شطار
SHOTTAR
ادرس معنا بذكاء ... نضمن لك الارتقاء

8

المادة: الرياضيات

الصف: الثامن

الفصل الدراسي الأول

القسم الأول + القسم الثاني

50245099

Shottarkw

فهرس القسم الأول

الوحدة التعليمية الأولى

المجموعات والعلاقة — **رقم الصفحة**

(١-١) المجموعات 4
(١-٢) المجموعة الجزئية – تساوي مجموعتين 6
(١-٣) العمليات على المجموعات (تقاطع – اتحاد) 10
(١-٤) مجموعة الفرق 13
(١-٥) المجموعة الشاملة – المجموعة المتممة 15
(١-٦) الحاصل الديكارتي 18
(١-٧) مفهوم العلاقة 21

الوحدة التعليمية الثانية

الأعداد النسبية — **رقم الصفحة**

(٢-١) استكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها 24
(٢-٢) مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها 26
(٢-٣) جمع الأعداد النسبية وخواصها 28
(٢-٤) طرح الأعداد النسبية 30
(٢-٥) ضرب الأعداد النسبية وخواصها 31
(٢-٦) قسمة الأعداد النسبية 33
(٢-٧) الجذر التربيعي للعدد النسبي الموجب 34
(٢-٨) الجذر التكعيبي للعدد النسبي 36

للتواصل والاستفسار
50245099

فهرس القسم الثانى

الوحدة التعليمية الثالثة

الهندسة والقياس — **رقم الصفحة**

(٣-١) نظرية فيثاغورث وعكسها 39

(٣-٢) التطابق 42

(٣-٣) تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع 43

(٣-٤) تطابق مثلثين بضلعين والزاوية المحددة بهما 45

(٣-٥) تطابق مثلثين زاويتين وضلع واصل بين رأسيهما 47

(٣-٦) تطابق مثلثين قائمي الزاوية 49

(٣-٧) حجم المنشور القائم – حجم الأسطوانة الدائرية القائمة 52

(٣-٨) حجم المخروط الدائري القائم 53

الوحدة التعليمية الرابعة

النسبة والتناسب – التحويلات الهندسية — **رقم الصفحة**

(٤-١) حل التناسب (طردي – عكسي) 55

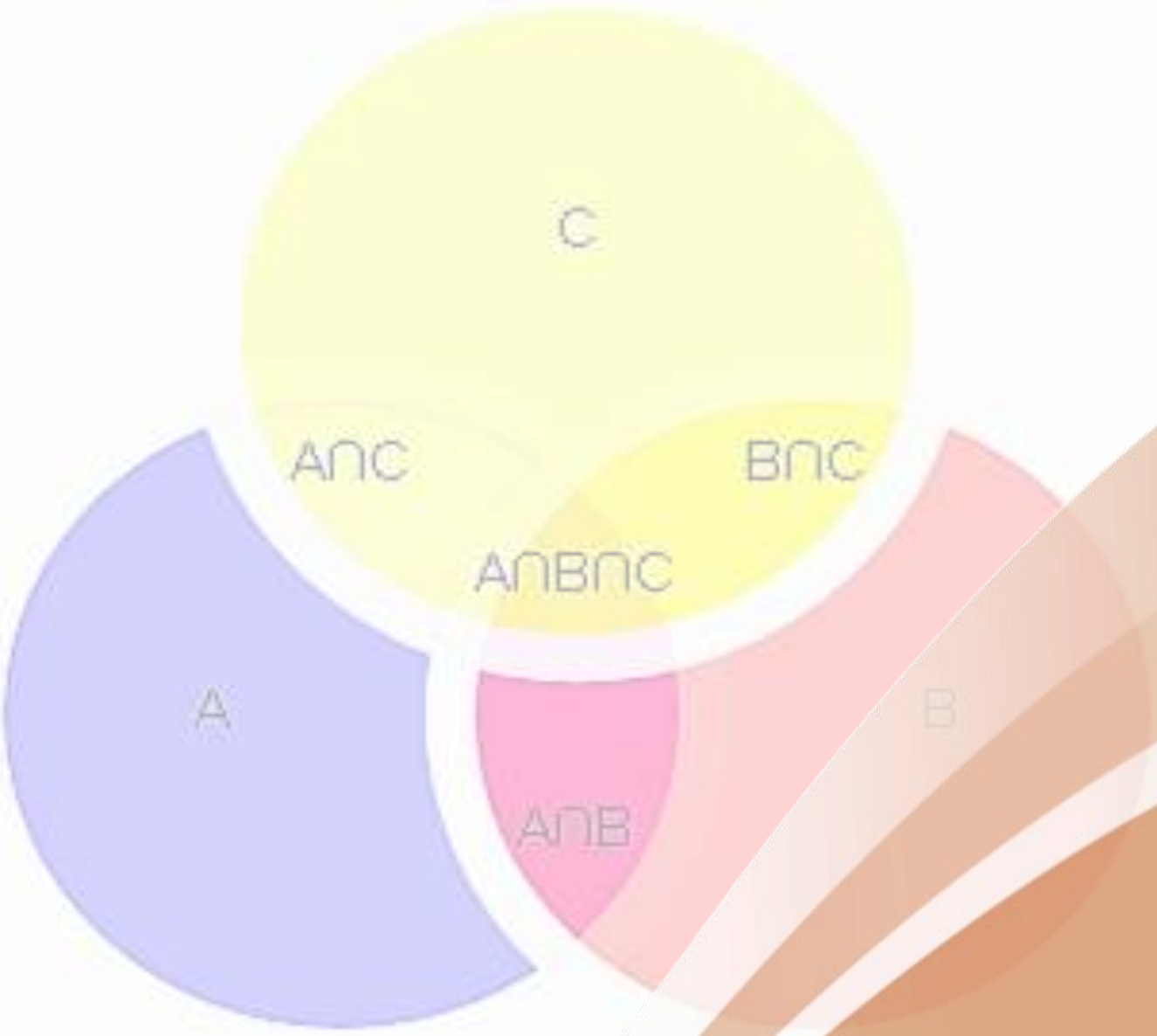
(٤-٢) استخدام المعادلات لحل مسائل تتضمن نسباً مئوية 60

(٤-٣) النسبة المئوية التزايدية والنسبة المئوية التناقصية 62

(٤-٤) الانعكاس – التناظر حول نقطة 65

(٤-٥) الإزاحة في المستوى الإحداثي 68

للتواصل والاستفسار
50245099



الوحدة التعليمية الأولى

المجموعات والعلاقة

للتواصل والاستفسار
50245099

(١-١) المجموعات

المجموعة

* هي تجمُع من الأشياء المتمايزة المُحددة تحديداً تاماً، ويُطلق على هذه الأشياء **عناصر**.

المتعلمون في مدرسة ما العام الحالي، لاعبوا فريق كرة القدم الحالي في مدرسة ما، دول مجلس التعاون الخليجي، مضاعفات العدد ٩ الأصغر من ٢٨، أيام الأسبوع، الأعداد الكلية يشكل كلا منها مجموعة.

* يُرمز إلى المجموعة بأحرف كبيرة، ويرمز إلى العناصر بأحرف صغيرة، وتكتب جميع عناصر المجموعة داخل قوسين { } مع وضع فاصلة بين كل عنصر وآخر، ممنوع التكرار، الترتيب غير مهم.

* المجموعة التي لا تحوي عناصر تسمى **مجموعة خالية** ويُرمز إليها بالرمز { } أو Φ وتُقرأ فاي.

مجموعة المتعلمون الذين تقل أعمارهم عن ١٠ سنوات في الصف الثامن، مجموعة الأعداد الصحيحة الأكبر من ٠ والأصغر من ١، مجموعة الأشهر الميلادية التي يزيد عدد أيامها على ٣١ يوماً، مجموعة المكعبات التي ليس لها رؤوس: تُسمى كلاً منها مجموعة خالية.

* المجموعة التي يمكن حصر عدد عناصرها تسمى **مجموعة منتهية** كمجموعة عوامل العدد ١٠، والمجموعة التي لا يمكن حصر عدد عناصرها تسمى **مجموعة غير منتهية** كمجموعة مضاعفات العدد ١٠.

مثال: أكمل كلا مما يلي بوضع الرمز المناسب ∈ أو ∉ لتحصل على عبارة صحيحة:

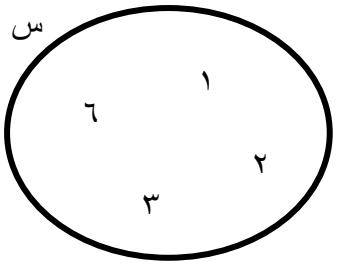
ن ..... { أ ، هـ ، ج }

ر ..... مجموعة أحرف كلمة حريق

٧ ..... { ٧٧ }

٨ ..... { ١ ، ٨ ، ٤ }

طرق التعبير عن المجموعة: إذا كانت س هي مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٦



الطريقة الأولى: **ذكر العناصر** س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ }

الطريقة الثانية: **الصفة المميزة**

أ) **لفظية**: س = مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٦

ب) **رمزية**: س = { أ : أ ∈ ص ، أ عامل من العوامل الموجبة للعدد ٦ }

الطريقة الثالثة: بالرسم بشكل يسمى **مخطط فن**

مثال: عبر عن كل مجموعة مما يلي بذكر العناصر ومَثِّلها بمخطط فن.

١) س = { س : س حرف من أحرف كلمة سمسم }

.....

٢) ل = { أ : أ ∈ ط ، أ عامل من عومل العدد ٩ }

.....

للتواصل والاستفسار
50245099

٣) ك = { أ : أ ∈ ص ، أ عامل من عوامل العدد ٩}

.....

٤) م = { أ : أ ∈ ط ، أ عامل أولي من عوامل العدد ١٥}

.....

٥) ع = { أ : أ ∈ ص ، أ عدد زوجي أكبر من ١٠ وأصغر من ١٥ }

.....

٦) ن = { ب : ب ∈ ص ، ٢٣< ب ≤ ٢٩ }

.....

مثال: عبر عن المجموعة ق = { ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ } بذكر صفة مميزة (بالصورة اللفظية)

.....

مثال: عبر عنة المجموعة ن = { ٢ ، ١ ، ٠ ، −١ ، −٢ ، −٣ ، −٤ ، −٥ } بذكر الصفة المميزة (بالصورة الرمزية)

.....

مثال: اكتب كلا من المجموعات الآتية بذكر العناصر، ثم حدد ما إذا كانت المجموعة منتهية أم غير منتهية.

أ) ع = { أ : أ ∈ ط ، أ < ١ }

.....

ب) ن = { س : س ∈ ص ، س > ٥ }

.....

موضوعي:

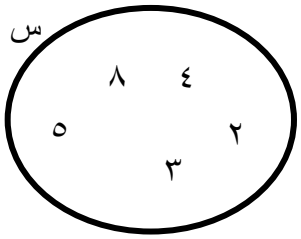
إذا كانت س = { أ : أ ∈ ط ، ٢ ≤ أ < ٦ } ، فإن س هي :	
(أ) { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }	(ب) { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }
(ج) { ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }	(د) { ٢ ، ٦ }

للتواصل والاستفسار
50245099

(١-٢) المجموعة الجزئية – تساوي مجموعتين

لتكن م ، ن مجموعتين مختلفتين:

* إذا كان كل عنصر من م ينتمي إلى ن فإن م **محتواه في** ن وتُقرأ م **مجموعة جزئية من** ن. م ⊆ ن
* إذ وجد عنصر من م لا ينتمي إلى ن فإن م **ليست محتواه في** ن وتقرأ م **ليست مجموعة جزئية من** ن.
م ⊈ ن



مثال: من الشكل المقابل ، ضع الرمز ⊆ ، ⊈ لتحصل على عبارة صحيحة.

- { ٤ ، ٨ } ..... س
- { ٣ ، ٧ } ..... س
- { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٨ } ..... س
- { ٥٨ } ..... س
- { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٨ } ..... س
- {س: س حل المعادلة س + ٢ = ٥} ..... س

مثال: إذا كانت ص = { ٣ ، ٥ ، ٧ } ، فاكتب جميع المجموعات الجزئية من ص ، واذكر عددها.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

للتواصل والاستفسار
50245099

عدد المجموعات الجزئية من مجموعة عدد عناصرها ن هو $٢^{ن}$

س = ص عندما يكون لهما العناصر نفسها، عندما تكون **س ⊆ ص و ص ⊆ س.**

مثال: أكمل ما يلي مستخدما الرمز المناسب = أو ≠ لتصبح العبارة صحيحة:

- { ٣ ، ٥ } ..... { −٣ ، −٥ }
- مجموعة أحرف كلمة (حبر) ..... مجموعة أحرف كلمة (بحر)
- { ١ ، ٢ ، ٣ } ..... { ٣٢١ }
- { ٢ } ..... مجموعة العوامل الموجبة للعدد ٦ .
- مجموعة عوامل العدد ٩ ..... { ١ ، ٣ ، ٩ ، −١ ، −٣ ، −٩ }
- مجموعة أرقام العدد ٤٠٥٤١ ..... { ٠ ، ١ ، ٤ ، ٥ }

مثال: اذا كانت ن = { ٧ ، ٥ س ، −٢ ، ٣ } ، ع = { ٣ ، هـ + ٢ ، ١٥ ، ٧ } وكانت ن = ع.
فأوجد قيمة كل من س ، هـ .

.....

.....

.....

.....

.....

مثال: إذا كانت ش = { ١ ، −٢ ، −٣ ، ٠ ، −١ } ، ك = { أ : أ ∈ ص ، −٤ < أ < ٤ }

١) اكتب ك بذكر العناصر

.....

للتواصل والاستفسار
50245099

٢) هل ش ⊆ ك ؟ ولماذا ؟

.....

٣) هل ك ⊆ ش ؟ ولماذا ؟

.....

٤) هل ك = ش ؟ ولماذا ؟

.....

مثال: إذا كانت س = { أ : أ ∈ ص ، أ عددا فرديا محصورا بين ١ ، ٩ } ، ص = { ٣ ، ٥ ، ٧ }

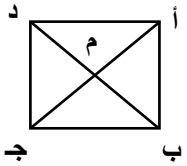
أ) اكتب س بذكر العناصر ؟

.....

ب) هل س = ص ؟ ولماذا ؟

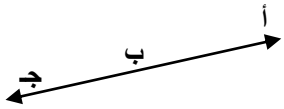
.....

موضوعي :

١	**لأي مجموعة س يكون Φ ⊆ س**	أ	ب
٢	**في الشكل المقابل ، م ∈ المربع أ ب جـ د** 	أ	ب
٣	**إذا كانت س = { ٥ ، ٢ ، ١ – ك } ، ص = { ٢ ، ٧ ، ٥ } وكان س = ص ، فإن ك =**		
	(أ) –٦	(ب) ٢	
	(ج) ٧	(د) –٨	
٤	**إذا كانت { ٥ ، ٣ ، س ، ٦ } = { ص ، ٧ ، ٦ ، ٣ } ، فإن قيمة س – ص تساوي**		
	(أ) ٢	(ب) –٢	
	(ج) ١٢	(د) –١٢	

للتواصل والاستفسار
50245099

٥ في الشكل المقابل ، $\overline{\text{أ ب}} \not\supseteq$



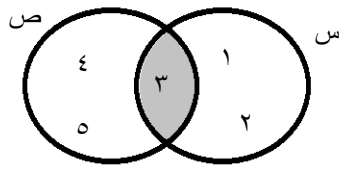
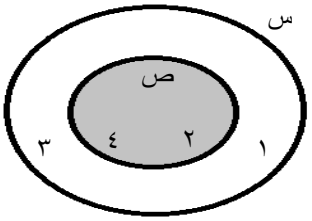
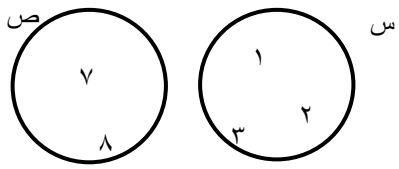
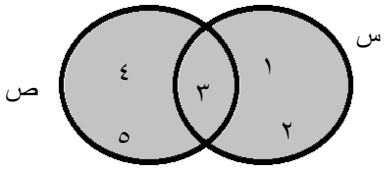
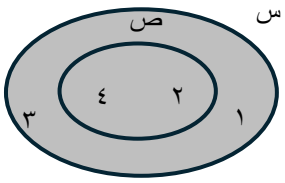
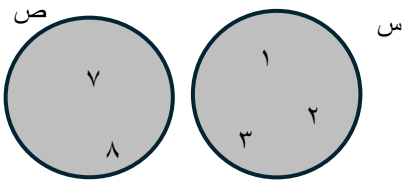
(أ) $\overleftarrow{\text{أ ب}}$	(ب) $\overleftarrow{\text{ب أ}}$
(ج) $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$	(د) $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

للتواصل والاستفسار
50245099

(١-٣) العمليات على المجموعات (تقاطع – اتحاد)

* **التقاطع بين مجموعتين** س ، ص هو مجموعة العناصر التي **تنتمي** إلى س **و تنتمي** إلى ص
(تنتمي إلى المجموعتين معا)
س ∩ ص = { أ : أ ∈ س **و** أ ∈ ص }

* **الاتحاد بين مجموعتين** س ، ص هو مجموعة العناصر التي **تنتمي** إلى س **أو تنتمي** إلى ص
س ∪ ص = { أ : أ ∈ س **أو** أ ∈ ص }

س = { ١ ، ٢ ، ٣ }	س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }	س = { ١ ، ٢ ، ٣ }
ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ }	ص = { ٢ ، ٤ }	ص = { ٧ ، ٨ }
س ∩ ص = { ٣ }	س ∩ ص = { ٢ ، ٤ }	س ∩ ص = Φ
		
س ∪ ص = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥ }	س ∪ ص = { ١، ٢، ٣، ٤ }	س ∪ ص = { ١، ٢، ٣، ٧، ٨ }
		

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال: إذا كانت س = { س : س ∈ ط ، ٤ ≤ س < ٩ } ، ص = { ص : ص ∈ ص ، ص عاملاً موجباً من عوامل العدد ٨ }

فأوجد بذكر العناصر كلا من

س = ...

ص = ...

س ∩ ص = ...

س U ص = ...

ومَثِّل كلاً من س ، ص بشكل فن ، ثم ظلل المنطقة التي تمثل س ∩ ص.

مثال: إذا كانت ع = { أ: أ ∈ ط ، أ عاملا أوليا من عوامل العدد ١٥}، ن = { ٥ ، ٣ ، −١ ، −٢ ، −٣}

فأوجد بذكر العناصر كلاً من:

ع = ...

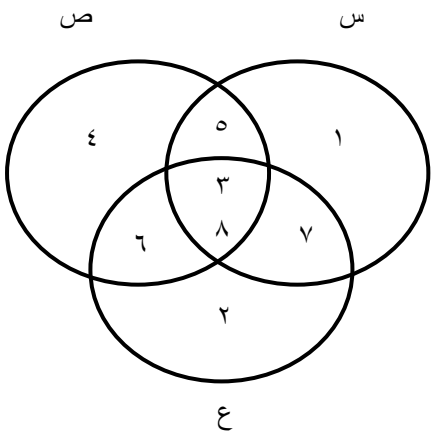
ع ∩ ن = ...

ع U ن = ...

ومَثِّل كلاً من ع ، ن بمخطط فن ، ثم ظلل المنطقة التي تمثل ع U ن.

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال: من مخطط فن الذي أمامك، أكمل ما يلي:



س = ...

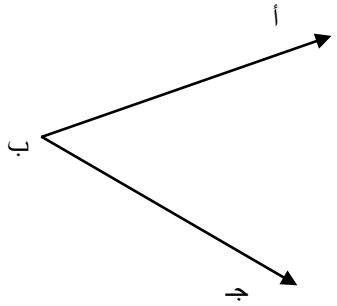
ص = ...

ع = ...

س ∩ ص ∩ ع = ...

س U ص U ع = ...

مثال: في الشكل المقابل، أكمل ما يلي:



$\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ = ...

$\overleftarrow{\text{ب أ}}$ U $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ = ...

موضوعي:

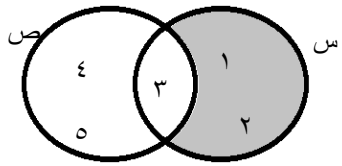
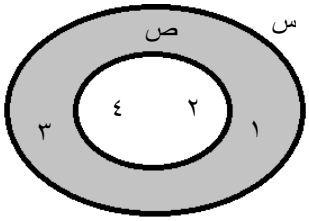
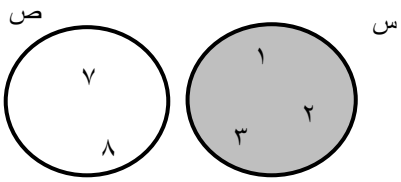
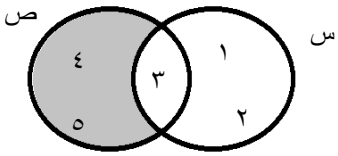
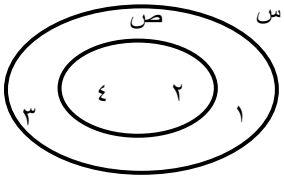
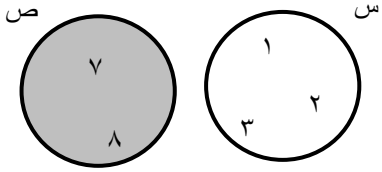
١	لأي مجموعتين س ، ص ، فإن س U ص = س ∩ ص	أ	ب
٢	إذا كانت ٣ ∈ (س ∩ ص) ، فإن ٣ ∈ ص	أ	ب

للتواصل والاستفسار
50245099

(١-٤) مجموعة الفرق

س – ص = مجموعة العناصر التي **تنتمي** إلى س **ولا تنتمي** إلى ص

ص – س = مجموعة العناصر التي **تنتمي** إلى ص **ولا تنتمي** إلى س

س = { ١ ، ٢ ، ٣ }	س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }	س = { ١ ، ٢ ، ٣ }
ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ }	ص = { ٢ ، ٤ }	ص = { ٧ ، ٨ }
س – ص = { ١ ، ٢ }	س – ص = { ١ ، ٣ }	س – ص = { ١ ، ٢ ، ٣ }
		
ص – س = { ٤ ، ٥ }	ص – س = Φ	ص – س = { ٧ ، ٨ }
		

س – ص ≠ ص – س

مثال: إذا كانت س = { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ } ، ع = { ب : ب ∈ ص ، −١ ≤ ب ≤ ٤ }

فأوجد بذكر العناصر كلاً مما يأتي:

ع = ...

س – ع = ...

ع – س = ...

للتواصل والاستفسار
50245099

مَثِّل كلاً من س ، ع بشكل فن ، ثم ظلل المنطقة التي تمثل ع – س.

مثال: إذا كانت ع = { أ : أ ∈ ص ، ١ ≤ أ < ٥ } ، ح = { ب : ب ∈ ط ، ب عامل من العوامل الأولية للعدد ٣٠ }

فأوجد بذكر العناصر كلا مما يأتي:

ع = ...

ح = ...

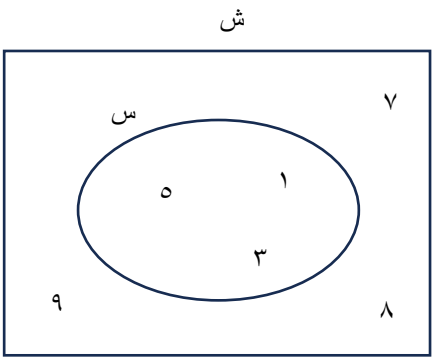
ع – ح = ...

مَثِّل كلاً من ع ، ح بشكل فن ، ثم ظلل المنطقة التي تمثل ع – ح.

للتواصل والاستفسار
50245099

(١-٥) المجموعة الشاملة – المجموعة المتممة

مثال: من شكل فن المقابل، اكتب بذكر العناصر كلاً مما يلي:



ش = ...

س = ...

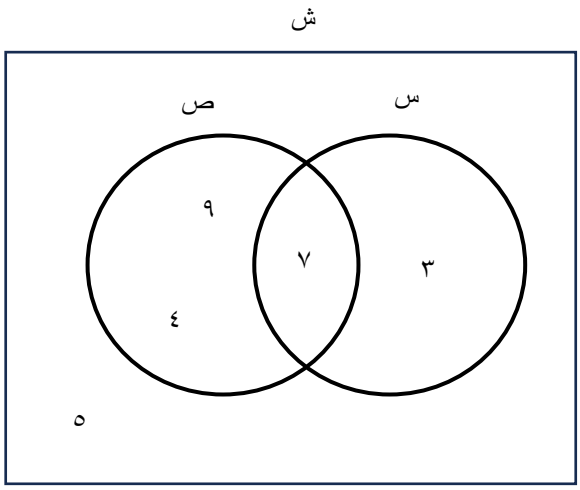
ش – س = ... = $\overline{\text{س}}$

$\overline{\text{س}}$ ∩ س = ... = ...

$\overline{\text{س}}$ U س = ... = ...

$\overline{\overline{\text{س}}}$ = ش – ..... = ... = ...

مثال: من شكل فن المقابل، أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلي:



ش = ...

س = ...

ص = ...

$\overline{\text{س}}$ = ...

$\overline{\text{ص}}$ = ...

$\overline{\text{س}}$ ∩ $\overline{\text{ص}}$ = ...

س U ص = ...

$\overline{\text{س U ص}}$ = ...

ماذا تلاحظ ؟ .....

$\overline{\text{س}}$ U $\overline{\text{ص}}$ = ...

للتواصل والاستفسار
50245099

س ∩ ص = ...

$\overline{\text{س ∩ ص}}$ = ...

ماذا تلاحظ ؟ .....

قانوني دي مورغان:

$\overline{\text{س}}$ ∪ $\overline{\text{ص}}$ = $\overline{\text{س ∩ ص}}$

$\overline{\text{س}}$ ∩ $\overline{\text{ص}}$ = $\overline{\text{س ∪ ص}}$

مثال: إذا كانت المجموعة الشاملة ش = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }، س = { أ : أ ∈ ط ، ٢ ≤ أ < ٤ }،
ص = { ب : ب ∈ ط ، ب عامل من عوامل العدد ٤ }.
فأوجد بذكر العناصر كلا مما يلي:

س = ...

ص = ...

$\overline{\text{س}}$ = ...

$\overline{\text{ص}}$ = ...

$\overline{\text{س ∩ ص}}$ = ... = ...

$\overline{\text{س ∪ ص}}$ = ... = ...

$\overline{\overline{\text{س ∩ ص}}}$ = ... = ...

مَثِّل كلاً من ش ، س ، ص بشكل فن.

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال: إذا كانت المجموعة الشاملة ش = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ }،

م = مجموعة الأعداد الفردية الأكبر من ١ والأصغر من ٧،

ك = { أ : أ ∈ ط ، أ عدد زوجي ، ١ < أ ≤ ٨ }

أوجد بذكر العناصر كلاً مما يلي:

م = ...

ك = ...

$\overline{م}$ = ...

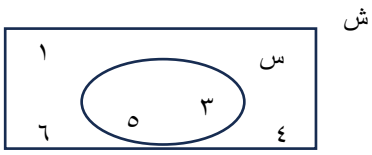
$\overline{ك}$ = ...

$\overline{م \cap ك}$ = ...

$\overline{م - ك}$ = ...

مَثِّل كلاً من ش ، م ، ك بشكل فن، ثم ظلل المنطقة التي تمثل $\overline{م \cap ك}$

موضوعي :

١	**من شكل فن المقابل :** **س = { ٣ ، ٥ }**		أ	ب
٢	**إذا كانت المجموعة الشاملة ش = مجموعة عوامل العدد ٤ ، $\overline{س}$ = { ١ ، ٢ } ، فإن س =**			
(أ) { −١ ، −٢ }		(ب) { ١ ، ٢ }		
(ج) { ٤ }		(د) { ٤ ، −١ ، −٢ ، −٤ }		

للتواصل والاستفسار
50245099

(١-٦) الحاصل الديكارتي

حاصل الضرب الديكارتي س × ص هو مجموعة كل الأزواج المرتبة (أ ، ب) حيث المسقط الأول أ ∈ س ، والمسقط الثاني ب ∈ ص.

س × ص = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص }.

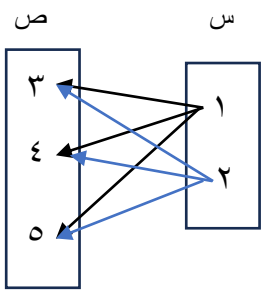
عدد عناصر س × ص = عدد عناصر س × عدد عناصر ص.

مثال: إذا كانت س = { ١ ، ٢ }، ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ }

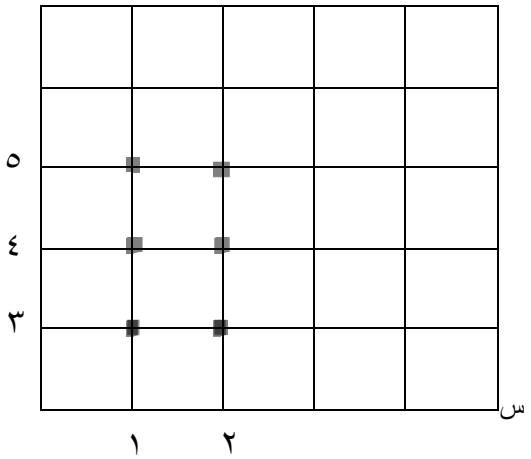
أ) عدد عناصر س × ص = ٢ × ٣ = ٦

س × ص = { (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) }

المخطط السهمي لـ س × ص:



المخطط البياني لـ س × ص:



ب) ص × س = { (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) }

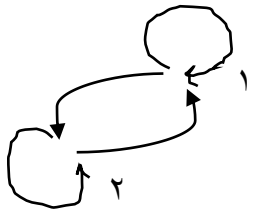
جـ) س × ص ≠ ص × س

د) عدد عناصر س × س = ٢ × ٢ = ٤

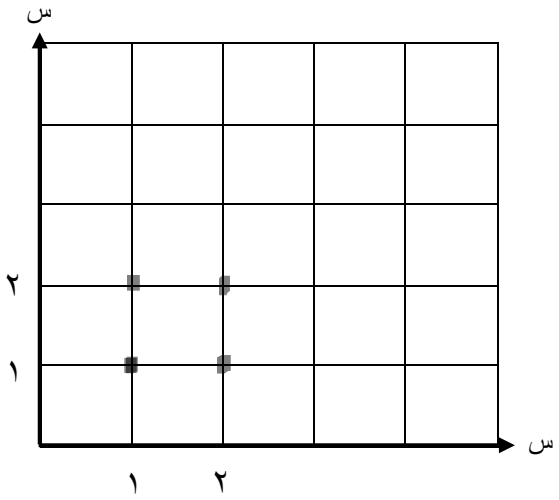
س × س = { (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) }

للتواصل والاستفسار
50245099

المخطط السهمي لـ س × س:



المخطط البياني لـ س × س:



مثال: إذا كانت س = { أ : أ ∈ ط ، أ عددا أوليا أصغر من ٧ } حيث ط مجموعة الأعداد الكلية،

ل = { ب : ب ∈ ص ، −١≤ ب < ١ } حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة.

أ) اكتب س ، ل بذكر العناصر.

.....

.....

ب) اكتب س × ل بذكر العناصر، واذكر عدد عناصرها.

.....

.....

جـ) مَثِّل س × ل بمخطط بياني.

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال: إذا كانت س × ص = { (أ ، ٣) ، (أ ، ٤) ، (ب ، ٣) ، (ب ، ٤) }

فأوجد بذكر العناصر

س = ...

ص = ...

موضوعي :

١	{ أ ، ب } × { ٢ } = { (أ ، ٢) ، (ب ، ٢) }	أ	ب
٢	**إذا كانت المجموعة س = { أ : أ ∈ ص ، −٢< أ ≤ ٥ } ، حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة ، فإن عدد عناصر س × س هو**		
	(أ) ٧	(ب) ٨	
	(ج) $٧^{٢}$	(د) $٨^{٢}$	

للتواصل والاستفسار
50245099

(١-٧) مفهوم العلاقة

* ع **علاقة من المجموعة س إلى المجموعة ص** عندما تكون **ع مجموعة جزئية من** الحاصل الديكارتي **س × ص**
* ع **علاقة من المجموعة ص إلى المجموعة س** عندما تكون **ع مجموعة جزئية** من الحاصل الديكارتي **ص × س**
* ع **علاقة على المجموعة س** عندما تكون **ع مجموعة جزئية** من الحاصل الديكارتي **س × س**

مثال: فيما يلي مجموعة من العلاقات المعرفة على س = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

اكتب كل علاقة بذكر عناصرها:

أ) ع ١ علاقة ضعف من س إلى س.

.....

ب) ع ٢ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ + ب = ٨ }

.....

جـ) ع ٣ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، ب = أ }

.....

د) ع ٤ = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ = √ب }

.....

مَثِّل ع ١ بمخطط سهمي و ع ٢ بمخطط بياني.

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال: فيما يلي مجموعة من العلاقات المعرفة من س إلى ص، حيث س = { ٣ ، ٦ ، ٩ }، ص = { ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥ }

اكتب كل علاقة بذكر عناصرها.

أ) هـ = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، أ < ب }

.....

ب) ل = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = أ }

.....

جـ) ع = { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص ، ب = أ + ٦ }

.....

مثال: إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، ٥ } ، ص = { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ }،

أ) ع ١ علاقة من س إلى ص حيث ع ١ = { (أ ، ب): أ ∈ س، ب ∈ ص، أ = $\frac{١}{٢}$ ب}

اكتب ع ١ بذكر العناصر.

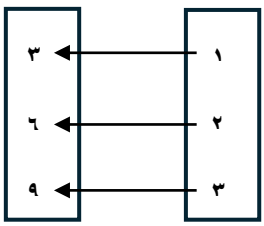
.....

ب) ع ٢ علاقة من ص إلى س حيث ع ٢ = { (أ ، ب) : أ ∈ ص ، ب ∈ س ، أ ≥ ب }

اكتب ع ٢ بذكر العناصر.

.....

موضوعي :

١	**إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٦ ، ٦ ، ٩ } وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث ع = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٩) } ، فإن ع تمثل علاقة نصف**	أ	ب
٢	**المخطط السهمي**  **يمثل ثلث من س إلى ص هو**	أ	ب

للتواصل والاستفسار
50245099

الوحدة التعليمية الثانية

الأعداد النسبية

للتواصل والاستفسار
50245099

(٢-١) استكشاف الأعداد النسبية وتبسيطها

مجموعة الأعداد النسبية ن: هي مجموعة الأعداد التي يمكن كتابتها على الصورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب ≠ ٠

ن = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠ }

ن = $ن_+$ ∪ {٠} ∪ $ن_-$ حيث $ن_-$ مجموعة الأعداد النسبية السالبة ، $ن_+$ مجموعة الأعداد النسبية الموجبة.

كل **عدد كلي** هو عدد نسبي: مثل ٠ ، ٣ ، ١٥ ، ٣٧

كل **عدد صحيح** هو عدد نسبي: مثل −٥ ، −٢٦ ، −٤٨

كل **كسر اعتيادي** هو عدد نسبي : $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$

كل **عدد كسري** هو عدد نسبي : $\frac{٧}{٦}$ ، $١\frac{-١}{٢}$

كل **عدد عشري منتهي** هو عدد نسبي : مثل ١,٦ ، − ٣,٢ ، ٥,٢

كل **عدد عشري غير منتهي متكرر** (دوري) هو عدد نسبي : مثل $٠,\overline{٣}$ ، $٠,٥\overline{٧١}$ ، $-٠,\overline{٦٥}$

مثال : أي من الأعداد الآتية نسبي ؟ وأيها غير نسبي ؟

١٤,٢ ..... − ١,٧٥ .....

٧,٥٢٣٩٨١٧٠٠٠ ..... صفر .....

$٠,\overline{٦}$ ..... π .....

$٠,\overline{١١٣}$ ..... $\frac{٢}{٥}$ .....

$١\frac{٧}{٩}$ ..... $\sqrt{\frac{٤}{٥}}$ .....

$\sqrt{١١}$ ..... $\sqrt{٩}$ .....

للتواصل والاستفسار
50245099

$\frac{-أ}{-ب} = \frac{أ}{ب}$ $\qquad$ $\frac{٠}{ب} = ٠$

$\frac{أ}{-ب} = \frac{-أ}{ب} = -\frac{أ}{ب}$ $\qquad$ $\frac{أ}{٠}$ **كمية غير معرفة**

$\frac{أ}{ب}$ **عدد صحيح ، عندما أ يقبل القسمة على ب**

العدد النسبي $\frac{أ}{ب}$ **في أبسط صورة** إذا كان :

* **المقام** عدد صحيح موجب.
* **العامل المشترك الأكبر للبسط والمقام** هو الواحد صحيح.

مثال : اكتب كلا مما يلي في أبسط صورة :

$\frac{-١٢}{-٢٤}$ ..... $\qquad$ $\frac{-٣٥}{٤}$ .....

$\frac{٢}{٨}$ ..... $\qquad$ $\frac{٢}{-١٨}$ .....

مثال : مثل الأعداد النسبية الآتية على خط الأعداد.

$١\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{-١}{٥}$ ، ٠,٦ ، $-١,٤$

موضوعي :

١	$\frac{\lvert -٣ \rvert}{٥} =$		
(أ) $-$ ٠,٠٦	(ب) ٠,٠٦	(ج) $-$ ٠,٠٦	(د) ٠,٦

للتواصل والاستفسار
50245099

(٢-٢) مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها

لمقارنة عددين نسبيين أو ترتيبهما :

١. اكتب العددين النسبيين على شكل **عددين عشريين**.

٢. **ساو المنازل العشرية** بإضافة أصفار.

٣. **قارن** أو اكتب العددين النسبيين على شكل **عددين كسريين**.

٤. **وحد المقامات** ثم **قارن**.

مثال : ضع > أو < أو = لتصبح العبارة صحيحة :

$\frac{٣}{٤}$ ..... $\frac{٢}{٥}$

$٢\frac{١}{٤}$ ..... $٢,\overline{٥}$

$-٠,٠٦$ ..... $\frac{٢}{٥٠}$

$-٠,٦$ ..... $-٠,٤$

$٧,\overline{٣}$ ..... $٧\frac{١}{٣}$

$٢\frac{٣}{٤}$ ..... $\frac{٥}{٨}$

مثال : رتب ما يلي ترتيباً تصاعدياً :

$-\frac{٣}{٤}$ ، $-\frac{١}{٣}$ ، $-\frac{٥}{٨}$ ، ٠ ، -١

.....

$-٠,١٢$ ، $٠,٨٣$ ، ١ ، $-\frac{٣}{٨}$

.....

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال : رتب ما يلي ترتيباً تنازلياً :

$-\frac{١}{٣}٦$ ، $٧\frac{١}{٥}$ ، $-٩,٧$ ، $٧,٢٣$

.....

موضوعي :

١	**الأعداد المرتبة ترتيباً تصاعدياً هي :**
(أ)	$\frac{-١}{٩}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، ٠ ، ٠,٧
(ب)	$\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{-١}{٩}$ ، ٠ ، ٠.٧
(ج)	٠,٧ ، ٠ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{-١}{٩}$
(د)	٠ ، ٠,٧ ، $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{-١}{٩}$

للتواصل والاستفسار
50245099

(٢-٣) جمع الأعداد النسبية وخواصها

ناتج جمع عددين نسبيين **موجبين** يكون عدداً نسبياً **موجباً**.
عند جمع عددين نسبيين **سالبين** معاً، **نجمع القيمة المطلقة لكل منهما** ويكون الناتج عدداً **سالباً**.

مثال : أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

$-\ ٧\frac{٢}{٣} + -\ ٩\frac{٣}{٧}$

.....

.....

.....

$٧,٤ + \frac{١}{٢}$

.....

.....

.....

$-٧,٢ + -٣,٥ =$ .....

مجموع عددين نسبيين أحدهما موجب والآخر سالب هو **الفرق** بين أكبر قيمة مطلقة وأصغر قيمة مطلقة للعددين، ويكون **الناتج** :

* **موجبا** إذا كان العدد الذي **قيمته المطلقة أكبر موجباً**.
* **سالبا** إذا كان العدد الذي **قيمته المطلقة أكبر سالباً**.

مثال : أوجد الناتج في أبسط صورة.

$٣\frac{١}{٢} + -\ ٨\frac{١}{٦}$

.....

.....

.....

$٦\frac{١}{٨} + -٣,٧$

.....

.....

.....

للتواصل والاستفسار
50245099

$$٦ + - ٢\frac{٣}{٥}$$

.....

.....

.....

$$- \left| ٤\frac{٧}{٨} \right| + - ١\frac{٥}{٨}$$

.....

.....

.....

أ + ب = ب + أ	الخاصية الإبدالية لعملية الجمع على ن
أ + ٠ = ٠ + أ = أ	خاصية العنصر المحايد لعملية الجمع على ن
أ + − أ = ٠	خاصية المعكوس الجمعي في ن
أ + (ب + جـ) = (أ + ب) + جـ	الخاصية التجميعية لعملية الجمع على ن

مثال : أوجد ناتج ما يلي موضحاً اسم الخاصية المستخدمة في الحل :

$$+ ٢\frac{٣}{٥} - ١٤\frac{٢}{٣} + - ٢\frac{٣}{٥}$$

.....

.....

.....

.....

.....

موضوعي:

١	٠,٥ + (− ٠,١٥) = ٠,٢	أ	ب

للتواصل والاستفسار
50245099

(٢-٤) طرح الأعداد النسبية

لطرح عدد نسبي من آخر اجمع معكوسه الجمعي

أ – ب = أ + (– ب)

مثال : أوجد الناتج في أبسط صورة لكل مما يلي :

$٣\frac{١}{١٠} - ٥\frac{٣}{٥}$

.....

.....

.....

$٤\frac{١}{٥} - ٢\frac{٤}{٧}$

.....

.....

.....

$٨\frac{٢}{٣} - (-٥\frac{١}{٤})$

.....

.....

.....

$-٥ - (-٣\frac{٢}{٧})$

.....

.....

.....

$١٢,٦٤ - ١٤\frac{٣}{٨}$

.....

.....

.....

$-٨,\overline{٩} - ١٥,٣$

.....

.....

.....

موضوعي :

١	$\frac{-٧}{١٥} - (\frac{-٣}{١٥}) = \frac{-١٠}{١٥}$		أ	ب

للتواصل والاستفسار
50245099

(٢-٥) ضرب الأعداد النسبية وخواصها

ناتج ضرب عددين نسبيين موجبين معا أو سالبين معا يكون عدداً نسبياً موجباً.
ناتج ضرب عددين نسبيين أحدهما موجب والآخر سالب يكون عدداً نسبياً سالباً.

مثال : أوجد ناتج كل مما يلي ، وضعه في أبسط صورة .

$٢\frac{١}{٤} \times - ١\frac{١}{٣}$

.....

.....

.....

$- ١,٨ \times - ١\frac{١}{٦}$

.....

.....

.....

$١,٦ \times - ٢\frac{١}{٥}$

.....

.....

.....

$\frac{١}{٢} \times (- ٣\frac{١}{٥}) + \frac{-١}{٢} \times (- ٣\frac{١}{٥})$

.....

.....

.....

أ × ب = ب × أ	الخاصية الإبدالية لعملية الضرب على ن
(أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ)	خاصية التجميع
أ × ١ = ١ × أ	خاصية العنصر المحايد
أ × ٠ = ٠ × أ	خاصية الضرب في صفر
أ × (ب + جـ) = (أ × ب) + (أ × جـ)	الخاصية التوزيعية لعملية الضرب على الجمع

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال : أكمل الجدول الآتي :

العدد	$\frac{٢}{٥}$	٠,٧-	٠,٦	$-\ ٢\frac{١}{٤}$	٣,٧٥
المعكوس الضربي					

للتواصل والاستفسار
50245099

(٢-٦) قسمة الأعداد النسبية

لقسمة عدد نسبي على آخر غير الصفر ، اضرب في المعكوس الضربي للعدد الآخر واتبع قاعدة ضرب الأعداد النسبية.

مثال : أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة.

$\frac{-٤}{٥} \div \frac{٢}{١٥}$

.....

.....

$٤\frac{٩}{١٠} \div ٤٩$

.....

.....

$١٢\frac{١}{٤} \div (-٤\frac{٢}{٣})$

.....

.....

.....

$\frac{-١٢}{٥} \div ٢,٨$

.....

.....

.....

$-٧\frac{٦}{٧} \div (-١١)$

.....

.....

$٨,٣٦ \div (-٠,٤)$

.....

.....

موضوعي :

١	$\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٤} =$			
(أ) $\frac{١}{٨}$	(ب) ٢	(ج) ٨	(د) $\frac{١}{٢}$	

للتواصل والاستفسار
50245099

(٢-٧) الجذر التربيعى للعدد النسبى الموجب

مربع العدد $\frac{أ}{ب} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢} = \frac{أ^{٢}}{ب^{٢}}$

مثال : ضع كلا مما يلي على صورة $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢}$:

$\frac{٢٥}{٤} =$ ..... $\qquad$ $٢\frac{١}{٤} =$ .....

$٠,٦٤ =$ ..... $\qquad$ $١,٤٤ =$ .....

مثال : أوجد كلا مما يلي :

$\sqrt{\frac{١٦}{٢٥}} =$ ..... $\qquad$ $-\sqrt{٣٦٠٠} =$ .....

$\sqrt{٣\frac{٦}{٢٥}} =$ .....

مثال : أوجد الجذر التربيعي للعدد ٣,٢٤

.....

.....

مثال : أوجد عددين صحيحين متتالين يقع بينهما $\sqrt{٥٢}$

.....

.....

للتواصل والاستفسار
50245099

موضوعي :

١	ما العدد الذي جذره التربيعي = ٩ ؟			
(أ) ٩	(ب) ٣	(ج) ٨١	(د) ٢٧	
٢	$\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٢} =$			
(أ) $\frac{-١}{٤}$	(ب) $\frac{-١}{٢}$	(ج) $\frac{١}{٤}$	(د) $\frac{١}{٨}$	
٣	$\sqrt{(٣)^{٢} + (٤)^{٢}} =$			
(أ) ٧	(ب) ٥	(ج) ٢٥	(د) ٤	
٤	العددان الصحيحان المتتاليان اللذان يقع بينهما $\sqrt{٧}$ هما :			
(أ) ٦ ، ٨	(ب) ٣ ، ٤	(ج) ٢ ، ٣	(د) ١ ، ٢	
٥	$\sqrt{١\frac{٩}{١٦}} =$			
(أ) $١\frac{٣}{٤}$	(ب) $١\frac{٤}{٣}$	(ج) $١\frac{١}{٤}$	(د) $\frac{٤}{٥}$	

للتواصل والاستفسار
50245099

(٢-٨) الجذر التكعيبي للعدد النسبي

مكعب العدد النسبي $\frac{أ}{ب} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{٣} = \frac{أ^{٣}}{ب^{٣}}$

مثال : أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد الآتية :

$\frac{-٢٧}{٨}$ .....

$-٠,٠٨١$ .....

$٢\frac{١٠}{٢٧}$ .....

$٢,٧٤٤$ .....

.....

.....

مثال : أوجد **طول ضلع المربع** الذي مساحته $١٣\frac{٤}{٩}$ سم^{٢}

.....

.....

مثال : **مكعب** حجمه ٦٤ سم^{٣} . أوجد **طول حرفه**.

.....

للتواصل والاستفسار
50245099

شطار
SHOTTAR
إدرس معنا بذكاء ... نضمن لك الارتقاء

موضوعي :

١	$\sqrt[٣]{(-٠,٠٤)^{٣}} =$		
(أ) ٠,٠٤	(ب) − ٠,٠٤	(ج) ٠,٠١٦	(د) ٤
٢	$\sqrt[٣]{\frac{-٣٤٣}{٢٧٠٠٠}} =$		
(أ) $\frac{٧}{٣٠}$	(ب) $\frac{٣٠}{٧}$	(ج) $\frac{-٧}{٣٠}$	(د) $\frac{-٣٠}{٧}$
٣	$\sqrt[٣]{٠,٠٠٨} =$		
(أ) ٠,٢	(ب) ٠,٠٢	(ج) ٠,٨	(د) ٢
٤	$\sqrt[٣]{ب^{٣}} =$		
(أ) $ب^{٣}$	(ب) $ب^{٢}$	(ج) ب	(د) − ب
٥	$\sqrt[٣]{٣\frac{٣}{٨}} =$		
(أ) $\frac{١}{\sqrt[٣]{٨}}$	(ب) $\frac{٣}{٢}$	(ج) $\frac{٣}{٨}$	(د) $\frac{٩}{٤}$
٦	$\frac{١٢}{\sqrt{٢٥}} =$		
(أ) ٥	(ب) ١	(ج) $\frac{١}{٥}$	(د) ٠,١

للتواصل والاستفسار
50245099

الوحدة التعليمية الثالثة

الهندسة والقياس

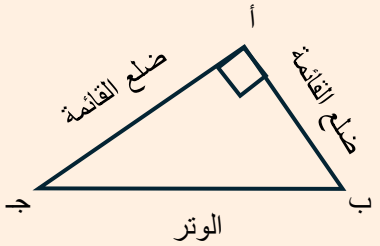
للتواصل والاستفسار
50245099

(٣-١) نظرية فيثاغورث وعكسها

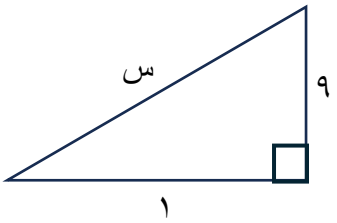
نظرية فيثاغورث

في المثلث القائم الزاوية يكون مربع طول الوتر مساوياً لمجموع مربعي الضلعين الآخرين.

Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ← (ب جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢}



مثال: أوجد قيمة المجهول في كل مما يلي :

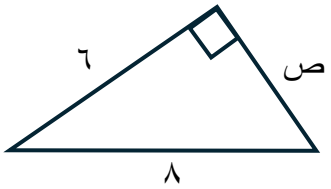


المطلوب **وتر** ؟

س^{٢} = (١٢)^{٢} + (٩)^{٢}

س^{٢} = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥

√س = ٢٢٥ = ١٥ وحدة طول

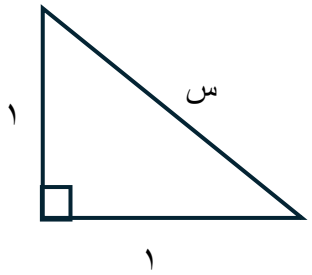


المطلوب **ليس وتر** ؟

ص^{٢} = (٨)^{٢} − (٦)^{٢}

ص^{٢} = ٦٤ − ٣٦ = ٢٨

√ص = ٢٨ وحدة طول



.....

.....

.....

.....

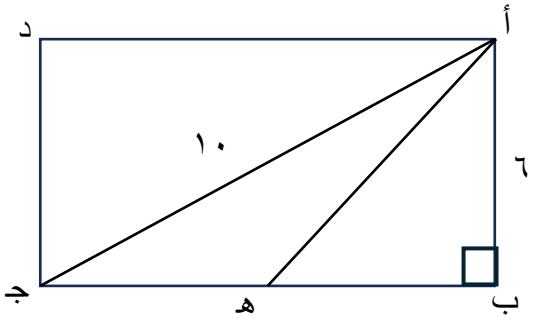
للتواصل والاستفسار
50245099

مثال: أ ب جـ د مستطيل فيه :

أ جـ = ١٠ وحدات طول ، أ ب = ٦ وحدات طول ،

هـ منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$. أوجد بالبرهان طول كل من :

$\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{أ هـ}}$.



.....

.....

.....

.....

.....

مثال: تبلغ مساحة فناء مربع الشكل ٨١ وحدة مربعة ، ويتضمن ممرا قطريا .

أ) أوجد طول ضلع الفناء .

طول ضلع المربع = $\sqrt{\text{مساحته}}$ = $\sqrt{٨١}$ = ...

ب) أوجد طول الممر القطري .

الممر القطري يمثل وتراً في المثلث ل ع ص القائم الزاوية في ع

.....

.....

.....

.....

لأي مثلث أ ب جـ حيث أ جـ **الضلع الأكبر** طولاً يكون :

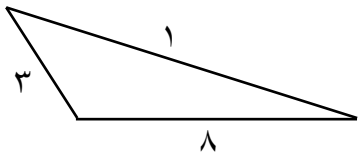
$(\text{أ جـ})^٢ = (\text{أ ب})^٢ + (\text{ب جـ})^٢ \leftrightarrow$ Δ أ ب جـ **قائم** الزاوية في ب .

$(\text{أ جـ})^٢ < (\text{أ ب})^٢ + (\text{ب جـ})^٢ \leftrightarrow$ Δ أ ب جـ **حاد** الزوايا .

$(\text{أ جـ})^٢ > (\text{أ ب})^٢ + (\text{ب جـ})^٢ \leftrightarrow$ Δ أ ب جـ **منفرج** الزاوية في ب .

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال: في كل مما يلي ، حدد نوع المثلث بالنسبة إلى زواياه :

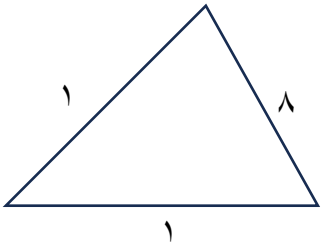


$(١٠)^{٢} = ١٠٠$

$(٨)^{٢} + (٣)^{٢} = ٦٤ + ٩ = ٧٣$

$(١٠)^{٢} > (٨)^{٢} + (٣)^{٢}$

المثلث منفرج الزاوية

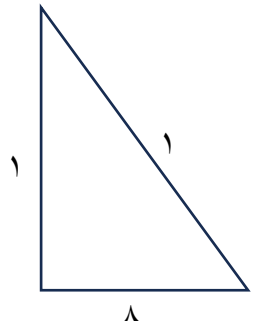


$(١٢)^{٢} = ١٤٤$

$(١٠)^{٢} + (٨)^{٢} = ١٠٠ + ٦٤ = ١٦٤$

$(١٢)^{٢} < (١٠)^{٢} + (٨)^{٢}$

المنفرج حاد الزوايا



$(١٧)^{٢} = ٢٨٩$

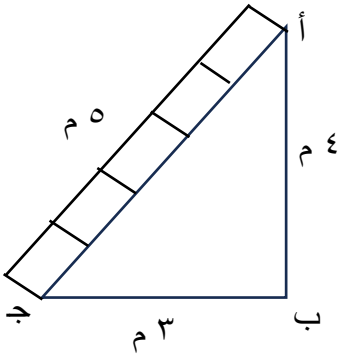
$(١٥)^{٢} + (٨)^{٢} = ٢٢٥ + ٦٤ = ٢٨٩$

$(١٧)^{٢} = (١٥)^{٢} + (٨)^{٢}$

المثلث قائم الزاوية

مثال: سلم طوله ٥ أمتار يرتكز على حائط رأسي ، بحيث تبعد قمته عن سطح الأرض بمقدار ٤ أمتار ، وتبعد قاعدة السلم عن الحائط ٣ أمتار . أثبت أن Δ أ ب جـ قائم الزاوية .

الحل : باستخدام عكس نظرية فيثاغورث



.....

.....

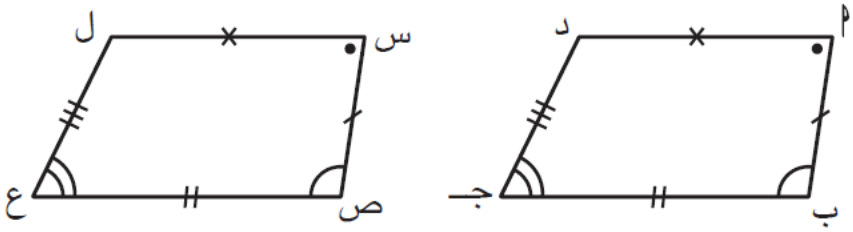
.....

للتواصل والاستفسار
50245099

(٣-٢) التطابـق

يتطابق مضلعان إذا وفقط إذا كان : أضلاعهما المتناظرة متطابقة و زواياهما المتناظرة متطابقة .

مثال : من الشكلين أ ب جـ د ، س ص ع ل ، أكمل ما يلي حسب المعطيات على الرسم :



$\hat{أ}$ ≅	$\hat{ص}$ ≅ .....
$\hat{د}$ ≅	$\hat{ع}$ ≅ .....
$\overline{أ ب}$ ≅	$\overline{ل ع}$ ≅ .....
$\overline{د أ}$ ≅	..... ≅ .....

المضلع ..... ≅ المضلع .....

إذا تطابق مثلثان فإن : أضلاعهما المتناظرة متطابقة و زواياهما المتناظرة متطابقة .

مثال: إذا كان Δ أ ب جـ ≅ Δ س ص ع ، فحدد العناصر المتطابقة فيهما .

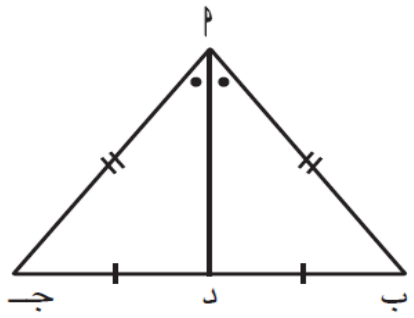
الحل : من عبارة التطابق تظهر **الرؤوس المتناظرة** بالترتيب نفسه :

الرأس أ يناظر الرأس س ، والرأس ب يناظر الرأس ص ، والرأس جـ يناظر الرأس ع ، وعليه :

$\hat{أ}$ ≅ $\hat{س}$ ، $\hat{ب}$ ≅ $\hat{ص}$ ، $\hat{جـ}$ ≅ $\hat{ع}$

$\overline{أ ب}$ ≅ $\overline{س ص}$ ، $\overline{ب جـ}$ ≅ $\overline{ص ع}$ ، $\overline{أ جـ}$ ≅ $\overline{س ع}$

مثال: في الشكل المقابل : Δ أ ب جـ وبحسب المعطيات على الرسم ، أكمل ما يلي :



$\overline{أ ب}$ ≅ .....

..... ≅ $\overline{جـ د}$

..... (ضلع مشترك)

$\hat{ب أ د}$ ≅ .....

..... ≅ $\hat{جـ}$

$\hat{أ د ب}$ ≅ .....

Δ أ ب د ≅ .....

للتواصل والاستفسار
50245099

(٣-٣) تطابق مثلثين بثلاثة أضلاع

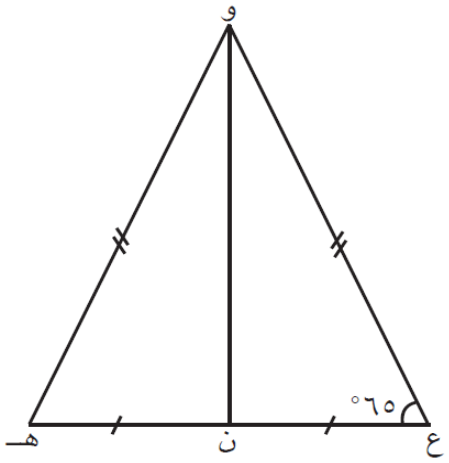
يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع في أحدهما مع نظيره في المثلث الآخر .
يعبر عن ذلك (ضلع ، ضلع ، ضلع) ويرمز إليها (ض . ض . ض)

ملاحظة : عند إثبات تطابق مثلثين نحتاج إلى إثبات تطابق ثلاثة عناصر مثل (ض . ض . ض)
ونستنتج بعد ذلك تطابق العناصر الثلاثة الباقية (الزوايا الثلاث) .

مثال: في الشكل المقابل : إذا علم أن :

$\overline{\text{ع ن}} \cong \overline{\text{هـ ن}}$ ، $\overline{\text{ع و}} \cong \overline{\text{هـ و}}$ ، ق ($\hat{\text{ع}}$) = ٦٥ °

فأثبت أن : Δ ع ن و Δ هـ ن و ، **ثم أوجد** ق ($\hat{\text{هـ}}$) .



البرهان :

Δ ع ن و ، Δ هـ ن و فيهما :

(١) ..... (معطى)

(٢) ..... (معطى)

(٣) ..... ضلع مشترك

يتطابق المثلثان بحالة (..... . ...)

وينتج أن :

.....

مثال: الشكل المقابل أ ب جـ د شكل رباعي فيه

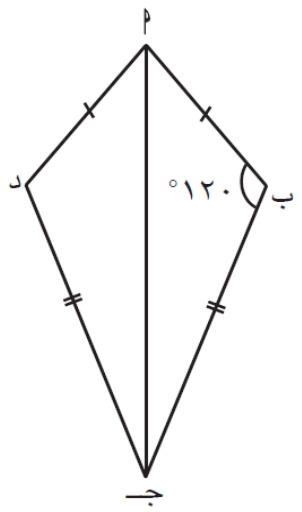
أ ب = أ د ، ب جـ = د جـ ، ق (أ $\hat{\text{ب}}$ جـ) = ١٢٠ °

أثبت أن :

(١) Δ أ ب جـ ≅ Δ أ د جـ

(٢) ق (أ $\hat{\text{د}}$ جـ) = ١٢٠ °

(٣) $\overline{\text{أ جـ}}$ منصف (ب $\hat{\text{أ}}$ د)



للتواصل والاستفسار
50245099

البرهان : .....

.....

.....

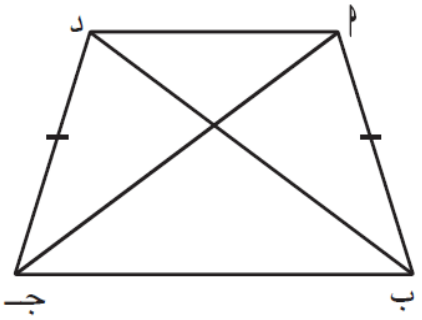
.....

.....

.....

.....

مثال: أ ب جـ د شبه منحرف متطابق الضلعين .



أثبت أن : Δ أ ب جـ ≅ Δ د جـ ب .

(علما بأن قطري شبه المنحرف المتطابق الضلعين متطابقان) .

البرهان : .....

.....

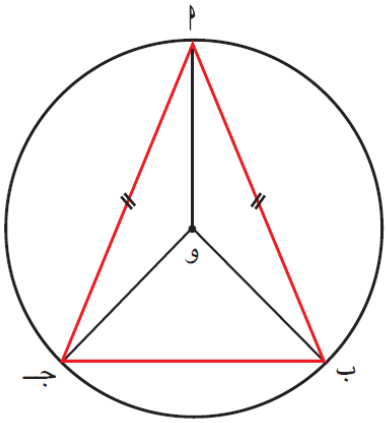
.....

.....

.....

مثال: في الشكل المقابل ، دائرة مركزها و ،

$\overline{\text{أ ب}}$ ≅ $\overline{\text{أ جـ}}$.



أثبت أن : Δ أ ب و ≅ Δ أ جـ و

(علما بأن أنصاف أقطار الدائرة متطابقة)

البرهان : .....

.....

.....

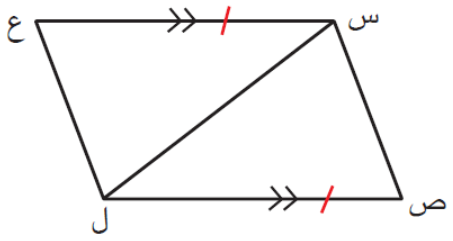
.....

.....

للتواصل والاستفسار
50245099

(٣-٤) تطابق مثلثين بضلعين والزاوية المحددة بهما

يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحدد بهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر.
ويعبر عن ذلك (ضلع ، زاوية ، ضلع) ويرمز إليها (ض . ز . ض) .



مثال: في الشكل المقابل : أثبت أن :

(١) Δ ل س ع ≅ Δ س ل ص

(٢) س ص = ل ع

البرهان :

Δ ل س ع ، Δ س ل ص فيهما :

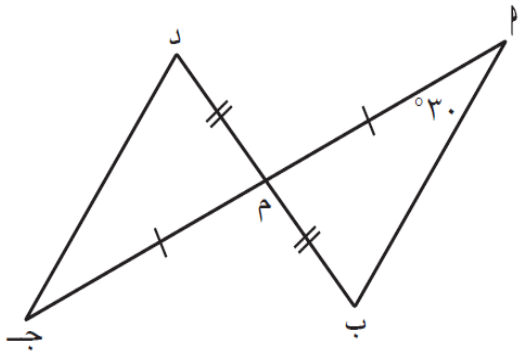
(١) ..... (معطى)

(٢) ..... (بالتبادل والتوازي)

(٣) ..... ضلع مشترك

يتطابق المثلثان بحالة (..... . ...) وينتج أن :

.....



مثال: من خلال المعطيات على الشكل المقابل .

(١) أثبت أن : Δ أ م ب ≅ Δ جـ م د

(٢) أوجد ق ($\hat{جـ}$)

البرهان :

Δ أ م ب ، Δ جـ م د فيهما :

(١) ..... (معطى)

(٢) ..... (معطى)

(٣) ..... (بالتقابل بالرأس)

يتطابق المثلثان بحالة (..... . ...) وينتج أن :

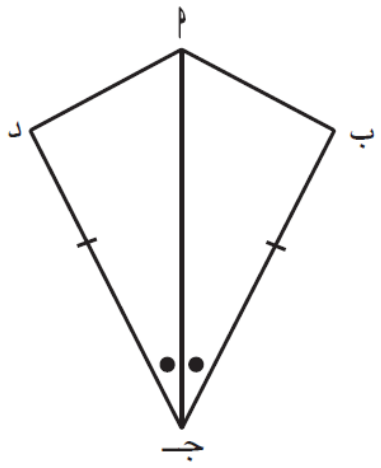
.....

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال: في الشكل المقابل : أثبت أن :

(١) Δ أ ب جـ ≅ Δ أ د جـ

(٢) أ ب̂ جـ ≅ أ د̂ جـ



البرهان : .....

.....

.....

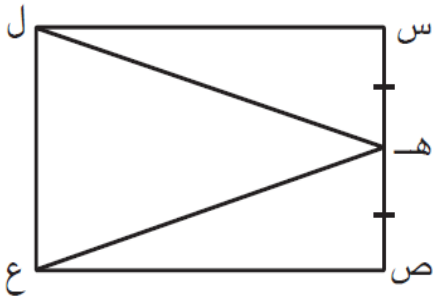
.....

.....

.....

مثال: في الشكل المقابل : س ص ع ل مستطيل ، هـ منتصف $\overline{\text{س ص}}$.

أثبت أن : هـ ل = هـ ع .



البرهان : Δ ل س هـ ، Δ ع ص هـ فيهما :

.....

.....

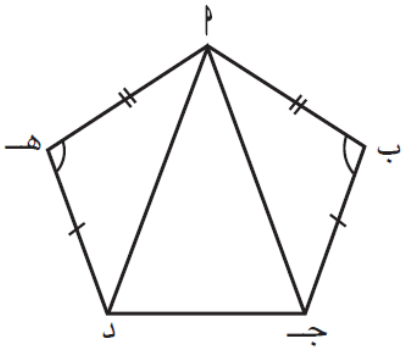
.....

.....

.....

مثال: من خلال المعطيات الموضحة على الشكل المقابل،

أثبت أن : المثلث أ جـ د متطابق الضلعين .



البرهان : Δ أ ب جـ ، Δ أ هـ د فيهما :

.....

.....

.....

.....

.....

للتواصل والاستفسار
50245099

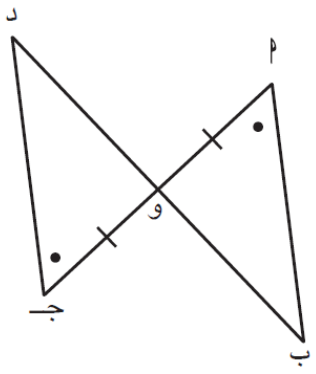
(٣-٥) تطابق مثلثين بزاويتين وضلع واصل بين رأسيهما

يتطابق المثلثان إذا تطابق زاويتان والضلع الواصل بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر.

ويعبر عن ذلك (زاوية ، ضلع ، زاوية) ويرمز إليها (ز . ض . ز) .

مثال: في الشكل المقابل :

أثبت أن : Δ أ ب و ≅ Δ جـ د و



البرهان : .....

.....

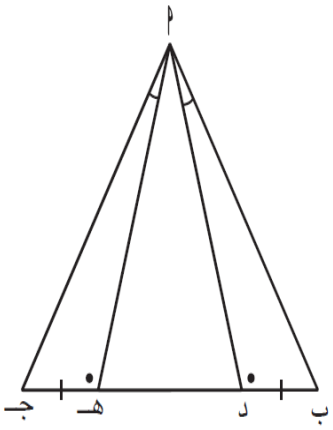
.....

.....

.....

مثال: في الشكل المقابل :

أثبت أن : Δ أ ب د ≅ Δ أ جـ هـ



البرهان :

Δ أ ب د ، Δ أ جـ هـ فيهما :

(١) ..... (معطى)

(٢) ..... (معطى)

(٣) ..... (مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي ١٨٠ °)

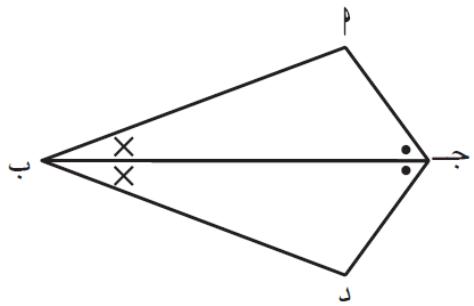
يتطابق المثلثان بحالة (..... . ...)

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال: في الشكل المقابل : أثبت أن :

(١) Δ أ جـ ب ≅ Δ د جـ ب

(٢) أ جـ = د جـ



البرهان :

.....

.....

.....

.....

.....

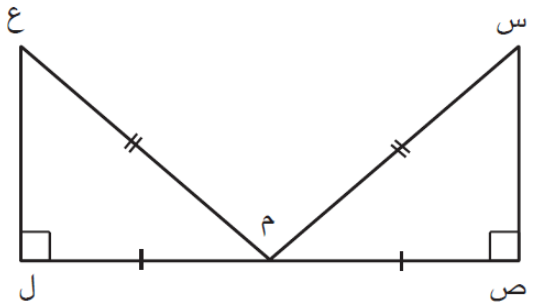
.....

للتواصل والاستفسار
50245099

(٣-٦) تطابق مثلثين قائمى الزاوية

يتطابق مثلثان قائما الزاوية إذا تطابق وتر وضلع في أحدهما مع نظائرهما في المثلث الآخر .
ويعبر عن ذلك (زاوية قائمة ، وتر ، ضلع) ويرمز إليها (◿ . و . ض) .

مثال: في الشكل المقابل ، برهن أن : Δ س ص م ≅ Δ ع ل م .



البرهان : Δ س ص م ، Δ ع ل م فيهما :

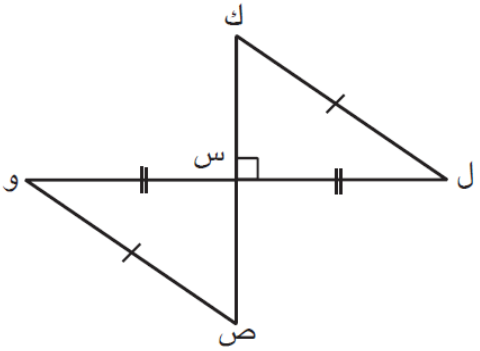
(١) ..... (معطى)

(٢) ..... (معطى)

(٣) ..... (معطى)

يتطابق المثلثان بحالة (..... . ...)

مثال: في الشكل المقابل ، برهن أن : Δ ك ل س ≅ Δ ص و س .



البرهان : .....

.....

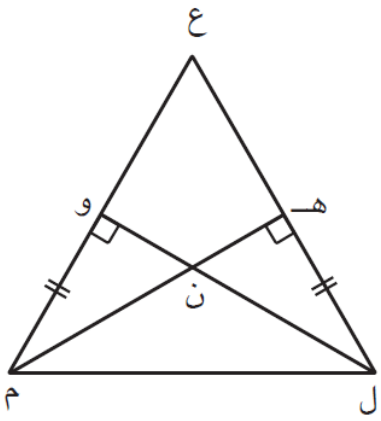
.....

.....

.....

مثال: في الشكل المقابل: أثبت أن: (١) Δ ل و م ≅ Δ م هـ ل

(٢) ع ل = ع م



البرهان : Δ ل و م ، Δ م هـ ل فيهما :

(١) ..... (معطى)

(٢) ..... (معطى)

(٣) ..... ضلع مشترك

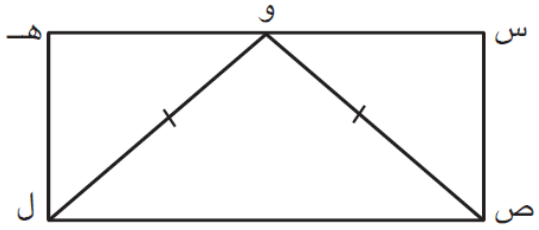
يتطابق المثلثان بحالة (..... . ...)

وينتج أن ق (و م̂ ل) = ق (هـ ل̂ م) وهما زاويتا قاعدة في Δ ع ل م ← ع ل = ع م

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال: في الشكل المقابل: س ص ل هـ مستطيل ، و ص ل مثلث متطابق الضلعين .

وظف التطابق لإثبات أن : و منتصف $\overline{\text{س هـ}}$



البرهان :

Δ و س ص ، Δ و هـ ل فيهما :

.....

.....

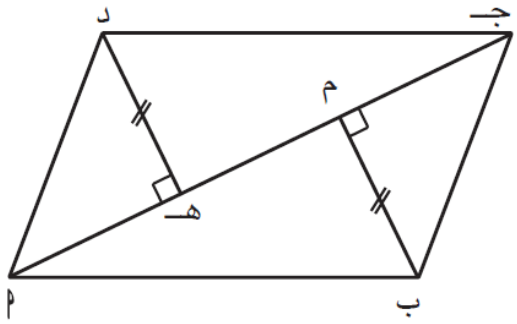
.....

.....

.....

مثال: في الشكل المقابل : أثبت أن Δ جـ م ب ≅ Δ أ هـ د

علماً بأن الشكل جـ ب أ د متوازي أضلاع .



البرهان :

.....

.....

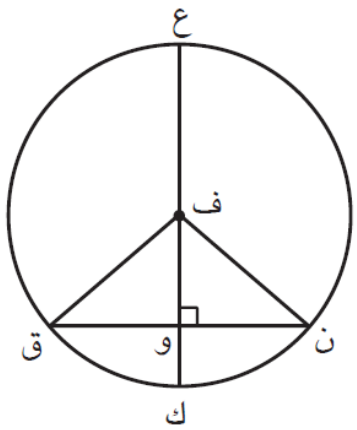
.....

.....

.....

مثال: دائرة مركزها ف ، $\overline{\text{ع ك}}$ ⊥ $\overline{\text{ن ق}}$.

وظف التطابق لإثبات أن : و منتصف $\overline{\text{ن ق}}$.



البرهان : Δ ف و ن ، Δ ف و ق فيهما :

.....

.....

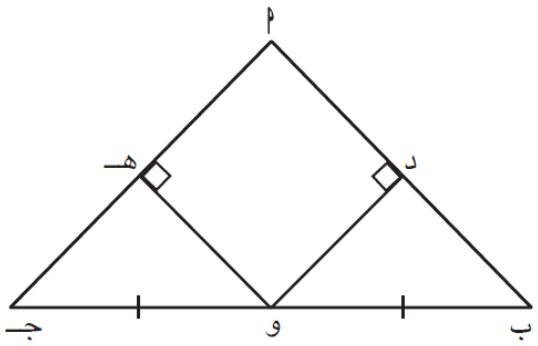
.....

.....

.....

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال: في الشكل المقابل :



أ د و هـ مربع ، ب و = جـ و .

أثبت أن :

(١) $\hat{ب} \cong \hat{جـ}$

(٢) Δ أ ب جـ متطابق الضلعين .

البرهان :

Δ د ب و ، Δ هـ جـ و فيهما :

(١) ..... (معطى)

(٢) ..... (من خواص المربع)

(٣) ..... لأن

$\hat{ق}$ (و د ب) = ٩٠ ° بالتجاور مع (.....)

$\hat{ق}$ (جـ هـ و) = ٩٠ ° بالتجاور مع (.....)

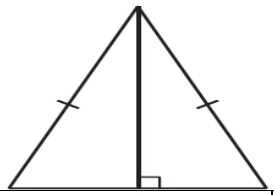
يتطابق المثلثان بحالة (..... . ...) وينتج أن

.....

.....

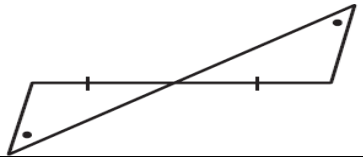
موضوعي :

(١) في الشكل المقابل ، يتطابق المثلثان بـ :



(أ) (ض . ض . ض) فقط	(ب) (ض . ز . ض) فقط
(ج) (ز . ض . ز) فقط	(د) جميع ما سبق

(٢) في الشكل المقابل ، يتطابق المثلثان بـ :



(أ) (ض . ض . ض)	(ب) (ض . ز . ض)
(ج) (ز . ض . ز)	(د) (قائمة . و . ض)

للتواصل والاستفسار
50245099

(٣-٧) حجم المنشور القائم – حجم الأسطوانة الدائرية القائمة

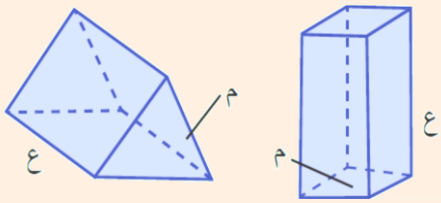
حجم المنشور القائم (ح) هو ناتج ضرب مساحة القاعدة (م) في الارتفاع (ع) .

ح = م × ع

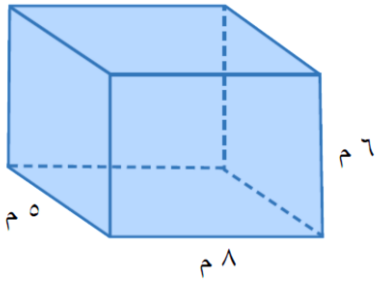
إذا كانت القاعدة مربعة فإن مساحتها م = ل × ل

وإذا كانت القاعدة مستطيلة فإن مساحتها م = ل × ض

وإذا كانت القاعدة مثلثة فإن مساحتها م = $\frac{١}{٢}$ × ق × ع



مثال: أوجد حجم المنشور الرباعي القائم المبين في الشكل المجاور.



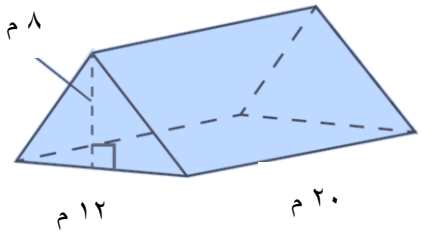
الحل : ح = م × ع

ح = (ل × ض) × ع

ح = (..... × .....) × .....

ح = ... م^{٣}

مثال: أوجد حجم المنشور الثلاثي القائم المبين في الشكل المجاور.



الحل : ح = م × ع

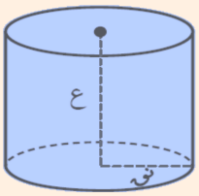
ح = ($\frac{١}{٢}$ × ق × ع) × ع

ح = ($\frac{١}{٢}$ × ..... × .....) × .....

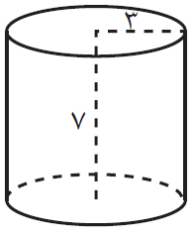
ح = ... سم^{٣}

حجم الأسطوانة الدائرية القائمة ح = م × ع

ح = π نق^{٢} × ع



مثال: أوجد حجم كل أسطوانة دائرية قائمة في كل مما يلي :

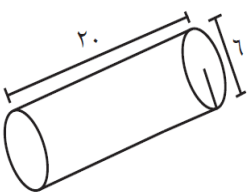


(باعتبار π = $\frac{٢٢}{٧}$)

ح = π × نق^{٢} × ع

ح = $\frac{٢٢}{٧}$ × ..... × ..... × .....

ح = ... وحدة مكعبة



(باعتبار π = ٣,١٤)

ح = π × نق^{٢} × ع

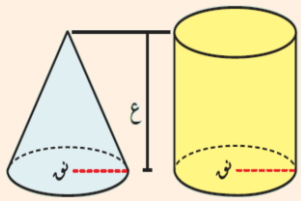
ح = ٣,١٤ × ..... × ..... × .....

ح = ... وحدة مكعبة

للتواصل والاستفسار
50245099

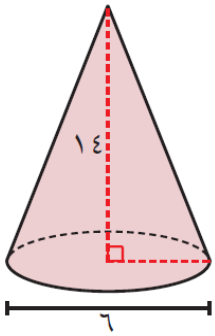
(٣-٨) حجم المخروط الدائري القائم

حجم المخروط الدائري القائم هو $\frac{١}{٣}$ الأسطوانة الدائرية القائمة المشتركة معه في القاعدة والارتفاع.



حجم المخروط ح = $\frac{١}{٣}$ × (م × ع) = $\frac{١}{٣}$ × (π نق^{٢} × ع)

مثال: أوجد حجم المخروط الدائري قائم المبين في الشكل المجاور :



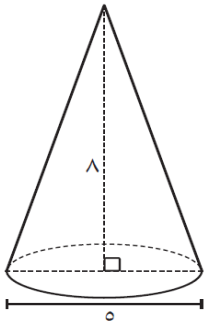
(اجعل π = $\frac{٢٢}{٧}$)

الحل : ح = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع

ح = $\frac{١}{٣}$ × ..... × ..... × ..... × .....

ح = ...

مثال: أوجد حجم المخروط الدائري قائم المبين في الشكل المجاور :



(اجعل π = ٣,١٤)

الحل: ح = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع

ح = $\frac{١}{٣}$ × ..... × ..... × ..... × .....

ح = ...

مثال: أوجد حجم مخروط دائري قائم طول قطر قاعدته ٢٠ سم ، وارتفاعه ٣٠ سم (بدلالة π)

الحل : ح = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع

ح = $\frac{١}{٣}$ × π × ..... × ..... × .....

ح = ...

مثال: إناء على شكل مخروط دائري قائم ، يسع ٣,١٤ مل ، إذا علم أن طول نصف قطر قاعدته = ١٠ سم ، فكم يكون ارتفاعه ؟ (اجعل π = ٣,١٤)

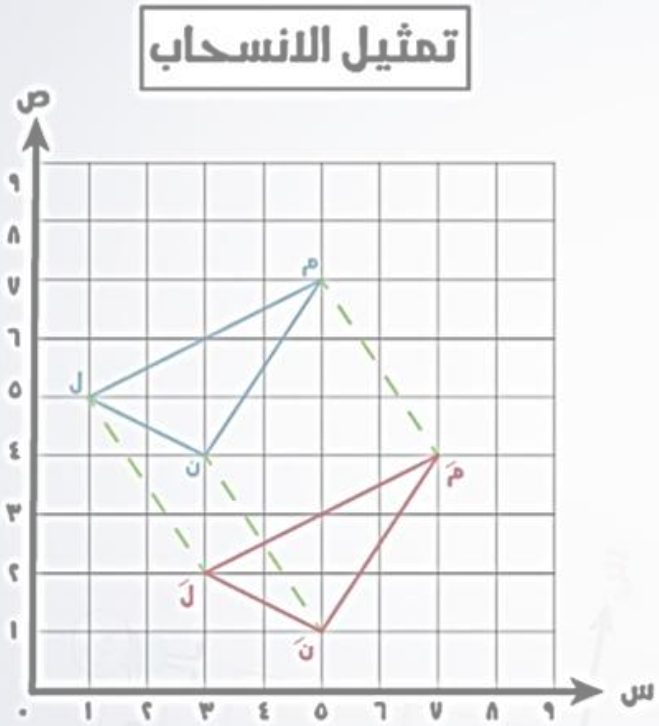
الحل : ح = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع ح = ٣,١٤ × ١٠٠٠ = ٣١٤ سم^{٣}

..... = $\frac{١}{٣}$ × ..... × ..... × ..... × ع

..... = ... × ع

ع = ... سم

للتواصل والاستفسار
50245099



الوحدة التعليمية الرابعة

النسبة والتناسب - التحويلات الهندسية

للتواصل والاستفسار
50245099

(٤-١) حل التناسب (طردي - عكسي)

التناسب هو تساوي نسبتين أو أكثر.

مثال : صندوق فيه عدد من الكرات البيضاء والكرات الحمراء ، إذا كانت نسبة عدد الكرات البيضاء إلى الكرات الحمراء هي ٧ : ٣

وكان عدد الكرات الحمراء هو ٢٤ كرة ، فكم عدد الكرات البيضاء ؟

الحل : نفرض عدد الكرات البيضاء = س

$$\frac{\text{عدد الكرات البيضاء}}{\text{عدد الكرات الحمراء}} = \frac{٧}{٣}$$

$$\frac{س}{٢٤} = \frac{٧}{٣}$$

$$س = \frac{٧ \times ٢٤}{٣}$$

عدد الكرات البيضاء = ...

مثال : حل التناسب .

$$\frac{٥}{٢} = \frac{٢}{س}$$

$$س = \frac{٢ \times ٢}{٥}$$

$$س = \frac{.....}{.....}$$

$$\frac{١٠,٥}{٠,٥} = \frac{س}{٤}$$

$$س = \frac{..... \times ١٠,٥}{٠,٥}$$

س = ...

$$\frac{٦}{ن - ١} = \frac{١}{٢}$$

$$ن - ١ = \frac{٦ \times ٢}{.....}$$

ن - ١ = ...

ن = ... + ١

ن = ...

موضوعي :

١	إذا كان $\frac{س}{٩٠} = \frac{٧٥}{١٥٠}$ ، فإن س =
(أ) ٤٥	(ب) ٤,٥
(ج) ٠,٤٥	(د) ١٨٠

للتواصل والاستفسار
50245099

التناسب الطردي : الكمية ص تتغير طرديا بتغير الكمية س إذا كان $\frac{ص}{س}$ = عدداً ثابتاً

ويكون : (١) ص = عدداً ثابتاً × س (٢) $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_١}{س_٢}$

(٣) كل زيادة في س يقابلها زيادة في ص ، وكل نقص في س يقابله نقص في ص بنسبة ثابتة .

مثال : في أحد عروض مهرجان الخضار ، يبلغ ثمن ٣ كيلوجرامات من التفاح ٤٢٠ فلساً ، إذا أردنا شراء ٥ كيلوجرامات من التفاح من النوع نفسه ، فكم يبلغ ثمنها ؟

الحل : نفرض أن ثمن كيلو جرام من التفاح هو س

كيلو جرام التفاح	فلس
٣	٤٢٠
٥	س

زيادة ↓ **نوع التناسب طردي** ↓ زيادة

$$\frac{٣}{٥} = \frac{٤٢٠}{س}$$

$$س = \frac{٥ \times ٤٢٠}{٣}$$

س = ٧٠٠ فلس

مثال : يستخدم زورق خفر السواحل في جولته اليومية الاعتيادية ما يقارب ١٢ لتراً من الوقود ليسير مسافة ٢٤ كم، فما المسافة التي يسيرها باستخدام ٢٢ لتراً من الوقود؟ علماً بأن معدل الاستهلاك هو نفسه عند ثبات السرعة.

الحل : نفرض أن المسافة التي يسيرها هي س

الوقود	المسافة
١٢	٢٤
٢٢	س

زيادة ↓ **نوع التناسب طردي** ↓ زيادة

$$\frac{١٢}{٢٢} = \frac{٢٤}{س}$$

$$س = \frac{..... \times .....}{.....}$$

س = ... كم

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال : إذا استغرق تحميل ٥ فيديوهات تعليمية ٤٠ دقيقة ، فكم يستغرق تحميل ١٥ فيديو تعليمي بسرعة الإنترنت نفسها علماً بأن جميع الفيديوهات لها المدة نفسها .

الحل : نفرض أن الزمن اللازم لتحميل الفيديوهات هو س

فيديو	دقيقة

..... **نوع التناسب** ....

—— = ——

س = ——————

س = ...

مثال : تدور آلة طابعة ٢٠ دورة فتطبع ٣٢٠ ورقة ، فكم ورقة تطبع إذا دارت ١٤ دورة ؟

الحل : نفرض أن عدد الأوراق هو س

دورة	ورقة

..... **نوع التناسب** ....

—— = ——

س = ——————

س = ...

للتواصل والاستفسار
50245099

التناسب العكسي : الكمية ص تتغير عكسياً بتغير الكمية س إذا كانت ص × س = عدداً ثابتاً.

ويكون: (١) ص = عدداً ثابتاً × $\frac{١}{س}$ (٢) $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$

(٣) كل زيادة في س يقابلها نقص في ص وكل نقص في س يقابله زيادة في ص بنسبة ثابتة.

مثال : تقطع سيارة المسافة من مدينة (أ) إلى المدينة (ب) في زمن قدره ٣٠ دقيقة عندما كانت تسير بسرعة ١٠٠ كم / ساعة ، فما الزمن اللازم لقطع المسافة نفسها إذا سارت بسرعة ١٢٠ كم / ساعة ؟

الحل : نفرض أن الزمن المطلوب هو س

السرعة	الزمن
١٠٠	٣٠
١٢٠	س

زيادة **نوع التناسب عكسي** **نقصان**

$$\frac{١٠٠}{١٢٠} = \frac{س}{٣٠}$$

$$س = \frac{١٠٠ \times ٣٠}{١٢٠}$$

س = ٢٥ دقيقة

مثال : يلزم ١٤ عاملاً لجني محصول الطماطم من مساحة محمية زراعية في ١٢ ساعة . إذا كانت قدرات العمال متساوية في الحالتين فاحسب عدد العمال اللازم لجني المحصول خلال ٨ ساعات لمساحة المحمية الزراعية نفسها .

الحل : نفرض أن عدد العمال المطلوب هو س

عدد العمال	الزمن
١٤	١٢
س	٨

زيادة **نوع التناسب عكسي** **نقصان**

$$\frac{١٤}{س} = \frac{٨}{١٢}$$

س = ...

س = ...

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال : يمتلئ خزان ماء في ١٢ ساعة بواسطة صنبورين . إذا تم فتح ٣ صنابير بالكفاءة نفسها فكم ساعة يحتاج هذا الخزان ليمتلئ ؟

الحل : نفرض أن الزمن المطلوب هو س

صنبور	ساعة

..... **نوع التناسب** ....

_____ = _____

س = _____

س = ...

موضوعي :

١	**إذا قرأ بدر ٢٠ صفحة في زمن قدره ٦ ساعات ، فإن الزمن الذي يستغرقه لقراءة ٥٠٠ صفحة بالمعدل نفسه هو ١٥ ساعة .**	أ	ب

للتواصل والاستفسار
50245099

(٤-٢) استخدام المعادلات لحل مسائل تتضمن نسبا مئوية

مثال : في إحدى المدارس يتناول ٥٦٠ متعلماً إفطارهم قبل الذهاب إلى المدرسة ويمثلون ٧٠ % من عدد متعلمي المدرسة ، فما عدد متعلمي المدرسة ؟

الحل : نفرض أن عدد متعلمي المدرسة هو س

٧٠ % من س = ٥٦٠

$\frac{٧٠}{١٠٠}$ × س = ٥٦٠

س = ٥٦٠ × $\frac{١٠٠}{٧٠}$

س = ٨٠٠ متعلم

مثال : بيعت إحدى ساعات اليد بتخفيض قدره ٢٠ % من ثمنها الأصلي ، إذا كان ثمنها بعد التخفيض هو ٢٨ ديناراً، فما ثمنها الأصلي قبل التخفيض ؟

الحل : النسبة المئوية للبيع = ١٠٠ % − النسبة المئوية للتخفيض

= ١٠٠ % − ٢٠ % = ٨٠ %

إذا كان الثمن الأصلي س ، فإن :

٨٠ % من س = ٢٨

.....

.....

.....

مثال : ما العدد الذي يمثل ٦٠ % من ١٩٠ ؟

الحل : نفرض أن العدد هو س فإن :

س = ٦٠ % من ١٩٠

س = $\frac{٦٠}{١٠٠}$ × ١٩٠

.....

.....

.....

مثال : ١٢ % من عدد ما يعطي ٩. فما هو العدد؟

الحل : نفرض أن العدد هو س فإن :

١٢ % من س = ٩

س = ...

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال : أوجد النسبة المئوية التي تمثل ١٠ من ٤٠

الحل : نفرض أن النسبة المئوية هي س فإن :

س من ٤٠ = ١٠

س × ٤٠ = ١٠

س = ١٠ × $\frac{١}{٤٠}$

س = $\frac{١}{٤}$ يحول إلى نسبة مئوية فيساوي ٢٥ %

للتواصل والاستفسار
50245099

(٤-٣) النسبة المئوية التزايدية والنسبة المئوية التناقصية

النسبة المئوية للتغير = $\frac{\text{مقدار التغير}}{\text{القيمة الأصلية}}$ × ١٠٠ %

التغير يكون إما بالزيادة أو بالنقصان ، مقداره الفرق بين القيمتين الأصلية والنهائية .

مثال : باعت إحدى المكتبات خلال مهرجان هلا فبراير ٦٠٠ كتاب ، ثم باعت ٤٥٠ كتاباً في شهر مارس ، بين نوع التغير ما إذا كان زيادة أم نقصاناً ، ثم أوجد النسبة المئوية للتغير .

الحل : نوع التغير : نقصان

مقدار النقصان = ٦٠٠ – ٤٥٠ = ١٥٠

النسبة المئوية التناقصية = $\frac{\text{مقدار النقصان}}{\text{القيمة الأصلية}}$ × ١٠٠ %

النسبة المئوية التناقصية = $\frac{١٥٠}{٦٠٠}$ × ١٠٠ %

النسبة المئوية التناقصية = ٢٥ %

مثال : معدل تساقط الأمطار سنوياً في الكويت خلال شهر فبراير هو ٢٤ مم ، وخلال شهر مارس ٢١ مم . بين نوع التغير ما إذا كان زيادة أم نقصاناً ، ثم أوجد النسبة المئوية للتغير .

الحل : .....

.....

.....

.....

.....

مثال : موظف راتبه ١٢٠٠ دينار . إذا زاد راتبه بنسبة ٥ % ، فما هو مقدار الزيادة بالدينار ؟ وكم أصبح راتبه بعد الزيادة ؟

الحل : النسبة المئوية التزايدية = $\frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{القيمة الأصلية}}$ × ١٠٠ %

$\frac{٥}{١٠٠} = \frac{س}{١٢٠٠}$ (١٠٠ % = ١)

س = $\frac{٥ \times ١٢٠٠}{١٠٠}$ = ٦٠ ديناراً مقدار الزيادة

راتبه بعد الزيادة = ١٢٠٠ + ٦٠ = ١٢٦٠ ديناراً

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال : يبلغ عدد سكان مدينة ما ٨٠٠٠٠ نسمة في أحد الأعوام . إذا زاد عددهم بنسبة ١٢ % في العام التالي، فكم يصبح عدد السكان بعد الزيادة ؟

الحل : .....

.....

.....

.....

.....

مثال : إذا كان سعر جرام الذهب ٣٠ ديناراً ، ثم انخفض بنسبة ٦ % ،
فما هو مقدار انخفاض سعر جرام الذهب ؟ وكم أصبح سعره بعد الانخفاض ؟

الحل : .....

.....

.....

.....

.....

مثال : تحوي علبة من الحليب المخصصة للدعاية نسبة زيادة مجانية ٣٠ % عما تحويه العلبة الأصلية ٤ لترات، فما السعة الزائدة عن العلبة الأصلية ؟ وما سعة علبة العروض.

الحل : .....

.....

.....

.....

.....

للتواصل والاستفسار
50245099

موضوعي :

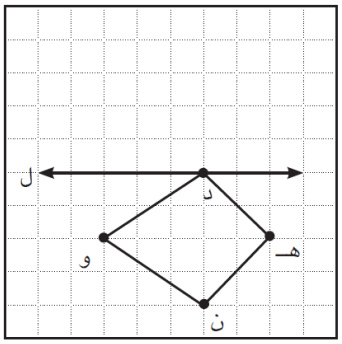
١	سعر لعبة كمبيوتر ٤ دنانير . إذا كانت خدمة التوصيل ٦ % ، فإن ثمن التكلفة الكلية بالدينار يساوي :	
	(أ) ٤ × ٠,٠٦	(ب) ٤ + ٠,٠٦
	(ج) ٤ + ٠,٢٤	(د) ٤ × ٠,٢٤
٢	إذا كانت قيمة التذكرة العادية لحضور أمسية شعرية هي ٧ دنانير ، ويُمنح المتعلمون تخفيضاً قدره ٢٥ % من ثمن التذكرة ، فإن ثمن التذكرة بعد التخفيض :	
	(أ) ٨,٧٥٠ دنانير	(ب) ٧ دنانير
	(ج) ٥,٢٥٠ دنانير	(د) ١,٧٥٠ دنانير

للتواصل والاستفسار
50245099

(٤-٤) الانعكاس – التناظر حول نقطة

(١)الانعكاس في المحور ل :

مثال : ارسم صورة الشكل الرباعي بالانعكاس في المحور ل .



(٢) الانعكاس في المستوى الاحداثي :

(أ) في محور الصادات ع$_{ص}$: (س ، ص) ← (− س ، ص)

(ب) في محور السينات ع$_{س}$: (س ، ص) ← (س ، − ص)

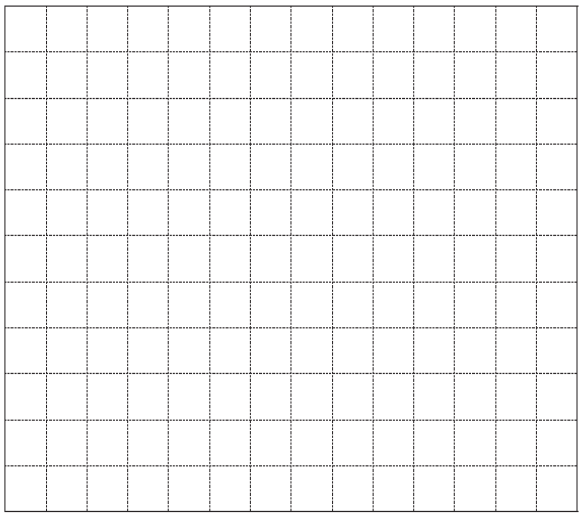
(جـ) في نقطة الأصل ع$_{و}$: (س ، ص) ← (− س ، − ص)

مثال : إذا كانت م (٠ ، ٣) ، ن (٢ ، ٠) ، هـ (٤ ، ٤)، فأوجد صورة كل من م ، ن ، هـ بالانعكاس في محور الصادات ، ثم ارسم المثلث م ن هـ وصورته.

الحل : م (٠ ، ٣) $\xrightarrow{ع_{ص}}$ مَ (..... ، .....)

ن (٢ ، ٠) ⟵ نَ (..... ، .....)

هـ (٤ ، ٤) ⟵ هـَ (..... ، .....)



للتواصل والاستفسار
50245099

مثال : إذا كان Δ أَ بَ جَ هو صورة Δ أ ب جـ بالانعكاس في محور السينات، وكانت أ (٣ ، ٤) ، ب (٣ ، −٢)، جـ (−٥ ، −١) ، فعيّن إحداثيات الرؤوس أَ ، بَ ، جَ ، ثم ارسم المثلثين في مستوى الاحداثيات .

الحل : أ (٣ ، ٤) $\xrightarrow{\text{ع س}}$ أَ (..... ، .....)

ب (٣ ، −٢) ⟵ بَ (..... ، .....)

جـ (−٥ ، −١) ⟵ جَ (..... ، .....)

مثال : إذا كان الشكل الرباعي أَ بَ جَ دَ هو صورة الشكل الرباعي أ ب جـ د بالانعكاس في نقطة الأصل (و)، وكانت أ (١ ، −١)، ب (٢ ، ٣)، جـ (−٤ ، ٣)، د (−٥ ، −١). فعيّن إحداثيات الرؤوس أَ ، بَ ، جَ ، دَ ، ثم ارسم الشكلين الرباعيين في مستوى الاحداثيات .

الحل : أ (١ ، −١) $\xrightarrow{\text{ع و}}$ أَ (..... ، .....)

ب (٢ ، ٣) ⟵ بَ (..... ، .....)

جـ (−٤ ، ٣) ⟵ جَ (..... ، .....)

د (−٥ ، −١) ⟵ دَ (..... ، .....)

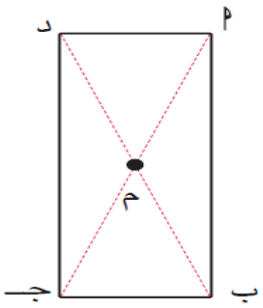
خواص الانعكاس في محور	خواص الانعكاس في نقطة
يحافظ على الاستقامة	يحافظ على الاستقامة
يحافظ على البينية	يحافظ على البينية
يحافظ على قياس الزوايا	يحافظ على قياس الزوايا
يحافظ على الأطوال	يحافظ على الأطوال
يعكس الاتجاه الدوراني	يحافظ على الاتجاه الدوراني
يحافظ على التوازي	يحافظ على التوازي

للتواصل والاستفسار
50245099

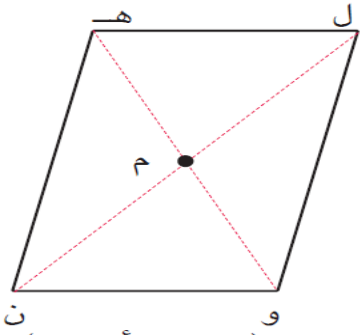
التناظر حول نقطة في المستوى :

يقال لشكل هندسي إنه متناظر حول نقطة إذا كانت صورته بالانعكاس في هذه النقطة هي الشكل نفسه.

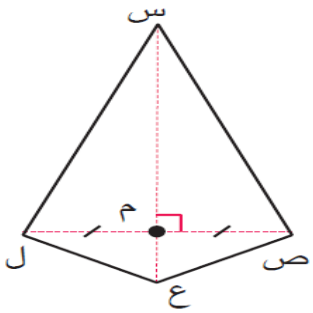
مثال : أي الأشكال الآتية متناظر حول نقطة ملتقى قطريه ؟ وضّح ذلك .



(مستطيل)



(متوازي أضلاع)



(طائرة ورقية)

متناظر حول نقطة ملتقى قطريه لأن قطري المستطيل ينصف كل منهما الآخر.

.....

.....

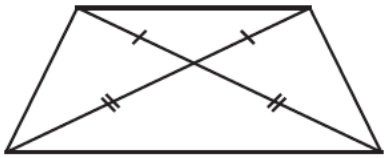
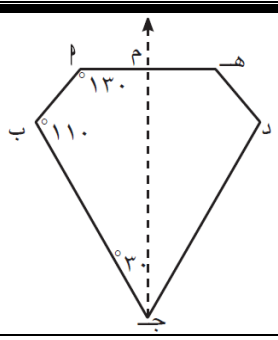
.....

.....

.....

.....

موضوعي :

١	**المربع متناظر حول نقطة ملتقى قطريه .**	أ	ب
٢	**في الشكل المجاور ، الشكل متناظر حول نقطة تلاقي قطريه .** 	أ	ب
٣	**إذا كان م محور تناظر للشكل المرسوم ،** **فإن ق (ب جـ د) = ...** 		
	(أ) ٣٠ °	(ب) ٥٠ °	
	(ج) ٦٠ °	(د) ٧٠ °	
٤	**صورة النقطة ع (−٢ ، −٤) بالانعكاس في نقطة الأصل (و) هي :**		
	(أ) (٢ ، −٤)	(ب) (−٢ ، ٤)	
	(ج) (٢ ، ٤)	(د) (٤ ، ٢)	

للتواصل والاستفسار
50245099

(٤-٥) الإزاحة في المستوى الإحداثي

الإزاحة هي تحويل هندسي يسمح لنا بالحصول على صورة أي شكل من خلال نقل كل نقطة فيه **مسافة ثابتة** على خط مستقيم **وفي اتجاه محدد، ولا تغير الإزاحة** من الشكل وقياساته.

وتكون الإزاحة في اتجاه محوري الإحداثيات وفق الجدول الآتي :

النقطة	صورة النقطة تحت تأثير الإزاحة	
(س ، ص)	جهة اليمين بمقدار (أ) وحدة: (س + أ، ص)	إلى الأعلى بمقدار (ب) وحدة: (س، ص + ب)
	جهة اليسار بمقدار (أ) وحدة: (س − أ، ص)	إلى الأسفل بمقدار (ب) وحدة: (س، ص − ب)

مثال : أوجد صورة النقطة أ (−٣ ، ٥) تحت تأثير إزاحة ٤ وحدات إلى اليمين ، ثم وحدتين إلى الأسفل .

الحل : القاعدة (س ، ص) ⟵ (س + ٤ ، ص − ٢)

ب (−٣ ، ٥) ⟵ بَ (−٣ ..... ، ٥ .....)

ب (−٣ ، ٥) ⟵ بَ (..... ، .....)

مثال : إذا كانت مَ (−٤ ، ٢) هي صورة م (٠ ، −١) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي ، فأوجد قاعدة الإزاحة بصورة رمزية، ثم تحقق من صحتها.

الحل : قاعدة الإزاحة هي : (س ، ص) ⟵ (س + أ ، ص + ب)

م (٠ ، −١) ⟵ مَ (٠ + أ ، −١ + ب)

م (٠ ، −١) ⟵ مَ (−٤ ، ٢)

الإحداثي السيني :

٠ + أ = −٤

أ = −٤

الإحداثي الصادي :

−١ + ب = ٢

ب = ٢ +١

ب = ٣

٤ وحدات إلى اليسار

٣ وحدات إلى الأعلى

(س ، ص) ⟵ (س − ٤ ، ص + ٣)

التحقق : (٠ ، −١) ⟵ (٠ − ٤ ، −١ + ٣)

(٠ ، −١) ⟵ (−٤ ، ٢)

للتواصل والاستفسار
50245099

مثال : في المستوى الإحداثي ، ارسم Δ أ ب جـ الذي رؤوسه هي أ (−٣ ، −٢) ، ب (١ ، ٣) ، جـ (٤ ، ١) ، ثم ارسم صورة Δ أ ب جـ تحت تأثير إزاحة وحدتين إلى اليسار ثم وحدة واحدة إلى الأسفل.

الحل :

القاعدة (س ، ص) ⟵ (س ..... ، ص .....)

أ (−٣ ، −٢) ⟵ أَ (..... ، .....)

ب (١ ، ٣) ⟵ بَ (..... ، .....)

جـ (٤ ، ١) ⟵ جَ (..... ، .....)

موضوعي :

١	صورة النقطة أ (٢ ، ٣) بالانعكاس في نقطة الأصل يكافئ إزاحة النقطة أ حسب القاعدة (س − ٤ ، ص − ٦)	أ	ب
٢	صورة النقطة هـ (−٤ ، −١) باستخدام قاعدة الإزاحة (س ، ص) ⟵ (س + ٥ ، ص − ٤) هي :		
	(أ) هَ (١ ، ٣)	(ب) هَ (١ ، −٥)	
	(ج) هَ (٩ ، −٥)	(د) هَ (٩ ، ٥)	
٣	إذا كانت مَ (−٥ ، ٩) هي صورة النقطة م (٢ ، ٥) تحت تأثير إزاحة في المستوى الإحداثي ، فإن قاعدة هذه الإزاحة هي :		
	(أ) (س ، ص) ⟵ (س + ٧ ، ص − ٤)	(ب) (س ، ص) ⟵ (س − ٧ ، ص + ٤)	
	(ج) (س ، ص) ⟵ (س + ٤ ، ص + ٧)	(د) (س ، ص) ⟵ (س − ٤ ، ص − ٧)	

للتواصل والاستفسار
50245099