancel{x^2} = 110 - 11x - 10x + \cancel{x^2}$$

$$112 - 23x = 110 - 21x$$

$$-23x + 21x = 110 - 112$$

$$-2x = -2$$

$$\therefore x = 1$$

∴ التحقق

$$\therefore \frac{16-1}{10-1} = \frac{11-1}{7-1}$$

$$\frac{15}{9} = \frac{10}{6} = k$$

∴ الأعداد متناسبة

∴ العدد هو 1

⑥ إذا كان : $\frac{c}{d} = \frac{3}{4}$, $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ أوجد $\frac{3ac+2bd}{bc-2ad}$

$$\therefore \frac{\frac{3ac}{b} + \frac{2bd}{b}}{\frac{bc}{b} - 2 \frac{ad}{b}} \quad (\text{نقسم على } b)$$

$$\therefore \frac{3c \cdot \left(\frac{a}{b}\right) + 2d}{c - 2d \cdot \left(\frac{a}{b}\right)}$$

بالتعويض بقيمة $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$

$$\therefore \frac{3c \cdot \frac{1}{2} + 2d}{c - 2d \cdot \frac{1}{2}}$$

$$\therefore \frac{\frac{3}{2}c + 2d}{c - d} \quad (\text{نقسم على } d)$$

$$\therefore \frac{\frac{3}{2} \left(\frac{c}{d}\right) + \frac{2d}{d}}{\frac{c}{d} - \frac{d}{d}}$$

نعوض بقيمة $\frac{c}{d}$

$$\therefore \frac{\frac{3}{2} * \frac{3}{4} + 2}{\frac{3}{4} - 1} = \frac{\frac{9}{8} + 2}{\frac{3}{4} - 1} = -\frac{25}{2}$$

$$\therefore \frac{3ac+2bd}{bc-2ad} = -\frac{25}{2}$$

⑦ إذا كانت الأعداد : $\frac{1}{2}$, 1 , $x-2$, 4 في تناسب متسلسل أوجد قيمة x .

∴ الأعداد في تناسب متسلسل.

$$\therefore \frac{4}{x-2} = \frac{x-2}{1}$$

$$(x-2)^2 = 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4$$

$$\therefore x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 0$$

مرفوض

$$\text{or } x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

∴ قيمة x هي 4

(8) إذا كانت الأعداد a, b, c تكون تناسباً متسلسلاً، أثبت أن $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a}{c}$ حيث المقام $\neq$ صفر

∴ الأعداد a, b, c في تناسب متل.

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

$$\therefore b = ck \quad , \quad a = ck^2$$

$$\therefore \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2}$$

$$= \frac{(ck^2)^2 + (ck)^2}{(ck)^2 + c^2}$$

$$= \frac{c^2 k^4 + c^2 k^2}{c^2 k^2 + c^2}$$

$$= \frac{\cancel{c^2} k^2 (\cancel{k^2} + 1)}{\cancel{c^2} (\cancel{k^2} + 1)}$$

$$= k^2$$

$$\therefore \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = k^2 = \frac{a}{c} \quad \text{لأن} \quad a = ck^2$$

⑨ إذا كانت الأعداد 3, 5, 11 متناسبة مع a, b, c أوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{a+3b}{5b+c}$

∴ الأعداد 3, 5, 11 متناسبة مع a, b, c

$$\therefore \frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{11} = k$$

$$\therefore a = 3k, b = 5k, c = 11k$$

$$\therefore \frac{a+3b}{5b+c}$$

$$= \frac{3k + 3 \cdot 5k}{5 \cdot 5k + 11k}$$

$$= \frac{3k + 15k}{25k + 11k}$$

$$= \frac{18k}{36k}$$

$$= \frac{1}{2}$$

تحقق من فهمك (1)

في الشكل المقابل :

المضلعان $LMNO$, $ABCD$ متشابهان

أوجد قياسات الزوايا المجهولة وأطوال الأضلاع المجهولة في كلا من المضلعين

∴ المضلعان $LMNO$, $ABCD$ متشابهان

$$\frac{AB}{LM} = \frac{BC}{MN} = \frac{AD}{LO} = \frac{CD}{NO} = \frac{4.5}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{5.05}{LM} = \frac{3}{2} \rightarrow LM = \frac{10.1}{3}$$

$$\therefore \frac{AD}{2.99} = \frac{3}{2} \rightarrow AD = \frac{3 \times 2.99}{2} = \frac{8.97}{2}$$

$$\therefore \frac{CD}{1.4} = \frac{3}{2} \rightarrow CD = \frac{3 \times 1.4}{2} = 2.1$$

$$m(\hat{D}) = m(\hat{O}) = 135^\circ$$

$$m(\hat{B}) = m(\hat{M}) = 80^\circ$$

$$m(\hat{A}) = m(\hat{L}) = 60^\circ$$

$$m(\hat{C}) = m(\hat{N}) = 360 - (135 + 80 + 60)$$

$$m(\hat{C}) = m(\hat{N}) = 360 - 275 = 85^\circ$$

تحقق من فهمك (2)

لدينا شكلان رباعيان متشابهان ونسبة التشابه بينهما $\frac{5}{4}$ ، فإذا كانت مساحة الشكل الرباعي الأكبر هي 30 cm^2 فما مساحة الشكل الرباعي الأصغر ؟

النسبة بين مساحة الشكلين = مربع نسبة التشابه

$$\therefore \frac{\text{مساحة الشكل الرباعي الأكبر}}{\text{مساحة الشكل الرباعي الأصغر}} = (\text{نسبة التشابه})^2$$

$$\therefore \frac{25}{16} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{30}{\text{مساحة الشكل الرباعي الأصغر}}$$

$$\frac{16 \times 30}{25} = \text{مساحة الشكل الرباعي الأصغر}$$

$$19.2 \text{ cm}^2 = \frac{96}{5} = \text{مساحة الشكل الرباعي الأصغر}$$

أولاً - البنود الموضوعية :

■ في البنود من (1-3) ظل (a) إذا كانت العبارة صحيحة أو (b) إذا كانت العبارة خاطئة :

- (a) (b)
(a) (b)
(a) (b)

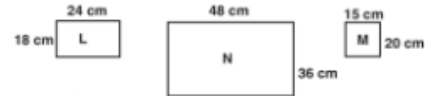
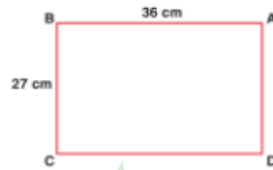
(1) كل مضلعين متطابقين هما مضلعان متشابهان .

(2) كل مضلعين متشابهين هما مضلعان متطابقان .

(3) إذا تساوت الزوايا المتناظرة في مضلعين فإن المضلعين متشابهان .

■ في البنود من (1-6) ظل دائرة الإجابة الصحيحة.

(1) المستطيلات المشابهة للمستطيل $BADC$ هي



- (a) فقط L
(c) L, N, M

- (b) فقط N
(d) فقط N, L

(2) المضلعان المتشابهان يكونان متطابقين إذا كانت نسبة التشابه x ، فإن x تساوي:

- (a) $x = 1$
(c) $0 < x < 1$

- (b) $x > 1$
(d) $x = \frac{1}{2}$

(3) مضلعان متشابهان النسبة بين محيطيهما $36:25$ ، فإن النسبة بين طولي ضلعي متناظرين فيهما تساوي:

- (a) $6:5$
(c) $36:25$

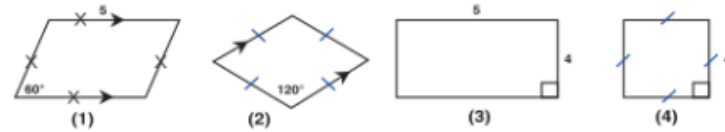
- (b) $5:6$
(d) $4:5$

(4) إذا كانت النسبة بين مساحتي سطحي مضلعين متشابهين $16:25$ طولي ضلعي متناظرين فيهما تساوي:

- (a) $2:5$
(c) $16:25$

- (b) $4:5$
(d) $16:41$

(5) أي من المضلعين التاليين متشابهان ؟



- (a) المضلعان (1), (2)
(c) المضلعان (3), (4)

- (b) المضلعان (1), (3)
(d) المضلعان (2), (4)

(6) إذا كان : $MN=8cm$, $AB=3cm$, $LM=6cm$, $\Delta ABC \sim \Delta LMN$ فإن BC تساوي:

- (a) $4 cm$
(c) $2 cm$

- (b) $3 cm$
(d) $1.5 cm$

ثانياً - أسئلة المقال :

(1) إذا كانت نسبة التشابه بين مستطيلين هي 3:2 ، وكان محيط المستطيل الأكبر يساوي 75 ، أوجد محيط المستطيل الأصغر؟

$$\therefore \frac{\text{محيط المستطيل الأكبر}}{\text{محيط المستطيل الأصغر}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{75}{\text{محيط المستطيل الأصغر}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{محيط المستطيل الأصغر} = \frac{2 \times 75}{3} = 50$$

(2) النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين هي $\frac{16}{9}$ ، ما محيط المضلع الأكبر إذا كان محيط المضلع الأصغر 24 cm ؟

$$\frac{\text{محيط المضلع الأكبر}}{\text{محيط المضلع الأصغر}} = \sqrt{\frac{16}{9}}$$

$$\frac{\text{محيط المضلع الأكبر}}{24} = \frac{4}{3}$$

$$\text{محيط المضلع الأكبر} = \frac{4 \times 24}{3} = 32 \text{ cm}$$

- (3) مستطيلان متشابهان. بُعدا الأول 8 cm , 12 cm ، ومحيط الثاني 200 cm .
- أوجد نسبة التشابه .
 - أوجد مساحة المستطيل الثاني .

$$\text{محيط المستطيل الأول} = 2(8 + 12) = 40$$

$$\therefore \text{نسبة التشابه} = \frac{\text{محيط المستطيل الأول}}{\text{محيط المستطيل الثاني}} = \frac{40}{200} =$$

$$\frac{1}{5} =$$

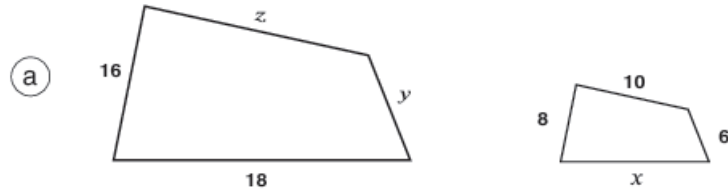
$$\text{مساحة المستطيل الأول} = 12 \times 8 = 96$$

$$\therefore \frac{\text{مساحة المستطيل الأول}}{\text{مساحة المستطيل الثاني}} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$$

$$\therefore \frac{1}{25} = \frac{96}{\text{مساحة المستطيل الثاني}}$$

$$\therefore \text{مساحة المستطيل الثاني} = 25 \times 96 = 2400$$

(4) احسب x, y, z في الحالات التالية علماً بأن المضلعين متشابهان .



$$\frac{16}{8} = \frac{z}{10} = \frac{y}{6} = \frac{18}{x} = 2$$

$$\therefore \frac{z}{10} = 2 \rightarrow z = 20$$

$$\frac{y}{6} = 2 \rightarrow y = 12$$

$$\frac{18}{x} = 2 \rightarrow x = 9$$

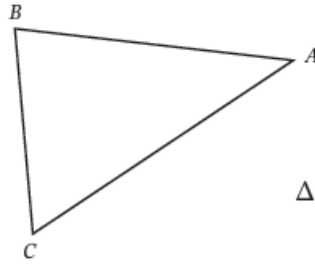
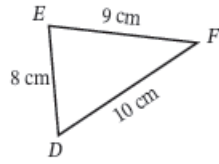


$$\frac{z}{15} = \frac{y}{35} = \frac{10}{x} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{z}{15} = \frac{1}{2} \rightarrow z = \frac{15}{2}$$

$$\therefore \frac{y}{35} = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{35}{2}$$

$$\therefore \frac{10}{x} = \frac{1}{2} \rightarrow x = 20$$



(5) في الشكل المقابل :

$$\Delta DEF \sim \Delta ABC$$

إذا كان محيط :

$$\Delta ABC = 81 \text{ cm}$$

أوجد أطوال أضلاع ΔABC

$$27 = 8 + 10 + 9 = \text{محيط } \Delta DEF$$

$$\therefore \text{نسبة الشابه} \quad \frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{81}{27} = 4$$

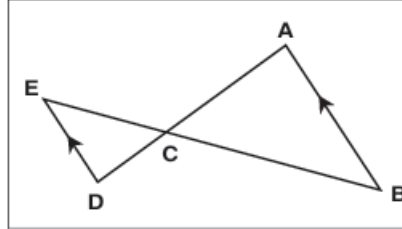
$$\therefore \frac{AB}{FE} = \frac{BC}{ED} = \frac{AC}{FD} = 4$$

$$\therefore \frac{AB}{9} = 4 \rightarrow AB = 36$$

$$\frac{BC}{8} = 4 \rightarrow BC = 32$$

$$\frac{AC}{10} = 4 \rightarrow AC = 40$$

تحقق من فهمك (1)



في الشكل المقابل :
أثبت أن المثلثين DEC , ABC
متشابهان ثم اكتب عبارة التشابه

$$\therefore DE \parallel BA$$

$$\therefore m(\hat{A}) = m(\hat{D}) \text{ بالتناظر} \rightarrow (1)$$

$$m(\hat{B}) = m(\hat{E}) \text{ بالتناظر} \rightarrow (2)$$

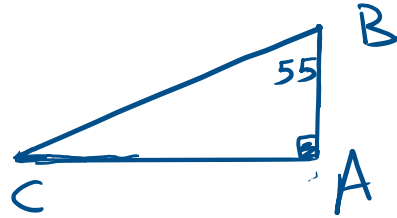
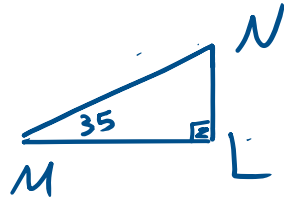
$$m(\hat{ACB}) = m(\hat{DCE}) \text{ بالتقابل بالرأس} \rightarrow (3)$$

من (1) , (2) , (3) - ننتج أن

$$\triangle ABC \sim \triangle DEC$$

تحقق من فهمك (2)

المثلث ABC قائم الزاوية في A فيه $m(\hat{B}) = 55^\circ$ ، والمثلث NLM قائم الزاوية في L فيه $m(\hat{M}) = 35^\circ$ ، أثبت أن المثلثين متشابهان .



المثلثان ABC ، NLM فيهما :

$$m(\hat{A}) = m(\hat{L}) = 90^\circ \rightarrow (1)$$

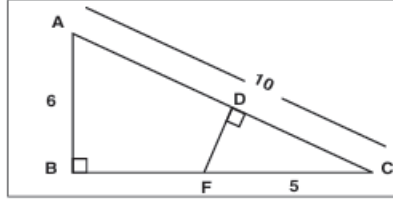
$$m(\hat{C}) = 90 - 55 = 35^\circ$$

$$\therefore m(\hat{C}) = m(\hat{M}) = 35^\circ \rightarrow (2)$$

$\therefore$ من (1) و (2) - ينجا أن

$$\triangle ABC \sim \triangle NLM$$

تحقق من فهمك (3)



في الشكل المقابل :

(1) أثبت أن المثلثين ABC , FDC متشابهان

(2) أوجد طول $\overline{FD}$

المثلثان ABC , FDC فيهما :

$$m(\hat{B}) = m(\hat{FDC}) = 90^\circ \rightarrow (1)$$

$$m(\hat{C}) \rightarrow \text{زاوية مشتركة} \quad (2)$$

من (1), (2) يَبْجُ أَنْ

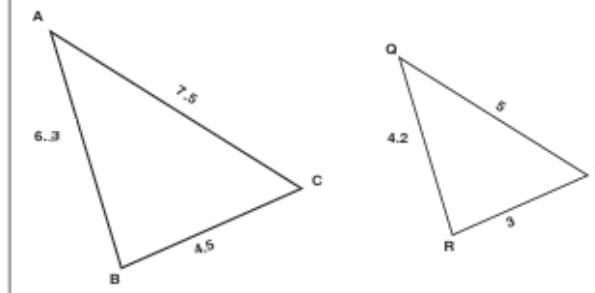
$$\triangle ABC \sim \triangle FDC$$

$$\frac{FD}{AB} = \frac{FC}{AC}$$

$$\frac{FD}{6} = \frac{5}{10}$$

$$\therefore FD = \frac{6 \times 5}{10} = 3$$

تحقق من فهمك (4)



a في الشكل المقابل :
أثبت أن المثلثين
 ABC, QRS متشابهان.

المثلثان ABC, QRS فيهما :

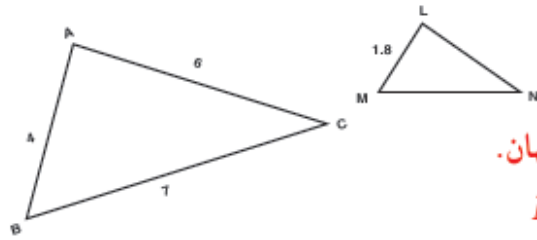
$$\frac{AB}{QR} = \frac{6.3}{4.2} = \frac{3}{2} \rightarrow (1)$$

$$\frac{AC}{QS} = \frac{7.5}{5} = \frac{3}{2} \rightarrow (2)$$

$$\frac{BC}{RS} = \frac{4.5}{3} = \frac{3}{2} \rightarrow (3)$$

من (1), (2), (3) - يُلجَّ أن

$$\Delta ABC \sim \Delta QRS$$



b) في الشكل المقابل :
المثلثان ABC, LMN متشابهان.
أوجد طول كل من $\overline{MN}$, $\overline{LN}$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle LMN$$

$$\frac{AB}{LM} = \frac{AC}{LN} = \frac{BC}{MN} = \frac{4}{1.8}$$

$$\therefore \frac{7}{MN} = \frac{4}{1.8}$$

$$\therefore MN = \frac{7 \times 1.8}{4} = 3.15$$

$$\frac{6}{LN} = \frac{4}{1.8}$$

$$\therefore LN = \frac{6 \times 1.8}{4} = 2.7$$

تحقق من فهمك (5)

في الشكل المقابل :
 أثبت أن المثلثين متشابهان .

المثلثان ABC , DCE فهما :

$$\frac{BC}{EC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \rightarrow (1)$$

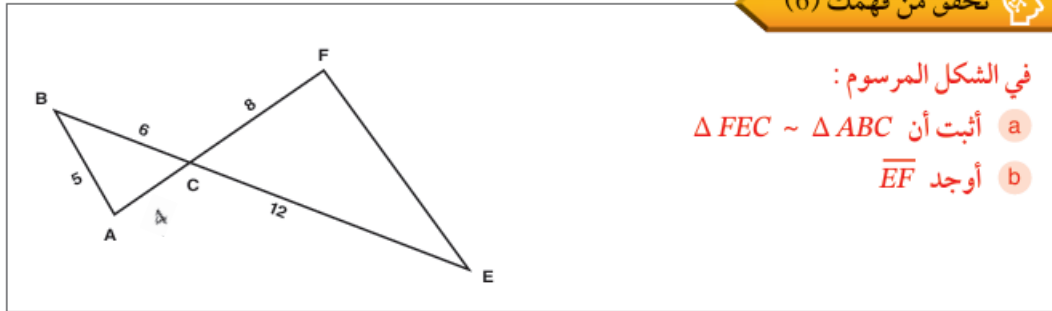
$$\frac{AC}{DC} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \rightarrow (2)$$

$$m(\hat{ACB}) = m(\hat{DCE}) \text{ بالتقابل بالرأس} \rightarrow (3)$$

$\therefore$ من (1) , (2) , (3) يَبْجُ أَنْ

$$\Delta ABC \sim \Delta DEC$$

تحقق من فهمك (6)



في الشكل المرسوم :

a أثبت أن $\triangle FEC \sim \triangle ABC$ b أوجد $\overline{EF}$ المثلثان ABC , FEC فيهما :

$$\frac{BC}{EC} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AC}{FC} = \frac{5}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{BC}{EC} = \frac{AC}{FC} \rightarrow (1)$$

$$(2) \rightarrow \text{بالتقابل بالرؤس } \angle ACB = \angle FCE$$

من (1) , (2) يَنجُ أَنْ

$$\triangle ABC \sim \triangle FEC$$

$$\frac{5}{EF} = \frac{1}{2} \quad \therefore EF = 10$$

أولاً - البنود الموضوعية :

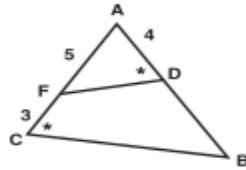
■ في البنود (1-3) اختر الإجابة (a) إذا كانت الإجابة صحيحة أو (b) إذا كانت

الإجابة خاطئة :

(1) في الشكل المقابل :

طول $(\overline{BD})$ يساوي 6

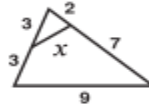
(a) (b)



(2) في الشكل المقابل :

x يساوي 2

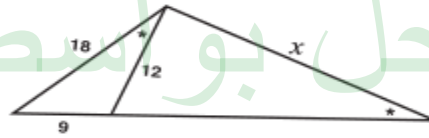
(a) (b)



(3) في الشكل المقابل :

x يساوي 24

(a) (b)



■ في البنود (1-5) اختر الإجابة الصحيحة :

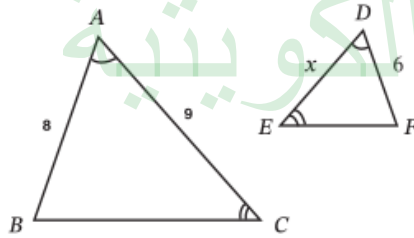
(1) في الشكل المرسوم قيمة x بوحدات الطول تساوي :

(a) 6

(b) $5\frac{1}{3}$

(c) 7

(d) 6.75



(2) في الشكل المقابل :

$(\overline{LM}) \parallel (\overline{BC})$, $AL=2cm$, $LC=3cm$

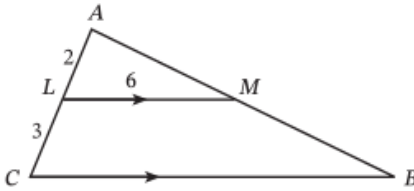
$LM=6cm$, فإن BC تساوي:

(a) 9 cm

(b) 12 cm

(c) 15 cm

(d) 10 cm



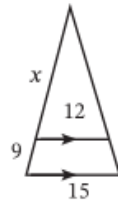
(3) في الشكل المقابل : قيمة x تساوي :

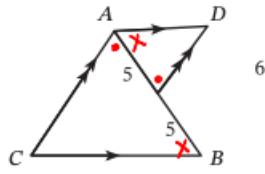
(a) 12

(b) 24

(c) 36

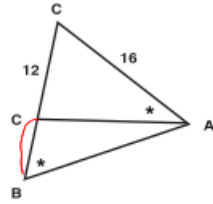
(d) 48





(4) في الشكل المقابل : طول $\overline{AC}$ تساوي :

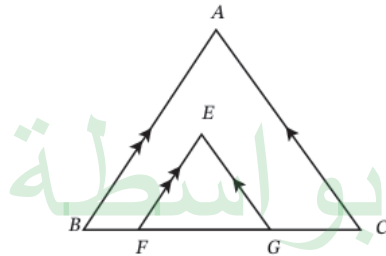
- (a) 6 (b) 9
(c) 12 (d) 15



(5) في الشكل المقابل : طول $\overline{BC}$ تساوي :

- (a) 16 (b) 12
(c) $9\frac{1}{3}$ (d) $23\frac{1}{3}$

ثانياً - أسئلة المقال



(1) في الشكل المرسوم $\overline{EG} \parallel \overline{AC}$, $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$
أثبت أن المثلث ABC يشابه المثلث EFG

$$\because EG \parallel AC$$

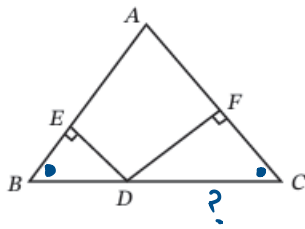
$$\therefore m(\angle EGF) = m(\angle C) \rightarrow (1)$$

$$\because AB \parallel EF$$

$$\therefore m(\angle EFG) = m(\angle B) \rightarrow (2)$$

من (1) و (2) ينتج أن .

$$\Delta ABC \sim \Delta EFG .$$



(2) في الشكل المرسوم ABC مثلث فيه

$$\frac{ED}{DF} = \frac{5}{7}, BC = 48cm, AB = AC$$

أوجد طول $\overline{DC}$

$$\because AB = AC$$

$$\therefore m(\hat{B}) = m(\hat{C}) \rightarrow (1)$$

$$\because m(\hat{EBD}) = m(\hat{FCD}) = 90^\circ \rightarrow (2)$$

من (1) و (2) - ننتج أن

$$\triangle EBD \sim \triangle FCD$$

$$\therefore \frac{ED}{DF} = \frac{BD}{DC} = \frac{5}{7}$$

$$BD = BC - DC$$

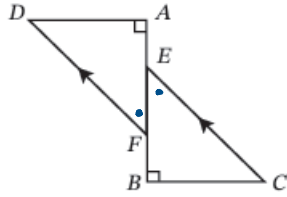
ولكن

$$\therefore \frac{BC - DC}{DC} = \frac{5}{7}$$

$$\frac{48 - DC}{DC} = \frac{5}{7}$$

$$5DC = 336 - 7DC$$

$$\therefore 12DC = 336 \rightarrow DC = 28cm$$



(3) في الشكل المرسوم $m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = 90^\circ$

$\overline{DF} \parallel \overline{EC}$

أثبت أن $\Delta ADF \sim \Delta BCE$

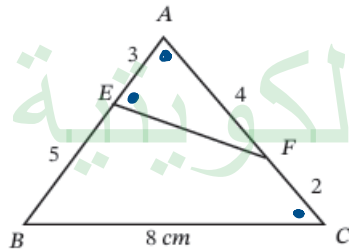
$$\therefore m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = 90^\circ \rightarrow (1)$$

$$\therefore DF \parallel EC$$

$$\therefore m(\hat{AFD}) = m(\hat{BEC}) \rightarrow (2)$$

من (1) و (2) - ننتج أن

$$\Delta ADF \sim \Delta BCE$$



(4) في الشكل المرسوم ABC مثلث فيه

$$BE=5cm, BC=8cm, EA=3cm$$

$$AF=4cm, FC=2cm$$

(a) أثبت أن $\Delta AEF \sim \Delta ACB$

(b) أوجد طول $\overline{EF}$.

$$\therefore BC = BA = 8cm$$

$$\therefore m(\hat{A}) = m(\hat{C}) \rightarrow (1)$$

$$m(\hat{A}) \text{ زاوية مشتركة} \rightarrow (2)$$

من (1) و (2) - ننتج أن

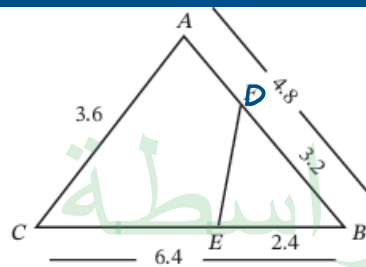
$$\therefore \Delta AEF \sim \Delta ACB$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ACB$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{EF}{CB}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{EF}{8}$$

$$\therefore EF = \frac{8 \times 3}{6} = 4 \text{ cm}$$



(5) في الشكل المرسوم
أثبت أن $\triangle BCA \sim \triangle BDE$

$$(1) \rightarrow \text{زاوية مشتركة } \hat{m}(\hat{B})$$

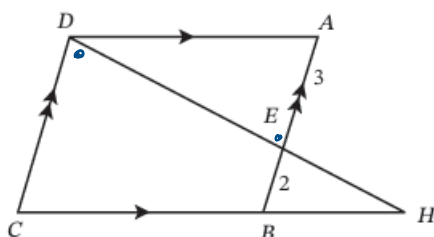
$$\therefore \frac{BC}{BD} = \frac{6.4}{3.2} = 2$$

$$\therefore \frac{BA}{BE} = \frac{4.8}{2.4} = 2$$

$$\therefore \frac{BC}{BD} = \frac{BA}{BE} = 2 \rightarrow (2)$$

من (1) و (2) نلج أن:

$$\triangle BCA \sim \triangle BDE$$



(6) في الشكل المقابل: متوازي أضلاع $ABCD$ ، $\frac{3}{2} = \frac{AE}{EB}$ ، $E \in (\overline{AB})$
 $\overrightarrow{CB} \cap \overrightarrow{DE} = \{H\}$

(a) أثبت أن $\Delta EAD \sim \Delta DCH$

(B) أوجد : $\frac{\text{مساحة } \Delta DCH}{\text{مساحة } \Delta EAD}$

∴ متوازي أضلاع $ABCD$

$$\therefore m(\hat{A}) = m(\hat{C})$$

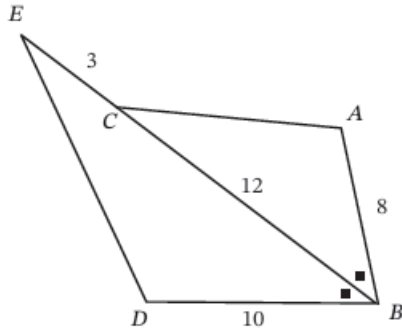
$$\therefore m(\hat{ADE}) = m(\hat{H}) \quad (\text{بالتناظر})$$

$$\therefore m(\hat{AED}) = m(\hat{DCH}) \quad (\text{بالتناظر})$$

$$\therefore \Delta EAD \sim \Delta DCH$$

$$\frac{\text{مساحة } \Delta DCH}{\text{مساحة } \Delta EAD} = \left(\frac{DC}{EA}\right)^2$$

$$\frac{\text{مساحة } \Delta DCH}{\text{مساحة } \Delta EAD} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$



(7) في الشكل المقابل:

$\vec{BE}$ منصف ABD

مساحة المثلث: $ABC = 48 \text{ cm}^2$

أوجد مساحة: $\triangle EBD$

$$\therefore m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{DBE}) \rightarrow (1)$$

$$\frac{EB}{CB} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{DB}{AB} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore \frac{EB}{CB} = \frac{DB}{AB} = \frac{5}{4} \rightarrow (2)$$

من (1) و (2) ينتج أن

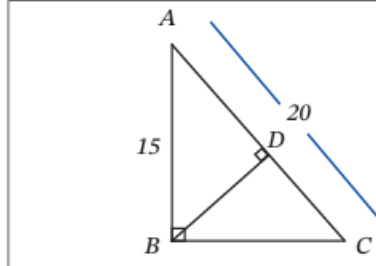
$$\triangle ABC \sim \triangle DBE$$

$$\therefore \frac{\text{مساحة } \triangle EBD}{\text{مساحة } \triangle CBA} = \left(\frac{EB}{CB}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$$\frac{\text{مساحة } \triangle ABD}{48} = \frac{25}{16}$$

$$\therefore \text{مساحة } \triangle ABD = \frac{48 \times 25}{16} = 75 \text{ cm}^2$$

تحقق من فهمك (1)



في الشكل المرسوم :

a أوجد طول $\overline{BC}$

b أوجد طول $\overline{CD}$

$$(BC)^2 = (AC)^2 - (AB)^2$$

$$(BC)^2 = (20)^2 - (15)^2$$

$$(BC)^2 = 400 - 225 = 175$$

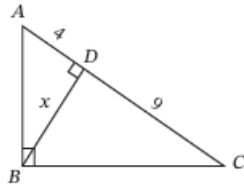
$$\therefore BC = \sqrt{175} = 5\sqrt{7}$$

$$(BC)^2 = CD \times AC$$

$$\therefore CD = \frac{(BC)^2}{AC}$$

$$CD = \frac{175}{20} = \frac{35}{4}$$

تحقق من فهمك (2)



في الشكل المرسوم : أوجد قيمة x

$$(BD)^2 = AD \times DC$$

$$x^2 = 4 \times 9$$

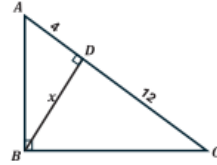
$$x^2 = 36$$

$$\therefore x = \sqrt{36} = 6$$

أولاً - البنود الموضوعية :

أُتدرب وأُحل المسائل

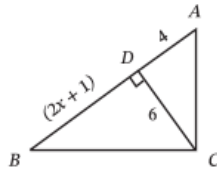
■ في البنود (1-5) ظل دائرة الإجابة الصحيحة :



(1) في الشكل المرسوم قيمة x تساوي :

- (a) $4\sqrt{3}$
(c) 48

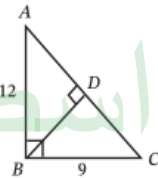
- (b) $3\sqrt{4}$
(d) 16



(2) في الشكل المرسوم قيمة x تساوي :

- (a) 6
(c) 8

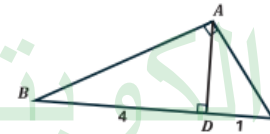
- (b) 4.8
(d) 4



(3) في الشكل المرسوم طول $\overline{BD}$ تساوي :

- (a) 9.5
(c) 7.5

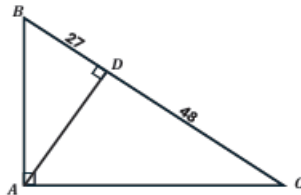
- (b) 7.2
(d) 8



(4) في الشكل المرسوم طول $\overline{AD}$ تساوي :

- (a) 2
(c) 5

- (b) 4
(d) 16



(5) في الشكل المرسوم طول $\overline{AD}$ تساوي :

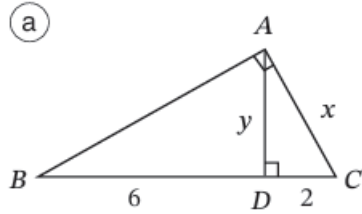
- (a) 24
(c) 36

- (b) 12
(d) 75

ثانياً - أسئلة المقال

■ أجب عن الأسئلة التالية :

(1) أوجد قيمة x, y في كل من الأشكال التالية :



$$(AC)^2 = DC \times CB$$

$$x^2 = 2 \times 8 = 16$$

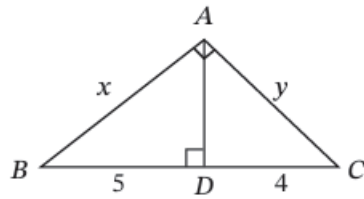
$$\therefore x = \sqrt{16} = 4$$

$$(AD)^2 = DC \times DB$$

$$y^2 = 2 \times 6 = 12$$

$$y = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

(b)



$$(AB)^2 = BD \times BC$$

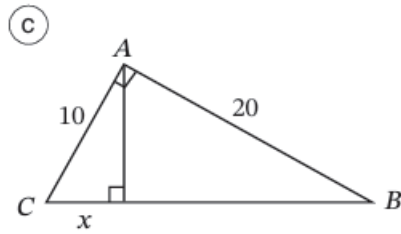
$$x^2 = 5 \times 9 = 45$$

$$x = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$(AC)^2 = CD \times CB$$

$$y^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$y = \sqrt{36} = 6$$



$$(CB)^2 = (AC)^2 + (AB)^2$$

$$(CB)^2 = (10)^2 + (20)^2$$

$$(CB)^2 = 100 + 400 = 500$$

$$\therefore CB = \sqrt{500} = 10\sqrt{5}$$

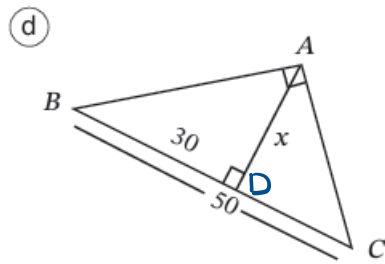
$$(AC)^2 = x \times CB$$

$$(10)^2 = x \times 10\sqrt{5}$$

$$\therefore x = \frac{100}{10\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore x = \frac{10}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$x = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$



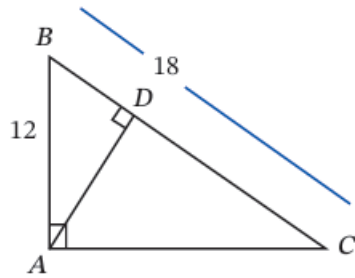
$$CD = CB - DB$$

$$CD = 50 - 30 = 20$$

$$(AD)^2 = CD \times DB$$

$$x^2 = 20 \times 30 = 600$$

$$x = \sqrt{600} = 10\sqrt{6}$$



(2) في الشكل المقابل :
أوجد طول $\overline{DC}$

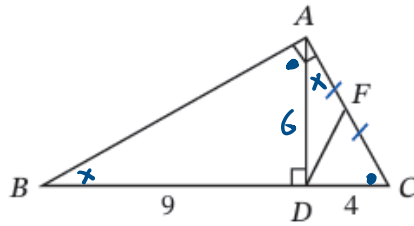
$$(AB)^2 = BD \times BC$$

$$(12)^2 = BD \times 18$$

$$\therefore BD = \frac{144}{18} = 8$$

$$\therefore DC = BC - BD$$

$$DC = 18 - 8 = 10$$



(3) في الشكل المقابل :

أوجد قيمة $\overline{DF}$

$$(AD)^2 = DC \times DB$$

$$(AD)^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$AD = \sqrt{36} = 6$$

$$(AC)^2 = (DC)^2 + (AD)^2$$

$$(AC)^2 = 16 + 36 = 52$$

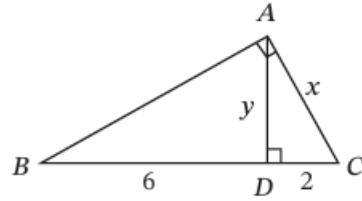
$$AC = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

$$\therefore AF = FC$$

$$\therefore m(\hat{ADC}) = 90^\circ$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2} AC \quad (\text{الوسيط} = \frac{1}{2} \text{ الوتر})$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{13} = \sqrt{13}$$



(4) في الشكل المقابل :

أوجد قيمة x, y

$$(AC)^2 = DC \times BC$$

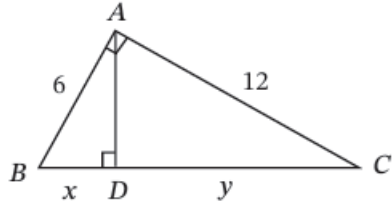
$$x^2 = 2 \times 8 = 16$$

$$x = \sqrt{16} = 4$$

$$(AD)^2 = DC \times DB$$

$$y^2 = 2 \times 6 = 12$$

$$y = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$



(5) في الشكل المقابل :

$\triangle ABC$ قائم الزاوية في A , $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$AB=6cm$, $AC=12cm$

أوجد طول $\frac{x}{y}$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ADB$$

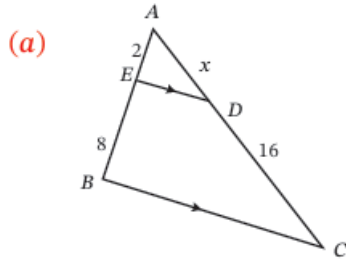
$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{DC}{DB}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{y}{x}$$

$$\therefore \frac{y}{x} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$$

تحقق من فهمك (1)

في الأشكال التالية :
أوجد قيمة x 

$$\therefore ED \parallel BC$$

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$$

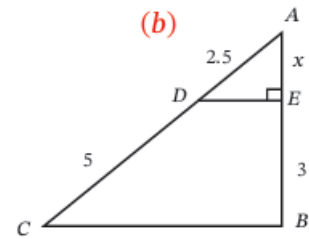
$$\therefore \frac{2}{8} = \frac{x}{16}$$

$$\therefore x = \frac{2 \times 16}{8} = 4$$

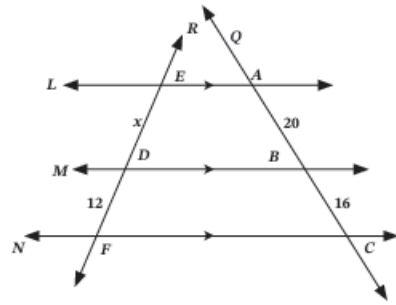
$$\frac{AE}{EB} = \frac{AD}{DC}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{2.5}{5}$$

$$\therefore x = \frac{2.5 \times 3}{5} = \frac{3}{2}$$



تحقق من فهمك (2)



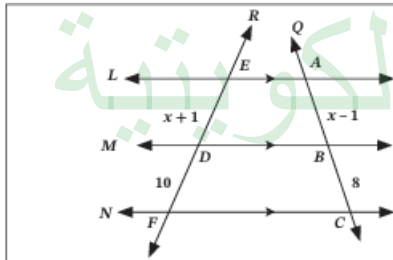
في الأشكال المقابل : أوجد قيمة x

$$\frac{ED}{DF} = \frac{AB}{BC}$$

$$\frac{x}{12} = \frac{20}{16}$$

$$\therefore x = \frac{12 \times 20}{16} = 15$$

تحقق من فهمك (3)



في الأشكال المرسوم : أوجد قيمة x

$$\frac{x+1}{10} = \frac{x-1}{8}$$

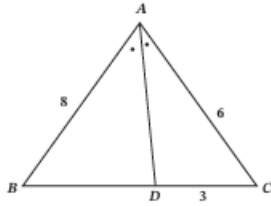
$$8x + 8 = 10x - 10$$

$$8x - 10x = -8 - 10$$

$$-2x = -18$$

$$\therefore x = 9$$

تحقق من فهمك (4)



المثلث فيه $AC = 6$ ،

$AB = 8$ ، $\overline{AD}$ يُنصّف $(\hat{BAC})$

ويقطع $\overline{BC}$ في D إذا كان $BD = 3$

أوجد CD

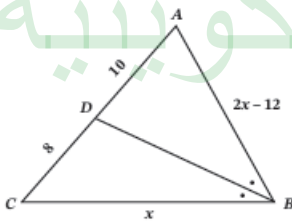
$\therefore AD$ ينصف $(\hat{BAC})$

$$\therefore \frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{6}{3} = \frac{8}{BD}$$

$$\therefore BD = \frac{3 \times 8}{6} = 4$$

تحقق من فهمك (5)



المثلث فيه $AD = 10$ ، $DC = 8$

$\overline{BD}$ يُنصّف الزاوية $(\hat{ABC})$ ويقطع $\overline{AC}$

في D ، أوجد x

$$\frac{2x-12}{10} = \frac{x}{8}$$

$$\therefore 16x - 96 = 10x$$

$$16x - 10x = 96$$

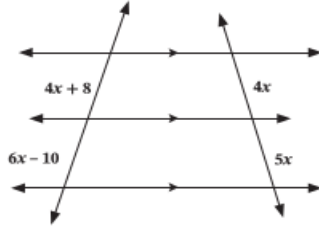
$$6x = 96$$

$$\therefore x = 16$$

أولاً - البنود الموضوعية :

■ في البنود (1-2) اختر الإجابة الصحيحة :

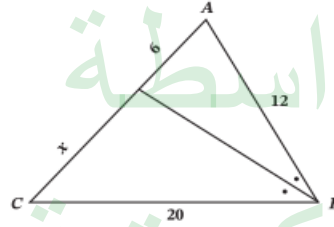
(1) في الشكل المرسوم قيمة x تساوي :



- (a) 10
(c) 8

- (b) 20
(d) 5

(2) في الشكل المرسوم قيمة x تساوي :



- (a) 8
(c) 12

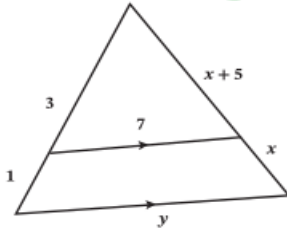
- (b) 10
(d) 20

ثانياً - أسئلة المقال :

■ أجب عن الأسئلة التالية :

(1) في الشكل المقابل :

أوجد قيمة كل من x, y :



$$\therefore \frac{x+5}{x} = \frac{3}{1}$$

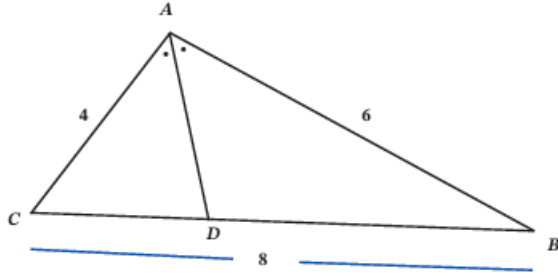
$$\therefore 3x = x + 5$$

$$\therefore 2x = 5$$

$$\rightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$\frac{7}{y} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore y = \frac{4 \times 7}{3} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$$



(2) في المثلث ABC ، $\overline{AD}$ نَصْفُ A

إذا كان $BC = 8$ ، $AC = 4$ ، $AB = 6$

فأوجد DB ، DC

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DC} = \frac{6}{4}$$

$$\frac{DB}{DC} = \frac{6}{4}$$

$$\frac{DB}{8 - DB} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore 2DB = 24 - 3DB$$

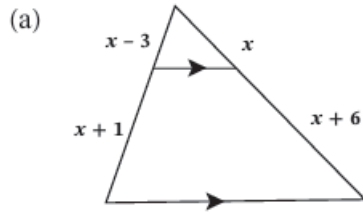
$$5DB = 24$$

$$\therefore DB = \frac{24}{5} = 4.8$$

$$\therefore DC = BC - DB$$

$$DC = 8 - 4.8 = 3.2$$

(3) في البنود (3-10) أوجد قيمة x :



$$\frac{x-3}{x+1} = \frac{x}{x+6}$$

$$(x-3) \cdot (x+6) = x(x+1)$$

$$x^2 + 6x - 3x - 18 = x^2 + x$$

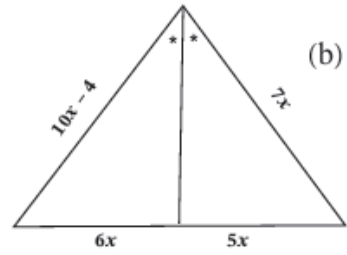
$$\cancel{x^2} + 3x - 18 - \cancel{x^2} - x = 0$$

$$2x - 18 = 0$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

$$\frac{10x-4}{7x} = \frac{6x}{5x}$$



$$5x \cdot (10x - 4) = 6x \cdot 7x$$

$$50x^2 - 20x = 42x^2$$

$$8x^2 - 20x = 0$$

$$4x(2x - 5) = 0$$

$$4x = 0 \quad \text{or} \quad 2x - 5 = 0$$

$$x = 0$$

$$x = \frac{5}{2}$$

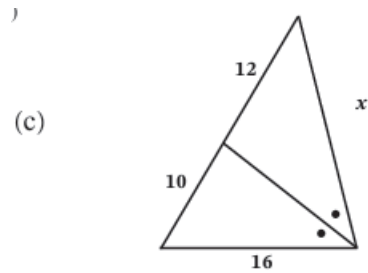
مرفوض

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

$$\frac{x}{16} = \frac{12}{10}$$

$$\therefore x = \frac{12 \times 16}{10}$$

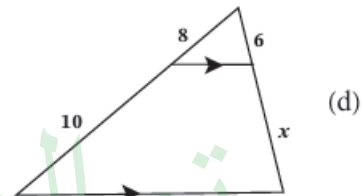
$$\therefore x = 19.2$$



$$\frac{x}{6} = \frac{10}{8}$$

$$\therefore x = \frac{6 \times 10}{8}$$

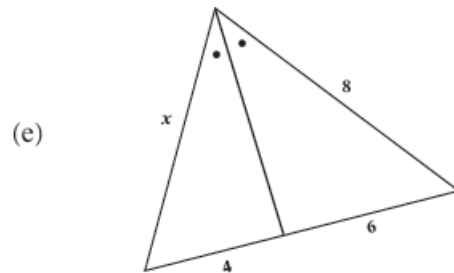
$$\therefore x = 7\frac{1}{2}$$



$$\frac{x}{8} = \frac{4}{6}$$

$$\therefore x = \frac{4 \times 8}{6}$$

$$x = \frac{32}{6} = 5\frac{1}{3}$$



$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$$

$$(BC)^2 = (60)^2 + (80)^2$$

$$\therefore BC = \sqrt{10000} = 100$$

$$\therefore \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

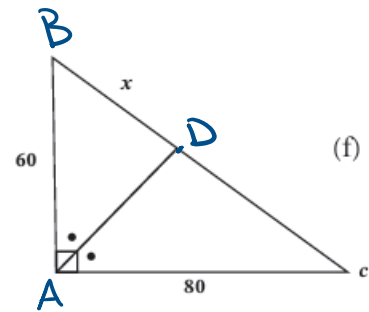
$$\frac{x}{100-x} = \frac{60}{80}$$

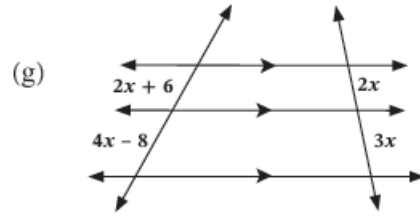
$$\therefore \frac{x}{100-x} = \frac{3}{4}$$

$$4x = 300 - 3x$$

$$\therefore 7x = 300$$

$$x = \frac{300}{7}$$





$$\frac{2x+6}{4x-8} = \frac{2x}{3x}$$

$$(2x+6) \cdot 3x = (4x-8) \cdot 2x$$

$$6x^2 + 18x = 8x^2 - 16x$$

$$6x^2 + 18x - 8x^2 + 16x = 0$$

$$-2x^2 + 34x = 0$$

$$-2x(x - 17) = 0$$

$$-2x = 0$$

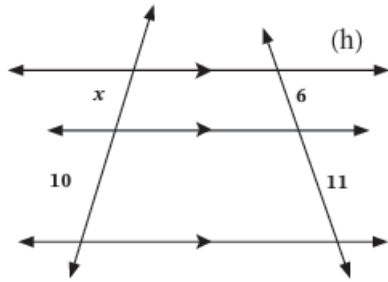
$$x = 0$$

مرفوض

$$\text{or } x - 17 = 0$$

$$x = 17$$

$$\therefore x = 17$$



$$\frac{x}{10} = \frac{6}{11}$$

$$x = \frac{60}{11} = 5 \frac{5}{11}$$

مدرستي الكويتية